

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, AGRICULTURA E AMBIENTE
CAMPUS VALE DO RIO MADEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
HUMANIDADES (PPGECH)
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E HUMANIDADES

ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO
MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA

HUMAITÁ/AM

2023

HERIC FRANKLES BATISTA SOARES

ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO
MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA

Dissertação orientada pela professora Dra. Elizabeth Tavares Pimentel, relacionada à linha de pesquisa 2: Fundamentos e Metodologias para o Ensino das Ciências Naturais e Matemática pertinente ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades (PPGECH), vinculado ao Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente (IEAA) campus do Vale do Rio Madeira da Universidade Federal do Amazonas (UFAM) localizado na cidade de Humaitá/AM, cuja defesa realizada no dia 23/06/2023.

HUMAITÁ/AM

2023

FICHA CATALOGRÁFICA

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

S676a	Soares, Heric Frankles Batista Abstração reflexionante com uso de material dourado mediada pela engenharia didática / Heric Frankles Batista Soares . 2023 220 f.: il. color; 31 cm. Orientadora: Elizabeth Tavares Pimentel Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Humanidades) - Universidade Federal do Amazonas. 1. Sequências didáticas. 2. Ensino fundamental. 3. Engenharia didática. 4. Abstração reflexionante. 5. Didática matemática. I. Pimentel, Elizabeth Tavares. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título
-------	--

HERIC FRANKLES BATISTA SOARES

ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO
MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA

Dissertação defendida em 23 de junho de 2023
para obtenção do título de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação e Ensino de Ciências e
Humanidades da Universidade Federal do
Amazonas.

Banca examinadora constituída pelos membros:

Professora Dra. Elizabeth Tavares Pimentel - UFAM
Presidente / Orientadora

Prof (a) Dr. (a) Ana Oliveira Castro dos Santos – UFAM
Membro Titular

Professor Dr. Marcos André Braz Vaz – UFAM
Membro Titular

Professor Dr. Otávio Floriano Paulino – UFERSA
Membro Titular

Prof (a) Dr. (a) Sarifa Abdul Magide Fagilde – UNIROVUMA
Membro Titular

Aprovada em:

Humaitá (AM), 23 de junho de 2023.

DEDICATÓRIA

Dedico à minha mãe, ao meu irmão e ao meu avô, *in memoriam*, levados pela Covid-19: saudade resignada e gratidão infinita por todo o aprendizado juntos. À minha esposa e filhos que, ao meu lado, estão nas lutas de ordem material com a esperança de dias melhores.

AGRADECIMENTOS

Nossos agradecimentos, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM) porque sem o seu apoio seria impossível chegar até aqui.

Também agradecemos a Universidade Federal do Amazonas (UFAM) que desde a graduação contribui para nossa formação científica.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades (PPGECH) que nos acolhe na empreitada de pesquisa. Em especial aos professores do Programa pelos ensinamentos que ampliaram nosso repertório como estudante e professor, fazendo com que sentisse com mais recursos, mais humano para participar da grande obra da Humanidade.

À minha orientadora pela confiança e apoio, fundamentais.

A todos os meus professores da Educação Infantil ao Ensino Superior que me ajudaram a compor quem sou hoje.

A Deus, que dialogo incessantemente, pedindo, agradecendo, reclamando, brigando, chorando...

À minha mãe, *in memorian*, que acompanha esta vitória do plano espiritual, por ter me ajudado a ser quem sou.

Ao meu irmão, *in memorian*, que acompanha esta vitória do plano espiritual, e com sua luta me inspira a ser um lutador resignado.

Ao meu avô, *in memorian*, que acompanha esta vitória do plano espiritual, que pra mim foi um ótimo pai.

À minha avó, *in memorian*, que acompanha esta vitória do plano espiritual, pelas lições da infância que repercutem até hoje em minha mente.

À minha esposa pela parceria e criatividade, infinitas, na busca por continuarmos seguindo, rumo à felicidade.

Aos meus filhos que me ajudaram a ser um ser humano melhor e a colocar em prática os ensinamentos que tenho estudado.

Aos amigos e familiares que têm acompanhado e ajudado nas lutas mais diversas para que se pudesse produzir resultado como este.

EPÍGRAFE

“Uma das tarefas essenciais da escola, como centro da produção sistemática de conhecimento, é trabalhar criticamente a inteligibilidade das coisas e dos fatos e a sua comunicabilidade. É imprescindível, portanto, que a escola instigue constantemente a curiosidade do educando em vez de “amacia” - la ou “domesticá” -la. É preciso mostrar ao educando que o uso ingênuo da curiosidade altera a sua capacidade de *achar* e obstaculiza a exatidão do *achado*. É preciso por outro lado, e sobretudo, que o educando vá assumindo o papel de sujeito da produção de sua inteligência do mundo e não apenas o de *recebedor* da que lhe seja transferida pelo professor.”

Paulo Freire em “Ensinar exige saber escutar” no livro *Pedagogia da Autonomia*.

RESUMO

Este trabalho visa avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola da Rede Pública Estadual de Ensino, localizada na Zona Sul de Manaus. A investigação parte do questionamento de que sequências didáticas voltadas para o ensino da matemática que propõem o uso do material dourado, têm potencial para desenvolver a abstração reflexionante? E podem estar subsidiadas num ambiente intencional pedagógico orientado pela Teoria das Situações Didáticas? Grande foi a caminhada que culminasse na criança como cidadão de direito subjetivo à educação e que precisa de instrumentos lógico-matemáticos, especialmente no século XXI (‘bombardeio’ de conteúdos diversos de multimídia), para desenvolver estruturas cognitivas intencionais, capazes de conduzi-la à inteligência de filtrar e de se apropriar desse conteúdo, ao longo de seu processo histórico de maturação física e social. Neste sentido, a abordagem realizada é qualitativa com método dialético. Quanto à natureza, considera-se como pesquisa aplicada, e os objetivos classificam-se como pesquisa descritiva. Os procedimentos são orientados pela Engenharia Didática. Quanto aos resultados evidenciou-se que a Região Norte do Brasil não usa o material dourado como instrumento para desenvolver abstração reflexionante e não disponibiliza em suas bibliotecas públicas, as obras de Piaget, deste conceito; identificou-se também que o uso do material dourado tem sido mais focado na Educação Especial. Quanto a análise dos livros didáticos utilizados observou-se que apresentam uma lacuna quanto ao assunto relacionado ao objeto desta investigação. Na Análise Preliminar de Dificuldades e Obstáculos de Aprendizagem segundo opinião dos estudantes, em relação ao assunto utilizado na pesquisa de Sistema de Numeração Decimal para a vida prática, estão divididos: em reconhecerem ter dificuldade para a sua aprendizagem ou simplesmente em afirmarem que não possuem dificuldade em aprender o conteúdo. Nas análises a posteriori constatou-se na sequência didática 01 a abstração reflexionante de reflexionamento numa frequência de cinco dentro de um universo de oito estudantes avaliados; assim como na sequência didática 02 a frequência de cinco ocorrências de abstrações reflexionantes contra quatro ocorrências de abstrações empíricas, e, finalmente, na sequência didática 03, oito ocorrências de abstrações reflexionantes de reflexão num universo de nove estudantes avaliados ratificando que o uso de material dourado possui potencial para promover no estudante, com a mediação da Engenharia Didática, o desenvolvimento de seu senso crítico quanto à escolha de demais bens culturais a ele oferecidos em ambiente multimídia porque promove o exercício da reflexão e do reflexionamento. Portanto, o uso do material dourado com foco no desenvolvimento da abstração reflexionante é possível num contexto pedagógico-intencional e pode ser estratégia do professor em escola pública para apropriação discente de bens culturais matemáticos. Futuras pesquisas, nesse sentido, proporcionariam diversas consequências a serem mapeadas e aprofundadas.

Palavras-chave: Sequências Didáticas. Ensino Fundamental. Engenharia Didática.

ABSTRACT

This work aims to evaluate the use of golden material with a focus on reflective abstraction, applying Didactic Engineering in teaching Mathematics to students in the 5th year of Elementary School. The research was carried out in a school in the State Public Education Network, located in the South Zone of Manaus. The investigation starts from the question of which didactic sequences aimed at teaching mathematics that propose the use of golden material, have the potential to develop reflective abstraction? And can they be supported in an intentional pedagogical environment guided by the Theory of Didactic Situations? Great was the journey that culminated in the child as a citizen with a subjective right to education and who needs logical-mathematical instruments, especially in the 21st century ('bombardment' of diverse multimedia content), to develop intentional cognitive structures, capable of leading them to the intelligence of filtering and appropriating this content, throughout its historical process of physical and social maturation. In this sense, the approach taken is qualitative with a dialectical method. As for its nature, it is considered applied research, and the objectives are classified as descriptive research. The procedures are guided by Didactic Engineering. Regarding the results, it was evident that the Northern Region of Brazil does not use golden material as an instrument to develop reflective abstraction and does not make Piaget's works of this concept available in its public libraries; It was also identified that the use of golden material has been more focused on Special Education. Regarding the analysis of the textbooks used, it was observed that they present a gap regarding the subject related to the object of this investigation. In the Preliminary Analysis of Learning Difficulties and Obstacles, according to the students' opinion, in relation to the subject used in research on the Decimal Number System for practical life, they are divided: whether they recognize that they have difficulty in learning or simply state that they do not have difficulty in learning the content. In the a posteriori analyses, in didactic sequence 01, the reflective abstraction of reflection was found at a frequency of five within a universe of eight students evaluated; as well as in didactic sequence 02, the frequency of five occurrences of reflective abstractions against four occurrences of empirical abstractions, and, finally, in didactic sequence 03, eight occurrences of reflective abstractions of reflection in a universe of nine evaluated students, ratifying that the use of golden material has the potential to promote in students, with the mediation of Didactic Engineering, the development of their critical sense regarding the choice of other cultural goods offered to them in a multimedia environment because it promotes the exercise of reflection and reflection. Therefore, the use of golden material with a focus on the development of reflective abstraction is possible in an intentional pedagogical context and can be a teacher's strategy in public schools for student appropriation of mathematical cultural goods. Future research, in this sense, would provide several consequences to be mapped and deepened.

Keywords: Didactic Sequences. Elementary School. Didactic Engineering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aplicação do material dourado quanto formação do número.....	39
Figura 2 – Aprendizado de subtração com o material dourado.....	40
Figura 3 – Aprendendo adição com o material dourado.....	40
Figura 4 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 1 de 14.....	99
Figura 5 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 2 de 14.....	100
Figura 6 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 3 de 14.....	101
Figura 7 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 4 de 14.....	102
Figura 8 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 5 de 14.....	103
Figura 9 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 6 de 14.....	104
Figura 10 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 7 de 14.....	105
Figura 11 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 8 de 14.....	106
Figura 12 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 9 de 14.....	107
Figura 13 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 10 de 14.....	108
Figura 14 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 11 de 14.....	109
Figura 15 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 12 de 14.....	110
Figura 16 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 13 de 14.....	111
Figura 17 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 14 de 14.....	112
Figura 18 Peças componentes do material dourado.....	128
Figura 19 - Origem das ideias de brincar com material dourado na SD02.....	146
Figura 20 - Interações em situações adidáticas	161
Figura 21 - Resultado da produção do Estud.3 na SD02.	164
Figura 22 - Resultado da produção do Estud.5 na SD02	164
Figura 23 - Resultado da produção da Estud.8 na SD02.....	165
Figura 24 - Resultado da produção da Estud.1 na SD02.....	165
Figura 25 - Resultado da produção da Estud.2 na SD02.....	166
Figura 26 - Resultado da produção da Estud.9 na SD02.....	166
Figura 27 - Resultado da produção da Estud.4 na SD02.....	167
Figura 28 - Resultado da produção da Estud.10 na SD02.....	167
Figura 29 - Resultado da produção da Estud.6 na SD02.....	168

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Características metodológicas.....	60
Quadro 2 - Síntese da Fase 01.	66
Quadro 3 - Síntese da Fase 02.	68
Quadro 4 - Síntese da Fase 04.	72
Quadro 5 - Compilação de assuntos considerados relevantes na revisão de literatura..	78
Quadro 6 - Conteúdo da sequência didática 01 (SD-01).....	125
Quadro 7 - Elementos de validação da SD-01.....	125
Quadro 8 - Procedimentos da SD-01.	127
Quadro 9 - Conteúdo da sequência didática 02 (SD-02).....	128
Quadro 10 - Elementos de validação da SD-02.....	130
Quadro 11 - Procedimentos da SD-02.	132
Quadro 12 - Conteúdo da sequência didática 03 (SD-03).....	133
Quadro 13 - Elementos de validação da SD-03.....	134
Quadro 14 - Procedimentos da SD-03.	137
Quadro 15 - Fotos de estudantes na vivência da SD01.....	142
Quadro 16 - Fotos de estudantes na vivência da SD02.....	147
Quadro 17 - Fotos de estudantes na vivência da SD03.....	155
Quadro 18 - Classificação dos tipos de abstração na SD01	159
Quadro 19 - Atualização dos elementos de validação da SD-01.....	160
Quadro 20 - Classificação dos tipos de abstração SD02.....	163
Quadro 21 - Atualização dos elementos de validação da SD02.....	169
Quadro 22 - Classificação dos tipos de abstração na SD03	172
Quadro 23 - Atualização dos elementos de validação da SD03.....	173

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Qualificação das respostas dos estudantes quanto a dificuldades e obstáculos de aprendizagem	97
Tabela 2 - Ocorrência de erros mais comuns cometidos pelos estudantes	98

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Resultado da Avaliação Nacional da Alfabetização 2013 em Matemática..	28
Gráfico 2 - Resultado SAEB / ANA 2016 em Matemática.....	29
Gráfico 3 - IDEB do Estado do Amazonas 2005 - 2019.....	30
Gráfico 4 - IDEB do município de Manaus / Amazonas 2005-2019.....	31

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

Bolema – Boletim de Educação Matemática, revista da Universidade Estadual de São Paulo.

CAFe - Comunidade Acadêmica Federada

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CCSD - *Centre pour la Communication Scientifique Directe*

CEB – Câmara de Educação Básica

CET - Comitê de Ética em Pesquisa

CONEDU – Congresso Nacional de Educação

CONEP - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa

Covid-19 – *Corona Virus Disease* 2019

DCNs - Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica

EduFSCar – Editora da Universidade Federal de São Carlos, SP

EEM - Escola de Enfermagem de Manaus

EESCM – Escola Estadual Senador Cunha Melo

EF05MA01 - Habilidade BNCC que prevê “Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal”

EMP - Educação Matemática Pesquisa (revista)

Estr. - Estratégia

Estud. – Estudante

FEN017 - disciplina Projeto de Pesquisa II

FET163 - disciplina de Conteúdo e Metodologia no Ensino de Matemática

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IEAA - Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

Irems – Institutos de Pesquisa Sobre o Ensino da Matemática

LDBEN – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC – Ministério da Educação

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – *Programme for International Student Assessment*

PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

PNE – Plano Nacional de Educação

PPGECH – Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Humanidades

PPGECH/IEEA/UFAM – Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Humanidades / Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente / Universidade Federal do Amazonas

PUCRS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

SADEAM - Sistema de Avaliação do Desempenho Educacional do Amazonas

SAEB / ANA – Sistema de Avaliação da Educação Básica / Avaliação Nacional de Alfabetização

SEAD/UFRGS – Secretaria de Educação a Distância da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SBPC – Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência

SD – Sequência Didática.

SEDUC – Secretaria de Educação do Estado

TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TEDE – Sistema de Publicação Eletrônica de Teses e Dissertações da Universidade Federal do Amazonas

UAB/UFRGS – Universidade Aberta do Brasil /

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UFAM – Universidade Federal do Amazonas

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	20
1.1. Justificativa	22
1.2. Os objetivos	25
2. TEORIA	26
2.1. Importância da matemática para a sociedade	26
2.2. Contexto atual dos indicadores de ensino-aprendizagem da matemática	28
2.3. Ensino de matemática: dificuldades, muitas propostas nos documentos, baixa aprendizagem dos estudantes brasileiros	34
2.4. A respeito do material concreto e do material dourado	37
2.5. A respeito da abstração reflexionante, da abstração refletida e da conscientização	40
2.6. A respeito da teoria das situações didáticas e da engenharia didática	45
2.7. A respeito da dialética	49
2.8. A Engenharia didática como metodologia de pesquisa	50
3. METODOLOGIA	54
3.1. Características metodológicas gerais	54
3.1.1. Quanto a abordagem: Pesquisa qualitativa	55
3.1.2. Método de abordagem: Método dialético com orientação filosófica na epistemologia genética	56
3.1.3. Quanto à natureza: Pesquisa aplicada	57
3.1.4. Quanto aos objetivos: Pesquisa descritiva	58
3.1.5. Quanto aos procedimentos: Engenharia Didática	59
3.1.6. Lócus da pesquisa	59
3.1.7. Quadro-síntese das características metodológicas da pesquisa	59
3.2. Método de procedimento – Engenharia Didática	60
3.2.1. Análises preliminares	60
3.2.2. A concepção e análise a priori das situações didáticas de engenharia	67
3.2.3. Experimentação	68
3.2.4. Análise e avaliação a posteriori	68
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	73
4.1. Revisão de literatura	73

4.1.1.	Bases de dados consultadas.....	73
4.1.2.	Conteúdos encontrados.....	76
4.1.3.	Potencialidades da abstração reflexionante estimulada pelo material dourado e situações didáticas no ensino da matemática.	78
4.1.4.	Palavras finais na revisão de literatura.	84
4.2.	A vivência das análises preliminares.....	85
4.2.1.	Análise preliminar epistemológica.....	85
4.2.2.	Análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes.....	96
4.2.3.	Análise preliminar erros mais comuns cometidos pelos estudantes.	97
4.2.4.	Análise preliminar do campo de restrições do lócus da pesquisa.	112
4.2.5.	Parecer a respeito das análises preliminares realizadas.	121
4.3.	A vivência da concepção e da análise a priori.....	124
4.3.1.	SD 01 – Exercitar a abstração reflexionante.	124
4.3.2.	SD 02 – Conhecendo o material dourado	127
4.3.3.	SD03 – Sistema de numeração decimal e o material dourado	133
4.4.	A vivência da experimentação.....	138
4.4.1.	SD01 – Exercitar a abstração reflexionante.....	138
4.4.2.	SD02 – Conhecendo o material dourado	142
4.4.3.	SD03 – Sistema de numeração decimal	147
4.5.	A vivência da análise e da avaliação a posteriori.....	155
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	179
	Referências.....	181
	Apêndices	192
	Apêndice C - Cédula de consulta por envelope.....	192
	Apêndice D - Formulário para elaboração da sequência didática para o projeto de pesquisa de dissertação.	194
	Apêndice E - Questionário após terminada a sequência didática.....	197
	Apêndice G - Registro de atividade em sala de aula.	200
	Apêndice H - Argumento que finaliza a sequência didática 01 do experimento.	201
	Apêndice I - Registro de anotação dos números.....	202
	Apêndice J - Orçamento	203
	Anexos	206
	Anexo C – Modelo do TCLE para pais / responsáveis (Termo de consentimento livre e esclarecido para pais / responsáveis)	206
	Anexo D – Modelo do TALE (Termo de assentimento livre e esclarecido) para menores de 18 anos	210

Anexo E – Termo de autorização de uso de imagem e áudio	213
Anexo G – Cartaz sobre sistema de numeração decimal	214
Anexo H – Subsídio da sequência didática 03	214
Anexo I – Modelo do TCLE para professores que ensinam matemática (Termo de consentimento livre e esclarecido para professores que ensinam matemática)	216
Anexo J – Modelo do TCLE para pedagogos (Termo de consentimento livre e esclarecido para pedagogos)	219
Anexo L – Modelo do TCLE para bibliotecários (Termo de consentimento livre e esclarecido para bibliotecários)	222

1. INTRODUÇÃO

Busca-se caracterizar essa caminhada de pesquisa com as marcas da trajetória histórica do pesquisador frente ao seu objeto de interesse, o qual foi se construindo conforme os estímulos impostos por aspectos de ordem pessoal, acadêmica e social. Vertentes que dialogam entre si, interagem e promovem o avançar da perspectiva que será posta aqui como fruto desse caminhar.

No contexto de ordem pessoal, os estímulos que compõem a trajetória de conceber e realizar a presente pesquisa, possuem fundamentação primeira na característica humana e íntima deste estudante-pesquisador, que deseja tornar-se efetivamente pesquisador, e que acredita nas relações diretas e sem subterfúgios, claramente identificadas, expostas e manifestas concretamente perante as pessoas com as quais se relaciona: esclarecendo regras e caminhos necessários para uma boa relação. É este modo de ver o mundo material e as relações interpessoais que suscitou o olhar, durante a segunda graduação (2015-2019), na Licenciatura em Pedagogia pela Universidade Federal do Amazonas, para o material concreto como elemento inicial desta dissertação. Assim é possível inferir que esta característica pessoal fez o enxergar do material dourado como elemento de destaque.

Com mais especificidade, foi nas aulas da disciplina de Conteúdo e Metodologia no Ensino de Matemática (FET163), ministrada pela Professora MSc. Yone Gama da Costa, que nos foi apresentado o material dourado de Montessori (1870-1952): médica italiana do século 19, que dedicou sua vida à criança ser ouvida em suas singularidades. A partir disso, uma gama de possibilidades e de identificações com a ideia do concreto começaram a se desenvolver.

Aliadas a esse viés, as leituras de dissertações e teses, estimuladas na disciplina Projeto de Pesquisa II (FEN017), sob a orientação da Professora Dra. Sônia Selene Baçal de Oliveira, descortinou o início da caminhada junto aos diversos porquês das dificuldades em se ensinar e aprender Matemática. Veio o primeiro contato com a Educação Matemática na tese de Ferreira (2009) e nas dissertações de Machado (2007) e de Rafael (2016), até então, um conceito novo que não nos havia sido apresentado nas disciplinas de graduação.

Também ocorreu uma ampliação nos vários conceitos de Piaget (1896-1980), biólogo, psicólogo e epistemólogo suíço, em especial, a Abstração Reflexionante (PIAGET, 1977/1995) cuja leitura inicial foi feita na dissertação de Rafael (2016).

As leituras de teses e dissertações, como por exemplo, Bacury (2017), Ferreira (2009), Machado (2017), Rafael (2017), fizeram perceber, mais forte ainda, a relação entre os conceitos “sociedade” e “pesquisa”. Essa percepção estimulou o aspecto social desta dissertação: contribuir com a criança, futuro adulto e, quem sabe, cidadão crítico e atuante em sua comunidade. Atuação que pode ser mediada pela Matemática: uma disciplina/habilidade estereotipada, segundo o senso comum, como difícil e relegada como “chata”, estimulando paradigmas que se perpetuam por toda a existência adulta e repercutem em diversas áreas da vida do cidadão.

Como é possível perceber, a escolha do tema é também uma trajetória histórica pessoal. O presente curso de Mestrado no PPGECH (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades) ratificou essa escolha quando apresentou Brousseau (2008a) e a Teoria das Situações Didáticas, descortinando o universo da epistemologia matemática, com especificidade para a Engenharia Didática (ARTIGUE *et al.*, 1995), remetendo-nos ao inexplorado e fazendo desta dissertação um elemento impulsionador de mais passos em pesquisa.

A abstração reflexionante é teoria de Jean Piaget (1896-1980) e é a essência mesma, segundo o emérito epistemólogo suíço, do raciocínio lógico a ser estimulado no processo educativo conforme se lê em sua obra de mesmo nome “Abstração Reflexionante” (PIAGET, 1977/1995) onde o sujeito na interação com o objeto extrai novos aspectos das relações, coordenações com tais objetos e constrói novas condições que atendam às suas necessidades.

O material dourado é oriundo da teoria de Montessori (1870 - 1952) e foi originado a partir de contas douradas. Lubienska de Lenval, seguidora de Montessori, conforme elucidam Daltoé e Strelow (1998, pp.02-03), fez adaptação para o formato de cubos de madeira, como se utiliza até hoje. Permanecendo a intenção da emérita médica italiana do artefato ser ponte entre o mundo concreto e as abstrações da criança em desenvolvimento.

A engenharia didática é parte da didática da matemática francesa. Nesta pesquisa se utilizou da referência de Artigue *et al.* (1995) os quais propõem, como metodologia de pesquisa, as análises preliminares, a análise a priori, a experimentação e a análise a posteriori e validação. Como será possível observar ao longo da dissertação.

Embora a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008a) não figure na descrição do tema da presente dissertação, ela está intimamente relacionada como procedimento de investigação dos objetivos propostos, descritos a seguir de modo claro e direto. A teoria das situações didáticas propõe situações que desafiam os estudantes a resolverem-nas, tanto quanto solicita que os mesmos possam explicar o modo como fizeram para chegar à resolução proposta, tudo isso feito de modo compartilhado com os demais estudantes, gerando, o que a teoria chama de institucionalização.

Também leva em consideração o ambiente em que os estudantes são submetidos, dá ênfase ao contrato pedagógico feito entre o educador e o educando para o processo de descobertas a serem realizadas e chama a atenção para as variáveis didáticas, que são aquelas em que os estudantes são estimulados para a realização dos desafios propostos pelas situações didáticas, mas que estão fora da intencionalidade prevista pelo professor durante o processo de ensino-aprendizagem.

Esta dissertação está dividida em 05 (cinco) capítulos. No capítulo 01 está a **introdução** com a **justificativa** e a descrição dos **objetivos**. No capítulo 02 está a **teoria** com o aporte dos teóricos utilizados no desenvolvimento de toda a pesquisa. O capítulo 03 apresenta a **metodologia** descrevendo o caminho metodológico definido e aprovado pelo Conselho de Ética em Pesquisa da UFAM. No capítulo 04 são apresentados **resultados e discussões** a respeito do que foi colhido na trajetória de pesquisa. No capítulo 05 estão dispostas as **considerações finais** a respeito do andamento de todo o trabalho realizado: um olhar para o realizado, mas também com vistas ao futuro.

1.1. Justificativa

A criança é um cidadão, que possui o direito subjetivo à educação. Ou seja, só pelo fato de nascer ela já tem o direito de se inteirar da sua herança cultural, que são todos os conhecimentos produzidos pelos seus antecessores pertencentes à mesma Humanidade de que ela faz parte. Dessa forma, a apropriação dos bens culturais por parte da criança com sua chegada ao mundo material é-lhe um direito.

Em pleno século XXI, com o advento crescente da multimídia nos meios de comunicação, essa mesma criança é ‘bombardeada’ de conteúdo em relação a diversos assuntos. Mas, para que haja a educação, que se entende como a formação de hábitos capazes de guiar esse indivíduo, hoje criança, amanhã adulto, na consecução dos seus próprios objetivos que lhe tornem uma pessoa feliz e que contribua para a felicidade da

comunidade, faz-se necessário a intencionalidade de conduzir essa criança, que por direito, possui a incapacidade legal de filtrar e se apropriar desse conteúdo. Cabendo aos que lhe são responsáveis, inclusive com a participação do Estado na realização desse desiderato: construída historicamente.

Nesse sentido, cabe uma breve síntese do pensamento de Ariès (2021) a respeito do desenvolvimento do modo de se observar esse educando na linha do tempo histórico, que no século XVI, era tido como um adulto em miniaturização precisando apenas receber passivamente o conteúdo perante um professor transmissor/expositor. No século XVII, conforme Lopes (2018), surge Comenius (1592-1671) com sua *Didática Magna* (1657) afirmando que “(...) ao invés de livros mortos, por que não podemos abrir o livro vivo da natureza? Devemos apresentar a juventude as próprias coisas, ao invés das suas sombras.”. Com o século XVIII, Rousseau (1727-1778) é o precursor de uma nova concepção de Educação. “Contra a educação tradicional, Rousseau propõe uma ação pedagógica menos racionalista e mais sensível e experimental.” (PAIVA, 2021). Nesse sentido Pestalozzi (1746 – 1827) e Froebel (1782-1852) trazem o conceito de uma escola onde o conceito é originário da ação direta do educando da experiência direta e das operações (ARCE, 2015). Montessori (1870 – 1952) e Decroly (1871 – 1932), desenvolveram didática voltada para matemática com proposta de ativa participação do educando (DENY; PIGACHE, 2018). As reflexões de Piaget (1896 – 1980) trouxeram complemento a essa obra, com a abstração reflexionante (PIAGET, 1977/1995) a partir de sua epistemologia genética na qual a criança deve extrair do concreto as regras que ditam as relações entre elementos materiais, procedendo paulatinamente, o movimento do concreto para o abstrato, do operacional para o formal.

Isto posto, é possível afirmar, apenas considerando a teoria de Piaget e a reflexão em torno do uso do material concreto, que o estudante do 5º ano do Ensino Fundamental I, entre 10 (dez) e 11 (onze) anos, considerado o Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2017), possui nesse intervalo de desenvolvimento biológico e psicológico que, Piaget nominou de fase operacional concreto (dos sete aos doze anos), cujas características conforme Schirmann *et al.* (2019), podem ser listadas em: operações concretas, memória espacial, possibilidade de realizar classificação e seriação, dependência de ideias concretas para chegar a conclusões, dentre outras. Conhecendo tais características o professor sabe um pouco a respeito do estudante que está com ele em sala de aula, podendo eleger estratégias mais adequadas para contribuir na sua

apropriação dos bens culturais que lhe são herança, especialmente os matemáticos aqui em destaque.

Então, nessa trajetória, a pesquisa migrava de um contexto de curso de pedagogia com foco em educação para um programa de pós-graduação com foco no ensino. E com mais especificidade, assumia compromisso com a linha de pesquisa 2 - Fundamentos e metodologias para o ensino das ciências naturais e matemática. E surgia mais dúvida: será então que a mudança de foco do âmbito “educação” para o “ensino” afeta em muito o modo de ver e de conceber a condução da pesquisa? Mas, Paulo Freire baliza e apascenta essa vertente, quando diz:

É preciso sobretudo, e aí já vai um destes saberes indispensáveis, que o formando, desde o princípio mesmo de sua experiência formadora, assumindo-se como sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é *transferir conhecimentos*, mas criar possibilidades para a sua produção ou a sua construção. (FREIRE, 2015, p.24)

A ebulição de uma dúvida recebia a água refrescante acalmadora, pois, no redesenhar da condução da pesquisa, a essência permanecia a mesma: a de criar caminhos para o desenvolvimento do pensar, pautado na observação do mundo material e retirando dele as suas conclusões através de abstrações. Para que a pesquisa avançasse em seus pressupostos, foram consideradas questões iniciais, registradas aqui, de modo histórico. A sua descrição no tempo verbal do futuro do pretérito retrata o avançar paulatino do amadurecimento da condução do pensamento na pesquisa: Será que sequências didáticas voltadas para o ensino da matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental que propõem o uso do material dourado e têm potencial para desenvolver a abstração reflexionante, podem estar subsidiadas num ambiente intencional pedagógico orientado pela teoria das situações didáticas? Qual o método de abordagem para a problemática desta pesquisa: a engenharia didática ou a teoria das situações didáticas? Ou somente esta última daria conta dessa missão? Será que o método de abordagem deve estar pautado nos métodos tradicionais, indutivo, dedutivo ou experimental? Será que o método de procedimento pode ser somente o da teoria das situações didáticas? Ou deve estar atrelado à engenharia didática? Será que os conceitos, material concreto e abstração reflexionante, podem ser potencializados por um ambiente intencional pedagógico pautado na teoria das situações didáticas?

Estas questões foram respondidas e suas respostas orientaram a organização e consecução do resultado de pesquisa aqui exposto. Para responder a estas perguntas houve

o aprofundamento de leituras no referencial teórico e na revisão de literatura em relação aos núcleos destacados acima. Daí a importância de se considerar os objetivos propostos, pois, eles geraram reflexão em torno das condições da metodologia da pesquisa realizada quanto aos demais fatores que compõem o processo: condições materiais de aplicabilidade da metodologia, pertinência da metodologia à realidade, capacitação, organização material dos elementos necessários para empreender a pesquisa.

1.2. Os objetivos.

Dentre o conjunto de perguntas anteriormente descritas, resolveu-se estabelecer como referencial, em meio a tantas opções, o seguinte objetivo geral: Avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a engenharia didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

E, para que este objetivo geral possa ser atingido, foram determinados os objetivos específicos, que lhes são oriundos e estão assim descritos: 1) Criar sequências didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5º ano do Ensino Fundamental; 2) Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante; 3) Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática; 4) Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a engenharia didática.

2. TEORIA

Este capítulo reúne o aporte teórico abordado na presente pesquisa. Inicia com autores que abordam a importância da matemática num viés social, inclusive com indicadores. Aponta para as dificuldades do ensino da matemática. Trata do material concreto e com especificidade do material dourado. Aborda ainda a abstração reflexionante de Piaget (1977), a teoria das situações didáticas de Brousseau (2008) e da engenharia didática de Artigue et al (1995).

2.1.Importância da matemática para a sociedade.

Espera-se com este trabalho refletir na metodologia do ensino da matemática, considerando sua importância na sociedade como nos esclarece Ávila (2011, p.6):

(...) a razão mais importante para justificar o ensino da matemática é o relevante papel que esta disciplina desempenha na construção de todo o edifício do conhecimento humano. Desde os primórdios da civilização, o homem, como “ser pensante”, sempre quis entender o mundo em que vive. Será que a Terra é plana? Como se suporta? Como são seus limites últimos? (...) (ÁVILA, 2011, p.6)

Os bens culturais materiais realizados pelo trabalho requerem a presença da matemática para a sua consecução. O “edifício do conhecimento humano”, citado acima por Ávila, repousa em sua maioria nesse viés, já que para vencer os desafios impostos pela natureza e atender às suas necessidades iniciais, o homem amparou-se nos pressupostos que a matemática oferece. Dessa forma, quando o estudante dos anos iniciais do Ensino Fundamental é convidado ao encontro e ao conhecimento de tais pressupostos existe um movimento que representa essa história da Humanidade. Se o homem não buscasse se apropriar da matemática não teria desenvolvido o “edifício do conhecimento humano”. Se a criança não for adequadamente conduzida na apropriação dos bens culturais matemáticos, também não construirá adequadamente o seu “edifício de conhecimento pessoal”: é na educação que se dá tal apropriação.

O quanto é desafiador para um professor da Educação Básica, especificamente do Ensino Fundamental – Anos Iniciais ser condutor do processo de ensino de matemática a crianças que são estudantes e estão na idade certa, conforme Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2017), que tem por finalidade atender à meta 05

do Plano Nacional de Educação (PNE) legalmente instituído na lei 13.005 de 25 de junho de 2014. Se for considerado o senso comum, e se for perguntado a pessoas adultas: qual a disciplina que você teve maior dificuldade de aprendizagem? Ou, por outra, se perguntar: qual a disciplina que você menos gosta? Grande chance existirá de se receber como resposta a matemática. E nesse conjunto de inferências, recorre-se a dois indicadores pertinentes ao ensino-aprendizagem da matemática na Educação Básica. São: o SAEB / ANA (Sistema de Avaliação da Educação Básica / Avaliação Nacional de Alfabetização) (BRASIL, 2018b) e o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) (BRASIL, 2021). Onde, principalmente o primeiro, indica a necessidade premente de atuação para reversão desse quadro de repercussões tão danosas¹ para a sociedade brasileira: tanto no campo imediato quanto no de futuro.

Por outro lado, o estudante do Ensino Fundamental – Anos Iniciais talvez não chegue carregado com esse peso citado anteriormente, mas, pelo contrário, com a expectativa de uma criança, caso sua infância não lhe tenha sido subtraída por imposições econômicas e sociais de toda ordem, conforme afirma o relatório “Brasil livre de trabalho infantil” (REPÓRTER BRASIL, 2013). Cabe, assim, ao condutor dessa curiosidade pueril o grande papel de estímulo no caminho adequado para resultados que libertem nosso futuro adulto cidadão, de estar limitado em seu pensamento crítico da leitura de mundo, onde estará inserido. É prática que deve ser ampliada e buscada incessantemente porque, conforme afirma Paulo Freire: “O respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros.” (FREIRE, 2015, p. 58).

Este mundo é residência para uma sociedade na qual a matemática está presente em diversos aspectos da sua vida cotidiana. Sendo fundamental que seu ensino seja adequado a instrumentalizá-la na interpretação da vida sob sua ótica. Nesta instrumentalização, importa considerar que no dia-a-dia a matemática é requisitada, conforme se exemplifica: para dar o troco nas relações comerciais, para a noção de marcação do tempo de entrada, saída das organizações e desenvolvimento da capacidade lógica para ler o mundo.

Então vale ressaltar que a mediação escolar deve ser uma atribuição dividida pelos interessados nesses frutos. A criança que deseja conhecer o mundo e se apropriar dele porque acabou de chegar e percebe que existe muita coisa a conhecer. O professor que

¹ Ver anexos para detalhes a respeito dos indicadores citados.

por vocação elegeu para sua vida o prazer de ver nos olhos das crianças as descobertas matemáticas. A família que, por via de regra, deseja o melhor para seus filhos e tutelados. O Estado que por força de lei, (Constituição Federal de 1988, artigo 205) tem sido convocado a agir por dever.

2.2.Contexto atual dos indicadores de ensino-aprendizagem da matemática.

O que se observa é a carência, no Brasil, de aprimoramento dessas estratégias de mediação no contexto de ensino-aprendizagem da matemática, evidenciada na história dos resultados obtidos, conforme indicadores, como por exemplo, o de “Resultado da Avaliação Nacional da Alfabetização 2013 em matemática” (Gráfico 1).

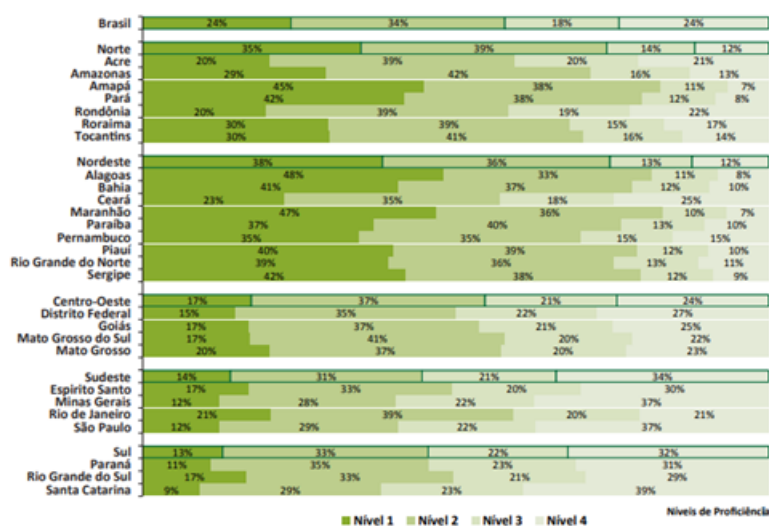


Gráfico 1 - Resultado da Avaliação Nacional da Alfabetização 2013 em matemática
Fonte: BRASIL, 2015, p.28

Na comparação entre as regiões Norte e Sudeste, considerando o nível 1, apresenta resultado de 30% (trinta por cento) da região Norte um, contra 14% (quatorze por cento) da região Sudeste. O nível 1 abrange até 425 (quatrocentos e vinte e cinco) pontos. Indo ao outro extremo, o nível 4, o resultado da região Norte é 12% (doze por cento) enquanto que 34% (trinta e quatro por cento) é o resultado da região Sudeste. O nível 4 abrange de 525 (quinhentos e vinte e cinco) a 575 (quinhentos e setenta e cinco) pontos. Além do que esse nível engloba todas as habilidades dos níveis anteriores e os amplia conforme se lê na referida fonte.

No resultado SAEB / ANA 2016 em matemática (Gráfico 2) é possível observar,

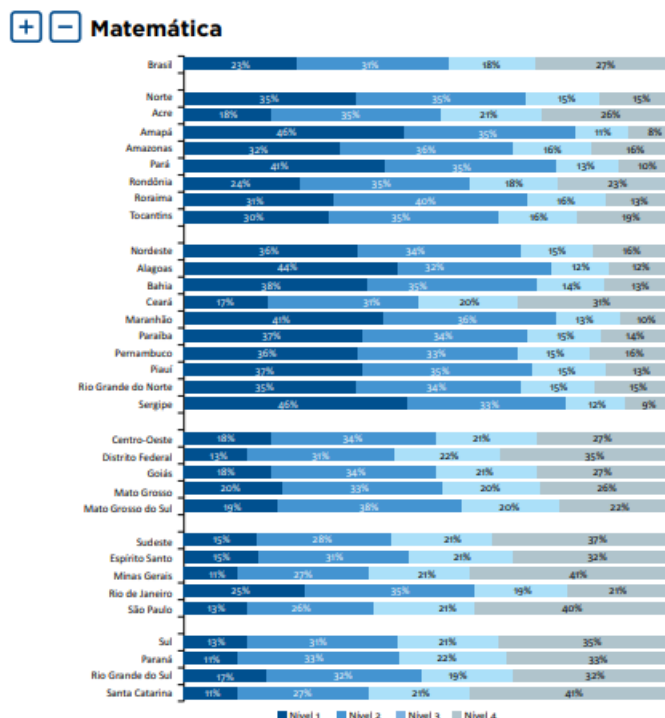


Gráfico 2 - Resultado SAEB / ANA 2016 em matemática

Fonte: BRASIL, 2018b, p.76.

O gráfico acima demonstra que na região Norte os níveis de proficiência em matemática preponderantes são: o nível 1 e o nível 2; os quais são mais elementares. Para efeito de reflexão, e parâmetro de análise, vale notar que as regiões Sudeste e Sul tem como preponderante o nível 4, que é o nível de proficiência cujas habilidades do estudante, englobam os três níveis anteriores e ainda apresentam outras características de proficiência.

Como também no PISA (Programme for International Student Assessment ²— Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - realizado pela OCDE³ (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), indicador internacional que também avalia desempenho do conhecimento matemático dos estudantes a cada 03 (três) anos.

Neste indicador, que chamaremos de PISA Brasil, a média de pontuação no período de 2003 a 2018 foi: 2003 – 356; 2006 – 370; 2009 – 386; 2012 – 389; 2015 – 377; 2018 – 384. Já a média OCDE dentro deste mesmo período foi: 2003 – Não; 2006 –

² <http://www.oecd.org/pisa/>

³ <http://www.oecd.org/about/>

494; 2009 – 495; 2012 – 494; 2015 – 490; 2018 – 489. (OCDE, 2019). Desse modo, se extrairmos a porcentagem de quanto representa o Pisa Brasil em relação às médias OCDE de cada ano, temos: 2006 – 74,89%; 2009 – 77,97%; 2012 – 78,74; 2015 – 76,93%; 2018 – 78,52% (OCDE, 2019).

No viés de outro indicador relevante, é preciso dizer que o Ministério da Educação – MEC criou o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) através de seu órgão executivo, o Inep (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira). Este indicador é obtido a partir do desempenho de estudantes, tanto em língua portuguesa quanto em matemática, tendo sido exigido através do estabelecimento de metas em 2007.⁴ Nesta pesquisa foram inclusos os resultados do Estado do Amazonas quanto os de sua capital, Manaus, cujos recortes estão explicitados nos gráficos a seguir.

No gráfico 3 pode-se observar o desempenho do IDEB do Estado do Amazonas. Neste caso utilizou-se os seguintes parâmetros de pesquisa: Resultado – Estado; Unidade Federativa (UF): AM; Rede de ensino: Estadual; Série / Ano: 4ª série / 5º ano.

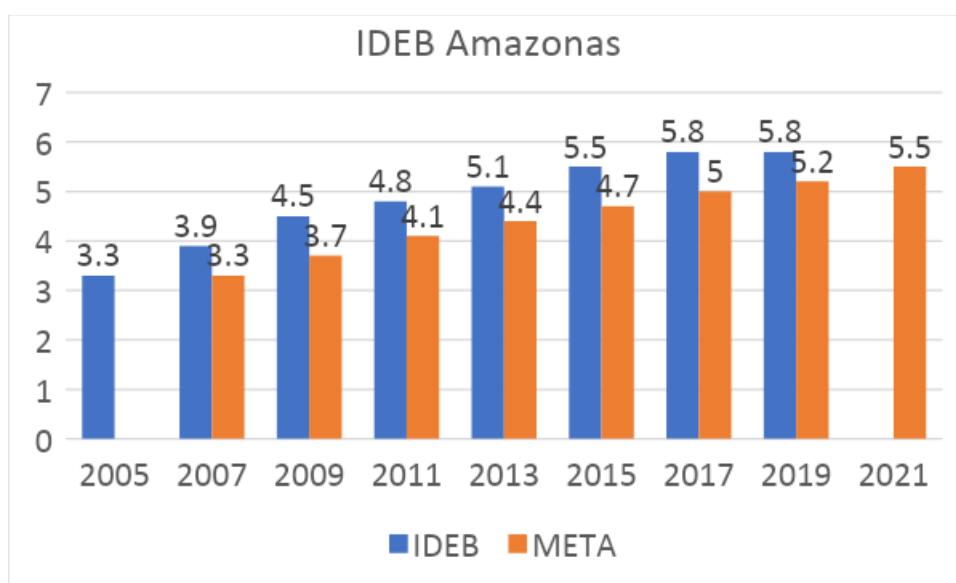


Gráfico 3 - IDEB do Estado do Amazonas 2005 - 2019
FONTE: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/>

Ressalta-se que desde 2007 a 2019 o Amazonas tem conseguido atingir as suas metas de IDEB. No gráfico 4, abaixo, é apresentado o desempenho do IDEB no município de Manaus, cujos parâmetros de pesquisa foram: Resultado – Município; Unidade

⁴ Mais detalhes a respeito do IDEB podem ser obtidos no endereço <http://ideb.inep.gov.br/resultado/> - e nas REFERÊNCIAS.

Federativa (UF): AM; Município: Manaus; Rede de ensino: Municipal; Série / Ano: 4ª série / 5º ano.

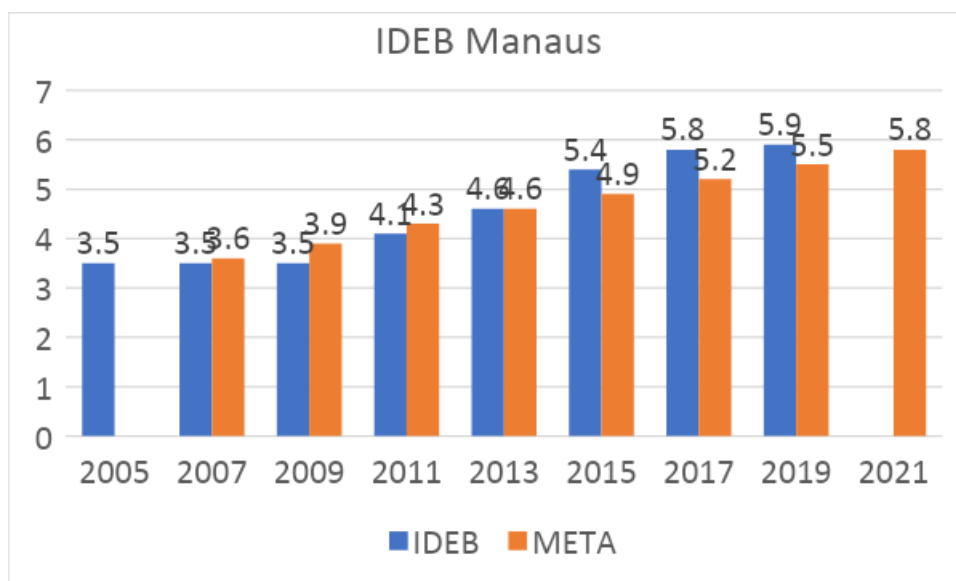


Gráfico 4 - IDEB do município de Manaus / Amazonas 2005-2019

FONTE: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/>

Destaca-se que o resultado obtido em 2017, que foi de 5,8, já atendia plenamente o ano de 2021. Mas será que todo esse resultado obtido no IDEB atende às exigências de educação matemática dos amazonenses?

A matemática é uma linguagem a ser desenvolvida nas crianças desde o início de suas existências e contribui para sua atuação no mundo onde está inserida. Nas reflexões a respeito das contribuições, desafios e possibilidades a respeito do ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é importante considerar a origem da trajetória na Educação Infantil e os conhecimentos prévios trazidos pela criança nessa caminhada para tornar significativa sua aprendizagem, incentivá-la na leitura e intervenção de mundo, promovendo a partir de sua realidade psicológica, o seu desenvolvimento quanto à capacidade de aplicar na sua realidade material os seus aprendizados. Conforme afirma a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, pois, “incorpora a informação à sua estrutura e esquema cognitivo” (AUSUBEL (1978) *apud* FRAZZON, 1999, p.9).

Ensinar matemática é contribuição para que o sujeito tenha domínio de uma linguagem utilizada em todo planeta Terra. Dominar os códigos que compõem sua estrutura de retratar o mundo, fortalece o potencial de comunicação do indivíduo na cultura onde está inserido e na possibilidade de diálogo intercultural. Na construção dessa interculturalidade a matemática é ferramenta fundamental, principalmente com o avanço

tecnológico que gerou maior uso de equipamentos que se utilizam da lógica-matemática. Daí a necessidade de desenvolver o pensamento da criança na matemática para contribuir na inclusão do cidadão, tanto na sociedade brasileira quanto na mundial.

Nesse sentido, desde os Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática, já estão expressos motivos para o aprimoramento do trabalho do ensino:

(...) a necessidade de reverter o quadro em que a matemática se configura como um forte filtro social na seleção dos alunos que vão concluir, ou não, o ensino fundamental e a necessidade de proporcionar um ensino de matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão.” (BRASIL, 1998, p.15)

Enveredar pela pesquisa desse assunto trouxe luz a um conteúdo que oferece muita contribuição no pensar lógico que é fundamental para uma nação mais consciente de seus direitos e deveres. Permitindo que a mudança ocorra de modo gradual e seguro e deixando legado para gerações futuras que possam obter resultados melhores, principalmente de ordem prática da vida. Fazer esse movimento, no entanto, requer muito esforço e atenção.

Especialmente no período de 2020-2021, que foi caracterizado pela pandemia no aspecto sanitário com o advento da Covid-19. Porém, numa analogia, vale ressaltar o sentido pandêmico da doença que ataca a educação em sua estrutura legal de conquistas históricas, dificultando o atendimento àqueles mais vulneráveis através das políticas públicas consolidadas: permanece voraz, seletiva e calculista. No artigo de abertura do *Jornal da Ciência: Publicação da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência*, os senhores Ildeu Moreira e Fernanda Sobral, respectivamente, presidente e vice da instituição mencionada (MOREIRA; SOBRAL, 2021) discorrem sobre alguns desses ataques que têm tornado esse esforço de pesquisa mais significativo, no evidenciar a importância do recurso público ser inteligentemente direcionado para a escola pública e produzir frutos de desenvolvimento de habilidades essenciais no pensamento crítico daqueles que serão a população adulta do Brasil em menos de dez anos adiante.

A matemática tem sido um grande desafio na história da educação brasileira quando se compara os resultados obtidos pelos estudantes em relação a indicadores internacionais conforme já citado (OCDE, 2019). Por outro lado, cabe mencionar que a matemática compõe ferramenta essencial para a vida cotidiana do cidadão, conforme ratifica a obra “Na vida dez, na escola zero” (NUNES, CARRAHER e SCHLIEMANN, 2011) e por isso precisa ser encarada não como simples disciplina escolar, mas como instrumento de relação social. E a percepção de enxergar a matemática pelo prisma que a

realidade vivida diariamente lhe atribui, deve estar presente tanto na mente de professores quanto na de estudantes, para que assim seja possível a comunhão de esforços em prol dos objetivos que são comuns, quando se fala em educação daqueles que são o futuro Brasil.

Melhores resultados de qualidade da educação é assunto que exige análise de diversas variáveis, conforme preceitua Heloísa Luck (2012) quando analisa a questão da gestão educacional:

A gestão educacional dos sistemas de ensino e de suas escolas constitui uma dimensão e um enfoque de atuação na estruturação organizada e orientação da ação educacional que objetiva promover a organização, a mobilização e a articulação de todas as condições estruturais, funcionais, materiais e humanas necessárias para garantir o avanço dos processos socioeducacionais. Estes se justificam na medida em que são orientados para a promoção efetiva da aprendizagem pelos alunos, de modo a contribuir para que se tornem capazes de enfrentar adequadamente, dentre outros aspectos, os desafios da sociedade complexa, globalizada e da economia, que passa a centrar -se cada vez mais no conhecimento para o seu desenvolvimento. (LUCK, 2012, p.09)

Essa busca de aprimoramento, somente gerará aproximações da verdade. Para isso, deve-se levar em consideração os modelos de metodologias, os objetivos que se deseja alcançar, os recursos disponíveis para a execução de tais objetivos e atores que compõem a execução das metodologias definidas. Quando se analisa tais variáveis é possível avaliar fatores que afetam diretamente a proposta educacional expressa publicamente em documentos e observável na vida cotidiana.

No outro lado dessa mesma moeda está a relação entre a subjetividade do estudante e o estudo da matemática. Investigar processos de ensino-aprendizagem, nesta pesquisa, também visa entender como o ensino e as dificuldades de aprendizagem da matemática impactam na vida cotidiana desses mesmos estudantes. Conforme preceitua Paulo Freire na obra “Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa” (FREIRE, 2015):

Por que não discutir com os alunos a realidade concreta a que se deva associar a disciplina cujo conteúdo se ensina, a realidade agressiva em que a violência é a constante e a convivência das pessoas é muito maior com a morte do que com a vida? Por que não estabelecer uma “intimidade” entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos? (...) (FREIRE, 2015, p.32).

Ou seja, além do desempenho formal, exigido pela sociedade e exemplificado no IDEB, também é preocupação avaliar se as metodologias utilizadas, para o ensino da

matemática, promovem o estímulo à leitura de mundo nestes mesmos estudantes sob a ótica dos saberes matemáticos.

2.3. Ensino de matemática: dificuldades, muitas propostas nos documentos, baixa aprendizagem dos estudantes brasileiros.

A vivência de atividades que usam material dourado e variantes de material concreto, ou mesmo aquelas que são propostas / praticadas pelos professores, devem estar alinhadas, de modo a buscar a possibilidade de intervir, de modo mais focado, quanto à pertinência das políticas públicas voltadas a atender ao direito subjetivo da educação e instrumentalizar a sociedade quanto à leitura de mundo.

A UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura) (2016) aprofunda essa discussão:

(...) A cultura de números – ou cultura digital – em que as sociedades atuais estão cada vez mais imersas, as novas responsabilidades que os indivíduos devem assumir, como cidadãos ou como pessoas, as incertezas crescentes que marcam o mundo em que vivemos, exigem uma revisão da ideia de letramento matemático. (...) (UNESCO, 2016, p.13)

Esse argumento ratifica a importância em trazer mais entendimento dos desafios de ensino e de aprendizagem da matemática no cenário brasileiro. E alerta para o diálogo com os desafios da vida cotidiana na perspectiva do indivíduo do século 21 frente às exigências de seu tempo e dos conteúdos propostos pelos documentos oficiais quanto à sua pertinência e adequação.

No início desse percurso investigativo buscou-se dissertações e teses que ampliassem o modo de enxergar o objeto. Foi encontrada a dissertação de Giskele Luz Rafael intitulada “Processos Pedagógicos e a Construção do Conhecimento Matemático no Ensino Fundamental” (RAFAEL, 2016) que atende à linha construtivista, tendo por base a teoria piagetiana, e que muito contribui para o contato com uma série de conceitos úteis ao percurso investigativo naquele momento já encetado. Destaque para os tópicos: “O empirismo no ensino da Matemática”, “A concepção apriorista de ensino”, “A construção do conhecimento matemático”, “Prática docente em Matemática”, “Educação Matemática” e “Sequência didática como referência para o estudo da prática docente”.

Rafael (2016) trata do empirismo no ensino da matemática caracterizando-o na crença de que a aprendizagem se dá pela impregnação dos sentidos. Ressalta que esta prática é vigente nos ambientes escolares e que ao lado do apriorismo, a ser abordado

adiante, compõe a grande justificativa epistemológica dos docentes, a qual é manifestada na aula expositiva, verdadeira expressão atual do comportamentalismo de Skinner, seguida da avaliação para evidenciar o quanto o discente conseguirá repetir o conteúdo ministrado. Com isso dificultando a promoção do sujeito epistemológico, tão necessário ao século XXI.

Na concepção apriorista, mencionada pela mestra Rafael (2016) está expresso a oposição ao empirismo: primeiramente os que defendem que a criança já possui predisposição hereditária para aprender quanto para não aprender; assim como aqueles que creem na maturação como agente natural para que a predisposição de absorção do conhecimento possa manifestar-se no indivíduo.

No tópico “A construção do conhecimento matemático” (RAFAEL, 2016, p.32), a autora evoca o pensamento piagetiano, ratificado por Zabala (2014), que afirma que o insucesso do ensino da matemática está calcado no método de condução. Segue afirmando que os professores precisam conhecer a respeito da formação do sujeito. E que uma deficiência na aprendizagem da matemática é como uma defasagem na construção da própria condição de raciocínio humano. Onde o docente, para melhorar sua atuação nesse quesito, precisa questionar sua prática. Pois que carece encontrar outros caminhos a apontar aos discentes na aprendizagem da matemática.

Mesmo com alguns aspectos descritos no item anterior, a “Prática docente em Matemática” (RAFAEL, 2016) reitera a necessidade de constante reflexão crítica pelo docente a respeito do seu fazer, considerando não somente os índices de monitoramento de resultados objetivos, mas a formação educativa do indivíduo, enquanto ser social e histórico. Para tal, evoca o pensamento freireano como fundamentação que arremata esse aspecto, evocando a necessidade do rigor metodológico na condução dos discentes na sua formação epistemológica.

A “Educação Matemática” (RAFAEL, 2016) é apresentada como uma especificidade, dadas as dificuldades de ensino e aprendizagem da matemática pelo mundo e com o desafio de integrar teoria e prática no caminho de entendimento da linguagem matemática. Para tal desiderato, necessita lançar mão de um segundo conceito: “(...) compreender conceito de sequência didática(...)” (RAFAEL, 2016, p.37), que consiste na descrição da prática do professor, tornando-se subsídio para reflexões relacionadas à mesma.

Os PCNs em matemática (BRASIL, 1998) já preconizavam o conhecimento matemático, suas principais características e seu papel no Ensino Fundamental, assim

como na relação da matemática na construção da cidadania. Ofereciam perspectivas de caminhos para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática na educação básica. Assim como, propunham objetivos gerais e respectivos conteúdos a serem aprendidos pelos estudantes.

Passados 25 (vinte e cinco) anos dos PCNs e cinco anos de BNCC (BRASIL, 2018) e com a pandemia de Covid-19 desde março de 2020 no Brasil, com escolas fechadas e a dificuldade de ministrar aulas; o que se observa no país é o agravamento de um cenário já anteriormente dificultoso a respeito da aprendizagem da matemática. Com base em informações do Todos pela Educação (2019), a aprendizagem adequada em matemática, considerando os 5os (quintos) anos do Ensino Fundamental de escolas públicas e privadas foi: em 2007 de 25,2% (vinte e cinco vírgula dois por cento); em 2017, foi de 48,9% (quarenta e oito vírgula nove por cento). Porém, em 2019 houve decréscimo para 47% (quarenta e sete por cento) conforme o portal de dados QEdu (2021).

A BNCC (BRASIL, 2018) traz as aprendizagens essenciais esperadas para os estudantes, mais as competências gerais da educação básica, em conformidade com: o Plano Nacional de Educação (PNE) de 2014-2024 sob a lei No 13.005/2014; a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional No 9.394/1996; as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNs – PARECER No CEB 004/1998). E adicionalmente contribui à “(...) formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação.” (BRASIL, 2018, introdução).

Fica evidente que, no Brasil, o avanço de documentos oficiais tem ocorrido, sem, no entanto, uma contrapartida satisfatória de melhoria efetiva na sala de aula da escola, principalmente a pública. Os indicadores educacionais não atingem o principal objetivo da educação: que é a aprendizagem dos estudantes. Resta explorar outros vieses como fatores de causa para esse efeito, especialmente quanto ao ensino-aprendizagem da matemática.

Como resposta às dificuldades na aprendizagem da matemática, as autoras Nunes e Hlenka (2017) afirmam que “(...) a dificuldade se encontra na forma como os professores ensinam a Matemática frequentemente despejando conteúdos desvinculados de significados aos alunos. (...)” (NUNES e HLENKA, 2017, p.01). Assim como a pesquisadora Utsumi (2016) aponta as “(...) lacunas formativas em termos da necessidade

de maior acesso e conhecimento das abordagens metodológicas pautadas nas tendências atuais da didática da Matemática (...)” (UTSUMI, 2016, p.09) como fator de causa.

2.4.A respeito do material concreto e do material dourado.

As atividades realizadas nesta pesquisa fizeram uso do material dourado, assim como de atividades planejadas que levaram em consideração na sua concepção os conceitos oriundos da epistemologia genética desenvolvida por Jean Piaget. Os quais estão materializados na abstração reflexionante (PIAGET, 1977/1995), assim como na teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008a) e a engenharia didática representada por Michelle Artigue (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b).

A médica italiana Maria Tecla Artemisia Montessori (1870-1952) concebeu vários recursos didáticos no século XIX para auxiliar no ensino-aprendizagem de crianças com necessidades educacionais especiais lotadas em entidade psiquiátrica, pois: “Muitas dessas crianças da Clínica eram submetidas aos exames escolares públicos, e obtinham resultados semelhantes, ou melhores, aos das crianças das escolas comuns, (...)” (BARRETO E ALMEIRA, 2009, p.01).

A respeito da origem do material dourado é possível ler no fragmento abaixo:

"Preparei também, para os maiorezinhos do curso elementar, um material destinado a representar os números sob forma geométrica. Trata-se do excelente material denominado material das contas. As unidades são representadas por pequenas contas amarelas; a dezena (ou número 10) é formada por uma barra de dez contas enfiadas num arame bem duro. Esta barra é repetida 10 vezes em dez outras barras ligadas entre si, formando um quadrado, "o quadrado de dez", somando o total de cem. Finalmente, dez quadrados sobrepostos e ligados formando um cubo, "o cubo de 10", isto é, 1000." (MONTESSORI apud DALTOË e STRELOW, 1998, p.02).

A preocupação inicial da emérita educadora era o de aproximar o conceito de números do pensamento pueril, a partir da materialidade, “(...) as atividades deveriam ser metodicamente coordenadas, de maneira que as crianças pudessem facilmente avaliar seu grau de êxito enquanto as realizavam (...)” (ROHRS, 2010, p.21). Esse fundamento também deu origem ao material dourado, até hoje utilizado como estratégia possível de se fazer esse entendimento pelos pequenos. De modo mais explícito pode-se ler no fragmento em destaque a respeito de sua origem:

“Inicialmente, o material dourado era conhecido como "material das contas douradas" (...). Embora esse material permitisse que as próprias crianças compusessem as dezenas e centenas, a imprecisão das medidas dos quadrados e cubos se constituía num problema ao serem realizadas atividades com números decimais e raiz quadrada, entre outras aplicações possíveis para o material de contas. Foi por isso que Lubienska de Lenval, seguidor de Montessori, fez uma modificação no material inicial e o construiu em madeira na forma que encontramos atualmente.” (DALTOÉ e STRELOW, 1998, pp.02-03)

Como já dito, dentro do universo do material concreto esta pesquisa pauta-se no material dourado, criado pela célebre educadora com foco em desenvolver um método que apresentasse melhores resultados junto a crianças em geral. Resultados esses, do Método Montessori, que também foram amplamente demonstrados pelo mundo, cujo exemplo destacado neste trabalho é o de Ramos (2019). Pautou-se nas ideias de Montessori nas obras: *Psychogeometry* (MONTESSORI, 2017), cuja publicação original foi em 1934, e *Pedagogia científica: A descoberta da criança* (MONTESSORI, 2020), cuja publicação original foi em 1948.

Experimentar pressupõe o uso do material concreto conforme proposição de Silva et al (2021) o destaque é para a experimentação que chamou mais a atenção porque o método da engenharia didática traz essa autodenominação de método experimental. E, para deixar devidamente esclarecido, a presente pesquisa utilizou tal metodologia na condução dos procedimentos de investigação. Embora o artigo não faça referência a engenharia didática, ratifica a experimentação quando destaca que a “A ação de experimentar é intrínseca da natureza humana, por esse motivo, por exemplo, crianças pequenas se expõem ao perigo ao colocarem o dedo na tomada, jovens experimentam a fim de descobrirem seus limites e adultos ao testarem uma receita culinária.” (p.04). O argumento aproxima a experimentação do processo de ensino-aprendizagem e humaniza sua prática com uso do material concreto.

Os autores trazem os tipos de atividades experimentais e suas características: demonstração, verificação e investigação (SILVA; GOMES; MARINHO; ABREU, 2021, p.06). O que auxilia na eleição do que é mais adequado ao objetivo proposto na presente pesquisa, tornando consciente o uso do instrumento conforme o foco onde se deseja chegar.

Outro destaque no artigo, citado anteriormente, é a proposição de uso do material concreto relacionado a Piaget, como por exemplo: Becker (2012, 2010, 1999), Dolle (1987), Piaget (1977, 1978a, 1978b, 2015), Piaget e Garcia (2011). As obras já citadas por essa pesquisa, e também citadas pelo artigo foram; Piaget (1977/1995, 1976).

Ainda na análise do material concreto, no artigo de Ventura e Laudares (2016) a ênfase para esta pesquisa foi no referencial teórico ampliado a este respeito em Lorenzato (2006a), Nacarato (2005), Fiorentini e Miorin (1990), Matos e Serrazina (1996), assim como os autores destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática (BRASIL, 1998). No entanto, vale destacar que na presente pesquisa, dentro da ordem “material concreto”, foi priorizado o uso do material dourado de Montessori (2017) para uso no experimento com foco na abstração reflexionante (PIAGET, 1977) mediado pela teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008a). Contudo, os subsídios destacados anteriormente, tratam de modo indireto do material dourado que pertence ao conjunto dos materiais concretos e que viabilizam a aprendizagem, especialmente quando se trata de crianças do 5º ano do Ensino Fundamental I, com faixa etária entre 10 (dez) e 11 (onze) anos, considerado o Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2017), que estão em transição do desenvolvimento da capacidade de abstração, conforme Piaget (1999) *apud* Schirmann *et al.* (2019): a criança está em transição da operação concretas para operações formais na maneira de pensar.

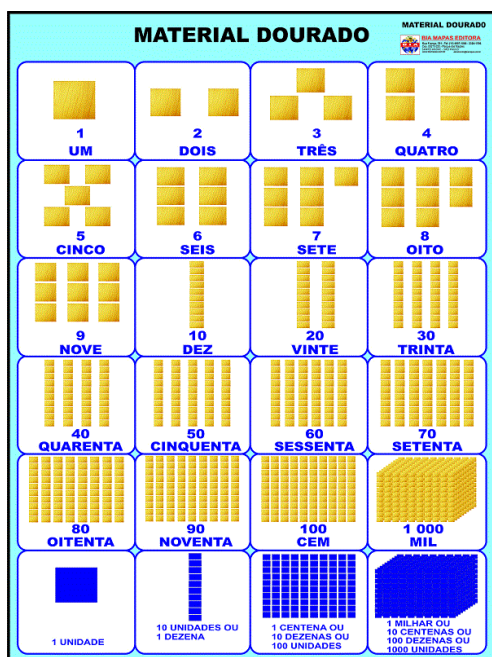


Figura 1 – Aplicação do material dourado quanto formação do número.
 FONTE: <https://www.lojaapoio.com.br/mapas-banners-banner-material-dourado>

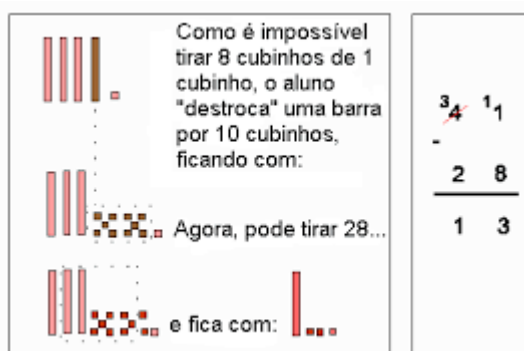


Figura 2 – Aprendizado de subtração com o material dourado.
 FONTE: https://drb-m.org/ht1/material_dourado.htm

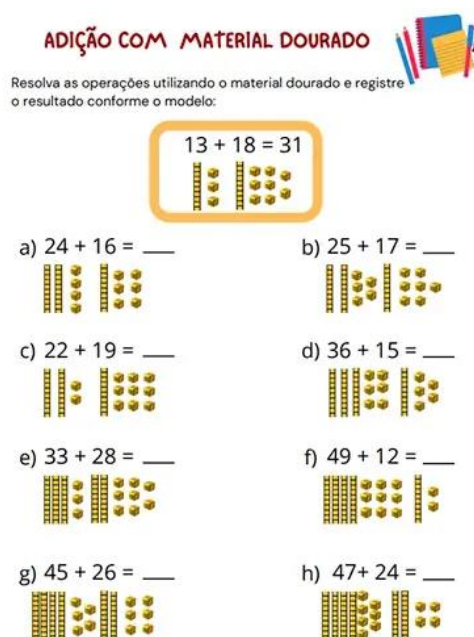


Figura 3 – Aprendendo adição com o material dourado
 FONTE: <https://www.materialdourado.com.br/como-usar-o-material-dourado/>

2.5.A respeito da abstração reflexionante, da abstração refletida e da conscientização.

Para entender a abstração reflexionante importa que se conheça epistemologia genética desenvolvida por Piaget. Com essa finalidade, transcrevemos aqui a fala de Teixeira (2015):

A Epistemologia Genética é a teoria desenvolvida por Jean Piaget, e consiste numa síntese das teorias então existentes, o apriorismo e o empirismo. Piaget não acredita que o conhecimento seja inerente ao próprio sujeito, como postula o apriorismo, nem que o conhecimento provenha totalmente das observações do meio que o cerca, como postula o empirismo. O conhecimento é desenvolvido através de 4 fases (sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto, operatório formal). Para Piaget, o conhecimento é gerado através de uma interação do sujeito com seu meio, a partir de estruturas existentes no

sujeito. Assim sendo, a aquisição de conhecimentos depende tanto das estruturas cognitivas do sujeito como de sua relação com os objetos. Na concepção piagetiana, a aquisição de conhecimento só ocorre mediante a consolidação das estruturas de pensamento, e, portanto, sempre se dá após a consolidação do esquema que a suporta, da mesma forma a passagem de um estágio a outro depende da consolidação e superação do anterior. Para Piaget, o desenvolvimento ocorre de forma que as aquisições de um período sejam necessariamente integradas nos períodos posteriores. Sua teoria depende de 4 elementos: 1. Maturação do sistema nervoso central; 2. Experiências físicas e lógico-matemáticas; 3. Transmissão social; 4. Equilibração das estruturas cognitivas. (TEIXEIRA, 2015)

Para Piaget o indivíduo aprende devido à relação sujeito-objeto. Onde esse objeto pode ser o próprio sujeito. O sujeito possui uma estrutura inicial e quando capta conteúdos diferentes de sua realidade primeira, o faz por um processo que nomeou assimilação. Depois de ter captado esses novos conteúdos o indivíduo precisa acomodá-los à sua estrutura: incorporá-los à sua realidade. O ato em que o indivíduo procura agregar o novo conteúdo a partir da estrutura que já possui, inclusive desenvolvendo novas estruturas que suportem a nova realidade, dá-se nome de acomodação. Quando ele consegue fazer isso, pode-se dizer que está adaptado: ou seja, uma nova estrutura está definida. Embora essa situação não seja permanente, visto que novos conteúdos estão sempre a permear o ser humano em seu desenvolvimento. (PIAGET, 1978b, p.388)

Perceba que Teixeira (2015) destacou que esse desenvolvimento ocorre em fases nomeadas por Piaget como sensório-motor, pré-operatório, operatório-concreto, operatório-formal. Sem um aprofundamento em caracterizar essas fases, já que o objetivo é explicar a fundamentação da abstração reflexionante, passa-se a dar ênfase no termo operatório. Para Piaget operar significa produzir juízos, tomadas de decisão a partir de elementos, que inicialmente são prévios, porque do desenvolvimento inicial da criança enquanto bebê, passando para sua apropriação do mundo material com a leitura dele a partir experiências materiais. Para, paulatinamente, tornar-se mais complexa a tomada de decisão a partir de experiências lógico-matemáticas. (SCHIRMANN et al, 2019).

Dentro deste contexto chama-se a atenção para as experiências físicas e as experiências lógico-matemáticas. E, antes de se falar a respeito delas é importante dizer que para Piaget, o indivíduo vai extrair dessas experiências ou acrescentar nessas experiências determinados elementos. A esse movimento de retirar ou acrescentar a determinada estrutura que o indivíduo esteja construindo ou analisando, Piaget denominou o termo: abstração. Assim, quando se diz que o indivíduo faz uma abstração, quer dizer, segundo Piaget, que o indivíduo pode extrair características ou acrescentar características a determinadas estruturas que compõem o seu eu como organismo.

(PIAGET, 1977/1995, p.301). “A noção de abstrair em Piaget significa “extrair dos observáveis (abstração empírica) ou das coordenações das ações (abstração reflexionante) qualidades que lhes são próprias”” (BECKER, 2012b, p.110 *apud* RAFAEL, 2016, p.30).

As experiências físicas proporcionam ao indivíduo a condição de retirar e direcionar para onde desejar, características que são estáticas e determinadas: essa é a abstração empírica ou simples. Quando o indivíduo se pauta em experiências-lógico-matemáticas (perceba que ele não tem nada de palpável, materialmente falando), ele precisa observar e retirar características que compõem a coordenação dos elementos que ele observa. Quando ele retira essas características e as transfere para uma outra finalidade, o indivíduo está exercitando a abstração reflexionante. Assim, resumindo, a abstração empírica diz respeito a experiências materiais; e, a abstração reflexionante diz respeito a experiências lógico-matemáticas. (PIAGET, 1977/1995, p.274).

Ratificando esta última, recorre-se ao pensamento do próprio Piaget,

A abstração “reflexionante” é um processo que permite construir estruturas novas, em virtude da reorganização de elementos tirados de estruturas anteriores e, como tal, tanto pode funcionar de maneira inconsciente como sob a direção de intenções deliberadas: particularmente, o sujeito de uma investigação ignora, por muito tempo, de que fontes ele tem haurido os mecanismos constitutivos de sua nova construção; (...) (Piaget, 1977/1995, p.193).

Perceba que nela o indivíduo se utiliza de processos formais, ou seja, processos que ocorrem na mente, pois que a abstração reflexionante está fundada nas experiências lógico-matemáticas. Esse é o viés de contribuição do trabalho de Bianchini e Machado (2019) quando oferecem, para esta pesquisa, o artigo de Silva, Barone e Basso (2016) que aborda a abstração reflexionante: fato que tem sido raro, constatado na experiência de revisão de literatura. De modo excepcional, foi realizada a leitura do referido artigo, devido ao motivo, de se ter poucas publicações possíveis a respeito dessa temática.

O artigo é recorte de uma tese e trouxe a proposta de estudo utilizando a modelagem matemática por meio das Cadeias de Markov (p.434) e o uso de tecnologias digitais, e ratificou conceitos da epistemologia genética (PIAGET, 1977/1995) da importância da mediação do professor em relação aos estudantes frente aos objetos, sejam materiais ou mentais, estimulando: a abstração empírica; a abstração reflexionante, com os elementos de reflexionamento e reflexão; a abstração refletida; a conscientização. Com a constatação de que a teoria dá conta de explicar o avanço do desenvolvimento cognitivo

humano em seus diversos aspectos do desenvolvimento conforme é desafiado a fazê-lo a partir da materialidade dos objetos, num crescente de complexidade.

E ainda, grata foi a surpresa no artigo de Silva; et al (2021), a propositura de discussão a respeito de vários conceitos que compõem a epistemologia genética e os utilizam para analisar o desenvolvimento do pensamento matemático ao longo do tempo. No entanto, a proposta do artigo volta-se ao Ensino Superior na temática da Análise Real, o que se distancia da presente pesquisa, que tem por público-alvo crianças do 5º ano do Ensino Fundamental. No entanto, os conceitos de abstração simples ou empírica, abstração reflexionante, abstração refletida, consciência, conscientização, estádios de desenvolvimento, estrutura cognitiva, oferecem subsídio para o desenvolvimento de análise da presente pesquisa e contribuem para modificar o método de abordagem, que antes descrito como método indutivo a ser utilizado. Na leitura do artigo de Thomé, Duro e Andadre (2020) ficou claro que a consideração filosófica da presente pesquisa é o da epistemologia genética de Piaget.

Piaget alerta,

“Lembre-mos, igualmente, de que a abstração reflexionante comporta sempre, dois aspectos inseparáveis: de um lado, “reflexionamento” (*réfléchissement*), ou seja, a projeção (como através de um refletor) sobre um patamar superior daquilo que foi tirado do patamar inferior e, de outro lado, uma “reflexão” (*réflexion*), entendida esta como ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi transferido do inferior.” (PIAGET, 1977/1995, p.274)

Quando a abstração reflexionante organiza elementos que são transferidos de uma condição mais simples, para outra mais complexa com finalidade de projeção para o futuro: estamos diante da abstração reflexionante de reflexionamento. Exemplo: Se o desafio é organizar um novo sistema de distribuição de recursos financeiros para famílias em risco social. E para isso serão analisadas as experiências já vivenciadas, na perspectivas de diversos entrevistados. Na construção desse novo sistema, cada elemento das experiências, servirá para mesclar com outros elementos e formar algo inédito.

Quando o indivíduo faz a retirada de elementos, numa experiência lógico-matemática, para entender outra organização mais complexa, no sentido de recompô-la para entende-la: estamos diante de uma abstração reflexionante de reflexão. Exemplo: no restaurante de uma universidade uma fila, com o passar do tempo, aumenta em comprimento. Pergunta-se: quais os motivos que levam a fazer com que a fila aumente? As buscas por essas respostas terão todas as características de serem abstrações

reflexionantes de reflexão porque tentam explicar um elemento maior numa relação de coordenações lógico-matemáticas dispostas no cenário relatado.

A abstração refletida, citada em parágrafos anteriores, embora, não seja objeto de estudo nesta pesquisa, mas por ter uma ligação com a abstração reflexionante é por isso abordada aqui:

(...) nos níveis superiores, quando a reflexão é obra do pensamento, faz-se necessário distinguir também seu processo enquanto construção de sua temática retroativa, que se torna, então, uma reflexão sobre a reflexão: falaremos neste caso de “abstração refletida” (*réfléchie*) ou de pensamento reflexivo (*réflexive*). (PIAGET, 1977/1995, p. 6)

Piaget fala aqui que a abstração refletida é a reflexão da reflexão, quando a abstração torna-se consciente no indivíduo. Ou seja, ele retira intencionalmente determinada coordenação de ações de um patamar inferior, e agrupando com outras coordenações também retiradas intencionalmente, forma uma nova estrutura. É o pensar científico.

Fernando Becker, tradutor da obra de Piaget e Professor Titular da área de Psicologia da Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul fala a respeito da abstração refletida:

Se o sujeito tomar consciência de uma abstração reflexionante, ter-se-á, independente do seu nível, uma abstração refletida (*abstraction réfléchie* – não traduzimos pela palavra “reflexiva” que reservamos para um significado bem específico, como veremos adiante). Ao longo do desenvolvimento, a criança trabalha com abstrações empíricas, reflexionantes propriamente ditas e pseudo-empíricas, mas, na medida em que evolui, seu avanço, já na adolescência, caracteriza-se por realizações cada vez mais frequentes de abstrações refletidas – se o entorno continuar lançando desafios cognitivos. A atividade científica caracteriza-se por trabalhar intensamente com abstrações refletidas, sem deixar de utilizar todas as outras formas de abstração. (BECKER, 2014, p.108)

Becker alerta para o foco em crianças e a presente pesquisa teve seu foco em estudantes de 10 e 11 anos de idade. Isto posto, é pertinente dizer que o exercício das abstrações reflexionantes quanto mais cedo iniciarem na mente pueril poderão produzir frutos de abstração refletida na mente juvenil e na mente adulta, contribuindo, inclusive, para o estímulo à conscientização.

No entanto, na mesma linha de abordagem da abstração refletida, nesta pesquisa está o termo “conscientização”.

O senso comum forma uma idéia totalmente insuficiente (para não dizer errônea) da tomada de consciência, representando-a como uma espécie de modo de ver que projetaria esclarecimentos sobre realidades até então obscura, mas sem nada mudar (assim como uma lanterna acesa num canto qualquer torna bruscamente tudo visível, sem modificar nada nas proposições ou relações dos objetos). Ora, a tomada de consciência é muito mais do que isso, pois consiste em fazer passar alguns elementos de um plano inferior inconsciente a um plano superior consciente, e que esses dois estágios não possam ser idênticos, a não ser se não houvesse problema e a passagem fosse fácil, o que não é o caso. A tomada de consciência constitui, pois uma reconstrução no plano superior do que já está organizado, mas de outra maneira, no plano inferior (PIAGET, 1978, p. 230).

Em outras palavras para Piaget a conscientização seria a ação de conduzir processos à base de abstrações reflexionantes refletidas, não só para conceber o novo patamar, mas que este novo patamar fosse mais organizado e adequado às necessidades que o indivíduo percebe como relevantes dentro de seu senso crítico. A conscientização é ação.

2.6.A respeito da teoria das situações didáticas e da engenharia didática.

Conforme Saddo Almouloud, em sua obra “Fundamentos da didática da matemática” (ALMOULOU, 2007), precisamente no capítulo I – Fundamentos norteadores das pesquisas em didática da matemática, os estudos voltados a entender o pensamento de Piaget, aplicados ao ensino da matemática, na França, datam da década de 1970, marco com o surgimento da didática da matemática e a criação dos Irem (Instituto de Pesquisa Sobre o Ensino da Matemática). De lá, após a criação de tais institutos, os franceses vêm procurando aprimorar o modo como se pode incentivar o estudo da matemática desde os anos iniciais. Isso levou esta pesquisa a encontrar referência em seus estudos, já que de modo similar, tem seu ponto de partida também nos estudos da teoria piagetiana como foco ao desenvolvimento do raciocínio matemático, com passagem pela discussão a respeito de trabalhos e materiais didáticos produzidos por Montessori.

A teoria das situações didáticas de Guy Brousseau, trouxe os conceitos de variáveis didáticas, situações adidáticas, contrato didático, *milieu* (ou meio), dentre outros que, de modo mais atual, reunindo todos elementos epistemológicos, num grande todo, para que seja, inicialmente, investigado pela reflexão. Sob essa orientação foram escritas sequências didáticas que foram vivenciadas por estudantes de matemática do 5º ano do ensino fundamental. Tais vivências estão reunidas na presente dissertação, num mesmo compêndio, numa crescente, revelando que o pensar abstrato no aspecto formal carece,

para ser desenvolvido: da materialidade para sua análise lógica; e das relações interpessoais e dialógicas para se produzir o resultado final expresso como finalidade nos documentos oficiais que abordam a educação nacional. Os quais estão exemplificados na Constituição Federal, na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, no Plano Nacional de Educação, na BNCC, dentre outros.

Além da obra citada, elegeu-se os seguintes trabalhos de Guy Brousseau para fundamentar esta pesquisa: *Le contrat didactique: le milieu* (O contrato didático: o meio ambiente) (BROUSSEAU, 1990); *Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi?* (O que pode ser ensinado em matemática no ensino fundamental e por quê?) (BROUSSEAU, 2000); Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino (BROUSSEAU, 2008a).

Noutro tanto, vale ressaltar que o início da caminhada de pesquisa trazia em seu bojo apenas a teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008a). No entanto, com o amadurecimento da pesquisa na busca de se melhor entender a teoria das situações didáticas, percebeu-se que ela fazia parte do arcabouço teórico da didática matemática da escola francesa de matemática, o que pode ser evidenciado na fala de Almouloud,

Neste texto falaremos de forma sucinta das principais teorias e/ou constructos teóricos desenvolvidos no contexto da Didática da Matemática (DDM) de pensadores como: Guy Brousseau, Yves Chevallard, Régine Douady, Raymond Duval, entre outros:

- ☐ A Teoria das Situações Didáticas (Guy Brousseau)
- ☐ A Teoria Antropológica do Didático (Yves Chevallard)
- ☐ A Dialética Ferramenta-Objeto e jogos de quadros (Régine Douady)
- ☐ A noção de Contrato Didático (Guy Brousseau)
- ☐ A noção de registro de representação semiótica (Raymond Duval)
- ☐ A Teoria dos Campos Conceituais (Gérard Vergnaud)
- ☐ Gênese instrumental e Gênese documental
- ☐ Paradigmas e Espaço de Trabalho Geométrico

No que diz respeito aos aspectos metodológicos, focamos

- ☐ A metodologia de Engenharia Didática (Michele Artigue)
- ☐ A Engenharia de segunda geração (Marie-Jeanne Perrin-glorian)
- ☐ Engenharia do Percorso de Estudo e de Pesquisa – PEP (Yves Chevallard)
- ☐ Engenharia de formação (Marc Bailleul) (ALMOULOU, 2019)

Desta forma, percebeu-se que a engenharia didática (ARTIGUE et al, 1995b) poderia ser utilizada como arcabouço metodológico, onde, na composição deste, a teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008a) poderia estar presente, reforçando as fases de análise a priori, experimentação e análise a posteriori, conforme exemplifica o próprio Almouloud: “Assim, a análise a posteriori depende das ferramentas técnicas (material didático, vídeo) ou teóricas (teoria das situações, contrato didático...) utilizadas com as

quais se coletam os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa.” (ALMOULoud; COUTINHO, 2008, p.68).

Mas esse entrelace só foi possível porque o conhecimento foi inicialmente, viabilizado quando se acessou a tese de Lisboa (2019), que ampliou o repertório de conhecimentos a respeito da teoria das situações didáticas de Guy Brousseau, indicando, não somente bibliografias novas, como Brousseau (1996, 2008b), Charnay (2008), Gálvez (2008), Pais (2011), mas contribuindo no enriquecimento do modo de enxergar a própria teoria sob um ponto de vista diferenciado, na congruência de autores / obras que já estavam em foco, a saber: Brousseau (1990, 2000, 2008a).

Na dissertação de Souza (2020, p.42) a abordagem dada a teoria das situações didáticas enriqueceu o aprofundamento / entendimento da referida teoria, pois que salientou a sua divisão em ação, formulação, validação e institucionalização. Ratificando as possibilidades da construção das sequências didáticas utilizadas nesta pesquisa. Tais fases foram vivenciadas ricamente conforme se lê na p.62.

Souza (2020, p.43) ainda traz outro destaque dentro da teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008a), que é a situação adidática, onde o estudante deve se deparar com o desafio proposto sem nenhuma imposição institucional ou de cunho planejado pelo professor. O adendo é mais um elemento que aponta para uma boa construção na sequência didática, já que o problema embutido nela deve ser capaz de estimular os estudantes a envolverem-se na resolução, assumindo pra si a busca pela resolução da problemática independente de exigências didáticas.

No estudo inicial realizado por Souza (2020, p.49) foi identificado um modo de obter as variáveis didáticas a serem exploradas durante a experimentação. Esse estudo proposto em comunhão com a presença dos estudantes foi considerado pelo pesquisador da presente pesquisa como estratégia de aproximação muito inteligente e rica em matizes porque advém da fonte: este formato foi utilizado nesta pesquisa a seu turno.

Também foi destacável na dissertação de Maia (2021), a definição das estratégias e dos possíveis erros dos estudantes em uma análise a priori. A referida dissertação ratificou uma série de conhecimentos já percorridos nesta revisão de literatura quanto a engenharia didática e a teoria das situações didáticas, no entanto, Maia (2021) traz para a discussão as obras de Brousseau (1983) e Almouloud (2007) no fundamentar de suas afirmações: o que enriqueceu as proposições.

O modo como foi realizada a formulação e a institucionalização por Souza (2020, pp.49-50) também foi inspirador, pois oportunizou aos estudantes apresentarem suas

estratégias para os demais grupos e para a pesquisadora, em particular: foi a materialização da teoria de Brousseau (2008a), verdadeira inspiração. Além do que na análise a priori realizada por Souza (2020) quanto às vertentes de estratégias e de erros que poderiam vir a ser utilizados pelos estudantes foi devidamente mapeada.

Como dito inicialmente neste subtópico, o efeito colateral da pesquisa junto a teoria das situações didáticas foi conhecer-se a engenharia didática, que se consolida nesta pesquisa a partir do aprofundamento do seu primeiro de estudo. É possível evidenciar que as perguntas iniciais de pesquisa traziam o questionamento se ela, a teoria das situações didáticas, seria capaz de conduzir metodologicamente a pesquisa. E foi na busca estimulada pela revisão de literatura, que a engenharia didática se descortinou como caminho metodológico.

Lisboa (2019) contribuiu para o entendimento quanto a engenharia didática como metodologia de pesquisa. Ratificou as leituras já realizadas e ampliou o repertório de conhecimento, trazendo outro texto da autora de referência: Michèle Artigue (1996). Também incluiu no âmbito de diálogo a respeito dessa metodologia, autores como Almouloud (2011), Almouloud e Coutinho (2017); Brum e Schuhmacher (2013); Machado (2016); Oliveira (2015); Dolz (2016). O que sobremaneira enriqueceu a metodologia, ratificando a orientação da pré-qualificação, evento do mestrado do PPGECH em disciplina do segundo semestre de 2021, que havia prescrito, como orientação de melhoria: delimitação em um tema para a experimentação e definição da sequência didática a ser utilizada.

A dissertação de Fizzon (2018) traz eco na engenharia didática, segundo Michèle Artigue, como metodologia de pesquisa, assim como aborda o uso de material concreto, em forma de jogos didáticos, enquanto estratégia metodológica para aprendizagem, demonstrando sua eficácia junto a jovens do ensino médio: o que aponta a possibilidade dessa estratégia ser pertinente e adequada a crianças do 5º ano do ensino fundamental.

O artigo de Bianchini e Machado (2019) enriqueceu a visão crítica a respeito da engenharia didática especialmente na divulgada por Michèle Artigue, assim como ratificou obras do referencial teórico a este assunto relacionadas: vide Artigue (1996). Noutro aspecto, a abordagem dos artigos destacados pelas referidas autoras evidenciou a influência da escola francesa na educação matemática desenvolvida no Brasil e manifestada nas publicações do periódico Educação Matemática Pesquisa (EMP): onde se ressalta que a própria criação do periódico já foi evidência da influência citada.

2.7.A respeito da dialética.

É necessário voltar à dialética, e analisar a primeira lei da dialética, ação recíproca, citada por Lakatos e Marconi (1986, p.96), com ela, percebe-se que a presente análise, com esta pesquisa, avaliará a ação de ensino junto aos estudantes do 5º ano com uso do material concreto, especialmente o material dourado: o qual é extraído da natureza, visto que são blocos de madeira postos a serviço do ensino com fim de estímulo da abstração reflexionante mediado pela Engenharia Didática: ação humana.

Sob o ponto de vista da lei da mudança dialética, abordada por Lakatos e Marconi (1986, p.98) as quais fazem referência a Engels (POLITZER et al, 1979, p.202) estão a tese, a antítese e a síntese. A reflexão realizada a respeito da consubstanciação dessa lei dentro do contexto da presente pesquisa foi transportada para as considerações dialéticas, no capítulo 5.

Na lei da passagem da quantidade à qualidade, abordada por Lakatos e Marconi (1986, pp.99 e 100) o que se observa em relação à presente pesquisa é que o próprio sistema atual de medição através do IDEB (BRASIL, 2021, p.12) prioriza a quantidade retratada nos números, índices para caracterizar o desempenho da educação. No entanto, o objetivo da presente pesquisa contribui sobremaneira para o entendimento de que o atingimento de melhores índices passa pela qualidade do pensar dos estudantes.

Na lei de interpretação dos contrários, abordada por Lakatos e Marconi (1986, pp. 100 e 101), a pesquisa propõe que a abstração reflexionante substitua, no interior da sala de aula, o ato de copiar e pautar-se por modelos. Trabalhos como os de Rafael (2016, p.30) reiteram a necessidade de se desenvolver no professor uma postura de busca pelo estímulo ao raciocínio lógico-matemático por parte dos estudantes, o que nada mais é, em outras palavras, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante. Ou seja, em vez da aula expositiva, que seja realizada aula que envolva a participação do estudante com uso de material concreto, conforme demonstrou Silva, Gomes, Marinho e Abreu (2021, p.16). O professor que se lança a buscar o desenvolvimento do estímulo da abstração reflexionante em suas aulas, nega-se, por consequência imediata, a fazer uma aula expositiva e baseada na cópia repetida de modelos. A prática da primeira contradiz a segunda, pois que a primeira é inovação e desafio dentro da situação atual, já que a segunda ainda é preponderantemente praticada, conforme evidenciou Assunção e Nascimento (2018, p.29).

2.8.A Engenharia didática como metodologia de pesquisa

A engenharia didática como metodologia de pesquisa que traz em seu bojo uma série de procedimentos de pesquisa que lhe são inerentes, conforme esclarece Michèle Artigue na obra Engenharia Didática (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b):

Como metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática é caracterizada em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em didáticas de aula, ou seja, sobre a concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino. (...) Geralmente distinguem dois níveis: a micro engenharia e a da macro-engenharia, dependendo da importância do treinamento envolvido na investigação. Investigações de micro engenharia são mais fáceis de implementar (...) (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b, p. 36).

O termo engenharia didática é uma referência ao conceito de engenharia tradicional como é conhecido desde os tempos imemoriais do antigo Egito. O engenheiro antes de começar a realizar a obra, elabora um projeto considerando as variáveis que são importantes. De forma semelhante, a didática matemática irá se utilizar do conceito da engenharia didática para proceder os cuidados necessários para detida reflexão e construção do conhecimento matemático que se deseja realizar.

As fases da metodologia da engenharia didática segundo Michèle Artigue são:

Continuamos nessa seção com a descrição da metodologia de Engenharia Didática, por meio de uma distinção temporal de seu processo experimental. Vamos delimitar quatro fases neste processo: fase 1 análise preliminar; fase 2 de concepção e análise a priori das situações didáticas de engenharia, fase 3 de experimentação e finalmente fase 4 de análise e avaliação a posteriori. (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b, p. 38).

Mais adiante, é possível evidenciar os detalhes específicos pertinentes às quatro fases, citadas pelos autores supra destacados. Todas referentes ao uso delas, dentro da referida metodologia de pesquisa, considerando as suas especificidades. Segue-se por fundamentar teoricamente, cada uma das fases em destaque, anteriormente.

O que compõe a análise preliminar é objeto de argumentação de Michèle Artigue na fala destacada, a seguir:

Em uma investigação de Engenharia Didática, a fase de concepção é baseada não apenas em um referencial teórico didático geral e no conhecimento de habilidades didáticas previamente adquiridas na área de estudo, mas também um certo número de análises preliminares: A análise epistemológica dos conteúdos contemplados no ensino. A análise do ensino tradicional e seus efeitos. A análise da concepção dos alunos, da dificuldade e obstáculos que

determinam sua evolução. A análise do campo de restrições onde estará localizado a realização didática. E, claro, todo o acima é feito levando em consideração os objetivos específicos da investigação. (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b, p. 38).

Os procedimentos metodológicos para se realizar a fase 01 da análise preliminar referente ao conteúdo matemático especificado anteriormente, são os seguintes: análise preliminar epistemológica, análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes, análise preliminar erros mais comuns cometidos pelos estudantes e análise preliminar do campo de restrições.

A fase 02 “de concepção e análise a priori das situações didáticas de engenharia” diz respeito à construção das sequências didáticas que foram utilizadas como estratégias para promover a aprendizagem com foco na abstração reflexionante e utilizando o material dourado. Vale ressaltar que Artigue et al (1995b, pp.42 e 43) destaca que nessa fase devem ser consideradas “(...) variáveis de comando que o pesquisador considera relevantes. (...) Variáveis macro-didáticas de comando globais dizem respeito à organização global de engenharia; e as variáveis micro-didáticas (...) se referem a organização de uma sequência ou fase. Ambas podem ser gerais ou dependentes do conteúdo didático.” Neste esforço de pesquisa as variáveis didáticas identificadas com caráter de micro-didáticas foram: o material dourado, os materiais concretos que compuseram as sequências didáticas e previram as oportunidades para o compartilhamento dos estudantes quanto a como resolveram os desafios que lhes foram submetidos. As variáveis micro-didáticas são gerais porque estão relacionadas a abstração reflexionante, assim como também são dependentes porque estavam relacionadas ao assunto de matemática selecionado que compôs as sequências didáticas utilizadas no experimento. Esses foram pontos de atenção que contribuíram na concepção das estratégias construídas com sucesso e que ajudaram a atingir o objetivo proposto pela pesquisa.

Outro elemento destacado aqui é o ponto de atenção que Artigue *et al* (1995b, p. 45) chama atenção, que é o de “controlar o comportamento dos alunos e seus significados”. Para este método de pesquisa o pesquisador / docente precisa estar atento ao comportamento do estudante, não no sentido de impor modos de agir e se comportar frente à dinâmica disciplinar. Mas em relação a perceber, atentamente, como reagem frente aos estímulos trazidos pelas sequências didáticas propostas. Esta recomendação foi efetivamente vivenciada na experimentação (fase 3), no entanto a autora chama a atenção,

no sentido de análise a priori do pesquisador / docente e dos instrumentos que considere pertinentes e necessários para tal controle. Que o leitor perceba que o controle pressupõe objetividade material, já que a teoria faz referência a engenharia, envolvendo evidência física para comprovar e fundamentar afirmações.

Outro aspecto destacado da fala de Artigue *et al* (1995b, p. 42) referente a fase 2 é a “ação, formulação e validação”. As sequências didáticas concebidas propuseram uma dinâmica de ação por parte dos discentes, nos quais foram protagonistas da formulação de conceitos ligados ao assunto didático matemático selecionado. E a seleção de instrumentos que foi realizada esteve focada em estar a serviço da formulação, e ser capaz de trazer evidências qualitativas, pois que o cunho da pesquisa é didático.

Ato contínuo, a próxima fase foi a experimentação que consistiu em aplicar as sequências didáticas descritas na fase anterior, considerando as variáveis didáticas, o contrato didático, o meio, assim como as situações adidáticas e institucionalização. Cada um desses elementos não esgotam a fase supracitada, mas sua observância e cuidado contribuiu para o sucesso de se atingir o que inicialmente foi proposto.

As sequências didáticas foram a previsão de procedimentos, previstos pelo pesquisador, com vistas a desafiar os discentes quanto a colocarem em prática sua inteligência para resolver a situação didática proposta. No seu planejamento o pesquisador / docente precisou observar as variáveis didáticas que deveriam ser priorizadas: se as variáveis são, ou natureza macro didática ou de natureza micro didática (ambas já abordadas inicialmente nesta fundamentação teórica).

O contrato didático é a manifestação junto aos discentes das intenções que se deseja alcançar, instrumento de reflexão de que esse caminhar não se faz com o pesquisador / docente “falando conteúdos”, mas envolve a participação e vivência de todos em prol das propostas que se deseja alcançar.

O meio possui múltiplas abordagens. Em considerando, especificamente, a teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008a), porém, é utilizada como integrante da engenharia didática. E o meio, em particular, é o ambiente previamente preparado conforme as intenções didáticas do pesquisador / docente e dos discentes já estipuladas nas sequências didáticas, que poderiam, ou não, sofrer modificações durante o diálogo entre as partes quando da vivência do contrato didático. O que não aconteceu nesta pesquisa.

As situações adidáticas são aquelas que estão fora da capacidade de previsão ou controle do pesquisador / docente. Estão presentes na narrativa dos resultados porque sua

ocorrência se faz durante a vivência da experimentação e por isso compõem um rol de aspectos que ocorreram, que não estavam previstos com relação a intencionalidade pedagógica inicial prevista, mas que ajudaram a caracterizar os resultados obtidos descritos.

Finalmente, a institucionalização é, dentro da teoria das situações didáticas o que contribui para que o discente possa manifestar individual e coletivamente, materializando suas argumentações e concatenando suas ideias, dentro da coerência exigida pela construção do entendimento do conteúdo em pauta dentro do contexto da engenharia didática. É na institucionalização que o discente se expõe objetivamente e argumenta os porquês de suas escolhas para apresentação dos resultados que compartilha com todos.

Na última fase, que é a análise a posteriori, vale trazer um recorte da fala de Artigue, que diz,

Portanto, o objetivo da análise a priori é determinar em que as seleções feitas permitem controlar os comportamentos dos alunos e seu significado. Portanto, esta análise é baseada em um conjunto de hipóteses. A validação dessas hipóteses está, em princípio, indiretamente em jogo no confronto que se dá na quarta fase entre a análise a priori e a análise a posteriori. (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b, p. 45)

O recorte traz o confronto entre a análise a priori contra a análise a posteriori para gerar a validação. é importante entender que na segunda, o pesquisador / docente deve descrever o que efetivamente aconteceu dentro dos aspectos que foram elencados na experimentação. Desse modo os subsídios puderam ser confrontados com as anotações registradas na primeira. se as anotações feitas na análise a priori forem ratificadas pelas evidências colhidas na análise a posteriori ocorre a validação.

Visitando os conceitos de engenharia quanto à validação, lê-se,

“(...) confirmação, através do fornecimento de evidência objetiva (3.8.3), de que os requisitos (3.6.4) para o uso específico pretendido ou para uma aplicação foram atendidos.” (ABNT, 2015, item 3.8.13)

Desta feita, a análise a posteriori proporcionará a validação, que numa linguagem pedagógica é a observância de aspectos materiais no comportamento dos discentes e seus resultados observáveis produzidos. Onde tais resultados estão de acordo com os objetivos propostos inicialmente, e puderam ser evidenciados após as sequências didáticas vivenciadas.

3. METODOLOGIA

Neste capítulo são descritos os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa buscando caracterizá-la quanto: à sua abordagem; ao seu método de abordagem; à sua natureza; quanto aos objetivos da pesquisa. Também nesta seção é abordado o lócus da pesquisa. E descrito detalhadamente o passo-a-passo do método de procedimento de condução da referida pesquisa.

3.1. Características metodológicas gerais.

No percurso de refazer o caminho para proceder a pesquisa, considerando a didática matemática, se resolveu refazer percursos, como quem decide voltar por um caminho já conhecido, mas em busca de algo útil que ainda não encontrou, com a expectativa aguçada, num caminho que já caminhou.

De pronto, a obra de Almouloud (2007) indicou-nos a engenharia didática como sendo o atendimento a essa expectativa aguçada, como caminho a ser percorrido e capaz de atender aos objetivos propostos pela pesquisa. Inicialmente, o pesquisador relutou em aceitar a mudança, como bom humano retratado por Johnson (2021) em sua obra, mas, após adicionar à leitura, a obra **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas** (BROUSSEAU, 2008a), fez perceber que a teoria das situações didáticas não daria conta de ser “método prevalente” (DEMO, 2011, p.16), carecendo de maior subsídio.

Foi na obra **Ingeniería didáctica em educación matemática** (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995) e depois na leitura da versão traduzida para o português (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b) que foi encontrado o arcabouço teórico suficiente para consolidar um caminho a ser percorrido na pesquisa para a presente dissertação.

Mas ainda era necessário atender a uma série de lacunas que pairavam na mente do pesquisador. Lacunas essas detalhadas no parágrafo a seguir e que certamente estariam presentes naqueles que fariam a leitura da pesquisa e/ou que desejam trilhar o caminho da pesquisa em didática matemática. Foi com a obra **Métodos de pesquisa** (GERHARDT e SILVEIRA (Orgs.), 2009), vinculada a Universidade Aberta do Brasil, que surge o auxílio para o atendimento a tais lacunas:

(...) metodologia científica trata de método e ciência. Método (do grego *methodos*; *met'hodos* significa, literalmente, “caminho para chegar a um fim”) é, portanto, o caminho em direção a um objetivo; metodologia é o estudo do método, ou seja, é o corpo de regras e procedimentos estabelecidos para realizar uma pesquisa; científica deriva de ciência, a qual compreende o conjunto de conhecimentos precisos e metodicamente ordenados em relação a determinado domínio do saber. (GERHARDT e SILVEIRA (Orgs.), 2009, p.11)

Perguntas mais genéricas relacionadas ao caminho a ser percorrido teriam uma referência formal. O caminho, por assim dizer, seria mais iluminado, pois, se de um lado, já se tinha a ideia do que deveria ser feito para se alcançar os objetivos específicos e, por consequência, o objetivo geral; por outro, havia perguntas carecendo de serem respondidas, não com base em opiniões, mas fundamentadas na literatura científica: Qual o método de abordagem? Vai ser alterada a abordagem de qualitativa para quantitativa? A natureza da pesquisa permanece aplicada? E quanto aos objetivos da pesquisa, seria ela exploratória, descritiva ou explicativa? E quanto aos procedimentos, como classificar a pesquisa? Experimental? Bibliográfica? De campo? Documental? *Ex-post facto*? De levantamento? Com *survey*? Um estudo de caso? Uma pesquisa participante? Uma pesquisa-ação? Uma pesquisa etnográfica? Uma pesquisa etnometodológica? Foi com o espírito de responder a essas perguntas que se enveredou no aprimoramento da metodologia.

3.1.1. Quanto a abordagem: Pesquisa qualitativa.

A investigação do ensino da matemática continuava de natureza qualitativa, conforme elucida Chizzotti (2013, p.28): “O termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível.” Desse modo, esta pesquisa foi qualitativa porque considerou na construção dos resultados, as percepções da professora, da pedagoga, da bibliotecária e de estudantes, sujeitos dela: não somente com relação aos resultados matemáticos em si, mas a respeito de suas percepções quanto aos fatores que levaram, tais sujeitos, a produzirem os resultados observados relacionados aos fatores que promovem a abstração reflexionante a partir do uso do material concreto, especialmente o material dourado, mediado pela engenharia didática.

3.1.2. Método de abordagem: Método dialético com orientação filosófica na epistemologia genética.

Importante voltar um passo para responder ao que Lakatos e Marconi (1986, p.221) chamaram de “método de abordagem” e Pedro Demo chamou de “método prevalente” (DEMO, 2011, p.16). Nesse sentido, foram visitados os métodos científicos listados em Lakatos e Marconi (1986), a saber: método indutivo, método dedutivo, método hipotético-dedutivo, método dialético.

Após debruçar-se sobre método indutivo percebeu-se

No entanto, somente após reflexões é que foi possível se eleger o método dialético como o “método de abordagem” para esta pesquisa, orientado na consideração filosófica da epistemologia genética.

Assim, vale refletir a esse respeito porque esta pesquisa possui características peculiares de abordagem metodológica. Num aspecto está o método dialético, cuja descrição de abordagem foi levada em consideração a narrativa de Lakatos e Marconi (1986, p.96) com quatro leis da dialética, a saber: lei da ação recíproca, lei da mudança dialética, lei da passagem da quantidade à qualidade e lei de interpretação dos contrários. Num outro aspecto está a orientação filosófica da epistemologia genética. Dizemos orientação filosófica porque resolvemos por considerar o ponto de vista de Piaget quanto a concepção de origem do modo de aprender do ser humano: para explicar melhor esse modo de pensar optamos por um fragmento de Teixeira (2015) inserido na seção **teoria**. Se a dialética afirma que o mundo e as coisas não estão prontos, acabados; e que processos levam a essa construção. Resolveu-se por considerar a ótica de Piaget na construção do conhecimento em que esse indivíduo interage com o mundo e as coisas e essa interação estimula e promove sua adaptação. Para conseguir medir este avanço no aspecto da abstração reflexionante (PIAGET, 1977/1995) com uso de material concreto, especialmente o material dourado (MONTESSORI, 2017), mediada pela engenharia didática (ARTIGUE; DOUADY; GOMEZ; MORENO, 1995), como método de procedimento da engenharia didática. A abordagem da dialética também está desenvolvida na **teoria**.

Isto posto, é importante dizer que o olhar dialético na realidade visitada da sala de aula da escola pública considerou os estudantes, os professores, as condições materiais de estudo, o conteúdo, os recursos didáticos numa perspectiva filosófica da Epistemologia Genética.

Assim, se a dialética afirma que o mundo e as coisas estão em constante construção por meio de processos (LAKATOS; MARCONI, 1986, p.96), vemos no fragmento de Teixeira (2015) que o conhecimento nasce para Piaget, da interação do indivíduo com o meio. E nesta se procurou usar dialeticamente o meio e o material concreto, especialmente o material dourado (MONTESSORI, 2017), propostos didaticamente aos estudantes, dentro de um contexto, como estratégia pedagógica através da Engenharia Didática (ARTIGUE; DOUADY; GOMEZ; MORENO, 1995). Com isso, coletar as premissas oriundas das atividades de pesquisa, seja nos exercícios propostos ou em outros instrumentos eleitos para coleta de informações, promove a ampliação da inferência do conhecimento da causa tanto relacionada ao reflexionamento (que é a condição em que o sujeito, no caso os estudantes, vão acrescentar ou extrair relações do dado perceptível que será o material concreto, especialmente o material dourado, com fins de fazer projeção, ou seja ver aplicabilidade para o futuro) ou têm potencial de também proceder a reflexão (que é a condição em que o sujeito vai acrescentar ou extrair relações do dado perceptível (material concreto, especialmente o material dourado) com fins de fazer reconstrução, ou seja, entender o passado). Tais aspectos, reflexionamento e reflexão, integram a abstração reflexionante que ratifica o tópico quatro, trazido por Teixeira (2015) no fragmento acima, que é a “equilibração das estruturas cognitivas” (PIAGET, 1976a). Assim, caro leitor, os conteúdos oriundos das abstrações reflexionantes dos estudantes, sujeitos da pesquisa, contribuirão para o desequilíbrio e para o equilíbrio das estruturas cognitivas sendo utilizados pelos movimentos de assimilação, de adaptação e de acomodação no processo de equilibração proposto por Piaget (1976a) viabilizando as inferências pesquisadas.

3.1.3. Quanto à natureza: Pesquisa aplicada.

Tomando por base a afirmação da obra organizada por Gerhardt e Silveira (2009, p.34) de que a pesquisa aplicada tem por objetivo “(...) gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais.” O que exatamente é o foco de pesquisa, é o de identificar e disponibilizar na sala de aula da escola, principalmente o da escola pública, práticas de ensino de matemática que promovam, através dos elementos estudados nesta pesquisa, o desenvolvimento do raciocínio lógico e do senso crítico nos estudantes de 5º ano do ensino fundamental contribuindo para “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos

conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.”: conforme preceitua a BNCC nas competências específicas de matemática para o ensino fundamental (BRASIL, 2018).

3.1.4. Quanto aos objetivos: Pesquisa descritiva.

Na reflexão de classificar a pesquisa quanto aos objetivos, se ela seria exploratória, descritiva ou explicativa, Triviños (1987) elucida que

A maioria dos estudos que se realizam no campo da educação é de natureza descritiva. O foco essencial destes estudos reside no desejo de conhecer a comunidade, seus traços característicos, suas gentes, seus problemas, suas escolas, seus professores, sua educação, sua preparação para o trabalho, seus valores, o problema do analfabetismo, a desnutrição, as reformas curriculares, os métodos de ensino, o mercado ocupacional, os problemas do adolescente etc. (TRIVIÑOS, 1987, p.110)

Desse modo pode-se afirmar que, quanto aos objetivos a presente pesquisa é descritiva, pois, a nela a intenção é descrever se a abstração reflexionante (PIAGET, 1977/1995) é potencializada em estudantes do 5º ano do ensino fundamental com o uso de material concreto, especialmente o material dourado.

No entanto, Triviños (1987) permanece a contribuir para o entendimento dos nuances pesquisados quando afirma que

Podem estabelecer-se “relações entre variáveis”. Por exemplo, existe relação entre os níveis de os níveis de formação de 1º grau, 2º grau, magistério e graduação e as aspirações de aperfeiçoamento? O regime de trabalho dos professores está relacionado com as aspirações de aperfeiçoamento? O fato de pertencer a determinada rede de ensino se relaciona com as aspirações de aperfeiçoamento dos professores? Este tipo de estudo se denomina estudo descritivo e correlacional, quando se estabelecem relações entre variáveis. (TRIVIÑOS, 1987, p.110)

O fragmento acima ratifica exatamente o argumento descrito anteriormente. As variáveis nesta pesquisa seriam o material concreto (especialmente o material dourado), a abstração reflexionante, a Engenharia Didática; e a correlação entre elas é o que se pretende descrever. Por isso, pode-se dizer que a presente pesquisa, quanto aos objetivos, é descritiva.

3.1.5. Quanto aos procedimentos: Engenharia Didática.

O método de procedimento da presente pesquisa é a Engenharia Didática ((ARTIGUE; DOUADY; GOMEZ; MORENO, 1995) e está mais detalhadamente descrito os seus nuances mais adiante .

3.1.6. Lócus da pesquisa.

Quanto ao lócus da pesquisa optou-se por uma escola da Rede Pública Estadual de Ensino, localizada na Zona Sul de Manaus, a Escola Estadual Senador Cunha Melo, por se acreditar que na sala de aula da escola pública está a necessidade maior de respostas aos desafios da educação e para dar retorno ao investimento público na formação deste estudante-pesquisador. As características da escola parceira da pesquisa são:

ESCOLA ESTADUAL SENADOR CUNHA MELO (EESCM). Os dados a seguir descritos são com base no Ideb 2019 obtidos no portal QEduc. Endereço: Av. Costa e Silva s/n bairro: Raiz. Zona Sul. CEP: 69068-100 em um prédio próprio. Telefone (092) 3216-3646. E-mail: eecunhamello@educ.am.gov.br. Código INEP: 13030922. Etapas: Ensino Fundamental, Anos Iniciais (vespertino) e Anos Finais (matutino). Números de funcionários da escola: 63. Alimentação é fornecida aos alunos e água filtrada. Matrículas (em alunos): Anos iniciais (1ª a 4ª série ou 1º ao 5º ano): 282. Anos finais (5ª a 8ª série ou 6º ao 9º ano): 263. Educação especial: 04. 1º ano EF = 37. 2º ano EF = 56. 3º ano EF = 73. 4º ano EF = 54. 5º ano EF = 62. 6º ano EF = 66. 7º ano EF = 70. 8º ano EF = 70. 9º ano EF = 57. Acessibilidade: Os sanitários são acessíveis aos portadores de deficiências. Infraestrutura (dependências): Possui: 15 salas de aulas, sanitário dentro do prédio da escola, biblioteca, cozinha, laboratório de informática, sala de leitura, quadra de esportes, sala para a diretoria, sala para os professores, sala de secretaria, pátio, refeitório. Equipamentos: aparelho de DVD, impressora, televisão. Saneamento básico: água de poço artesiano, fossa como destino do esgoto, coleta periódica para o lixo. Computadores e internet: acesso à internet, 22 computadores para uso dos alunos, 06 computadores para uso administrativo. Ideb 2017 = 4,2.

3.1.7. Quadro-síntese das características metodológicas da pesquisa.

Então de modo mais objetivo apresenta-se o quadro-síntese abaixo do que já foi posto anteriormente quanto a classificar a presente pesquisa:

A pesquisa será:	Utilizado nesta pesquisa
Quanto ao método abrangente	Método dialético com orientação filosófica na Epistemologia genética
Quanto a abordagem	Pesquisa qualitativa
Quanto à natureza	Pesquisa aplicada
Quanto aos objetivos	Pesquisa descritiva
Quanto aos procedimentos	Engenharia Didática

Quadro 1 - Características metodológicas.

FONTE: Próprio autor

3.2.Método de procedimento – Engenharia Didática.

Quanto aos procedimentos utilizados para empreender a pesquisa, o método selecionado foi o da Engenharia Didática. Fazendo um paralelo entre o referencial metodológico proposto por Artigue e os objetivos específicos definidos: a fase 1, análise preliminar não ficou vinculada a um objetivo específico.

A fase 2, de concepção e análise a priori das situações didáticas de engenharia, pode ser considerada implementada quando se atender ao objetivo específico “1) Criar sequências didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5º ano do Ensino Fundamental”.

A fase 3, de experimentação, visa atender os objetivos específicos: “2) Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante”; e “3) Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática”.

Finalmente, a fase 4, de análise e avaliação a posteriori, atenderá ao objetivo específico “4) Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a Engenharia Didática”.

3.2.1.Análises preliminares.

O conteúdo matemático do 5º ano do ensino fundamental, utilizado na pesquisa foi o SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL. De modo mais específico a unidade temática, conforme BNCC (BRASIL, 2018), é “Números”. O objeto de conhecimento, conforme BNCC (BRASIL, 2018) é “Sistema de numeração decimal: leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de até cinco ordens”. A habilidade, conforme BNCC (BRASIL, 2018), será a EF05MA01: “Ler, escrever e ordenar números

naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal”.

Na ANÁLISE PRELIMINAR EPISTEMOLÓGICA foram identificados os últimos livros didáticos utilizados na Escola Estadual Senador Cunha Melo para o ensino do assunto Sistema de Numeração Decimal. Para tal houve a participação da pedagoga e também de professores que ensinam matemática. O critério de seleção, o momento, as condições e o contexto do convite à participação da pesquisa serão descritos, primeiramente para a pedagoga e em seguida para os professores que ensinam matemática.

O critério para seleção da pedagoga é que seja a titular da ESCOLA ESTADUAL SENADOR CUNHA MELO nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021 ou no ano de 2022. O convite à participação deve ocorrer no momento inicial da pesquisa, no primeiro dia de presença do pesquisador na ESCOLA ESTADUAL SENADOR CUNHA MELO. As condições para a sua participação na referida pesquisa são: **1)** participar de entrevistas, com gravação de áudio e vídeo, com o pesquisador, a fim de prestar informações e evidências a respeito dos dois últimos livros didáticos de matemática utilizados no 5º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Senador Cunha Melo; **2)** informar a respeito de registros de outras turmas de 5º ano, quanto a avaliações de matemática dos anos de 2018 e de 2019 da escola lócus da pesquisa, buscando informar erros mais comuns cometidos por aqueles estudantes naquelas avaliações em relação ao assunto “sistema de numeração decimal”; **3)** dar permissão ao pesquisador para que ele possa fazer convite aos estudantes da turma selecionada do 5º ano para realização de enquete; **4)** informar o nome dos pais e/ou dos responsáveis pelos estudantes que se voluntariarem e confirmar os números de telefone deles para contato; **5)** prestar informações a respeito de se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela escola para a aprendizagem do assunto citado, aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, como por exemplo: presença de material didático complementar; presença de material concreto de manipulação (especialmente o material dourado), atividades complementares previstas nos calendários de atividades da escola dos anos ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021, ou de 2022; atividades de programas de cunho municipal, estadual ou federal ligados ao ensino de matemática nos referidos anos, e que foram utilizados como estratégia de ensino do conteúdo citado anteriormente; existência ou não de livros paradidáticos que pudessem ou que foram utilizados pelos professores para o ensino do conteúdo citado. Para este procedimento será necessário que a pedagoga

da Escola Estadual Senador Cunha Melo assine o Termo de Compromisso Livre e Esclarecido para Pedagogos (TCLE para Pedagogos – Modelo no Anexo J). O contexto de convite à participação da pedagoga deve ser formalizado na sua sala de trabalho, ou em outro ambiente usual definido pela pedagoga, favorecendo sua condição de entendimento, reflexão e deliberação a respeito do convite à participação na pesquisa. Após a assinatura do TCLE para Pedagogos (Modelo no Anexo J) será feita entrevista com a referida pedagoga para verificar os dois últimos livros de matemática para o 5º ano utilizados. Caso existam os livros didáticos, buscar qualificar o conteúdo desses livros em relação a quanto contribuem para a transposição didática do assunto selecionado. Caso não existam, buscar, através da pedagoga da escola lócus da pesquisa, os registros das aulas ministradas para que se possa analisar a referência epistemológica da transposição didática relacionada ao assunto selecionado.

Na **análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes** será feita a “análise da concepção dos alunos” (ARTIGUE et al, 1995b, p.38) através da coleta de opinião dos estudantes. Para isso, será necessário selecionar uma das turmas de 5º ano do Ensino Fundamental da escola estadual senador cunha melo, considerando dois critérios de: 1º) a que possuir maior quantidade de estudantes na idade certa conforme orientação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2017); 2º) Em caso de empate, será a turma que dentre os que estão na idade certa, possuir quantidade maior de estudantes residentes no bairro da Escola Estadual Senador Cunha Melo; 3º) Se persistir o empate, obter das turmas que estão sendo cogitadas, a média da somatória das notas de seus estudantes em matemática, obtidas por eles no 4º ano do Ensino Fundamental: a turma que possuiu maior média foi a selecionada para participação na pesquisa.

Conforme TCLE para Pedagogos (Modelo no Anexo J) o plano é pedir permissão da pedagoga da Escola Estadual Senador Cunha Melo para fazer o convite aos estudantes da turma selecionada. No momento do convite inicial, produzir uma lista com os nomes completos dos estudantes e os telefones de contato de seus pais ou responsáveis, de cada estudante que manifestou o interesse em participar da pesquisa: explicar que para que participem seus pais ou responsáveis devem dar a permissão para tal. A quantidade de participantes, conforme elucida Silva e Russo (2019, p.04), utilizando-se de diversos autores, deve estar focada na busca pela saturação teórica, ou seja, em vez de se determinar uma quantidade mínima de entrevistados (evitando, inclusive, o uso do termo “amostragem”: inapropriado para uma pesquisa qualitativa) o que se busca são falas, cujo

limite de quantidade será determinado quando tais falas demonstrarem a obtenção da “redundância ou repetição de resultados” que evidenciem aspectos qualitativos relacionados aos objetivos propostos pela pesquisa.

Solicitar da pedagoga, o nome dos pais e/ou dos responsáveis pelos estudantes que se voluntariaram e confirmar os números de telefone para contato. Telefonar para os pais e/ou responsáveis e perguntar se eles autorizam a participação de seus tutelados na pesquisa. Caso seja afirmativa a resposta, encaminhar o Termo de Compromisso Livre e Esclarecido de Pais ou Responsáveis (TCLE de Pais ou Responsáveis – Modelo no Anexo C), o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE – Modelo no Anexo D) e o Termo de Autorização de Uso de Imagem e Áudio (TAUIÁ - Anexo E), via whatsapp ou e-mail ou outra forma que os pais e/ou responsáveis julgarem adequadas. Agendar com cada um dos pais a data, a hora e o meio de dialogar com estes pais e/ou responsáveis a respeito dos documentos de aprovação da participação: TCLE, TALE e TAUIÁ. Nas datas agendadas, ler e explicar o TCLE, o TALE e o TAUIÁ para cada um dos pais e/ou responsáveis pelos estudantes que manifestaram interesse em participar do projeto de pesquisa. Se possível, nesta oportunidade coletar as assinaturas e deixar a via, devidamente assinada, com os pais e/ou responsáveis. Caso não seja possível, combinar a melhor forma de coletar as assinaturas e entregar a via devidamente assinada.

Confirmar se está em mãos todos TCLE, TALE e TAUIÁ: caso ainda existam pendências procurar resolver junto aos pais ou responsáveis pelo estudante: em última instância, da impossibilidade de obtenção do TCLE e/ou do TALE e/ou do TAUIÁ, informar ao estudante com a presença da pedagoga que ele ou ela não poderá participar da pesquisa pelo motivo da pendência descrita acima.

Em Souza (2020) é digno de nota o modo de abordagem do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (p.48) onde a reunião dos estudantes e o contato com as famílias e a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa foram aspectos marcantes na descrição da condução da referida pesquisa. Elementos que inspiram e podem ser utilizados se a pandemia de Covid-19 assim o permitir. E por outro lado, devem o ser, visto que a aprovação do CET (Conselho de Ética em Pesquisa) é obrigatória.

Assim como também em Maia (2021), que ratificou o uso do Termo de Compromisso Livre e Esclarecido (p.179), mas devido sua experimentação ter ocorrido em plena pandemia de Covid-19 o Termo de Autorização de Uso de Imagem e Áudio (p.182) foi imprescindível já que os experimentos foram via Internet na plataforma Google Meet. O que também acrescenta relevância para a presente pesquisa,

principalmente caso não seja possível a realização presencial, dado ao avanço de nova variante ômicron pelo mundo.

Promover enquete, junto a estudantes do 5º ano habilitados a participarem da pesquisa, garantido anonimato com escrutínio secreto, a ser realizado na biblioteca, a respeito das dificuldades e dos obstáculos de aprendizagem do assunto de matemática selecionado. Utilizar para isso a **cédula de consulta por enquete** (ver apêndice C) a ser distribuída aos estudantes habilitados a participar. Terminada a coleta das cédulas na enquete, elaborar relatório sobre análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes, realizado a partir dos resultados obtidos na enquete.

Na **análise preliminar de erros mais comuns cometidos pelos estudantes** serão verificados nos registros de outras turmas das avaliações de matemática dos anos de 2018 e de 2019, da referida escola, buscando identificar quais os erros mais comuns cometidos pelos estudantes naquelas avaliações que foram realizadas em relação ao assunto “sistema de numeração decimal”. Nesse sentido serão convidados a participarem da pesquisa 02 (dois) professores que ensinam matemática e a pedagoga da escola lócus. Como já foram especificados anteriormente os critérios de seleção, as condições de participação, o momento e o contexto de seleção para participação da pedagoga, passamos a evidenciar tais aspectos para os professores que ensinam matemática.

O critério de seleção dos professores é terem ministrado aulas de matemática para turmas do 5º ano da escola lócus, nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021, ou no presente ano de 2022. O momento para o convite à participação na pesquisa será no período em que a **análise preliminar de erros mais comuns cometidos pelos estudantes** for objeto de atuação do pesquisador. As condições para participação dos professores que ensinam matemática são: participar de entrevistas, com gravação de áudio e vídeo, com o pesquisador, a fim de prestar informações e evidências a respeito de erros de matemática de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental da referida escola em provas, testes, avaliações referentes ao assunto “sistema de numeração decimal”, especialmente ligados aos anos de 2018 e 2019. Prestar informações e evidências a respeito dos dois últimos livros didáticos de matemática utilizados no 5º ano do Ensino Fundamental da escola citada. Prestar informações a respeito de se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela referida escola para a aprendizagem do assunto supracitado, aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, como por exemplo: presença de material didático complementar; presença de material concreto de

manipulação, especialmente o material dourado; atividades complementares previstas nos calendários de atividades da escola dos anos analisados; atividades de programas de cunho municipal, estadual ou federal ligados ao ensino de matemática nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021, ou de 2022, e que foram utilizados como estratégia de ensino do conteúdo citado anteriormente; existência ou não de livros paradidáticos que pudessem ou que foram utilizados pelos professores para o ensino do conteúdo citado. Tais condições também estão descritas no Termo de Compromisso Livre e Esclarecido para Professores que Ensinam Matemática (TCLE para Professores que Ensinam Matemática – Modelo no Anexo I). O contexto, para diálogo individual com tais sujeitos da pesquisa, será realizado em sala reservada e escolhida em consenso com o pesquisador, garantindo ambiente acolhedor para que possam ouvir, compreender e deliberar se desejam participar dela: o que deve ser formalizado com a assinatura do TCLE para Professores que Ensinam Matemática – Modelo no Anexo I).

Na **análise preliminar do campo de restrições da Escola Estadual Senador Cunha Melo** serão verificadas se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela escola para a aprendizagem do assunto “sistema de numeração decimal”, como por exemplo: presença de material didático complementar; presença de material concreto de manipulação, especialmente o material dourado; atividades complementares previstas no calendários de atividades da escola dos anos analisados; atividades de programas de cunho municipal, estadual ou federal ligados ao ensino de matemática, naqueles anos analisados, e que foram utilizados como estratégia de ensino do conteúdo selecionado; existência ou não de livros paradidáticos que pudessem ou que foram utilizados pelos professores para o ensino do conteúdo selecionado. Todos estes pontos podem ser verificados com a pedagoga, com os professores que ensinam matemática e com a bibliotecária. Quanto à pedagoga e aos professores que ensinam matemática o critério de seleção, o momento, as condições e o contexto para seu convite à participação da pesquisa, já foram especificados anteriormente. A seguir serão especificados tais aspectos quanto ao convite à bibliotecária.

Os critérios de participação da bibliotecária no projeto de pesquisa é ser a titular da escola lócus nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021 ou neste ano de 2022. O momento para convite à participação na pesquisa será feito quando o pesquisador for iniciar a **análise preliminar do campo de restrições da Escola Estadual Senador Cunha Melo**. As condições de participação da bibliotecária são de entrevistas, com gravação de áudio e vídeo, com o pesquisador, a fim de prestar informações e

evidências a respeito de se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela escola lócus da pesquisa para a aprendizagem do assunto “sistema de numeração decimal”, aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, como por exemplo: existência ou não de livros paradidáticos que pudessem ou que foram utilizados pelos professores para o ensino do conteúdo citado nos anos ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021, ou de 2022. Tais condições também estão descritas no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Bibliotecários – Modelo no Anexo L. O contexto de convite à participação da bibliotecária deve ser formalizado na biblioteca, que é seu espaço de trabalho, ou em outro ambiente usual definido pela bibliotecária, favorecendo seu entendimento, reflexão e deliberação a respeito do convite à participação na pesquisa, a qual precisa ser formalizada com a assinatura do TCLE para Bibliotecários (Modelo no Anexo L). Após assinatura será feita entrevista a respeito dos livros paradidáticos conforme descrito anteriormente.

Finalmente, justapor os 04 (quatro) relatórios e emitir parecer a respeito do que possa ser identificado como mais relevante para a pesquisa em andamento.

Fase 01	O que será feito	O resultado que se espera obter
ANÁLISE PRELIMINAR	Identificar os dois últimos livros didáticos utilizados na Escola Estadual Senador Cunha Melo para o seu ensino	ANÁLISE PRELIMINAR EPISTEMOLÓGICA
	Análise da concepção dos alunos (TCLE (ANEXO C), TALE (ANEXO D), TAUÍÁ (ANEXO E) + definição da turma + enquête na biblioteca com APÊNDICE C)	ANÁLISE PRELIMINAR DE DIFICULDADES E OBSTÁCULOS DE APRENDIZAGEM SEGUNDO OPINIÃO DOS ESTUDANTES
	Verificar nos registros das avaliações de matemática dos anos de 2018 e de 2019 possíveis erros	ANÁLISE PRELIMINAR ERROS MAIS COMUNS COMETIDOS PELOS ESTUDANTES
	Considerar outras condições pedagógicas oferecidas pela escola lócus para a aprendizagem do assunto selecionado	ANÁLISE PRELIMINAR DO CAMPO DE RESTRIÇÕES DA ESCOLA ESTADUAL SENADOR CUNHA MELO
RESULTADO FINAL	→	Justapor os 04 (quatro) relatórios acima e emitir parecer a respeito

Quadro 2 - Síntese da Fase 01.

FONTE: Próprio autor

3.2.2.A concepção e análise a priori das situações didáticas de engenharia.

Após feitas as considerações de atenção a respeito da fase 2, serão descritos os procedimentos metodológicos do objetivo específico 01, que está ligado a esta fase.

No objetivo específico 1) Criar sequências didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5o ano do Ensino Fundamental; foi realizado o procedimento metodológico de consultar e utilizar as seguintes obras, já mencionadas no referencial teórico da pesquisa: Montessori (2020, 2017), Piaget (1970, 1976, 1977/1995) e Brousseau (1990, 2000 e 2008a), especialmente esta última: **“Introdução ao Estudo das Situações Didáticas”**. O foco era obter como resultado sequências didáticas que utilizassem tanto o material concreto quanto o material dourado, mediado pela Engenharia Didática, de modo que oportunizasse aos estudantes do 5º ano, o desenvolvimento da abstração reflexionante no ASSUNTO “SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL”. Neste conjunto de sequências didáticas a serem elaboradas, além dos pontos que normalmente a comporiam, como: NECESSIDADE, OBJETIVOS ESPECÍFICOS, CONTEÚDO, RECURSOS, AVALIAÇÃO, OBSERVAÇÕES e REFERÊNCIAS; também são destacados os seguintes pontos de atenção: METODOLOGIA DE ENSINO – ESTRATÉGIAS (descrever as sequências didáticas propostas aos estudantes que exercitem o desenvolvimento da ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE nos estudantes, assim como conhecimento / utilização do SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL), METODOLOGIA DE ENSINO – PROCEDIMENTOS, (detalhar os procedimentos para execução das sequências didáticas propostas), VARIÁVEL MICRO-DIDÁTICA (descrever a variável e classifica-la quanto a sua dependência em relação ao conteúdo didático), ELEMENTOS DE VALIDAÇÃO (descrever a previsão dos modos de ação dos estudantes frente às sequências didáticas propostas e seus significados, assim como à sua formulação própria, enquanto estudantes, do assunto em pauta).

De modo sucinto a tabela abaixo caracteriza a presente fase da pesquisa:

Fase 02	O que será feito	O resultado que se espera obter
CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS DE ENGENHARIA	Escrita de sequências didáticas	Descrição de Sequências Didáticas (SD) conforme tópicos acima descritos

RESULTADO FINAL	→	Três Sequências Didáticas (SD) para serem utilizadas na experimentação
-----------------	---	--

Quadro 3 - Síntese da Fase 02.

FONTE: Próprio autor

3.2.3.Experimentação.

A experimentação está manifesta no atendimento dos objetivos específicos: “2) Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante”; e, “3) Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática”. E os procedimentos metodológicos para que o objetivo específico acima seja atingido, são os seguintes: Verificar com a pedagoga da escola as datas para ministrar as regências das sequências didáticas elaboradas com finalidade de experimentação e providenciar o comunicado escrito e as cópias para os estudantes e seus familiares a respeito desta agenda.

Nas datas agendadas, realizar a experimentação com os estudantes que estão regularmente habilitados para a participação no projeto de pesquisa, devido entrega já realizada de TCLE de pais / responsáveis (ANEXO C), assim como o seu TALE (ANEXO D). Observar que as gravações em vídeo das regências das sequências didáticas devem ser feitas somente com a presença dos estudantes que entregaram o TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E ÁUDIO (TAUIÁ) (ANEXO E) devidamente assinado pelos seus respectivos responsáveis.

Após regência dos procedimentos das sequências didáticas escritas para a experimentação, aplicar Questionário Pós Sequência Didática (APÊNDICE E) a ser conduzido o preenchimento em roda de conversa.

3.2.4.Análise e avaliação a posteriori.

É importante dizer que o assunto das sequências didáticas escritas para experimentação é meio para se atingir o OBJETIVO GERAL, que se consolida na consecução do OBJETIVO ESPECÍFICO 4. Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a Engenharia Didática. É necessário perceber que, o que se almeja é investigar a abstração reflexionante enunciado por Piaget (1975) considerando para este estudo duas variáveis importantes.

A primeira é o uso de material dourado, já que a criança com 10 e 11 anos de idade ainda tramita no desenvolvimento de seu corpo físico e todos os aparatos psicológicos

pertinentes. Carecendo assim de mediação do uso dos instrumentos do ato de pensar a partir do que lhe é conhecido, que é o mundo material, caracterizado aqui pelo material concreto, especialmente o material dourado.

A segunda variável importante é a Engenharia Didática, potencializada pela Teoria das Situações Didáticas, que pode ter a possibilidade de ajudar esse estudante do 5º ano do Ensino Fundamental a desenvolver suas potencialidades de abstração em relação ao mundo material, aplicando tais apropriações em outras circunstâncias conforme a necessidade e utilidade, mediadas pelo seu discernimento, já que depois de se apropriar do conhecimento e do modo de acessá-lo pode fazer aplicação dele onde mais lhe aprouver.

Desse modo os procedimentos metodológicos para a consecução da fase 4 são: tecer argumentos a respeito do uso do material dourado (MONTESORI, 2020, 2017) e da Engenharia Didática (ARTIGUE, DOUADY, MORENO, GOMEZ, 1995b) potencializada pela Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008a), todos relacionados ao estímulo do desenvolvimento da abstração reflexionante (PIAGET, 1970, 1976, 1977/1995). A tecitura de tais argumentos estará pautada no confronto das ANÁLISES PRELIMINARES, da CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI em relação a EXPERIMENTAÇÃO, em outras palavras serão utilizados os 04 (quatro) relatórios de ANÁLISE PRELIMINAR produzidos na fase 1, o conteúdo das sequências didáticas elaboradas na CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI em confronto com o vídeo produzido na vivência das regências das sequências didáticas da EXPERIMENTAÇÃO, especialmente os relatos dos estudantes a explicarem as estratégias e motivos que adotaram para realizar as tarefas solicitadas. Assim como, também serão considerados os exercícios realizados pelos estudantes nestas regências, seus relatos feitos pós-experimentação e os Questionários Pós Experimentação (APÊNCICE E) recolhidos.

Também devem ser consideradas na tecitura de tais argumentos o olhar dialético pautado nas leis eleitas para balizar esta pesquisa, conforme dito inicialmente na metodologia: lei da ação recíproca, lei da mudança dialética, lei da passagem da quantidade para a qualidade e lei de interpretação dos contrários.

Na lei da ação recíproca pretende-se observar a relação de passado, presente e futuro entre os fatores que fazem o ensino de matemática no 5º ano. No passado serão observadas as práticas anteriores, analisadas na FASE 1 do projeto, com as ANÁLISES PRELIMINARES. No presente será analisada a mistura da prática atual de ensino da matemática sob a narrativa dos próprios estudantes quando abordados na enquete prevista

na FASE 1, aliada às suas observações presentes no vídeo das experimentações e no questionário pós-experimentação da FASE 3, as quais estarão impregnadas de observações quanto ao uso do material dourado e os desafios propostos pela Engenharia Didática para estímulo à abstração reflexionante.

Na lei de mudança dialética se procurará ratificar a contradição: o uso da abstração reflexionante deve substituir aulas expositivas, uso de cópias manuais na resolução de exercícios com base em modelos, baseados na crença de que é a repetição gera a apropriação do conhecimento, conforme analisa Rafael (2016, p.34).

Na lei da passagem da quantidade para a qualidade se procurará refletir a respeito das argumentações dos estudantes em explicar o porquê de terem tomado determinada ação, principalmente na sequência didática 03, considerando os ELEMENTOS DE VALIDAÇÃO descritos, onde os estudantes deverão justificar como chegaram ao resultado que apresentaram a todos. Tais argumentações servirão de evidência quanto a identificar a mudança do aspecto quantitativo (escrita do número) para o qualitativo (entender o porquê de escrever o número daquela forma).

Na lei de interpretação de contrários a análise deve se pautar na reflexão dos contrários observados na pesquisa: o concreto e o abstrato, a abstração e a cópia. A tecitura dos argumentos versará no sentido de identificar as contradições internas desses contrários e os aspectos inovadores que essas contradições podem contribuir. Sempre levando em consideração que tais contrários fazem parte de uma unidade, que é o ensino da matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

De modo mais específico pode-se evidenciar a metodologia de análise dados:

Fase 04►	ANÁLISE E AVALIAÇÃO A POSTERIORI	
Dados que foram produzidos	O que será analisado?	O resultado que se espera obter com a análise
Análise preliminar epistemológica.	Os dois últimos livros didáticos utilizados na	Inferir o quanto as estratégias didáticas estimulam a reflexão e utilizam material concreto, especialmente material dourado
Análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes	Enquete obtida junto aos estudantes	Verificar a percepção dos estudantes quanto a dificuldade de aprender o assunto sistema de numeração decimal e o contexto percebido por eles para uso em sua vida prática.
Análise preliminar de erros mais comuns cometidos pelos estudantes	Avaliações de matemática dos anos de 2018 e de 2019, da Escola Estadual Senador Cunha Melo, buscando identificar erros mais comuns cometidos pelos estudantes naquelas avaliações	Refletir se os erros do passado se repetem na turma da atualidade.

	que foram realizadas em relação ao assunto selecionado	
Análise preliminar do campo de restrições da Escola Estadual Senador Cunha Melo	Se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela escola para a aprendizagem do assunto selecionado. Os exemplos estão listados anteriormente no texto do projeto.	Verificar se a escola é ampla ou restrita quanto a estratégias diversificadas de aprendizagem.
SD 01 – Exercitar a abstração reflexionante	Variável micro-didática e Elementos de validação	Comparar o planejado nas sequências didáticas com o obtido nas vivências das sequências didáticas.
SD 02 – Conhecendo o material dourado		
SD03 – Sistema de numeração decimal e o material dourado		
Gravação em vídeo da vivência da SD-01	Apresentações dos estudantes com o resultado de suas reflexões e as respectivas justificativas quanto à mudança do cenário proposto	Identificar abstrações reflexionantes tanto de reflexionamento quanto de reflexão em relação ao cenário proposto.
Gravação em vídeo da vivência da SD-02	Apresentações com o resultado daquilo que foi vivenciado nas brincadeiras com o material dourado e dizer de onde tiraram a ideia de brincar daquele modo	Identificar abstrações reflexionantes de reflexionamento em relação ao brincar com o material dourado.
Gravação em vídeo da vivência da SD-03	Apresentações a respeito dos números escritos e das ações e dos pensamentos que consideraram para classificar os números.	Identificar abstração reflexionante de reflexionamento ou de reflexão relacionado ao sistema de numeração decimal exercitado na dinâmica.
Foto digital do trabalho feito por cada um dos estudantes em seu caderno	Observando se o nome do estudante e a data estão devidamente escritos	Identificar se a fala dos estudantes corresponde a escrita.
Questionários respondidos pós sequência didática (Apêndice E)	As respostas dos estudantes sujeitos da pesquisa dadas às perguntas do referido questionário.	Coletar a percepção dos estudantes a respeito de o quanto ajuda ou atrapalha o uso do material concreto, especificamente o material dourado, no ensino de matemática. Identificar abstrações reflexionantes de reflexionamento ou de reflexão em relação à vida prática despertada a partir do estudo de matemática vivenciado. Conhecer a percepção dos estudantes em relação ao assunto estudado antes e depois da vivência das atividades propostas.
Os documentos acima serão analisados considerando o olhar dialético	No primeiro olhar dialético será considerado a lei da ação recíproca	Observar a relação de passado, presente e futuro entre os fatores que fazem o ensino de matemática no 5º ano
	No segundo olhar será considerada a lei da mudança dialética	Ratificar a contradição entre o uso da abstração reflexionante e a crença de que a repetição gera a apropriação do conhecimento.

	No terceiro olhar será considerada a lei da passagem da quantidade à qualidade	Refletir a respeito das argumentações dos estudantes em explicar o porquê de terem tomado determinada ação, principalmente na sequência didática 03, considerando os elementos de validação descritos, onde deverão justificar como chegaram ao resultado que apresentaram a todos.
	No quarto olhar será considerada a lei da interpretação dos contrários.	Identificar as contradições internas dos contrários (o concreto e o abstrato, a abstração e a cópia) e os aspectos inovadores que essas contradições podem contribuir. Sempre levando em consideração que tais contrários fazem parte de uma unidade, que é o ensino da matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.
Resultado final ►	Estima-se que neste esforço de pesquisa será evidenciado que o uso do material dourado, pode ser fator que estimula o desenvolvimento da abstração reflexionante e que isso pode ser feito num contexto didático intencional mediado pela engenharia didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.	

Quadro 4 - Síntese da Fase 04.

FONTE: Próprio autor

O que foi descrito nesta metodologia oferece possibilidade de ser atingido o resultado deste projeto de dissertação caracterizado no seu objetivo geral descrito inicialmente. O que se espera é contribuir para a comunidade acadêmica quanto a reflexões das possibilidades que envolvem o ensino da matemática atrelado aos elementos aqui estudados.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo estão dispostos os resultados produzidos pelo esforço de pesquisa, os quais podem ser pontuados como sendo a revisão de literatura realizada, assim como os relatos vivenciados na trajetória, com os sujeitos de pesquisa. Tanto aspectos de ordem histórica quanto aqueles que caracterizam o atingimento dos objetivos propostos inicialmente.

4.1.Revisão de literatura

A revisão de literatura foi realizada dentro do contexto de estudo das disciplinas relacionadas ao mestrado. Deste modo a maturação que se observa no final do relato dos RESULTADOS e das CONSIDERAÇÕES FINAIS foi uma construção, um caminhar a partir dos elementos que se lê a seguir. Ou seja, naquele dado momento inicial, como pesquisador, o pensamento estava voltado para os elementos do material concreto, da Teoria das Situações Didáticas, das sequências didáticas. Tópicos estes que foram usados como marcadores da pesquisa nas bases de dados. Porém, com o avançar da pesquisa, pelas observações da banca e do entendimento dos referenciais teóricos, os elementos considerados núcleos da pesquisa, passaram a ser o material dourado e a engenharia didática. Somente a abstração reflexionante foi o elemento que sempre esteve presente, desde o início dos esforços de pesquisa.

4.1.1. Bases de dados consultadas.

O objetivo da revisão de literatura é registrar a identificação de trabalhos a respeito dos conceitos: material concreto, abstração reflexionante e Teoria das Situações Didáticas. Tais elementos são o núcleo da pesquisa para dissertação, uma vez que se pretende avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

Inicialmente foram determinadas como bases de dados para essa pesquisa, o Portal de Periódicos da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior)⁵ e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações⁶ (BDTD).

⁵ <http://www.periodicos-capes.gov.br.ezl.periodicos.capes.gov.br/>

⁶ <https://bdtd.ibict.br/>

Adicionalmente foi tido o cuidado de buscar nos resultados acadêmicos oriundos do Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Humanidades do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente da Universidade Federal do Amazonas (PPGECH/IEEA/UFAM) dissertações que viessem a colaborar nesse intento de revisão de literatura.

A primeira base de dados selecionada, Portal de Periódicos da CAPES, foi escolhida pela relevância acadêmica reconhecida no Brasil. Por possuir diálogo com série de bases de publicações na área de educação: universidades, revistas, associações voltadas ao estudo e aprofundamento do entender a educação em seus matizes e relevância social, e com especificidade, nos conceitos-núcleos pesquisados.

Já a segunda base de dados selecionada, a BDTD, sua escolha pauta-se no desejo de se aprofundar quanto ao conhecimento em saber se os pares, em publicações *strictu sensu*, têm elegido a temática proposta para esta pesquisa, viabilizando o aprofundamento de referenciais teóricos conceituais e metodológicos.

Quanto à terceira base de dados selecionada, a do PPGECH/IEEA/UFAM, a busca é pela observância de referenciais teóricos e metodológicos, no sentido valorizar os esforços dos que nos antecederam neste programa de pesquisa, mantendo a intenção de aprofundamento no tema ora estudado.

No intuito de contribuir como um registro dos esforços despendidos para a produção desta, àqueles que hão de vir em pesquisas posteriores: passamos a relatar um pouco dos passos realizados para a seleção dos trabalhos (artigos, teses, dissertações) que compuseram esta revisão de literatura.

Da pesquisa de revisão de literatura realizada no PORTAL DE PERIÓDICOS DA CAPES, foram utilizados os descritores: “ensino matemática”, “sequência didática” e “material concreto”. Com os limitadores de publicações de até 05 (cinco) anos; e, de que fossem “revisados por pares”. Como resultado foram obtidos 105 (cento e cinco) trabalhos, cujos títulos e resumos foram lidos para se buscar identificar aqueles que pudessem ajudar na perspectiva da pesquisa para dissertação, conforme expresso inicialmente.

Após o esforço inicial de leitura dos títulos e dos resumos referentes aos artigos inclusos no universo citado acima, foram selecionados apenas 02 (dois) artigos: “Ressignificação dos produtos notáveis utilizando material concreto” (VENTURA e LAUDARES, 2016) e “*Inventario de estilos de aprendizaje de David Kolb y los*

profesores de ciencias y matemáticas: diálogo sobre el método de enseñanza” (ASSUNÇÃO e NASCIMENTO, 2019).

Tendo em vista obter mais trabalhos, realizou-se nova busca. Agora adicionando, à busca avançada, mais dois descritores: “abstração reflexionante” e “Teoria das Situações Didáticas”: mantidos todos os demais descritores anteriores, assim como os limitadores de busca já apresentados. O resultado foi apenas mais dois artigos, no entanto, ambos eram novos e foram considerados relevantes para integrar uma leitura mais aprofundada. São eles: “A Engenharia Didática em pesquisas publicadas nos últimos dez anos da revista Educação Matemática Pesquisa” (BIANCHINI; MACHADO, 2019); e, “História da Análise Matemática e Desenvolvimento Cognitivo” (THOMÉ; DURO; ANDRADE, 2020).

Um incremento na base de dados, sugerida por orientação docente, foi a de acessar os PORTAL DE PERIÓDICOS DA CAPES a partir da modalidade CAFé (Comunidade Acadêmica Federada). Nessa modalidade a quantidade de trabalhos identificados, inicialmente, foi de 112 (cento e doze). E, em nova análise, apenas mais um artigo foi eleito para leitura aprofundada: “A experimentação como recurso didático no estudo de proporcionalidade entre grandezas” (SILVA; GOMES; MARINHO; ABREU, 2021). Na segunda consulta, em modalidade CAFé, onde também foram adicionados mais dois descritores, já citados, permaneceu o resultado inicial de dois artigos, conforme dito anteriormente.

Da pesquisa realizada na Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD) os descritores utilizados foram os mesmos descritos inicialmente. No entanto, apenas 14 (quatorze) trabalhos foram listados. E, após leitura dos títulos e dos respectivos resumos apenas 05 (cinco) foram considerados para uma leitura mais detida e aprofundada: “O aprendizado da matemática no ensino fundamental: um estudo com a turma do 2º ano”, dissertação de Fernanda Aparecida Caetano (2016), “O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial” dissertação de Luciano Mateus Fizzon (2018), “Uma Engenharia Didática para aprendizagem de geometria analítica no ensino médio”, tese de Alessandra Lisboa da Silva, cuja referência está registrada como Lisboa (2019), “Desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática com foco nas relações matemáticas que englobam leis físicas”, dissertação de Jean Paulo Magalhães Doval (2019), “Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações: um estudo com alunos do 6º ano”, dissertação de Daiana dos Santos Oliveira Fischer (2020).

No PPGECH foram analisadas dissertações dos anos de 2018, 2019, 2020 e 2021. Respectivamente a quantidade de: sete, sete, onze e dezenove. Inicialmente a partir da leitura dos títulos e dos resumos apenas foram selecionadas 03 (três) dissertações para uma leitura mais aprofundada, no entanto apenas 02 (duas) dissertações foram selecionadas para este trabalho: “Letramento estatístico por meio de sequências didáticas no ensino médio de uma escola pública no sul do Amazonas” de Maria do Rosário de Souza (SOUZA, 2020) e “Letramento estatístico: compreensão gráfica por meio de sequências didáticas interdisciplinares” de Emivan da Costa Maia (MAIA, 2021).

4.1.2. Conteúdos encontrados.

De modo compilado, a tabela 01 apresenta os conteúdos encontrados nesta revisão de literatura:

Autores e Ano de Publicação	Título do trabalho	Base de Dados, Universidade, Unidade Federativa e País	Conteúdos considerados como destaque nesta revisão de literatura
VENTURA; LAUDARES (2016)	Ressignificação dos Produtos Notáveis Utilizando material concreto	PORTAL DE PERIÓDICOS DA CAPES, Revista ABAKÓS, PUC Minas, MG, Brasil	Material concreto (LORENZATO, 2006a), (NACARATO, 2005), (FIORENTINI; MIORIN, 1990), (MATOS; SERRAZINA, 1996),
ASSUNÇÃO; NASCIMENTO (2019)	<i>Inventario de estilos de aprendizaje de David Kolb y los profesores de ciencias y matemáticas: dialogo sobre el método de enseñanza</i>	Portal de periódicos da CAPES, Revista Gondola, Ensenanza y Aprendizaje de las Ciencias, UDFJdlC, Bogotá, Colômbia	Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008a). Teoria da aprendizagem experiencial com Piaget entre outros. O inventário de estilos de aprendizagem de David Kolb (1984)
BIANCHINI; MACHADO (2019)	A engenharia didática em pesquisas publicadas nos últimos dez anos da revista Educação Matemática Pesquisa	Portal de periódicos da CAPES, Revista Educação Matemática Pesquisa, PUC-SP, Brasil	Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995). Abstração reflexionante (PIAGET, 1977/1995).

THOMÉ; DURO; ANDRADE (2020)	História da análise matemática e desenvolvimento cognitivo	Portal de periódicos da CAPES, Revista Bolema, USP-Rio Claro - SP, Brasil	Abstração Reflexionante (PIAGET, 1977/1995) e a Epistemologia Genética (PIAGET, 2011)
SILVA; GOMES; MARINHO; ABREU (2021)	A experimentação como recurso didático no estudo de proporcionalidade entre grandezas	Portal de periódicos da CAPES, Revista Remat, Bento Gonçalves, RS, Brasil	Uso do material concreto na experimentação (LORENZATO, 2010). Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).
CAETANO (2016)	O aprendizado da matemática no ensino fundamental: um estudo com a turma do 2º ano (Dissertação)	Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Universidade Estadual de Londrina, PR, Brasil	Psicologia Histórico-Cultural (LURIA, 1967) uma contraposição a Epistemologia Genética (PIAGET, 2011)
FIZZON (2018)	O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial (Dissertação)	Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Universidade Federal de São Carlos, SP, Brasil	Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).
LISBOA (2019)	Uma Engenharia Didática para aprendizagem de geometria analítica no ensino médio (Tese)	Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Universidade de Brasília, DF, Brasil	Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008a). Engenharia Didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).
DOVAL (2019)	Desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática com foco nas relações matemáticas que englobam leis físicas (Dissertação)	Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD), Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, Brasil	Uso do material concreto. Uso de aparatos tecnológicos gratuitos. Uso da Taxonomia de Bloom (BLOOM, 1973)
FISCHER (2020)	Investigando o ensino e a	Biblioteca Brasileira Digital	Teoria dos campos conceituais de Vernaud

	aprendizagem de multiplicação de frações: um estudo com alunos do 6º ano (Dissertação)	de Teses e Dissertações (BDTD), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, Brasil	(1990), professor como mediador essencial, esquemas de pensar Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão
SOUZA (2020)	Letramento estatístico por meio de sequências didáticas no ensino médio de uma escola pública no sul do Amazonas (Dissertação)	PPGECH, Universidade Federal do Amazonas, AM, Brasil	Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008a). Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995)
MAIA (2021)	Letramento estatístico: compreensão gráfica por meio de sequências didáticas interdisciplinares (Dissertação)	PPGECH, Universidade Federal do Amazonas, AM, Brasil	Teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008a). Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995)

Quadro 5 - Compilação de assuntos considerados relevantes na revisão de literatura.

FONTE: Próprio autor

4.1.3. Potencialidades da abstração reflexionante estimulada pelo material dourado e situações didáticas no ensino da matemática.

A seguir foram reunidas observações que extrapolaram a proposta inicial da revisão de literatura, ampliando o olhar da pesquisa a outros aspectos até então não cogitados.

4.1.3.1. Vergnaud, sua teoria dos campos conceituais e o papel do professor no processo de ensino-aprendizagem.

A dissertação de Fischer (2020) traz Vergnaud, psicólogo orientado por Piaget. Cujos ensinamentos estão alinhados a esta pesquisa, visto que o conceito da abstração reflexionante é piagetiano. Nesse contexto, o que vem para discussão são os estudos realizados pelo emérito Vergnaud que, afirma que o aprendizado das crianças, e de qualquer ser humano, passa pela adaptação às situações que se lhes apresentam (VERGNAUD, 2017a *apud* FISCHER, 2020). Esse elemento ratifica a Teoria das

Situações Didáticas de Brousseau (2008a), que também evoca a adaptação e a assimilação como pontos piagetianos de desenvolvimento do conhecimento.

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990) traz ainda um outro aspecto muito útil para a presente pesquisa, a de que as crianças possuem esquemas para a realização das operações. E de que muitas vezes esses esquemas não são conscientemente manifestos pelas crianças, cabendo aos interessados observar comportamentos e dialogar com a criança para entender e materializar esse esquema de pensar, podendo assim, ser devidamente inferido.

Nesse contexto é enfatizado o papel do professor:

O professor é um mediador essencial, evidentemente, mas seu papel não se limita a acompanhar a atividade dos alunos, tutelando-os: a presente contribuição tenta mostrar que, na profissionalização do professor, são essenciais as duas funções, a da escolha das situações a serem propostas aos alunos, e a da representação de sua estrutura conceitual por meio de formas simbólicas acessíveis. (VERGNAUD, 2011, p. 26 *apud* FISCHER, 2020)

Este aspecto trazido à baila, leva à reflexão a respeito do papel do professor e se relaciona a esta pesquisa que objetiva o estudo do uso do material concreto com foco na abstração reflexionante mediado pela Teoria das Situações Didáticas: esse “mediado” não é feito por máquinas. O papel do professor então é esse, um papel que deve ser qualificado; e Vergnaud aponta os elementos que compõem essa qualificação.

No primeiro elemento, que é a escolha das situações, está intimamente relacionada à dinâmica proposta na presente pesquisa e da atividade mesma do professor, que precisa buscar a melhor seleção com intencionalidade pedagógica, buscando os objetivos propostos voltados aos estudantes que lhes estão sob temporária tutoria intelectual.

O segundo elemento é a representação simbólica. Através dela o estudante pode manifestar o seu entendimento a respeito do que está em estudo. Materializa assim seu pensamento e desse modo, é passível de avaliação, entendimento e inferência pelo professor: possibilitando novas ações a partir da interpretação do que se apresenta.

É interessante o que Assunção e Nascimento (2019, p.18) trazem a respeito dos tipos de aprendizagem quando evocam Moreira (1999), o qual tipifica em: cognitiva, afetiva e psicomotora; as aprendizagens. A presente pesquisa dá ênfase à aprendizagem cognitiva e procura relacionar a mediação pelo material concreto, especialmente o material dourado, com foco na abstração reflexionante mediada pela Teoria das Situações Didáticas.

Numa outra menção que merece destaque, ainda na página 18, Assunção e Nascimento (2019) evocam o pensamento de Lemos et al. (2018) que afirmam que o insucesso de aprendizagem não pode ser atribuído, única e exclusivamente, à “capacidade intelectual”. O que ratifica a presente pesquisa que traz o pressuposto de que o desenvolvimento da capacidade dos indivíduos de abstrair pode ser estimulada, de modo reflexionante, nas correlações possíveis viabilizadas pelo material dourado num contexto que promova assimilação, adaptação e acomodação de novos conhecimentos quando propostos desafios pautados na Teoria das Situações Didáticas.

O artigo afirma

A teoria da aprendizagem experiencial (TAE) baseia-se no trabalho de importantes estudiosos do século 20, como Kurt Lewin, Jean Piaget, Carl Jung e Paulo Freire entre outros, que deram fundamentos a partir da ideia principal em suas teorias de aprendizagem e desenvolvimento humano para o desenvolvimento de um modelo holístico do processo de aprendizagem experiencial. (ASSUNÇÃO e NASCIMENTO, 2019, p.19)

Esse é o tipo de achado que alegra o pesquisador porque acende a luz da esperança de uma pesquisa segura e profícua. A prática do material dourado de Montessori (2020) aliada aos conceitos de Piaget (1977/1995) com destaque para abstração reflexionante, assim como a ratificação da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008a) conduzidos também numa metodologia experimental da Engenharia Didática (ARTIGUE et al., 1995) são como um grande coro de vozes a bradar que na experimentação o desenvolvimento do ser humano pode ser potencializado e produzir frutos preciosos e transcendentais.

No entanto, sendo uma proposta de aprendizagem experimental, contrasta com a realidade das escolas públicas que é evocada por Assunção e Nascimento (2019, p.23) quando afirmam a ausência de laboratórios para as disciplinas de ciências e matemática. Essa dura ratificação da problemática ainda presente na sala de aula da escola, especialmente a pública, suscita um *front* futuro de pesquisa. Pois que no estudo da obra de Brousseau (2008a) assim como em Artigue *et al.* (1995) é perceptível que na experiência francesa de educação matemática a estrutura passa por laboratórios e pessoal qualificado para pensar as sequências didáticas voltadas ao desafio dos estudantes em promover suas abstrações matemáticas.

O destaque para o professor como elemento de intervenção em conjunto com outros fatores como o Estado e a instituição no processo de ensino-aprendizagem

conforme pontuam Assunção e Nascimento (2019, p. 29) em suas “Considerações e perspectivas” é digno de nota, já que da mesma forma a presente pesquisa não pretende dispor somente nos ombros dos docentes a responsabilidade única pelo todo, mas revelar, de modo científico, como os esforços podem ser potencializados com foco nos objetivos propostos.

4.1.3.2. Esquemas de pensar para Adição e Multiplicação, a Matemática.

Fischer (2020, p.26) traz ainda a reflexão em torno dos esquemas de pensar para a operação de Adição, assim como para a de Multiplicação. Destacando que a segunda é mais complexa do que a primeira, pois que a Adição examina relações de elementos de mesma natureza: exemplo “soma de abacates”, tendo por contrária a Subtração. Já a Multiplicação estuda a relação entre grandezas diferentes entre si em quatro níveis distintos de abordagem, inclusive envolvendo a sua contrapartida, que é a Divisão.

Um outro ponto que Fischer (2020) contribui é na condução da análise dos esquemas de pensamento dos estudantes a qual é realizada com correção e diálogo em plenária com a presença dos estudantes e a possibilidade de enriquecimento nessa inter-relação. No entanto, esse ponto merece reflexão porque os estudantes tinham em Fischer, sua professora regular, o que não é a condição para esta pesquisa.

Outro ponto digno de nota e que enriquece a argumentação, repousa no fragmento de Skovsmouse (2007) *apud* Silva, Barone e Basso (2016, p.425) que disserta a respeito das justificativas para uso da matemática na análise de um “experimento mental detalhado”. Os três argumentos dispostos ratificam a matemática na “investigação de detalhes particulares de um projeto ainda não realizado” o que é fundamental para o desenvolvimento da humanidade, o que também foi identificado aqui, pelo referencial teórico, com os argumentos de Ávila (2011, p.6) e Rafael (2016, p.30).

4.1.3.3. Elementos enriquecedores oriundos de outras pesquisas.

A dissertação de Doval (2018) traz uma série de elementos que enriqueceram as ideias da presente pesquisa. Apresentou aulas de sessenta minutos na sua sequência didática aplicada na experimentação, com devidos apontamentos a respeito de que tenha sido tempo suficiente para a sua realização. Em tais aulas na sequência didática, a coleta da manifestação objetiva de cada estudante foi registrada, principalmente no preenchimento de tabelas por parte dos estudantes. E todas as atividades foram de cunho

avaliativo sob o ponto de vista institucional: fator que talvez tenha contribuído para manter o compromisso de foco dos estudantes nas realizações.

Doval (2018) usou aparatos tecnológicos gratuitos que criaram possibilidades de uso: de papel milimetrado gerado pelo *Custom Graph Paper* (<http://customgraph.com>); de confecção de gráficos pelo *OnLine Chart Tools* (<https://www.onlinecharttool.com/>); da criação de *site* para hospedar uma das atividades no *Google Sites* (<https://sites.google.com/view.fisicaeefl>). A variação com vídeos para o público-alvo também é destacável, nas aulas: 2 e 5.

Propôs, Doval (2018), na aula 03, a criação de uma unidade de medida própria: com ela foram feitas medições pelos estudantes, e, em seguida, a conversão para o metro. Iniciativa que aproxima o estudante do conteúdo e faz uma reprodução do movimento histórico de medidas que, ainda hoje, permanecem em uso. Esse elemento é destaque para esta pesquisa, pois num contexto de abstração reflexionante, o estudante parte do concreto para correlações mais rebuscadas e complexas. E o exercício proposto Doval (2018) exemplifica essa estratégia de desenvolvimento cognitivo da inteligência.

Ainda em Doval (2018), há o destaque para sexta aula, que, com a quebra da copiadora, ganhou sessenta minutos para que os estudantes copiassem o exercício. Esse inusitado fato gerou a reflexão de que os percalços precisarão sempre ser superados e que todo esforço enfrenta desafios, rumo ao objetivo proposto.

No aspecto metodológico, a avaliação da experimentação de Doval (2018), de cada aula, foi realizada segundo a taxonomia de Bloom. O que foi diferencial surpreendente e instrumentalmente adequado para orientação da prática docente. No entanto, a ausência de manifestação dos estudantes quanto à contribuição para aprendizagem dos procedimentos metodológicos gera espaço para especulações.

4.1.3.4. Um elemento de contraposição.

A dissertação de Caetano (2016) foi eleita inicialmente numa perspectiva de contraposição, já que em seu bojo, um dos argumentos repousa na afirmação de que a condição de aprendizagem da criança não está atrelada ao desenvolvimento físico, ou seja, a sua cognição não está relacionada ao desenvolvimento biológico, porque a teoria da psicologia histórico-cultural privilegia a ação social como fator de desenvolvimento e cognição. No entanto, numa grata surpresa os pressupostos desta psicologia despertaram, sobremaneira, reflexão em torno da prática docente, com a apresentação dos resultados e

de reflexões a eles relacionados, considerando a condução de mediação do processo de ensino-aprendizagem.

Os elementos trazidos por Caetano (2016) como a “função da palavra na constituição humana” (LURIA, 1967) e na “formação de conceitos”. Assim como as reflexões feitas por aquela pesquisadora como, a análise de cada estudante envolvido nas observações das práticas da docente responsável quanto ao ensino da matemática. Também a estratificação em grupos desses mesmos estudantes quanto à sua participação, com destaque para suas características, obtidas na observação e pautadas nos pressupostos teóricos; tópicos de *modus operandi* que trouxeram o descortinar de possibilidade de se fazer os mesmos moldes para compor as afirmativas em relação ao uso do material concreto como foco na abstração reflexionante. Fazendo enxergar o denominador comum da psicologia da cognição, como elemento de apoio a ser considerado como ponto de reflexão na condição de análise neste trabalho.

Um exemplo dessa possibilidade está no que Caetano (2016, p.71) afirma: “(...) os alunos acabam esperando o professor fazer a resposta na lousa e apenas copiam (...)” é o que Piaget (1977/1995) chama de abstração empírica. Ou seja, não há a apropriação do saber a partir do seu entendimento da realidade, mas somente a reprodução do que foi posto como verdade. Assim, foi surpreendente perceber que, mesmo partindo de pontos diferentes, as duas teorias fazem afirmações congruentes quando se trata da apropriação da criança dos bens culturais.

4.1.3.5. A sequência didática como estratégia de ensino-aprendizagem.

Outro elemento no artigo de Silva; Gomes; Marinho; Abreu (2021) que ratifica a prática da presente pesquisa, é o uso da sequência didática sob o ponto de vista de Zabala (1998; 2014). Uma vez que o experimento é proposto nessa linha lógica de ações distribuídas conforme orientação metodológica do referido autor.

No artigo de Assunção e Nascimento (2019), a sequência didática é mais uma vez citada como instrumento útil na condução do processo de ensino-aprendizagem (p.28). Citando Guimarães e Giordan (2011), os autores propõem 04 (quatro) características que poderiam suscitar melhor desempenho das sequências didáticas quanto à escrita e à sua efetivação em promover a aprendizagem dos estudantes. Úteis por serem “roteiro de aula que contemple os diferentes perfis de alunos”:

1. Uma fundamentação teórica que torne o aluno capaz de associar o que ele aprende na escola com o que vivencia no cotidiano e, além disso, que forneça ao aluno parâmetros para encarar de forma crítica a sua realidade e intervir nela de forma consciente.
2. Atividade de observação do fenômeno estudado através de experimentos concretos, simulações computacionais ou de campo e, junto a isso, reflexão sobre o que está sendo observado.
3. Resolução de exercícios que envolvem o tema estudado e discussão, dos mesmos, a fim de corroborar a aprendizagem significativa.
4. Compreensão dos saberes anteriores do aluno para avaliar de forma justa seu ganho durante o processo de aprendizagem. (ASSUNÇÃO e NASCIMENTO, 2019, pp.28-29).

O roteiro citado pelos autores, Assunção e Nascimento (2019), oferece subsídio para a elaboração da sequência didática desta presente pesquisa. E, ratificado, quando evocam (p.28) o contrato didático proposto por Brousseau (1986).

4.1.3.6. Inventário de estilos de David Kolb.

O inventário de estilos de aprendizagem de David Kolb (1984) trazidos por Assunção e Nascimento (2019) humaniza a relação de ensino e aprendizagem porque destaca a condição de que cada pessoa, fruto de seu contexto, vai desenvolver estratégias diferentes para a aprendizagem. O que afeta tanto o estudante como o professor. No entanto, essa variável é analisada no presente momento mais como possibilidade de investigação futura do que contributo para a pesquisa presente.

Outra reflexão disparada pelo artigo de Assunção e Nascimento (2019, p.27) está no confronto entre o inventário de estilos de aprender dos estudantes frente ao estilo de ensinar dos professores, que fomenta a discussão em torno da necessidade de aproximar as ciências e a matemática da realidade dos estudantes. Essa orientação vem desde os PCNs de Matemática (Brasil, 1998, pp. 45 e 55) que estimulavam o professor nesse movimento. O que não parou quando da BNCC (Brasil, 2018, item 4.2.1, p. 265) que também vê, oficialmente, como essencial para a aprendizagem dos estudantes a relação com seu entorno. A presente pesquisa também entende que a abstração reflexionante mediada pelo material dourado e a teoria das situações didáticas deve promover o despertar do senso crítico do estudante considerando o seu contexto, fazendo-o perceber que a Matemática está no seu dia a dia e pode ser utilizada a seu favor e da sua família.

4.1.4. Palavras finais na revisão de literatura.

O que inicialmente chamou a atenção é que os trabalhos listados estão todos focalizados no eixo sul-sudeste. Esta informação diz muito a respeito de que o assunto

em pauta não é uma prioridade na Região Norte do Brasil, conseqüentemente, avanços na prática de ensino da matemática não são alvo de estudo por parte de professores, efeito esse que deságua na sala de aula, que fica empobrecida de práticas pedagógicas pautadas em orientações científicas, mais atualizadas e de maior efetividade de estímulo ao desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

A presente revisão de literatura nasceu focada na pesquisa de dissertação em andamento e caminhou em sua maior parte de tempo investindo no material concreto como elemento disparador da busca acadêmica. Mas já no último mês de sua realização optou-se pelo uso específico do material dourado dentro do universo do material concreto. No entanto, ficou claro, devido às pesquisas realizadas nesta revisão de literatura, que o uso do material dourado tem sido mais focado na Educação Especial.

4.2.A vivência das análises preliminares

Conforme é possível de se ler na seção anterior desta dissertação, as análises preliminares subsidiam os esforços do pesquisador que se utiliza da Engenharia Didática como método de pesquisa. Quatro são as análises preliminares propostas por Artigue et al (1985b).

4.2.1. Análise preliminar epistemológica

Esta análise foi realizada na Escola Estadual Senador Cunha Melo no período de 13/07/2022 a 14/07/2022 com base na análise das obras utilizadas pelos estudantes do 5º ano para o “sistema de numeração decimal”. Todas elas foram indicação da pedagoga 01 no dia 13/07/2022. O que foi ratificado na entrevista concedida por ela no dia 19/09/2022 cujo recorte foi aqui transposto.

O trecho a seguir aborda a análise preliminar epistemológica, ratificando os livros didáticos indicados pela pedagoga para análise.

O Pesquisador cita que o primeiro livro didático indicado pela Pedagoga 01 para sua análise, a qual iniciou a partir do dia 13/07/2022. Este livro didático foi o **Novo bem-me-quer matemática - 5o ano** (BOURDEAUX, 2017). E pergunta se ele seria: ou uma proposta de futuro; ou se seria uma proposta já realizada antigamente. A Pedagoga 01 então afirma que a obra citada pelo Pesquisador é a proposta didática atual, para o ano de 2022. E que para o ano de 2023 a escola lócus da pesquisa estava aguardando a nova proposta.

Em seguida o Pesquisador pergunta a entrevistada em relação ao livro **Aprova Brasil** (EDITORA MODERNA, 2016). A Pedagoga 01 afirma que a obra permanece em vigor, mas que é **utilizada como base para os estudos do SAEB: aprofundar e treinar os alunos para eles fazerem avaliação do SAEB e do SADEAM**: palavras da entrevistada.

Na continuidade da entrevista o Pesquisador faz referência ao livro **Reforço Brasil Matemática 5º Ano Livro do Aluno** (EUREKA, 2019). Livro didático também indicado pela Pedagoga 01 e já analisado pelo Pesquisador. Desse modo, a Pedagoga 01 afirma que a obra é um projeto novo, qual teve início em 2022. E que ele foi escolhido a título de reforço porque os anos de 2020 e 2021 foram dos estudantes afastados da escola por causa da pandemia de Covid-19. A Pedagoga 01 arremata esta fase da entrevista afirmando que, no quinto ano, são utilizados os três livros didáticos anteriormente citados.

Neste tópico, de três níveis, dispomos apenas as análises das obras: “Novo Bem-Me-Quer: Matemática (BORDEAUX et al, 2017), “Reforço Brasil Matemática 5º Ano Livro do Aluno” (EUREKA, 2019) e “Aprova Brasil: matemática 5º ano ensino fundamental Anos Iniciais”, (MODERNA, 2016).

4.2.1.1. Primeiro livro didático analisado em 13/07/2022.

Obra intitulada “Novo Bem-Me-Quer: Matemática (BORDEAUX et al, 2017). Capítulo 01: Números e sistemas de numeração. Subitem sistema de numeração decimal, características do sistema de numeração decimal, números naturais.

No tópico “ O sistema de numeração decimal” o livro faz referência ao sistema indo-arábico e aponta estes povos como originários do referido sistema. Depois aponta a quantidade de algarismos que compõem o sistema decimal e cita que cada algarismo tem seu valor de acordo com sua posição (valor posicional), ou seja, é um valor relativo “(...) de acordo com a posição que ele ocupa no número (...)” e cita o algarismo seis como exemplo em cinco situações: unidade, dezena, centena, unidade de milhar e dezena de milhar.

O livro ainda ratifica que a contagem dos elementos usando o sistema de numeração decimal é com base no agrupamento de dez em dez e que com sistema de numeração decimal é possível de representar todos os números naturais.

O livro aborda os números naturais à página 12 e traz o conceito de sucessor. Afirma que a sequência de números não tem fim, sempre colocando-se uma unidade do antecessor e com as reticências usadas para indicar o infinito.

No livro é possível ver o conceito de contagem de agrupamentos. À página 13 existem ATIVIDADES de “2.a” até “2.f” que perguntam a respeito de dezenas formadas, a quantidade de unidades ou quatro situações propostas relacionadas às dezenas. Exemplo: Quantas unidades existem num agrupamento de 26 (vinte e seis) dezenas? Pergunta a respeito de centenas. Pergunta quantas dezenas existem em uma centena. Pede para completar, relacionando os conceitos dezenas-centena, centena-unidades. Inicia a forma de descrever o número com o uso do conceito de unidades e o mesmo número descrito com os conceitos de dezenas e unidades. Ainda nesse sentido, o livro, no exercício 03 (três) pede a descrição de dois outros números.

Na página 14 o livro propõe a representação do ábaco. Apresenta o ábaco, e diz a respeito da sua origem e também fala para que serve. Explica como o ábaco deve ser utilizado na leitura de números naturais.

Na página 15, são propostas ATIVIDADES ligadas ao ábaco: de escrita de números representados em ábacos, de desenho de ábaco para representar número solicitado. Ainda nos exercícios o livro traz a imagem de ábaco e solicita que o estudante descreva que número está representado. Criar hipóteses de preenchimento ou retirada de peças e solicita que o estudante diga quais são os números formados a partir das hipóteses propostas. Finalmente, o livro propõe um desafio que solicita ao estudante que desenhe um ábaco representando o número 3.865 (três mil oitocentos e sessenta e cinco). Neste desafio também há a proposição / exercício de se obter o número 9.999 (nove mil novecentos e noventa e nove) acrescentando peças ao número inicial.

Na página 16, o livro aborda “Ordem dos números na reta numérica”. Apresenta o seu formato. Traz o conceito “menor que” e “maior que”, já com os símbolos “ $>$ ” e “ $<$ ”. Ainda neste aspecto, o livro apresenta números expressos em somas e multiplicações e que são representados em expressões numéricas de multiplicações ou somas.

Nas atividades da página 17, é possível encontrar cinco exercícios, mais uma seção chamada: DESAFIO. No exercício 01 é pedido que se utilize os símbolos “ $>$ ” ou “ $<$ ” para se avaliar o que é “maior que” ou “menor que”. No exercício 02, o livro agrega os símbolos “ $>$ ”, “ $<$ ”, “ $=$ ” para expressões que utilizam número e referência a dezenas, centenas. E, no exercício 03 o livro pede sistema de numeração para uso frente a algarismos. O exercício 04 é a respeito do estudante organizar sequência numérica de seis

algarismos de forma crescente. Tais algarismos utilizam a forma de unidade de milhar. No quinto e último exercício a proposta é a mesma, porém, em ordem decrescente. O DESAFIO convida os estudantes a analisar com “>”, “<” ou “=” quatro agrupamentos de números descritos, utilizando os conceitos de UNIDADE, DEZENA, CENTENA e UNIDADE DE MILHAR.

Na página 18, o livro analisa “a reta numérica e aproximações”. Nesta página o estudante é levado a perceber que é possível fazer aproximações mais exatas conforme a situação. Para isso, são apresentados sempre o número, a reta numérica e a aproximação em dezena ou em centena ou em unidade de milhar. Com a figura da reta numérica é possível que o estudante visualize onde está o numeral e se ele está mais próximo de um número antes ou depois nestas três situações.

Na página 19, existem ATIVIDADES ligadas ao assunto abordado no parágrafo anterior. São dois exercícios. O primeiro é subdividido em letras de “a” até “e”. São utilizadas espécies da fauna brasileira com a respectiva quantidade de espécies conhecidas. Daí é solicitado que o estudante indique qual a “centena exata mais próxima”. No exercício 02, ainda a respeito da fauna é apresentado gráfico de barras com a representação da quantidade de espécies conhecidas de cada animal e solicitado ao estudante que responda, com base na tabela inicial, qual o grupo está representado no gráfico de barras. Foram propostos quatro grupos de “A” até “D”. No entanto, este último exercício não trabalha a proposição da reta numérica e as aproximações.

Na página 20 o livro utiliza a distância a Lua e a Terra como subsídio para analisar “Ordens, classes e leitura dos números naturais”. Faz desenho esquematizado onde descreve as classes e cada uma das seis ordens expressas no número em destaque com o detalhe que cada ordem também recebe a descrição em unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezena de milhar, e centenas de milhar. A partir da descrição em dezenas até a descrição e centenas de milhar, todas essas, também recebem a descrição de unidades equivalentes ao número em destaque. Exemplo: Na sexta ordem : três centenas de milhar = 300.000 (trezentas mil) unidades. Ainda nessa página, o livro traz, na gravura indicativa o conceito de que “a cada três ordens agrupadas da direita para a esquerda, formam uma classe”. Um quadro explicativo demonstra a CLASSE DOS MILHARESE e a CLASSE DAS UNIDADES SIMPLES.

Na página 21 são propostos dois exercícios dentro do subtítulo TRABALHANDO COM TABELAS. Tais exercícios são vinculados ao assunto população indígena e informações oficiais compartilhadas em forma de tabelas, imagem

e mapa. No primeiro exercício o livro propõe que o estudante interprete a tabela apresentada e responda à pergunta proposta cuja resposta remete ao uso da linguagem de descrição numérica com base no Sistema de Numeração Decimal. Ainda explorando a interpretação, a letra “b” do primeiro exercício solicita o nome da região com mais indígenas e com menos. Já o segundo exercício possui subdivisão de “a” até “g” e trabalha o conceito de algarismo, de ordens, de centena de milhar, unidade de milhar, dezena de milhar, e o valor posicional de 30.000 (trinta mil).

A página 22 é continuidade com o exercício número 03. Este exercício apresenta um quadro com a CLASSE DOS MILHARES e a CLASSE DAS UNIDADES SIMPLES subdivididas em seis ordens. O exercício pede que na terceira linha seja colocado o nome da ordem e nas demais linhas o estudante escreva o número da população indígena de cada uma das cinco regiões do país.

Ainda na página 22, o livro traz mais informações a respeito da população indígena brasileira no tópico intitulado APRENDA MAIS ESTA. No texto complementar de quatorze linhas estão utilizados números que variam da unidade de milhar até unidade de milhão.

O tópico PESQUISANDO, também está na página 22 e propõe aprofundamento da pesquisa por parte do estudante ligado à cultura indígena: este tópico não contribui diretamente para o estudo aprofundado do Sistema de Numeração Decimal.

Na página 23 é possível encontrar o tópico COMPOSIÇÃO e DECOMPOSIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS e ele é tratado diretamente em ATIVIDADES. São propostos cinco exercícios. No primeiro o estudante precisa descrever o valor posicional de cada algarismo que forma os dois números propostos. No segundo é dado modelo de decomposição que deve ser aplicado na análise de outros três números propostos. No terceiro exercício é proposto um quadro de classes: DE MILHAR e das UNIDADES SIMPLES e feita pergunta ao estudante qual dentre os algarismos propostos pode ter o maior e o menor valor posicional. O quarto exercício também propõe que o estudante responda, dentro do Sistema de Numeração Decimal o maior e o menor número com seis ordens. Finalmente, no quinto exercício são propostas duas perguntas que procuram relacionar quantidade de algarismos e as ordens que compõem tais números.

A página 24 dá continuidade nas ATIVIDADES relacionadas a COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS. Apresenta os exercícios de número 06, 07 e 08. No sexto exercício é solicitado do estudante que descreva o número a partir

das composições descritas: são ao todo cinco composições. Exemplo: 06 (seis) dezenas de milhar + 03 (três) unidades de milhar. No sétimo exercício é dada a composição de um número descrito com numerais, somente até a terceira ordem a que aquele numeral pertence; e é solicitado do estudante que considere as quatro descrições que estão na composição para escrever o número. Finalmente, no oitavo exercício é dado um número com seis ordens e solicitado do estudante que represente este número num ábaco dentro do espaço em branco reservado.

Ainda na página 24, é possível observar a COMPARAÇÃO E ORDENAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS cujo estudo é proposto aos estudantes com base em ATIVIDADES que contêm dois exercícios. O primeiro trabalha gravura com os mesmos algarismos, formando dois números diferentes, ambos com seis ordens cada. A respeito deles são feitas duas perguntas aos estudantes. No segundo exercício existem comparações com uso dos símbolos de “>” (maior que) e “<” (menor que) nas letras de “a até “i”.

As páginas 25 e 26 trazem o subtítulo DIVIRTA-SE e apresentam um jogo que solicita aos estudantes que descrevam um trajeto saindo de um ponto inicial chamado ÁUREO até o ponto final chamado SOLO. Estabelece como critério que tal trajeto precisa ser composto por oito corpos celestes e determina a pontuação para todos os corpos celestes disponíveis. O jogo avalia o discernimento do estudante em escolher na composição de um trajeto com corpos celestes que possuam maior valor. O estudante precisa ter compreendido o valor posicional dos algarismos para obter êxito no jogo.

A página 26 traz mais dois exercícios ainda a respeito do jogo. No primeiro exercício composto de letras de “a” até “d”, o livro solicita dos estudantes que respondam a perguntas propostas que, para fazê-lo eles precisam usar de raciocínio lógico e conhecimento do valor posicional dos algarismos dentro do Sistema de Numeração Decimal. No exercício 02, o livro explora o valor posicional dos algarismos em situações hipotética tanto para análise quanto para descrever no quadro de valor posicional de seis ordens a pontuação obtida por cada jogador considerando as hipóteses levantadas.

Finalmente nas páginas 27 e 28, é trabalhado o conceito A CLASSE DOS MILHÕES também se utilizando das ATIVIDADES. Na página 27 são apresentados os exercícios um e dois. No exercício 01 é dado um número que possui classe dos bilhões e é apresentado um quadro apenas até a CLASSE DOS MILHARES e é perguntado dos estudantes se é possível descrever o número proposto utilizando o quadro dado. Como exercício, o livro propõe que o estudante possa perceber que o número dado extrapola o

nível estudado até então, levando-o a perceber uma sétima ordem no valor posicional do número. Já o exercício 02 apresenta a CLASSE DOS MILHÕES e as respectivas ordens que a compõem: 7ª, 8ª e 9 ordens; demonstrando a escrita do número inicial proposto.

Na página 28 é possível observar os exercícios três e quatro. No exercício três, ainda com o tema de fundo da população dos estados, a proposição ao estudante é que ele complete o quadro proposto com a classe dos milhões com suas respectivas ordens e, em seguida, considerando as populações dos estados Amazonas, Goiás, e Rio Grande do Sul, preencha adequadamente o quadro, já que ele está incompleto quanto aos números relacionados à classe dos milhões. No quarto exercício o livro volta à representação de números arábicos, cita um exemplo inicial descrito e depois solicita que o estudante descreva quais números estão representados nas letras “a” e “b” do exercício.

Na última página, que fecha o assunto Sistema de Numeração Decimal, o livro propõe três seções; a saber: APRENDA MAIS ESTA, DEFENDA SUA IDEIA e ATIVIDADE. Na primeira, apresenta gráfico da POPULAÇÃO BRASILEIRA NAS DÉCADAS DE 1950, 1980 e 2010 com exemplificação de escrita abreviada de números que estão na classe dos milhões. Na segunda, o livro parte da forma abreviada, mas faz movimento contrário porque propõe escrita completa de um número que está na classe dos milhões, inclusive demonstrando a escrita em quadro didático com as três classes estudadas. Na última seção são propostas duas atividades identificadas como “a” e “b”, onde o livro dá a forma abreviada de um número relacionado ao tema população; e solicita que o estudante faça a escrita do número na forma completa.

Neste livro foram 18 (dezoito) páginas que abordaram o Sistema de Numeração Decimal de modo instrumental, dinâmico e diverso, proporcionando ao estudante, relacionar o uso cotidiano do tema com o conteúdo. Passemos agora a análise do segundo livro.

4.2.1.2. Segundo livro didático analisado em 14/07/2022.

O segundo livro analisado e utilizado pelo 5º ano da EESCM tem o título “Reforço Brasil Matemática 5º Ano Livro do Aluno”, da editora Eureka Soluções. Obra do ano de 2019, cujos autores são Caio Assunção, Morgana Cavalcanti e Regina de Freitas. A seguir registramos os Dados Internacionais de Catalogação na publicação os quais disponibilizamos nas referências.

O livro “Reforço Brasil: matemática 5º ano Livro do Aluno” não trabalha o conceito do Sistema de Numeração Decimal e nem o Sistema de Medição de

Comprimento, nem o Sistema de Medição de Massa, nem o Sistema de Medição de Tempo. No entanto, em sua primeira lição, intitulada “Relembrando lição 1 para que servem os números”, o referido livro parte de um contexto extremamente pertinente para o entendimento do estudante do 5º ano, que são os seguintes aspectos: nome, data de nascimento, altura, peso, filiação, endereço.

Porém, vale frisar, que o estudante do 5º ano, como é possível evidenciar na página 07 do livro, irá deparar-se com números que possuem naturezas muito diferentes. A respeito da data de nascimento, por exemplo, a página 08 ainda propõe um entendimento maior por parte do estudante porque descreve o universo dos 12 (doze) meses do ano. E, ainda conduz a um entendimento maior a respeito de quem é mais velho ou de quem é mais novo. No entanto, quando passamos a observar o peso; a obra não remete às classes ou ordens do Sistema de Numeração Decimal, limitando-se a exigir do estudante apenas que ele informe a personagem que possui maior peso. Este aspecto faz com que o estudante não tenha subsídio de entender o que significa ter determinado PESO, considerando o todo, considerando o Sistema de Numeração Decimal.

Na página 09, o livro aborda a respeito da altura. Trata do metro, mas não o contextualiza dentro do Sistema de Medição de Comprimento, limitando as possibilidades dos estudantes de abrangerem mais bens culturais na relação com o metro.

Na página 10 é abordado o conceito de endereço com uso de ruas e quadras expressas num mapa, o qual demonstra onde as personagens, utilizadas pelo livro, residem. Nesta página o livro usa o conceito de “quadra” e o uso do número restringe-se a identificação, ou na quantidade de quadras ou no número da casa ou no horário de saída. Porém, neste último tópico, o Sistema de Medição de Tempo, não é abordado: limitando a reflexão do estudante quanto às possibilidades de uso do referido sistema.

Na página 11, o livro propõe que o estudante preencha uma ficha que solicita foto, nome, data de nascimento, altura em metro, filiação, endereço. A proposta aproxima e humaniza a relação do estudante com o conteúdo, porém, não garante que as reflexões e possíveis abstrações sejam realizadas por eles, pois que não são apresentadas bases conceituais: é muito mais a reprodução do senso comum do que estudo e entendimento matemático.

Na página 12, o livro propõe um texto que instiga o estudante a realizar uma experiência com supervisão de um adulto. No texto são abordados números no contexto do Sistema de Medição do Tempo, Sistema de Medição de Temperatura, Sistema de Numeração Decimal, Sistema de Medição de Massa, fração, Sistema de Medição de

Líquidos. Toda argumentação retrata o cotidiano e isso é um ponto forte porque aproxima o estudante da prática, no entanto, tais menções não explicam a origem dos conteúdos mencionados, conduzindo à reprodução do senso comum.

Depois da página 12, o livro volta-se às operações básicas. Desse modo apenas nas páginas 07 a 12 é que são abordadas referências ao uso do número em diversos contextos, sem, no entanto, criar referência ou explicar a origem de tais números usados em contextos tão diversos. Assim, o livro apresenta uma lacuna quanto ao objeto desta investigação. Passaremos à análise da última obra utilizada em anos anteriores pela EESCM nas turmas de 5º ano.

4.2.1.3. Terceiro livro didático analisado em 14/07/2022.

O terceiro livro analisado tem o título: “Aprova Brasil: matemática 5º ano ensino fundamental Anos Iniciais”, (MODERNA, 2016), cujos autores foram: Fernando Manenti Santos, Flávia Renata Pereira de Almeida Fugita, Thais Bueno de Moura, Viviane Maria Milankondo. Os Dados Internacionais de Catalogação na Publicação foram dispostos nas referências.

A obra apresenta na Lição 01 o título: Números e Sistema de Numeração Decimal, a qual compreende as páginas 06, 07, 08, 09, 10 e 11. Passemos a analisar cada uma delas.

Na página 06 o livro propõe a questão 1 que está fundamentada no público pagante de uma partida de futebol. Esta estratégia é adequada porque o futebol está na cultura brasileira fortemente. No entanto, na continuidade da página é possível ler a seção Compreendendo a Questão que faz três solicitações aos estudantes, porém não as explica anteriormente. São elas: a) se o número proposto é maior ou menor do que cem mil; b) a escrita por extenso do número proposto; e, c) o que é pedido na questão descrita na seção anterior. Finalmente, na última seção desta página intitulada Respondendo a Questão, o livro propõe um esquema com base no Sistema de Numeração Decimal e detalha o valor posicional de cada algarismo que compõe o número proposto. Neste esquema o estudante pode começar a entender o que é uma dezena e a quantidade em unidades que ela representa, e assim por diante, até a dezena de milhar: arrematando ao final com uma somatória a ser preenchida de cada parcela relacionada ao número proposto.

Na página 07 o livro traz a questão 02 que aborda o conceito das ordens milhar, centena e unidade sem uma explicação prévia. Na seção “Compreendendo a questão” faz duas perguntas: uma sobre qual é o maior valor apresentado na decomposição anterior e

quantos algarismos compõem o número apresentado. O interessante é que a obra faz referência a tais conceitos, partindo do pressuposto que o estudante já os conhece. Fechando esta página, pode-se ler a seção “Respondendo a questão” que solicita a escrita com algarismos dos números inicialmente propostos. Também solicita que seja feita a adição, após descobertos tais números. Pergunta qual a ordem de grandeza do número, no entanto, no livro não existe subsídio para que o estudante possa responder a esta questão proposta. Por fim, o livro solicita que o estudante escreva como o número deve ser lido, o que não é explicado pelo livro, cabendo ao professor o papel de preencher tal lacuna.

Na página 08 é possível ler a questão 03 que foi construída numa situação de lançamento de dardos que pede ao estudante que identifique a pontuação obtida na figura que representa o lançamento de dardos da personagem Maurício. Observe que são dez dardos representados na figura e que sugerem implicitamente ao estudante que some o valor obtido em cada dardo para chegar à pontuação total obtida. Na continuidade, o livro apresenta seção “Compreendendo a questão” que pergunta quantos dardos Maurício lançou e pede ao estudante que indique o valor de cada parte colorida do alvo de dardos conforme a figura. Na seção “Compreendendo a questão” o livro organiza a somatória dos pontos obtidos pela personagem, oferecendo um exemplo e deixando lacunas para que o estudante as complete com base na análise da figura. Solicita a pontuação total obtida pela personagem, assim como a escrita dessa pontuação. Arremata criando pergunta a partir de uma hipótese, levando o estudante a reordenar o pensamento, considerando todo o histórico já debatido anteriormente. A proposição consegue fazer com que o estudante exercite os conceitos do Sistema de Numeração Decimal, mas não o leva a visualizar, de modo completo, tal sistema.

Na página 09 é proposta a questão 04 que se utiliza de figuras de ábacos que representam dois números e pergunta qual, dentre eles, representa o menor número. Na seção seguinte, “Compreendendo a questão”, são feitas duas perguntas ao estudante: a primeira é referente a quantidade de algarismos representados nos números presentes nas figuras dos ábacos; e a segunda, é referente ao que é pedido na questão. Esta pergunta analisa o entendimento do estudante em relação ao assunto abordado. Na seção que fecha a página “Respondendo a questão”, o livro traz um quadro que apresenta as seis ordens relacionadas aos dois números propostos nos ábacos das figuras iniciais da página. Pergunta qual a maior ordem de grandeza dos números e no último exercício da página solicita preenchimento de lacunas para os quais o estudante precisa ter compreendido o

valor posicional dos algarismos conforme a ordem em que se encontre. No entanto, tal entendimento, no nosso modo de ver, está totalmente dependente da condução e ampliação da explicação por parte do professor.

Na página 10, o livro apresenta a questão 05 que é concebida a partir de seis algarismos propostos com o desafio de componham o menor número possível, sem repeti-los. Na seção “Compreendendo a questão” o livro mantém a pergunta do que a questão pede e descreve um quadro com o nome da primeira e da última ordem que estão em estudo e solicita que o estudante complete com o nome das outras quatro ordens. Na seção “Respondendo a questão” o livro volta à questão inicial proposta e pede que o estudante diga qual é o algarismo que deve ser usado tanto na ordem centena de milhar, quanto na dezena de milhar. Na continuidade, o livro apresenta um quadro com as seis ordens que está utilizando e solicita que o estudante descreva o número que responde à questão inicial proposta. Em seguida, solicita ao estudante a escrita por extenso do número proposto. O exercício, no nosso modo de analisar, consegue conduzir o pensamento do estudante para entender o Sistema de Numeração Decimal, instrumentalizando-o a ler outros números presentes na sociedade e que em sua maioria, giram em torno das seis ordens estudadas. Finaliza a página propondo uma pergunta nos mesmos moldes da pergunta inicial, porém, de modo contrário.

Na página 11 o livro apresenta a última pergunta na seção chamada questão 06. Na elaboração da referida questão, o livro traz a variável, “número de habitantes”; a qual está expressa em forma de tabela e de reta numérica. Pergunta ao estudante o número de habitantes presentes em cada uma das cidades descritas. Na seção seguinte, intitulada “Compreendendo a questão”, o livro pergunta do estudante o que é preciso fazer para responder a questão. Esse modo diferente de perguntar pareceu mais adequado para uma criança de 10 e 11 anos refletir e verbalizar a respeito do que é necessário ser feito para resolver a questão proposta. Na última seção, intitulada também pelo mesmo nome das anteriores, “Respondendo a questão”, o livro define um ponto como referencial e pergunta qual população está mais próxima dele. Esta pergunta auxilia o estudante a se orientar na reta numérica. Na segunda pergunta, o livro extrapola as seis ordens estudadas até então, e conduz o estudante a perceber que um dos números das populações descritas inaugura o estudo da classe dos milhões na qual estarão presentes mais três ordens. O que fica evidente é que o professor precisará mediar este aspecto porque o livro somente instiga, mas não propõe qualquer quadro explicativo. E, finalizando o capítulo, assim como esta análise preliminar epistemológica, está a última pergunta desta seção, a qual gira em torno

de reta numérica. No entanto, para o estudante conseguir responde-la, precisa saber ler os números propostos: dois deles com seis ordens de valor posicional e um com sete ordens. Assim como precisa perceber que um valor é maior do que o outro e ordená-los de forma crescente, do menor para o maior. O que, em última análise, é o grande objetivo de se estudar / conhecer o Sistema de Numeração Decimal.

4.2.2. Análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes.

A enquête foi realizada após a assinatura do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (vide anexos) por parte dos estudantes e se utilizou da “Cédula de consulta por enquête” (Apêndice C). Na oportunidade foram feitas, aos estudantes, duas perguntas. Na tabela 1, abaixo, pode-se observar a tabulação das respostas

[illegible]

Dificuldade nas dezenas							X				01
Não sabia o que era dezena								X			01
Afirmou não ter dificuldade			X						X	X	03
Não respondeu						X					01
LEGENDA	Respostas dos estudantes relacionadas a questão 01						Respostas dos estudantes relacionadas a questão 02				

Tabela 1 - Qualificação das respostas dos estudantes quanto a dificuldades e obstáculos de aprendizagem
FONTE: Próprio autor

A primeira pergunta versou a respeito de onde seria útil, na opinião dos estudantes, conhecer o assunto Sistema de Numeração Decimal. Como se pode evidenciar na tabela 1, as duas respostas mais relevantes foram: o trabalho (com cinco votos) e a faculdade e/ou a universidade (com seis votos). Esta pergunta tinha por objetivo levar o pensamento do estudante a um olhar entorno da realidade social, para perceber maior ou menor dificuldade de expressar-se usando do Sistema de Numeração Decimal frente a diversos aspectos da vida cotidiana.

A segunda pergunta ficou mais focada na essência da análise preliminar em questão. Pediu-se para que descrevessem dificuldades e obstáculos em aprender o assunto Sistema de Numeração Decimal. Mas, como é possível evidenciar na tabela 1: 03 (três) estudantes disseram ter dificuldade, mas não a especificaram; 03 (três) afirmaram não ter dificuldade. Desse modo a enquête não foi reveladora de elementos capazes de aprimorar a abordagem do conteúdo.

A expectativa era se fazer a referida análise com 25 (vinte e cinco) estudantes, mas apenas 10 (dez) aquiesceram à participação voluntária. Mesmo assim, o resultado é expressivo dada à quantidade obtida e a riqueza de elementos para análise.

4.2.3. Análise preliminar erros mais comuns cometidos pelos estudantes.

Os erros listados abaixo foram fruto da pré-seleção feita pela Professora 01, titular do 5º ano 1 da EESCM em 2022. Todos foram retirados do livro didático utilizado em 2022 por aquela turma: Novo Bem-Me-Quer: Matemática (BORDEAUX et al, 2017).

A natureza dos erros listados pode ser assim resumida, conforme tabela 2 - Ocorrência de erros mais comuns cometidos pelos estudantes:

Erro No.	Situações de erros dos estudantes														Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
01	X			X			X	X							04
02	X	X													02
03		X													01
04			X						X		X			X	04
05					X			X							02
06				X		X									02
07				X		X						X			03
08							X			X					02
09										X					01
10													X		01

Tabela 2 - Ocorrência de erros mais comuns cometidos pelos estudantes

FONTE: Próprio autor

A seguir estão descritos a numeração e a respectiva descrição dadas a cada um dos **erros** considerados nesta análise preliminar:

1. Uso da vírgula em lugar do ponto para a divisão de classes dentro do Sistema de Numeração Decimal;
2. O estudante não utiliza o ponto para dividir as “classes” supra citadas;
3. A dificuldade de posicionar, no Sistema de Numeração Decimal, uma determinada quantidade especificada;
4. Não há apropriação, por parte do estudante, dos termos “classe” e “ordem” para designar a composição do número com seus algarismos dentro do Sistema de Numeração Decimal;
5. Deficiência na leitura do número a partir da sua representação no quadro de “classes” ou em outra representação, como o ábaco, o valor posicional dos números dentro do Sistema de Numeração Decimal;
6. Deficiência de descrever o valor posicional do algarismo dentro do número, considerando as “classes” e “ordens” do Sistema de Numeração Decimal;
7. Carência de interpretação textual para responder às perguntas propostas pelo enunciado da questão;
8. Deficiência em converter uma descrição sintética, de um número, em uma descrição literal apenas usando números e seu valor posicional conforme Sistema de Numeração Decimal;
9. Deficiência em representar no ábaco, conforme Sistema de Numeração Decimal, o número inteiro solicitado.
10. Desatenção.

Na figura 1, abaixo, é possível observar, na atividade “a” e “b”, a ocorrência do **erro 01**. Comentário: A atividade pede a escrita do numeral e oferece no enunciado a descrição sintética, a qual utiliza vírgula. Assim o estudante usou a **vírgula** da descrição sintética em vez do **ponto** para separar as “classes”. E os números deveriam ser descritos usando pontos conforme se escreve a seguir: 190.700.000; 41.260.000; e, 6.200.000.

APRENDA MAIS ESTA

Existe uma forma abreviada de escrever os números grandes. Observe o gráfico ao lado.

Ele mostra o aumento da população brasileira no período de alguns anos, em milhões. Os valores estão aproximados, a fim de facilitar a escrita de forma abreviada.

População brasileira

Ano	População (em milhões)
1950	51,9
1980	121
2010	190,7

Fonte: IBGE. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 2011.

DEFENDA SUA IDEIA

51,9 milhões é uma forma abreviada de escrever um número. Como podemos escrever 51,9 milhões utilizando somente algarismos, sem abreviá-lo?

Para escrever 190,7 milhões utilizando somente algarismos, eu preciso colocar em um quadro de ordens.

Como são 190 milhões, preencho primeiro a classe dos milhões. O primeiro algarismo à direita da vírgula fica, então, na centena de milhar. Ao demais cuido eu preencho com zeros. O número encontrado é 190.700.000.

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
1	9	0	7	0	0	0	0	0

ATIVIDADE

Escreva os números que aparecem abreviados nas frases a seguir utilizando somente algarismos.

a) De acordo com o Censo 2010, a população do Brasil era de 190,7 milhões.
 190.700.000

b) A população do estado de São Paulo, segundo o Censo 2010, era de aproximadamente 41,26 milhões e a de Santa Catarina era de aproximadamente 6,2 milhões.
 41.260.000 6.200.000

Figura 4 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 1 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161342069.jpg

Na figura 2, abaixo, é possível evidenciar, na questão 03 e nas questões “4.a” e “4.b”, respectivamente, o **erro 03** e o **erro 01**. Comentário: Na questão 03 o estudante coloca dois números dentro de uma mesma “ordem”. Nas questões “4.a” e “4.b”. o ponto não é usado para separar as “classes” pertinentes ao número descrito com base no Sistema de Numeração Decimal.

3 Complete o quadro acrescentando a classe dos milhões. Continue representando no quadro os ordens o número de habitantes de outros estados do Brasil. Para isso, registre os números que indicam a população dos estados citados e escreva-os por extenso.

- Amazonas: 3 483 985
- Goiás: 6 003 788
- Rio Grande do Sul: 10 693 929

Fonte: www.censo2010.ibge.gov.br/xpopovale.php?dado=9&uf=GO. Acesso em: set. 2017.

2ª classe						1ª classe		
Milhares						Unidades simples		
6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem
C	D	U	C	D	U	C	D	U
3	4	8	3	9	8	5		
0	0	3	7	8	8			
6	9	3	9	2	9			

4 No ábaco ao lado, folipe representou o número **um milhão**. Que números ele representou nos outros ábacos? Escreva-os em algarismos e por extenso.

a)
 130 000 000
 treze milhões

b)
 1 000 000 000
 um bilhão

Figura 5 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 2 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161218019.jpg

Na atividade 01 presente na figura 3, abaixo, é possível evidenciar o **erro 04**. O estudante ainda não se familiarizou com a terminologia do Sistema de Numeração Decimal, quanto a dividir em “classes” e “ordens”. Na referida questão o estudante é desafiado com a pergunta se o número 3.766.528 poderia ser escrito no quadro presente na questão que está em análise. Ao que ele respondeu: “Não, porque número tem 7 números e o quadro só tem 6 espaços”. O que evidencia o argumento anterior. O melhor seria que se tivesse encontrado a justificativa pautada no uso dos termos pertinentes, como por exemplo: Não! Pois o número apresenta 07 ordens divididos em 03 classes. Enquanto o quadro apenas traz 02 classes e 06 ordens.

A classe dos milhões
A população do Estado da Paraíba, em 2010, era de 3.766.528 pessoas.
Fonte: <www.censo2010.ibge.gov.br/sintese/index.php?dados=4&uf=50>. Acesso em: set. 2017.

ATIVIDADES

1. É possível representar o número de habitantes acima no quadro de ordens a seguir? Por quê?

Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade

2. Qual é o maior número natural que pode ser escrito num quadro de ordens como esse?

O número 3.766.528 possui 7 ordens. Veja:

3	766	528
3ª classe	2ª classe	1ª classe

A 3ª classe é chamada **classe dos milhões**.

Lemos esse número assim:

3	766	528
três milhões	setecentos e sessenta e seis mil	quinhentos e vinte e oito.

No quadro de ordens, esse número é registrado desta forma:

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
C	D	U	C	D	U	C	D	U
		3	7	6	6	5	2	8

Figura 6 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 3 de 14
FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161332005.jpg

Na análise a seguir, referente a figura 4, abaixo, foi encontrado o **erro 01** na questão 01. E os **erros 06 e 07** na questão 02. Comentários: Na questão 01 o estudante usou vírgula em vez de usar ponto para dividir as “classes” do número. Na questão 02 o estudante não interpretou o que pedia o enunciado. Simplesmente transcreveu as quantidades do “primeiro viajante” para o quadro do Sistema de Numeração Decimal, sem critério. Foi quando gerou mais um erro, pois colocou número da posição errada.

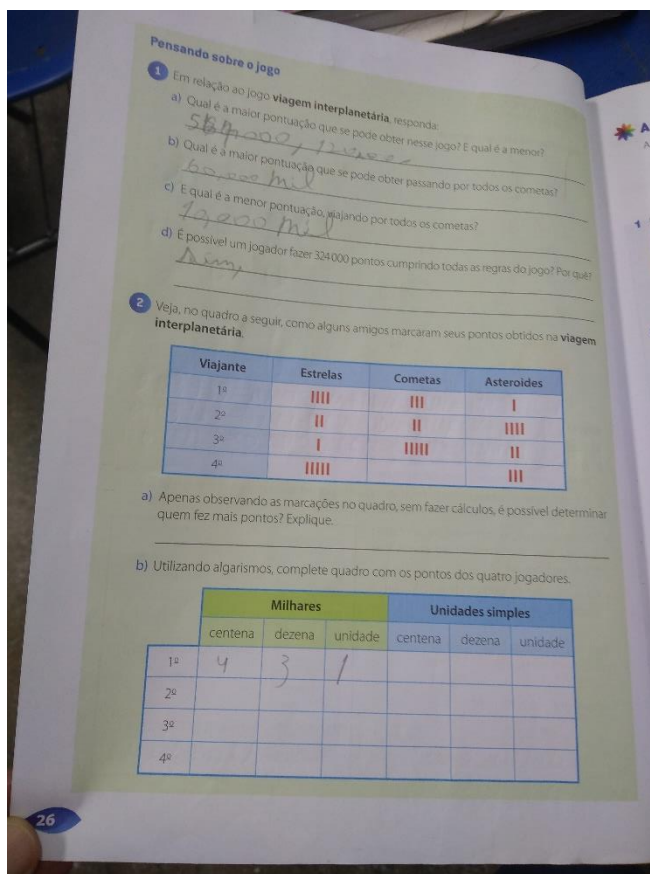


Figura 7 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 4 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161336587.jpg

Na figura 5, abaixo, a análise refere-se à questão 07 onde foi evidenciado o **erro 05**. Comentário: O enunciado descreve uma somatória de números para compor ao final um único numeral. Foi feita a subdivisão em quatro pedaços: o primeiro traz o número 3 posicionado na 3ª ordem da “classe dos milhares”; o segundo traz o número 2 posicionado na 2ª ordem da “classe dos milhares”; o terceiro traz o 4 posicionado na 3ª ordem da “classe das centenas simples”; e, finalmente, o último pedaço, traz o número 8 posicionado na 2ª ordem da “classe das unidades simples”. Assim a leitura no número final deveria ser: Trezentos e vinte mil, quatro centos e oitenta (320480). Mas o número que o estudante descreveu, conforme se evidencia acima foi: 32480. Ou seja, sem o ponto de divisão entre as classes e a descrição errada do número. Indicando que ainda não se apropriou do Sistema de Numeração Decimal.

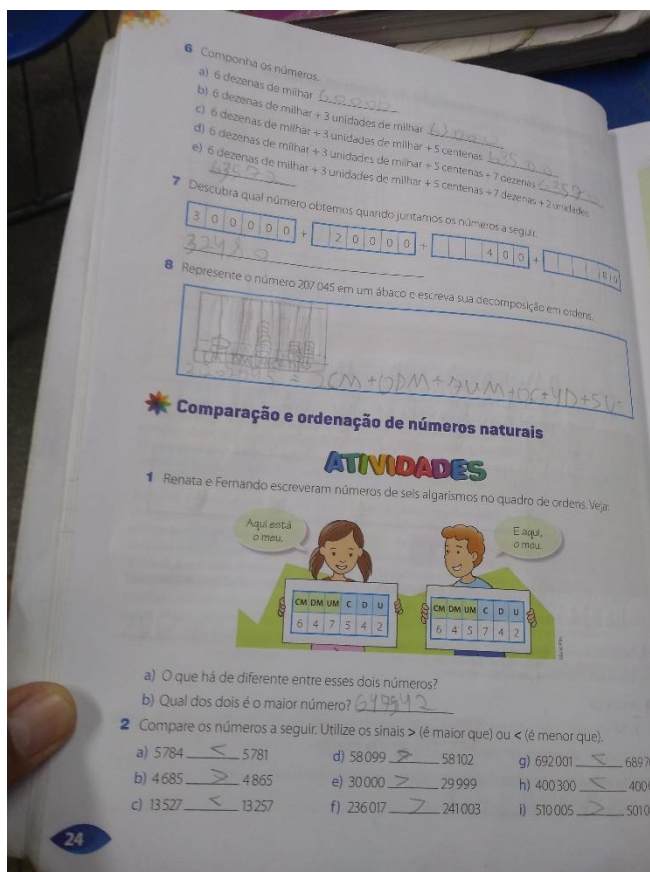


Figura 8 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 5 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161317805.jpg

Na figura 6, abaixo, a análise volta-se às questões 01 e 04, onde, respectivamente, foram evidenciados os **erros 06** e **07**. Comentários: na questão 01 pela ausência de respostas, o que instiga a inferir que o estudante não se apropriou do conhecimento do Sistema de Numeração Decimal. Na questão 02, pela carência de interpretação textual da exigência do enunciado.

Composição e decomposição de números naturais

ATIVIDADES

1. Escreva o valor posicional de cada algarismo nos números:

161 189 45 474

2. Agora decompõe os números em ordens, conforme o modelo:

$479\,612 = 4\text{ CM} + 7\text{ DM} + 9\text{ UM} + 6\text{ C} + 1\text{ D} + 2\text{ U}$

a) 84747 $8\text{ DM} + 4\text{ CM} + 7\text{ C} + 4\text{ D} + 7\text{ U}$
 b) 235 678 $2\text{ CM} + 3\text{ DM} + 5\text{ UM} + 6\text{ C} + 7\text{ D} + 8\text{ U}$
 c) 161189 $1\text{ CM} + 6\text{ DM} + 1\text{ UM} + 1\text{ C} + 8\text{ D} + 9\text{ U}$

3. Observe o quadro de ordens e os seis algarismos dados e responda:

CM	DM	UM	C	D	U
4	7	2	1	8	5

Qual é o maior número que pode ser representado no quadro acima sem repetir os algarismos?
 875471. E qual é o menor? 123459

4. No sistema de numeração decimal: qual é o maior número que tem seis ordens?
 E qual é o menor? 123456

5. Responda:

a) Se a maior ordem ocupada pelos algarismos de um número é a dezena de milhar, então quantos algarismos ele tem? Salgos

b) Se um número tem seis algarismos, qual será sua ordem de maior valor?
999999 mil

Figura 9 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 6 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161308978.jpg

Na figura 7, abaixo, que representa a situação 7 de 14, especificamente na “atividade b”, observa-se evidências dos **erros 01** e **08**. Comentários: Na questão em destaque foi evidenciado o uso da vírgula em lugar do ponto. Como também evidenciado o erro ao converter uma descrição sintética para a descrição do número propriamente dito. Ou seja, foi proposto ao estudante a seguinte expressão: “6,2 milhões”. O estudante descreveu: “62.000.000”. Quando deveria ter descrito: “6.200.000”.

Para cada

APRENDA MAIS ESTA

Existe uma forma abreviada de escrever os números grandes.
Observe o gráfico ao lado.
Ele mostra o aumento da população brasileira no período de alguns anos, em milhões.
Os valores estão aproximados, além disso, foram escritos de forma abreviada.

População brasileira

Fonte: IBGE. Base de dados: censo2010.ibge.gov.br
Atualizado em 2013

DEFENDA SUA IDEIA

51,9 milhões é uma forma abreviada de escrever um número.
Como podemos escrever 51,9 milhões utilizando somente algarismos, sem abreviá-lo? 51 900 000

Para escrever 190,7 milhões utilizando somente algarismos, eu prefiro colocar em um quadro de ordens.

Como são 190 milhões, preencho primeiro a classe dos milhões. O primeiro algarismo à direita da vírgula fica, então, na centena de milhar. As demais casas eu preencho com zeros. E o número encontrado é 190 700 000.

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
1	9	0	7	0	0	0	0	0

ATIVIDADE

Escreva os números que aparecem abreviados nas frases a seguir utilizando somente algarismos.

a) De acordo com o Censo 2010, a população do Brasil era de 190,7 milhões.
190.700.000

b) A população do estado de São Paulo, segundo o Censo 2010, era de aproximadamente 41,26 milhões e a de Santa Catarina de aproximadamente 6,2 milhões.
41.260.000 e 6.200.000

29

Figura 10 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 7 de 14
FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161242638.jpg)

Na figura 8, abaixo, estão evidenciados os **erros 01** e **05**, respectivamente. Comentário: Na questão “4.a” não foi usado ponto para dividir as “classes” referente ao número descrito com base no Sistema de Numeração Decimal. Na questão “4.b” o número representado foi descrito pelo estudante como: “Cento e vinte e um milhões e quarenta mil e um”. Quando a descrição correta seria: “Cento e vinte e um milhões e quarenta mil e cem”.

A classe dos milhões
A população do Estado da Paraíba, em 2010, era de 3.766.528 pessoas.
Fonte: www.censo2010.ibge.gov.br/hogares/multiplicadores/mul-005_Acesso em: 18/10/17

ATIVIDADES

1. É possível representar o número de habitantes acima no quadro de ordens a seguir? Por quê?

Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade

Não posso, porque o número tem 7 dígitos e o quadro só tem 6.

2. Qual é o maior número natural que pode ser escrito num quadro de ordens como esse?

999.999

O número 3.766.528 possui 7 ordens. Veja:

3	766	528
3ª classe	7ª classe	1ª classe

A 3ª classe é chamada **classe dos milhões**.

Lemos esse número assim:

3	766	528
três milhões	setecentos e sessenta e seis mil	quinhentos e vinte e oito

No quadro de ordens, esse número é registrado desta forma:

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
C	D	U	C	D	U	C	D	U
		3	7	6	6	5	2	8

Figura 12 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 9 de 14
FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161209199.jpg

Na figura 10, abaixo, pode-se evidenciar o **erro 08** na questão 06. E o **erro 09** na questão 08. Comentário: Na primeira o estudante não fez a conversão adequadamente da descrição sintética para a literal com uso de números. Na segunda considerando o que o estudante escreveu, percebe-se a completa ausência de conhecimento para atender ao que foi solicitado.

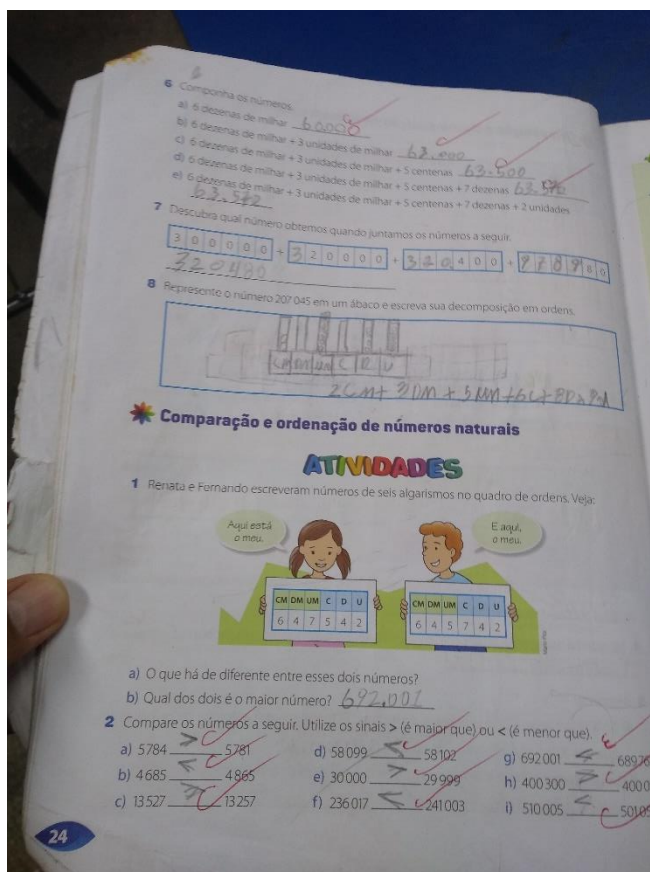


Figura 13 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 10 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161201730.jpg

Na figura 11, abaixo, está evidenciado o erro 04 na questão “5.b”. Comentário: O enunciado pede a maior “ordem” de acordo com o Sistema de Numeração Decimal, considerando a hipótese de o número possuir 06 algarismos. O estudante não tem esse domínio do termo “ordem” e escreve, de modo equivocado, o numeral “99.9999”.

Composição e decomposição de números naturais

ATIVIDADES

1. Escreva o valor posicional de cada algarismo nos números.

161 189

9
80
100
100
60.000
100.000

45 474

4
70
40
80.00
40.000

2. Agora decomponha os números em ordem, conforme o modelo.

$479\ 612 = 4\text{ CM} + 7\text{ DM} + 9\text{ UM} + 6\text{ C} + 1\text{ D} + 2\text{ U}$

a) 84 47 ~~$8\text{ DM} + 4\text{ CM} + 4\text{ C} + 7\text{ U}$~~

b) 235 678 ~~$2\text{ CM} + 3\text{ DM} + 5\text{ UM} + 6\text{ C} + 7\text{ D} + 8\text{ U}$~~

c) 161 189 ~~$1\text{ CM} + 6\text{ DM} + 1\text{ UM} + 1\text{ C} + 8\text{ D} + 9\text{ U}$~~

3. Observe o quadro de ordem e os seis algarismos dados e responda.

CM	DM	UM	C	D	U
8	7	9	6	1	2

Qual é o maior número que pode ser representado no quadro acima sem repetir os algarismos?
~~875142~~ Qual é o menor? ~~124879~~

4. No sistema de numeração decimal, qual é o maior número que tem seis ordens?
 Igual é o menor? ~~228 595~~

5. Responda:

a) Se a maior ordem ocupada pelos algarismos de um número é a dezena de milhar, então quantos algarismos ele tem? ~~5 algarismos~~

b) Se um número tem seis algarismos, qual será sua ordem de maior valor?
~~99.9999~~

Figura 14 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 11 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161150434.jpg

Na figura 12, abaixo, na questão 03 está evidenciado o **erro 07**. Comentário: é solicitado do estudante no enunciado que a população indígena do ano 2000 seja disposta no quadro do Sistema de Numeração Decimal com apenas duas “classes” e suas respectivas ORDENS. Mas o estudante não entende e simplesmente preenche as lacunas do referido quadro com as iniciais de cada uma das “ordens” descritas no quadro. Exemplo: Na “ordem centena de milhar” o estudante preenche com “CM”. E assim sucessivamente.

3. Complete o quadro a seguir escrevendo na 3ª linha o nome das ordens. Depois, nas próximas cinco linhas, coloque o número da população indígena que vivia em cada região em 2000.

Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
CM	DM	UM	C	D	U
CM	DM	UM	C	D	U
CM	DM	UM	C	D	U
CM	DM	UM	C	D	U
CM	DM	UM	C	D	U
CM	DM	UM	C	D	U
CM	DM	UM	C	D	U

APRENDA MAIS ESTA

Supõe-se entre 1 milhão e 5 milhões o número de indígenas que viviam no Brasil em 1500, na época do descobrimento, e que esses nativos estavam distribuídos em 1 400 grupos, que falavam 1 300 línguas diferentes. Nessa vasta população, é notado o desenvolvimento de povos diversos, dentre os quais podemos citar xavantes, caraiabas, tupis, jês e guaranis.

O governo federal reconhece oficialmente algumas áreas como terras indígenas, com o objetivo de preservar o hábitat e garantir a sobrevivência dos grupos indígenas brasileiros. Apesar disso, atualmente, a maior parte dessas terras é afetada pela presença de invasores. As invasões ocorrem de diversas formas e estão relacionadas à atividade agropecuária, à exploração mineral, à extração madeireira e à construção de rodovias e hidrelétricas. Essas atividades afastam os índios de suas terras, degradam o ambiente do território indígena e comprometem a sobrevivência e a qualidade de vida deles, chegando até ao extermínio das sociedades que habitavam no local.

Indígena do grupo saterê-maê fazendo cestaria em Manaus, Amazonas.

Para saber mais, consulte: <www.funai.gov.br/index.php/indios-no-brasil/terras-indigenas> e <www.museudoindio.gov.br/> (acessos em 10/05/2020).
Fontes: **Brasil Escola** <<http://brasilestudo.uol.com.br/historia/indios-brasil.htm>> e <<http://teen.igae.gov.br/biblioteca/mao-na-roda/2020-terras-indigenas.html>> (acessos em 10/05/2020).

PESQUISANDO

Figura 15 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 12 de 14
 FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161144730.jpg

Na figura 13, abaixo, é possível evidenciar o **erro 10** na questão 06. Comentário: o estudante não coloca a palavra “mil” na descrição por extenso tanto do primeiro quanto do terceiro número que está descrito no quadro do enunciado. Porém, como a descrição completa e correta do segundo número, leva-nos a inferir que o estudante sabe da necessidade da presença da palavra “mil” na descrição por extenso, mas que por desatenção acabou não colocando-a nas referidas descrições.

3 Complete o quadro acrescentando a classe dos milhões. Continue representando no quadro os ordens o número de habitantes de outros estados do Brasil. Para isso, registre os números e indique a população dos estados citados e escreva-os por extenso.

- Amazonas: 3.483.985
- Goiás: 6.003.788
- Rio Grande do Sul: 10.693.929

Fonte: www.censo2010.ibge.gov.br/xor/xor.php?id=4&uf=00. Acesso em: set. 2017.

3ª Classe			2ª classe			1ª classe		
Milhões			Milhares			Unidades simples		
4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
C	D	U	C	D	U	C	D	U
		3	4	8	3	9	8	5
		6	0	0	3	7	8	8
1	0	6	9	3	9	2	9	

Três milhões e quatrocentos e oitenta e três mil e novecentos e oitenta e oito mil e oitenta e oito.

4 No abaco ao lado, Felipe representou o número **um milhão**. Que números ele representou nos outros abacos? Escreva os em algarismos e por extenso.

a)

b)

Três milhões e quatrocentos e oitenta e três mil e novecentos e oitenta e oito mil e oitenta e oito.

Fonte: www.censo2010.ibge.gov.br/xor/xor.php?id=4&uf=00. Acesso em: set. 2017.

Figura 16 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 13 de 14
FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161112976.jpg

Na figura 14, abaixo, é possível evidenciar o **erro 04** na atividade 01. Comentário: A análise feita pelo estudante pauta-se no uso da palavra “algarismo”. Consideramos erro porque o não uso da terminologia que compõe o Sistema de Numeração Decimal, como “classe” ou “ordem” abre a possibilidade de inferir tanto para a afirmativa de que o estudante “talvez” domine a terminologia, quanto para a possibilidade de inferir que o estudante não domina a terminologia. O ideal seria que em sua resposta o estudante deixasse claro o domínio do termo pertinente ao Sistema de Numeração Decimal. Exemplo: “O número possui sete algarismos que abrange três “classes” e sete “ordens”. O quadro, porém, somente oferece a possibilidade de descrever um número que abranja seis algarismos, ou seja, duas “classes” com suas seis “ordens”.

A classe dos milhões
A população do Estado da Paraíba, em 2010, era de 3 766 528 pessoas.
Fonte: www.censo2010.ibge.gov.br/xpress/index.php?dados=4&uf=50. Acesso em: set. 2017.

ATIVIDADES

1 É possível representar o número de habitantes acima no quadro de ordens a seguir? Por quê?

Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade

Não, porque o número tem 7 algarismos e o quadro tem 6 algarismos.

2 Qual é o maior número natural que pode ser escrito num quadro de ordens como esse?

999.999

O número 3 766 528 possui 7 ordens. Veja:

3	766	528
3ª classe	2ª classe	1ª classe

A 3ª classe é chamada **classe dos milhões**.

Lemos esse número assim:

3	766	528
três milhões,	setecentos e sessenta e seis mil,	quinhentos e vinte e oito.

No quadro de ordens, esse número é registrado desta forma:

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
C	D	U	C	D	U	C	D	U
		3	7	6	6	5	2	8

Figura 17 - Erros mais comuns cometidos pelos estudantes: situação 14 de 14
FONTE: Próprio autor, arquivo IMG_20221111_161112976.jpg

As situações apresentadas aqui foram trazidas pela Professora 01, professora titular do 5º ano 1 da EESCM em 2022. Foram 14 (quatorze) situações que foram analisadas. E no quadro inicial é possível de evidenciar os **erros** de maior incidência neste levantamento: **erro 01**: Uso da vírgula em lugar do ponto para a divisão de “classes” dentro do Sistema de Numeração Decimal; ; e, o **erro 04**: Não há apropriação, por parte do estudante, dos termos “classe” e “ordem” para designar a composição do número com seus algarismos dentro do Sistema de Numeração Decimal.

4.2.4. Análise preliminar do campo de restrições do lócus da pesquisa.

Dispomos aqui, na íntegra, as entrevistas abaixo como resultado da Análise Preliminar do Campo de Restrições da Escola Estadual Senador Cunha Melo, as quais foram: entrevista com a Bibliotecária 01 realizada no dia 18/07/2022; entrevista com a pedagoga 01 realizada dia 19/09/2022; e, entrevista com a professora 01 realizada no dia 09/11/2022. No entanto, vale ressaltar que tais entrevistas perpassam por outras análises preliminares. E, quando isso ocorre, o conteúdo da entrevista está marcado com

“observações”, indicando a que análise preliminar a fala se refere. Seguem os conteúdos das entrevistas.

4.2.4.1. Bibliotecária 01: entrevista realizada no dia 18/07/2022.

Entrevista realizada com a Bibliotecária 01, readaptada e bibliotecária por formação, que está à frente da biblioteca da EESCM desde 2012, a qual foi transcrita do caderno de campo do pesquisador.

Foi feita a pergunta à Bibliotecária 01, se existiam obras que pudessem ajudar o professor ou o aluno em relação ao assunto Sistema de Numeração Decimal. E foi-nos apresentado um total de 05 (cinco) obras, inicialmente, que listamos abaixo:

- 1) Os números: a história de uma grande invenção. Autor: Georges Ifrah. Editora Globo, 1985;
- 2) Mania de matemática: diversão e jogos de lógica e matemática. Autor: Ian Stewart. Editora Zahar, 2005. Com selo FNDE, PNBEM 2008;
- 3) Introdução à história da matemática. Autor: Howard Eves. Editora Unicamp, 2004. Com selo FNDE, PNBEM 2008;
- 4) Conexões e educação matemática: brincadeiras, explorações e ações. Autor: Ruy Madsen Barbosa. Editora Autêntica, 2009. Com selo FNDE, PNBE do Professor 2010;
- 5) Educação matemática: números e operações numéricas. Autores: Terezinha Nunes, Tânia Maria Mendonça Campos, Sandra Magina, Peter Bryant. Editora Cortez, 2009. Com selo FNDE, PNBE do Professor 2010.

Depois, também nos foi apresentada uma sexta obra, que a descrevemos a seguir:

- 6) Cadernos do Mathema: jogos de matemática de 1º a 5º ano. Autores: Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz, Patrícia Cândido. Editora Artmed, 2007. Com selo FNDE, PNBE do Professor 2010.

Ato contínuo, foi perguntado à Bibliotecária 01 se os professores que ensinam matemática tinham ido à biblioteca fazer o movimento de pesquisa de obras complementares que ajudassem no ensino-aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal. Ao que respondeu a Bibliotecária 01 negativamente.

Também foi perguntado se existia alguma participação da biblioteca na OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas). Mas a Bibliotecária 01 respondeu que não existe participação da biblioteca na preparação dos estudantes para a OBMEP.

Outra pergunta que foi feita à Bibliotecária 01, foi se existia algum gibi que pudesse ser utilizado no ensino-aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal. A resposta foi que não existia.

Um ponto digno de nota, feito pela Bibliotecária 01 é que as obras da biblioteca têm um foco mais voltado ao ensino médio, uma vez que a EESCM já funcionou à noite com a oferta de ensino médio à comunidade, o que foi descontinuado.

Foi perguntado se existiam outros livros paradidáticos além dos que anteriormente foram listados, ao que respondeu a Bibliotecária 01 que não.

Também foi perguntado se era de conhecimento da Bibliotecária 01 outras condições pedagógicas oferecidas pela EESCM para a aprendizagem do assunto Sistema de Numeração Decimal, ao que foi respondido negativamente.

Finalmente, vale registrar que esta entrevista com a Bibliotecária 01, referente a fase 1, análises preliminares, mais especificamente à Análise Preliminar do Campo de Restrições da EESCM foi antecipada porque Bibliotecária 01 fez cirurgia e ficou afastada das atividades na biblioteca da EESCM. Como esta informação foi recebida pelo pesquisador no dia 18/07/2022, o mesmo resolveu registrar a entrevista apenas em ata de reunião posta no caderno de campo, abrindo mão, naquele momento, da gravação em áudio e vídeo. No entanto, ficou registrado também, que foi feita leitura do TCLE para bibliotecários, devidamente aprovado pelo Conselho de Ética em Pesquisa da UFAM, de modo que a Bibliotecária 01 recebeu todas as informações a respeito do projeto de pesquisa em andamento, seus riscos, seus objetivos, seus benefícios, sobre a possibilidade de retirar-se da pesquisa.

E por ter concordado em contribuir com a presente pesquisa ela assinou o rascunho dessa ata no caderno de campo, assim como rubricou em cada folha que o compõe.

4.2.4.2. Pedagoga 01: entrevista realizada em 19/09/2022.

A descrição a seguir da entrevista com a Pedagoga 01, pedagoga da EESCM, foi feita a partir do áudio gravado no dia 19/09/2022

Inicialmente o pesquisador realizou uma fala de abertura, registrando o nome da Pedagoga entrevistada, descrevendo o título da pesquisa para dissertação, assim como o seu próprio nome. Também informou, conforme registro em vídeo, que o roteiro da condução da referida entrevista se pautaria no Termo de Consentimento Livre e

Esclarecido para Pedagogos, o qual foi anteriormente assinado pela entrevistada. Neste momento inicial também ficou registrado que a entrevistada havia optado em não mostrar a sua imagem, motivo pelo qual o registro, embora em vídeo, apenas possui a voz da entrevistada.

A entrevista prossegue, agora com a ênfase na análise preliminar dos erros mais comuns cometidos pelos estudantes.

O Pesquisador pergunta a respeito de registros pertinentes a avaliações de matemática dos estudantes do 5º ano. Porém a entrevistada firma que não existem os registros de avaliação, mas somente possui um relato a respeito dessa avaliação. Ou seja, os estudantes fizeram, no ano de 2021, a avaliação do SAEB, a qual é avaliação da Educação Básica. No entanto, os originais dessa prova não ficam em suas mãos, retornam a SEDUC, a São Paulo, ao Distrito, pois que é prova a ser direcionado ao MEC, tornando-a de âmbito nacional. A entrevistada arremata afirmando que é através dessa prova que será avaliado o aprendizado nas escolas, oferecendo base de dados para geração do respectivo indicador. E que a escola lócus desta pesquisa apresentou um crescimento de zero vírgula cinco pontos, considerado relevante pela Pedagoga 01. Uma vez que são muitas as adversidades.

A Pedagoga 01 então listou algumas das adversidades sociais enfrentadas pela equipe da escola lócus, que promoveram atrasos no aprendizado pedagógico dos estudantes, por conta dos desafios imposto pela pandemia de Covid-19. Um deles seria o acesso à internet, fazendo com que poucos pudessem, de fato, continuar seus estudos. Fato este oriundo da causa de que a comunidade é considerada de renda baixa. Outros relatos de pais dos estudantes trouxeram a situação de que existia apenas um celular para três filhos assistirem aula! Outro aspecto trazido foi o de que o pai trabalhava o dia todo e os estudantes só poderiam fazer suas tarefas quando o pai chegava do trabalho!

A Pedagoga 01 afirmou que a dificuldade era grande, que a equipe da escola lócus buscou conversar com os pais! E, ao final de 2020 as aulas voltaram ao presencial. Momento no qual se buscou fazer a revisão dos conteúdos, proporcionando o leve acréscimo citado anteriormente. No entanto, não é possível relacionar o Sistema de Numeração Decimal com este leve aumento no índice, visto que o relato na avaliação é um relato geral, considerando a nota obtida pelo estudante e a sua frequência.

Considerando o anteriormente exposto, ficou claro para o Pesquisador que o indicador citado pela Pedagoga 01, embora tendo apresentado leve melhora, não oferecia subsídios para se chegar nos erros mais comuns cometidos pelos estudantes.

A entrevista prossegue, agora abordando a respeito da análise preliminar do campo de restrições da escola lócus da pesquisa.

Antes de abordar o tópico pertinente, o Pesquisador aborda a intercessão da Pedagoga 01 junto aos estudantes e suas famílias para obtenção das autorizações quanto a participação na pesquisa. Prossegue perguntando a respeito das condições pedagógicas que a escola lócus da pesquisa oferece pra promover o estudo, seja, por exemplo, oferecendo material concreto de manipulação.

A Pedagoga 01 afirma que possuem o material dourado, que os professores realmente utilizam, como forma de complementação, já que os recursos são limitados, mas, no entanto, o professor pode fazer pesquisa, passar vídeo para os alunos na sala de mídia: onde pode ser passada atividade diferente. Também é possível o professor estimular o manuseio, a fabricação do material. E citou como exemplo, que o livro didático traz a proposta de o aluno recortar o material e trabalhar o seu manuseio. E que, mesmo sendo papel, é uma forma de trabalharem atividade diferente em sala de aula.

O Pesquisador infere que talvez essas descrições feitas pela Pedagoga 01 possam ser ter contribuído para com o resultado desse acréscimo, num esforço conjunto. Inferência que a Pedagoga 01 concordou.

Após isto, o Pesquisador perguntou a respeito da OBMEP. E a Pedagoga 01 respondeu que a OBMEP estava na décima sétima edição do sexto ao nono ano e Ensino Médio, e que, 2022 foi o primeiro ano que aconteceu a OBMEP mirim, voltada para o segundo e terceiro anos – como nível 1; e quarto e quinto anos – como nível 2. E que até a data da realização da entrevista os resultados ainda não estavam disponíveis.

A Pedagoga 01 explicou que a primeira fase da OBMEP mirim ocorreu da seguinte forma: são selecionadas as sete melhores notas da escola, por nível. Cujos nomes foram enviados para a coordenação da OBMEP mirim. Também explicou que à época haviam sido enviados os nomes para que pudessem fazer o nível 2.

O Pesquisador perguntou se o envolvimento dos estudantes do Ensino Fundamental I na OBMEP mirim Pedagoga 01 trouxe algum efeito observado pela

Pedagoga 01, entendido como positivo para o processo de ensino-aprendizagem. Quanto a isso a Pedagoga 01 afirmou que os estudantes selecionados para a segunda fase, mostraram bastante satisfação por estarem participando de uma olimpíada nacional. E que, esse efeito foi potencializado pelo fato de terem passado para a segunda fase, gerando um sentimento de felicidade por participarem de uma prova de âmbito nacional.

Pesquisador perguntou quanto a existência de programas de estudo ou de avaliações, voltados a Matemática, mas de cunho municipal ou estadual. A Pedagoga 01 citou a existência do SADEAM! O qual, de uma certa forma, é também uma Olimpíada Nacional vivenciada no Amazonas, em nível estadual, o qual ocorre de dois em dois anos. Geralmente ocorrendo no ano posterior ao SAEB. Ou seja, num ano acontece o SAEB e no outro ano subsequente ocorre o SADEAM. Completou afirmando que em 2022 deveria ocorrer o SADEAM, mas até aquele momento não possuía informação a esse respeito. No entanto, afirmou que mesmo assim, estavam fazendo trabalho com os materiais de reforço, porque ainda existia a possibilidade de vir a ocorrer.

Como pergunta final o Pesquisador questionou a respeito do livro paradidático. Citou que a Bibliotecária 01, em sua entrevista, indicou seis livros paradidáticos os quais foram analisados. E perguntou se a Pedagoga 01 teria mais algum livro paradidático a citar como integrante de outras condições pedagógicas para o ensino-aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal. A Pedagoga 01 afirmou que não tinha conhecimento de livros nesse sentido, que os existentes versavam mais focados no primeiro ano, onde são trabalhados os numerais, as contas: assuntos simples. E que referente ao quarto e quinto ano, não possuía de memória nenhuma obra a ser indicada, mas que poderia verificar posteriormente. O Pesquisador deixou registrado, que iria também auxiliar na identificação dessas obras.

Dito isto, o Pesquisador encaminhou a entrevista para a sua finalização agradecendo a colaboração da Pedagoga 01 e mencionando a expectativa de que o registro oferecesse condições técnicas favoráveis de posterior consulta. Também agradeceu o apoio fundamental da Pedagoga 01, ocorrido desde o começo das autorizações junto a gestora da escola lócus da pesquisa, uma vez que não havia proximidade anterior. Manifestou respeito e agradecimentos, os quais foram recebidos pela Pedagoga 01 com singeleza. Após o que a entrevista foi encerrada.

4.2.4.3. Professora 01: entrevista realizada em 11/11/2022.

A seguir está registro da entrevista com a Professora 01, titular do 5o ano 01 da escola lócus da pesquisa, realizada no dia 11/11/2022. Tal registro foi feito com base na transcrição do áudio original da entrevista.

O Pesquisador inicia dizendo à Professora 01 que o roteiro da entrevista está baseado no Termo de Consentimento Livre Esclarecido para Professores que Ensinam Matemática, o qual já é de seu conhecimento. O que Professora 01 concorda.

Inicialmente a entrevista aborda a análise preliminar dos erros mais comuns cometidos pelos estudantes.

O Pesquisador recebe da Professora 01 um conjunto de livros indicando erros dos estudantes relacionados ao Sistema de Numeração Decimal e os fotografa para posterior análise. Já no início da entrevista a Professora 01 manifesta a opção por não gravar sua imagem, condição essa que justifica o registro possuir apenas a voz da entrevistada.

O Pesquisador esclarece que o foco não é o entendimento do assunto da matemática, em específico, que no presente caso, seria o Sistema de Numeração Decimal, uma vez não houve ensino dele. Que a escolha do tema possuiu foco de ser utilizado para avaliar a teoria do Piaget, que é a abstração reflexionante. No sentido de se saber se os estudantes conseguem fazer abstrações lógicas a partir desse assunto. Continua dizendo que considerou o que foi construído anteriormente na mente dos estudantes, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. O que a entrevistada nomeou como conhecimento prévio.

A Professora 01 fez referência ao desafio trazido pela pandemia de Covid-19 que, na sua percepção, foi como que se os estudantes tivessem sido interrompidos em seu desenvolvimento: parados no terceiro ano, quarto ano, praticamente, sem aula. Afirmou que as aulas pararam em março de 2020 e retornaram em setembro-outubro de 2020, com uma quantidade muito pequena de cinco, seis estudantes presenciais. Todos envolvidos por muito medo à época. E que o ano de 2021 também iniciou nesses mesmos moldes.

Pesquisador afirmou que as construções conceituais dos estudantes carecem de serem consolidadas em suas mentes independentemente de suas idades, por isso é importante que se mantenha a regularidade nos estudos. Tal afirmativa teve o assentimento da professora 01, que ratificou a importância de relembrar e reforçar conceitos. Também observou a entrevistada de que muitas vezes os estudantes não

conhecem o assunto pelo nome, mas somente pela apresentação dos exemplos. E que essa condição ficou muito prejudicada com a interrupção das aulas em função da pandemia

Neste ponto da entrevista o Pesquisador evocou a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008) ratificando a fala da Professora 01 quanto a desafiar a mente dos estudantes para estimulá-los a se apropriarem dos conteúdos a serem estudados. E mais uma vez a entrevistada concordou afirmando que a aprendizagem realmente é um processo.

O Pesquisador fez referência aos livros **Bem Me Quer Matemática** e **Aprova Brasil** e a Professora 01 afirmou que o primeiro é o livro trabalhado em 2022e que o segundo, pela falta de exemplares a todos os estudantes não foi possível de ser utilizado plenamente, mas como apoio ao livro didático.

A entrevista versa sobre análise preliminar do campo de restrições da escola lócus da pesquisa.

Neste ponto da entrevista o Pesquisador pergunta a respeito das condições pedagógicas. Se além do livro didático e do material concreto, como por exemplo o material dourado ou outro material, existiriam outras condições didáticas. A Professora 01 respondeu que existem muitas dificuldades, mas que em relação a Matemática, não poderia responder porque em 2021 não ficou responsável em ministrar essa disciplina. Afirmou ainda que pretendia trabalhar com o ábaco junto aos estudantes, porém afirmou que numa turma de vinte e cinco estudantes, não conseguiria trabalhar tendo apenas duas unidades de ábaco. Desse modo apenas apresentou o ábaco aos estudantes. Pesquisador arremata esse momento da entrevista abordando sobre proposta de se criar um laboratório de matemática para que o professor possua condições materiais de estudar com os estudantes em escola pública. Neste ponto a Professora 01 infere que talvez a ausência de material concreto, como ábaco para ser utilizado com os estudantes do 5º ano fosse resultado da pandemia e da troca de gestão.

Ainda dentro desse aspecto, o Pesquisador pergunta a Professora 01 a respeito da OBMEP (Olimpiada Brasileira de Matemática na Escola Pública) e de que forma ela chegava a compor o trabalho. No entanto a Professora 01 afirmou que a OBMEP chegava de um modo vago e sem orientação. Afirmou que já haviam se passado dois processos e até agora, por exemplo, não havia informação a respeito da continuidade, que pudesse ser compartilhada com os estudantes. E afirmou acreditar ser importante colocar para os alunos o papel e a importância da OBMEP, reforçando que não é mais uma prova para

compor somatória de nota. No entanto, muitos alunos, infelizmente, queriam apenas a obtenção de nota, e não o conhecimento. Continuou dizendo a entrevistada, que, para incentiva-los, procura estimulá-los a passar de fase e busca alguma bolsa para eles. Afirmou também que existe diferença no ritmo de aprendizado em relação a essas provas externas, como a da OBMEP. Que é de um nível bem elevado, que vem dos enunciados das questões e da interpretação das questões. Nesse ponto o Pesquisador concordou fazendo referência de que as questões propostas pela OBMEP trabalham o lado do raciocínio lógico, estatístico, o jeito de interpretar o mundo. Dito isto, a Professora 01 afirmou a importância de se trabalhar a proposta da avaliação, pois que muitas vezes, a ausência desse trabalho deixa o estudante à mercê da surpresa em enfrentar avaliações dessa natureza. E, para ratificar sua fala a Professora 01 afirmou a diferença que existe entre as avaliações do Prova Brasil e da OBMEP.

Na continuidade desse viés o Pesquisador perguntou se existia algum evento da natureza da OBMEP, mas de cunho municipal. Porém, a Professora 01 afirmou que não conhecia.

A próxima abordagem na condução da entrevista com a Professora 01 foi a respeito dos livros paradidáticos. Foi perguntado se a entrevistada tinha conhecimento de algum disponível como estratégia adicional a ser distribuído aos estudantes, que pudesse viabilizar uma discussão a esse respeito. No entanto, a Professora 01 respondeu que não tinha conhecimento e de que nada, nesse sentido, havia sido ofertado a ela.

O encerramento da entrevista.

Na condução para o encerramento da entrevista o Pesquisador inicia agradecendo. Não só pela entrevista, mas pela disponibilidade de um modo geral ao longo do desenrolar da pesquisa. Enfatiza, junto a entrevistada, a sua disponibilidade em retribuir a gentileza. Por sua vez, a Professora 01 também agradece em seu nome e em nome da turma, afirmando que se pudesse faria mais, pois a energia percebida por ela no desenvolver da pesquisa relacionada ao Mestrado foi muito motivador porque é um sonho de muitos professores obter um grau *stricto sensu*. Por sua vez, o Pesquisador afirmou que o trabalho de um professor requer apoio mútuo de todos os envolvidos porque possui muitas exigências, uma vez que seu objetivo principal não está pautado somente em seu próprio bem-estar, mas também em fazer um trabalho melhor para ser possível viabilizar aprendizagem dos estudantes e se conviver com uma sociedade mais estruturada. A Professora 01 concordou e após breves despedidas a entrevista foi encerrada.

4.2.5. Parecer a respeito das análises preliminares realizadas.

São listados aqui aspectos colhidos nas análises preliminares realizadas anteriormente e que foram considerados na condução do trabalho, dada a condição de que orientaram a modificação das sequências didáticas ou contribuíram para orientar a abordagem de condução junto aos sujeitos da pesquisa, ou ainda, contribuíram para compor a análise e a avaliação a posteriori.

A respeito da Análise Preliminar Epistemológica, consistiu em 03 (três) livros didáticos, indicados pela Pedagoga 01. As reflexões que se originaram dessas análises estão relatadas aqui.

Pode-se dizer que o primeiro livro didático analisado (Novo Bem-Me-Quer: Matemática (BORDEAUX et al, 2017)) foi o de conteúdo mais completo em relação ao assunto Sistema de Numeração Decimal. Aquela que demonstrou maior condição de subsidiar o entendimento do estudante quanto às bases epistemológicas da formação do conteúdo, e, não somente para o seu uso no cotidiano. Isto porque abordou a origem do tema, o que viabiliza o entendimento dele e sua consequente utilização.

Na entrevista com a Pedagoga 01, a obra citada acima é a utilizada em 2022 pelo 5º ano. O que viabiliza a condição epistemológica para entendimento do assunto Sistema de Numeração Decimal por parte dos estudantes, uma vez que a obra estudada oferece a eles a origem do conhecimento, o modo como esse conhecimento é organizado em agrupamentos, e também aborda a representação desses números em situações de aplicações diversas, aproximando o conteúdo estudado da realidade dos discentes em vários contextos que são atuais e úteis no desenvolvimento intelectual deles.

Na Análise Preliminar de Dificuldades e Obstáculos de Aprendizagem segundo Opinião dos Estudantes, o que se depreende dos resultados é que os estudantes percebem a utilidade do assunto Sistema de Numeração Decimal para a vida prática. Ao mesmo tempo que estão divididos: ou em reconhecerem ter dificuldade para a sua aprendizagem; ou simplesmente em afirmarem que não possuem dificuldade em aprender o conteúdo.

Na percepção de utilidade para a vida prática do assunto Sistema de Numeração Decimal. Para 05 (cinco) respostas dadas, o assunto é útil para o “trabalho”. Como a pergunta era aberta, cada estudante podia citar mais de uma resposta, assim ocorreu de se obter como segundo resultado mais expressivo, que o assunto em pauta é útil para a “faculdade / universidade”.

Já a respeito do obstáculo e dificuldade para aprendizagem do referido assunto, de um universo de 10 (dez) entrevistados, 03 (três) reconheceram existir dificuldade para a

aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal, no entanto, não a especificaram. Para outros 03 (três) sujeitos desta análise afirmaram não ter dificuldade de aprendizagem.

Em termos específicos a presente análise preliminar não ofereceu variáveis novas que pudessem ser consideradas no processo de ensino-aprendizagem, num contexto de engenharia didática.

A respeito da Análise Preliminar dos Erros Mais Comuns Cometidos pelos Estudantes. Não foi possível ser efetivada quando da entrevista com a Pedagoga 01. Porém, na entrevista com a Professora 01, ela trouxe 14 (quatorze) **situações de erro**.

Ao abordar preparação para OBMEP, a referida professora, destacou determinado **erro**, o qual foi descrito aqui nos seguintes termos: Carência de interpretação textual para responder às perguntas propostas pelo enunciado da questão (**erro 07**). Na tabela 2 - Ocorrência de erros mais comuns cometidos pelos estudantes da referida análise preliminar é possível evidenciar que o **erro 07** aparece 3x (três vezes) num universo de 14 (quatorze) **situações de erro** trazidas pela professora titular do 5º ano 1 da EESCM em 2022.

Cabe aqui a reflexão de que, quando do uso da Engenharia Didática enquanto procedimento de pesquisa fica viabilizado o acesso aos **erros dos estudantes** quando o professor titular da turma é o pesquisador, porque certamente ele pode coletar com maior facilidade este tipo de dado, viabilizando a tomada de ação com maior eficácia. Considerando que as ações pedagógicas devem ser intencionais e baseadas em fatos.

Os **erros** de mais frequência, dentre as 14 (quatorze) situações trazidas foram: “uso da vírgula em lugar do ponto para a divisão de “classes” dentro do Sistema de Numeração Decimal (**erro 01**); e, “não há apropriação, por parte do estudante, dos termos “classe” e “ordem” para designar a composição do número com seus algarismos dentro do Sistema de Numeração Decimal (**erro 04**). Ambos com 04 (quatro) ocorrências cada.

A respeito da Análise Preliminar do Campo de Restrições da Escola Estadual Senador Cunha Melo, foi identificado o uso do material dourado e de outras práticas ligadas ao material concreto, no sentido de auxiliar o estudante do Ensino Fundamental a entender a relação com os números, inclusive dentro do Sistema de Numeração Decimal.

Os esforços ligados à preparação e vivência na OBMEP, assim como para o SAEB e SADEAM foram apontados pela entrevista da Pedagoga 01 como elementos para a melhoria de meio ponto na avaliação do MEC. No entanto, na entrevista com a Professora 01 a percepção não é a mesma. Para a referida professora o evento da OBMEP, embora positivo carece de articulação em conjunto com os professores para que a proposta que

repousa na avaliação seja orientadora dos esforços junto aos estudantes para se poder elevar o nível de entendimento deles e a consequente melhoria no desempenho neste tipo de avaliação.

Também foram indicados 06 (seis) livros paradidáticos como material didático complementar pela Bibliotecária 01. As seis obras foram analisadas

No primeiro livro paradidático analisado: “Mania de matemática: diversão e jogos de lógica e matemática” (STEWART, 2004); não se encontrou subsídio para contribuir especificamente com a pesquisa. No entanto, oferece conteúdo epistemológico para professores que ensinam matemática.

O segundo livro paradidático, “Os números: a história de uma grande invenção” de (IFRAH, 1985) foi percebido como oportunidade de reforço epistemológico para todo professor que ensina matemática. No entanto conforme se evidenciou nas entrevistas tanto da bibliotecária quanto da professora as obras disponíveis na biblioteca não são regularmente consultadas por tais professores.

Tanto o terceiro livro paradidático, quanto o quarto livro paradidático analisado, respectivamente, “Introdução à história da matemática” (EVES, 2008) e “Conexões e Educação Matemática: brincadeiras, explosões e ações” (BARBOSA, 2009) foram identificados com o potencial epistemológico para professores que ensinam matemática. Vale frisar que do primeiro livro citado anteriormente, o capítulo um da primeira parte está mais apto a subsidiar o assunto do Sistema de Numeração Decimal, que é o assunto eleito para a presente pesquisa. Já o segundo livro citado é um repositório epistemológico para professores que ensinam matemática, mas não traz um capítulo específico do assunto priorizado.

Dentre os seis capítulos do quinto livro paradidático analisado “Educação Matemática: números e operações numéricas” (NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT, 2009) os capítulos um e dois foram os considerados mais pertinentes para a pesquisa, embora o livro como um todo seja repositório essencial para professores que ensinam matemática, especialmente no Ensino Fundamental I.

No sexto e último livro paradidático analisado, “Cadernos do Mathema: jogos de matemática do 1º ao 5º ano” (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007) os capítulos de 01 a 07 foram identificados como pertinentes para reforço do entendimento do assunto selecionado para a presente pesquisa, que é o Sistema de Numeração Decimal.

O parágrafo escrito aqui aborda a oportunidade que a EESCM possui para reforçar seu processo pedagógico conforme observado durante a pesquisa realizada. O parágrafo

foi retirado deste relato intermediário por se entender que a reflexão é pertinente às “considerações finais”.

4.3.A vivência da concepção e da análise a priori

Como resultado do olhar pesquisador para a proposta da pesquisa, surgiu como resultado da concepção e análise a priori, a elaboração de sequências didáticas, que materializassem a estratégia didática matemática considerando os elementos constituintes da presente pesquisa. A seguir são expostas as três sequências didáticas construídas e utilizadas nas vivências da presente pesquisa.

4.3.1.SD 01 – Exercitar a abstração reflexionante.

SD 01 – Dados de identificação do público-alvo:

Público-alvo: crianças do 5º ano do Ensino Fundamental I.

Quantidade de alunos: 25.

Tempo: 120 minutos.

Tema/assunto: Do que consegue perceber, você mudaria algo?

SD 01 – Necessidade:

No percurso da presente pesquisa os estudantes serão estimulados a fazer reflexionamentos e reflexões, elementos que são integrantes da teoria da abstração reflexionante (PIAGET, 1977/1995). Desse modo, antes de proceder a imersão no conteúdo matemático selecionado para a experimentação a proposta desta sequência didática é estimular o senso crítico da turma, sujeitos da pesquisa, partindo de um tema que lhes seja simples e casual.

SD 01 – Objetivos específicos:

Exercitar a capacidade de observação para produzir inferências quanto ao cenário que lhe foi apresentado, seja acrescentando, retirando ou substituindo, sempre justificando o porquê das inferências propostas.

SD 01 – Conteúdo:

Tópicos
O ser humano é capaz de olhar para uma realidade e modificá-la.
Essa modificação pode ser uma projeção para o futuro.

Ou pode ser uma separação para entendimento de como aquela realidade se constituiu.

Quadro 6 - Conteúdo da sequência didática 01 (SD-01)

FONTE: Próprio autor

SD 01 – Variável micro-didática:

- Inferências dos estudantes estimuladas pelo cenário proposto a eles.

SD 01 – Elementos de validação:

Estratégias que os estudantes podem usar para produzir as inferências	Análise das Estratégias
Estratégia 1 – O estudante pode propor a mudança e dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança.	A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade desejada do desenvolvimento cognitivo, demonstra o raciocínio lógico matemático em desenvolvimento.
Estratégia 2 – O estudante pode observar o cenário e propor uma mudança, porém não justificar a mudança, deixar em branco.	A Estratégia 2 é considerada Erro 1 porque o fato de deixar em branco não se tem evidência da forma de pensar do estudante.
Estratégia 3 – O estudante pode observar o cenário e propor uma mudança, porém dizer na justificativa que não sabe o porquê propôs a mudança	A Estratégia 3 é considerada Erro 2 porque o fato de deixar em branco não se tem evidência da forma de pensar do estudante.
Estratégia 4 – O estudante pode observar o cenário e propor uma mudança, porém dizer na justificativa que não sabe o porquê propôs a mudança.	A Estratégia 4 é considerada uma possibilidade aceitável do desenvolvimento cognitivo do estudante que pouco a pouco se apropria dos conteúdos de seu pensamento de modo consciente.

Quadro 7 - Elementos de validação da SD-01.

FONTE: Adaptado de SOUZA, 2020, p.55

SD 01 – Metodologia de ensino - estratégias:

A proposta desta aula é que as crianças sejam submetidas a um ambiente simulado que lhe seja familiar como um cenário de taberna, panificadora, ônibus, e que após observar o cenário, cada uma delas possa emitir uma posição a respeito de mudar ou não mudar aquele dado cenário. Caso a resposta seja de que a mudança seria feita, a criança deve descrever a mudança e depois dizer o porquê de fazê-la. Caso a resposta seja a de que nenhuma mudança seria feita, a criança deve justificar a sua resposta.

SD 01 – Metodologia de ensino – procedimentos:

Do professor	Tempo em minutos	Dos estudantes
1.No quadro escrever o tema da aula: Do que consegue perceber, você mudaria algo?	05	2. Ler e entender do que trata o tema apresentado.
3. Apresentar o cenário elaborado para esta aula. Professor, perceba que a decisão pelo cenário deve ser por aquele que for mais familiar à vivência dos estudantes.	05	5. Observar o cenário apresentado e fazer perguntas caso ocorram dúvidas.
6. Distribuir uma folha de papel do apêndice G e um lápis para cada estudante.	03	7. Receber o papel e o lápis.
8. Fazer a leitura do papel do apêndice G e perguntar se existem dúvidas. Caso existam, esclarecê-las.	05	9. Fazer a leitura individual do papel recebido. Fazer perguntas, caso existam dúvidas.
10. Dar um tempo de 05' (cinco minutos) para que os estudantes possam observar o cenário um pouco mais e propor por escrito se fariam ou não mudanças e justifiquem suas respostas.	10	11. Observar o cenário e descrever no apêndice G se fariam ou não mudanças, se “sim”. quais mudanças seriam e a justificativa para fazer ou não fazer mudanças.
12. Solicitar que os estudantes façam suas apresentações com o resultado de suas reflexões e as respectivas justificativas. Observar as apresentações fazer intervenções com base no Objetivo e nos Elementos de validação conforme considere necessário.	60	13. Apresentar voluntariamente o resultado de sua reflexão à pergunta proposta pelo professor.
14. Agradecer a participação de todos, perguntar se algum dos estudantes quer falar a respeito de como se sentiu realizando o trabalho de hoje, ouvir os que desejarem falar. Falar o argumento descrito no apêndice H e recolher os papéis de todos os estudantes para que sirva de subsídio para a presente pesquisa.	32	15. Ouvir a fala do professor, falar a respeito da experiência realizada, caso deseje. Ouvir a fala de outros estudantes. Entregar o papel onde registrou a sua reflexão solicitada no trabalho anterior.
	120	

Quadro 8 - Procedimentos da SD-01.
 FONTE: Próprio autor

SD01 – Recursos:

01 (um) quadro branco;

01 (um) pincel para quadro branco;

01 (um) cenário: ou de **panificadora**, ou de **supermercado**, ou de **taberna** ou de **assentos de ônibus**, ou outro de o professor acreditar ser mais condizente com a turma;

30 (trinta) cópias do apêndice G – Registro em sala de aula;

30 (trinta) lápis de uso dos estudantes;

SD01 - Avaliação:

Será considerada satisfatória a aula, se, os estudantes manifestarem suas ideias quanto ao cenário, tanto no aspecto de reflexionamentos, quanto no aspecto de reflexões, assim como justificarem descrevendo o porquê de suas ideias, ou seja, dizendo o que os motivou para empreender aquela determinada ideia.

SD01 - Observações:

SD01 - Referências:

PIAGET, Jean. **Abstração Reflexionante: Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Trad. Fernando Becker e Petronilha G. da Silva, Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. Originalmente publicado em 1949.

4.3.2. SD 02 – Conhecendo o material dourado

SD02 – Dados de identificação do público-alvo:

Público-alvo: crianças do 5º ano do Ensino Fundamental I.

Quantidade de alunos: 25.

Tempo: 120 minutos.

Tema/assunto: Você conhece o material dourado?

SD02 – Necessidade:

O uso do material dourado é uma das estratégias a serem usadas nesta pesquisa. Os estudantes precisam se familiarizar com as peças que o compõem. Por isso essa

sequência didática será realizada antes de se propor aos estudantes o fim utilizado pelo material dourado, abrindo espaço para que se manifestem espontaneamente das possibilidades que observam/vislumbram no uso dele.

SD02 - Objetivos específicos:

Manusear e conhecer as peças integrantes do material dourado.

Explorar as possibilidades lúdicas do material dourado.

SD02 - Conteúdo:

Tópicos
Matemática
Material dourado originalmente foi produzido por Montessori a partir de contas e era chamado de “material de contas douradas” conforme Daltoé e Strelow.
Foi o seguidor de Montessori chamado Lubienska de Lenval, que fez uma modificação no material inicial e o construiu em madeira na forma que encontramos atualmente.”
Material dourado
Composto de cubinhos que representam uma unidade . barras com ranhuras que a dividem em dez unidades . placas com ranhuras que a dividem em cem unidades . cubo grande com ranhuras nas faces que representam mil unidades .

Quadro 9 - Conteúdo da sequência didática 02 (SD-02).

FONTE: DALTOÉ e STRELOW, 1998, pp.02-03.

É possível visualizar as peças que compõem o material dourado na figura 15 a seguir:

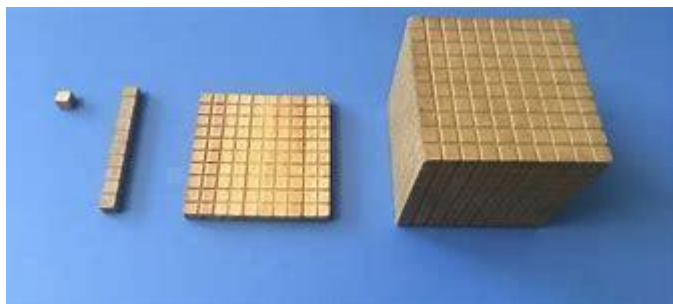


Figura 18 Peças componentes do material dourado

FONTE: <https://www.institutoclaro.org.br/educacao>

A abordagem a seguir tratar da origem do material dourado:

"Preparei também, para os maiorezinhos do curso elementar, um material destinado a representar os números sob forma geométrica. Trata-se do excelente material denominado material das contas. As unidades são representadas por pequenas contas amarelas; a dezena (ou número 10) é formada por uma barra de dez contas enfiadas num arame bem duro. Esta barra é repetida 10 vezes em dez outras barras ligadas entre si, formando um quadrado, "o quadrado de dez", somando o total de cem. Finalmente, dez

quadrados sobrepostos e ligados formando um cubo, "o cubo de 10", isto é, 1000." (MONTESSORI apud DALTOÉ e STRELOW, 1998, p.02)

O conhecimento descrito acima possui muita consistência, que mesmo passados quase cem anos de sua descoberta, permanece atual e útil na condução das mentes infantis na descoberta dos ensinamentos da matemática. Datoé e Strelow (1998) permanecem desdobrando a respeito de informações históricas a respeito do material dourado:

"Inicialmente, o material dourado era conhecido como "material das contas douradas" (...). Embora esse material permitisse que as próprias crianças compusessem as dezenas e centenas, a imprecisão das medidas dos quadrados e cubos se constituía num problema ao serem realizadas atividades com números decimais e raiz quadrada, entre outras aplicações possíveis para o material de contas. Foi por isso que Lubienska de Lenval, seguidor de Montessori, fez uma modificação no material inicial e o construiu em madeira na forma que encontramos atualmente." (DALTOÉ e STRELOW, 1998, pp.02-03)

Na presente pesquisa será utilizado o material dourado em madeira conforme o aperfeiçoamento descrito acima. No entanto, outras apresentações são possíveis para o material dourado.

SD 02 – Variável micro-didática:

- Ideias possíveis para se utilizar o material dourado para brincar e/ou estudar.

SD 02 – Elementos de validação:

Estratégias que os estudantes podem usar para produzir as inferências	Erros potencialmente previstos
Estratégia 1 – O grupo de estudantes pode combinar que todos brinquem aleatoriamente e individualmente e no momento da plenária, cada integrante faz o relato de sua brincadeira com o material dourado. A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade esperada porque sendo crianças e o material dourado sendo uma novidade cada um dos integrantes deve desejar explorá-lo individualmente.	O erro 01 será se o estudante não conseguir explicar de onde partiu a ideia inicial que lhe despertou a atividade que ele desenvolveu com o material dourado.
Estratégia 2 – O grupo de estudantes pode discutir primeiro entre si e definir um a prática a ser vivenciada por todos com o	O erro 02 é o grupo não saber explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela

material dourado durante o tempo que for disponibilizado.	determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.
(Espaço vazio)	O erro 03 é o grupo não quiser explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.
(Espaço vazio)	O erro 04 é o estudante não saber explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.
(Espaço vazio)	O erro 05 é o estudante não quiser explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.

Quadro 10 - Elementos de validação da SD-02.

FONTE: Adaptado de SOUZA, 2020, p.55

SD02 - Metodologia de ensino - estratégias:

Cada grupo deve descrever pelo menos uma brincadeira ou atividade que desenvolveu enquanto estava reunido conforme a criatividade que lhe ocorreu durante o período de tempo destinado a brincar com as peças que compõem o material dourado. O grupo pode escolher uma das experiências ou todas que vivenciou durante esse determinado período de tempo para narrar à turma no momento da plenária, ou seja, no momento em que os grupos estiverem reunidos em um grande círculo para compartilhar as suas experiências.

SD02 - Metodologia de ensino – procedimentos:

Do professor	Tempo em minutos	Dos estudantes
1. No quadro escrever o tema da aula: Conhecendo o material dourado. Abrir a aula apresentando o tema aos estudantes.	02	2. Ler e entender do que trata o tema apresentado.
3. Apresentar fisicamente as peças integrantes do material dourado	03	4. Observar as peças apresentadas.

5. Solicitar que os estudantes presentes formem grupos de 04 (quatro) integrantes e registrar no caderno de campo a formação de tais grupos: no caderno cada grupo terá uma folha para se registrar as observações pertinentes ao seu trabalho.	10	6. Buscar formar os grupos conforme solicitado e informar para registro no caderno de campo.
7. Formados os grupos, distribuir para cada integrante do grupo: 01 (uma) placa, 10 (dez barras e 100 (cem) cubinhos. Deixar visível para toda a turma um cubo grande exposto na frente do quadro branco.	10	8. Receber o material e manuseá-lo para interagir e atender à curiosidade.
9. Orientar que cada grupo deverá propor, pelo menos uma maneira de se brincar com as peças do material dourado e dizer de onde conseguiu “inventar” essa brincadeira. Perguntar se alguém dos estudantes possui alguma pergunta a respeito. Esclarecer todas as dúvidas.	10	10. Ouvir as orientações. Entender que precisa brincar com as peças de material dourado e que precisa dizer de onde foi a inspiração para a execução dessa brincadeira. Perguntar se houver dúvidas a esse respeito.
11. Abrir o espaço de tempo para que os estudantes possam dialogar em grupo, manusear e brincar com as peças distribuídas do material dourado. Visitar cada grupo de maneira circular para acompanhar andamento da atividade.	30	12. Dialogar em grupo a respeito das brincadeiras a serem realizadas com o material dourado. Manusear e brincar com o material dourado recebido.
13. Organizar a sala em forma de semicírculo para que ocorra a plenária de apresentações dos grupos.	10	14. Colaborar na organização da sala em semicírculo das cadeiras e preparar-se com seu grupo para realizar apresentação das ideias de seu grupo.
15. Solicitar que os estudantes façam suas apresentações com o resultado daquilo que foi vivenciado nas brincadeiras com o material dourado e procurem dizer de onde tiraram a ideia de brincar daquele modo. Observar as apresentações fazer intervenções com base no Objetivo e nos Elementos de	35	16. Fazer as suas apresentações com o resultado daquilo que foi vivenciado nas brincadeiras com o material dourado e dizer de onde tiraram a ideia de brincar daquele modo.

validação conforme considere necessário		
17. Fazer o encerramento da aula agradecendo a colaboração de todos com a pesquisa que está em andamento. Perguntar / responder a eventuais dúvidas.	10	18. Ouvir os agradecimentos e perguntas, se necessário.
	120	

Quadro 11 - Procedimentos da SD-02.

FONTE: Próprio autor

SD02 – Recursos:

- 01 (um) quadro branco;
- 01 (um) pincel para quadro branco;
- 01 (um) jogo de material dourado;
- 01 (um) caderno de campo para anotações;
- 2.500 (dois mil e quinhentos) cubinhos;
- 250 (duzentas e cinquenta) barras;
- 25 (vinte e cinco) placas;
- 01 (um) cubo grande;

SD02 - Avaliação:

Será considerada satisfatória a aula, se, na fala a respeito das brincadeiras vivenciadas pelos grupos com o material dourado os estudantes conseguirem manifestar a respeito das suas inspirações para conseguirem brincar daquele determinado modo que narraram.

SD02 - Observações:

SD02 - Referências:

DALTOÉ, Karen; STRELOW, Sueli. Trabalhando com material dourado e blocos lógicos nas séries iniciais. **Só Matemática**. Virtuoso Tecnologia da Informação, Cidade Baixa, Porto Alegre / RS, 1998. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/artigos/a14/>. Acesso em: 06. jul. 2021.

PIAGET, Jean. [1977]. **Abstração Reflexionante: Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Trad. Fernando Becker e Petronilha G. da Silva, Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. Originalmente publicado em 1949.

4.3.3.SD03 – Sistema de numeração decimal e o material dourado

SD03 - Dados de identificação do público-alvo:

Público-alvo: crianças do 5º ano do Ensino Fundamental I.

Quantidade de alunos: 25.

Tempo: 120 minutos.

Tema/assunto: Sistema de numeração decimal e o material dourado.

SD03 – Necessidade:

O assunto de sistema de numeração decimal será utilizado para investigação da abstração reflexionante voltada ao ensino da matemática. Isto porque a Matemática é uma linguagem a ser desenvolvida nas crianças desde o início de suas existências e contribui para sua atuação no mundo onde está inserida. Nas reflexões a respeito das contribuições, desafios e possibilidades a respeito do ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental é importante considerar a origem da trajetória na Educação Infantil e os conhecimentos prévios trazidos pela criança nessa caminhada para tornar significativa sua aprendizagem, incentivá-la na leitura e intervenção de mundo, promovendo a partir de sua realidade psicológica de seu desenvolvimento a capacidade de aplicar no mundo material os seus aprendizados.

SD03 - Objetivos específicos:

Conhecer ou reconhecer o sistema de numeração decimal para contribuir no desenvolvimento da habilidade de “ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar” (referência habilidade bncc ef05ma01)

SD03 - Conteúdo:

Tópicos
Matemática
Unidade temática conforme BNCC (BRASIL, 2018): Números
Objeto de conhecimento conforme BNCC (BRASIL, 2018): Sistema de numeração decimal: leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de até cinco ordens.
Habilidade conforme BNCC (BRASIL, 2018): (EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.
Material dourado: ver com mais detalhes na SD02, descrita anteriormente.

Quadro 12 - Conteúdo da sequência didática 03 (SD-03).

FONTE: BRASIL, 2018

Como subsídio para esta sequência didática na presente pesquisa será utilizado o artigo de Elson Barbosa com a explicação a respeito do sistema de numeração decimal (BARBOSA, 2019), o qual foi abaixo transcrito no Anexo H.

SD 03 – Variável micro-didática:

- Descrição do número de três ou mais algarismos considerando o entendimento do estudante referente ao sistema de numeração decimal.

SD 03 – Elementos de validação:

Estratégias que os estudantes podem usar para produzir as inferências	Erros potencialmente previstos
Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	O erro 01 será se o estudante não conseguir explicar a classificação posicional que escreveu para o número que lhe foi apresentado.
Estratégia 2 – Descrever individualmente o número desconsiderando o seu valor posicional.	O erro 02 é descrever o número observado com as ordens que conhece, sem respeitar a ordem que de fato pertencem os números observados.
Estratégia 3 – Descrever o número aleatoriamente.	O erro 03 é não saber explicar o porquê dos valores posicionais dos números descritos.

Quadro 13 - Elementos de validação da SD-03.

FONTE: Adaptado de SOUZA, 2020, p.55

SD03 - Metodologia de ensino - estratégias:

Dinâmica didática e uso de material dourado. Uma dinâmica didática foi criada porque oferece aos estudantes um funcionamento diferente de ficar sentando na cadeira e receber a informação de modo passivo. Quanto ao material dourado a sua escolha foi porque complementa essa dinâmica, pois auxilia os estudantes em materializar o pensamento/raciocínio da representação formal dos números em termos de quantidade, tornando o processo desafiador e estimulante. Sem falar que na descrição dos procedimentos ainda foi posta a condição tradicional de escrita no caderno: o que é uma exigência que acompanhará os estudantes em toda sua trajetória de estudos.

SD03 - Metodologia de ensino – procedimentos:

Do professor	Tempo em minutos	Dos estudantes
1. Organizar a sala dividindo o quadro branco em dois lados. Em cada um dos lados deve	05	2. Observar a organização do ambiente no preparo para a aula. Se desejar: realizar perguntas.

haver um pincel para quadro branco, um apagador, uma carteira, ao lado dela um jogo de peças do material dourado. No alto do quadro branco deve haver o cartaz explicativo do SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL conforme o Anexo G. Dialogar com os estudantes a respeito do cenário que está em organização, respondendo eventuais perguntas. Importante destacar que o cartaz estará disposto, mas o professor não irá explicá-lo. O objetivo é que o estudante use a própria abstração para perceber o formato de classificação dos números a serem apresentados.		
3. Explicar aos estudantes a dinâmica didática a ser realizada na aula de hoje, inclusive exemplificando com o material dourado e a escrita no caderno e no quadro branco. Alertar que ao final da aula será feita uma foto da folha do caderno contendo os algarismos escritos e a composição dos números, por isso o nome do estudante e a data devem estar escritos para que a foto possa ser identificada.	05	4. Ouvir e entender a explicação, fazendo perguntas, se necessário.
5. Iniciar a dinâmica didática, apresentando dois números que possuam mais de uma centena e pedir dois voluntários. Exemplo: 732, 843.	02	6. Ouvir o número e voluntariar-se: dois estudantes.
7. Pedir que os voluntários escolham um dos números e o escrevam no quadro branco e, também, façam a sua	05	8. Escolher um dos números. Representá-los em material dourado.

representação quantitativa utilizando o material dourado.		
9. Por fim, pedir que anotem em seus cadernos a composição do número. Exemplo: sete centenas, três dezenas, duas unidades. Essa escrita deve ser feita por todos os estudantes em sala de aula.	03	10. Escrever a composição dos números nos cadernos conforme orientação do professor.
11. Repetir o procedimento para outros 06 (seis) números e voluntários.	24	12. Repetir os procedimentos anteriores conforme o andamento da dinâmica.
13. Solicitar que voluntariamente, todos os estudantes expliquem, em plenária, como fizeram para classificar os números que foram escritos.	05	14. Entender a solicitação do professor,
15. Pedir que o primeiro voluntário apresente seus escritos e diga quais foram as suas ações e os pensamentos que consideraram para classificar os números.	03	16. Apresentar seus escritos e dizer como fez para classificar os números que foram escritos
17. Terminada a explicação do primeiro voluntário, perguntar da turma quem fez a atividade usando a mesma estratégia.	03	18. Levantar a mão caso tenha usado a mesma estratégia explicada.
19. Reunir todos os que levantaram a mão e pedir que apresentem seus registros.	05	20. Apresentar seus registros para evidenciar que usou a mesma estratégia explicada pelo primeiro voluntário.
21. Após todos terem se apresentado, voltar aos passos 15, 17 e 19 com outro voluntário para apresentar nova estratégia utilizada.	11	22. Voltar aos passos 16, 18 e 20 para evidenciar a nova estratégia.
23. Repetir os passos anteriores até que todos estudantes tenham apresentado suas estratégias	11	24. Repetir os passos anteriores até que todos estudantes tenham apresentado as estratégias que utilizaram.
25. Concluir a aula chamando atenção para o cartaz do Anexo G comentando sobre o sistema de numeração decimal.	06	26. Entender o cartaz o sistema de numeração decimal. Fazer perguntas, se necessário. Receber a miniatura do cartaz. Colar em

Distribuir miniaturas desse cartaz para que os estudantes colem-no onde for mais adequado para que lembrem da informação. Exemplo: contracapa do caderno, espelho de casa.		local que melhor seja visível para lembrar a respeito da estrutura do sistema de numeração decimal.
27. Tirar a foto digital do trabalho feito por cada um dos estudantes em seu caderno, observando se o nome do estudante e a data estão devidamente escritos.	10	28. Disponibilizar para foto na carteira onde está sentado(a) a folha do caderno em que os algarismos e a composição dos números estudados foi descrita, conforme solicitado na dinâmica de grupo.
29. Aplicar o Questionário do Apêndice E, após terminada a sequência didática.	15	30. Receber o questionário do Apêndice E e buscar respondê-lo conforme seu entendimento
	113	

Quadro 14 - Procedimentos da SD-03.

FONTE: Próprio autor

SD03 – Recursos:

01 (um) quadro branco;

02 (dois) pincéis para quadro branco;

02 (dois) jogos de material dourado;

02 (duas) carteiras para usa na representação com material dourado;

25 (vinte e cinco) cadernos dos estudantes;

25 (vinte e cinco) lápis de uso dos estudantes;

01 (um) cartaz em cartolina ou papel 40 Kg do Anexo G;

30 (trinta) miniaturas do cartaz do Anexo G para distribuição aos estudantes.

01 (um) celular ou câmera digital para tirar foto dos exercícios realizados pelos estudantes em sala de aula.

SD03 - Avaliação:

Será considerada satisfatória a aula, se, na escrita da composição dos números os estudantes, em seus cadernos, estiverem, pelo menos, os 08 (oito) números vistos na dinâmica de grupo realizada em sala de aula. Nessa escrita no caderno deve estar além dos algarismos, as composições de unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar,

dezenas de milhar conforme os números propostas na dinâmica para cada um dos números estudados.

SD03 - Observações:

SD03 - Referências:

BARBOSA, Elson. **Sistema de numeração decimal**. Educa Mais Brasil. Educa Mais Brasil Tecnologia Educacional Ltda, Salvador / BA, 2019. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/sistema-de-numeracao-decimal>. Acesso em: 06. jul. 2021.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. **Base Nacional Comum Curricular**. — Brasília: MEC/CP, 2018. Matemática 5o ano, unidade temática “Números”.

DALTOÉ, Karen; STRELOW, Sueli. **Trabalhando com material dourado e blocos lógicos nas séries iniciais**. Só Matemática. Virtuoso Tecnologia da Informação, Cidade Baixa, Porto Alegre / RS, 1998. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/artigos/a14/>. Acesso em: 06. jul. 2021.

4.4.A vivência da experimentação.

Neste relato estão transcritos os diálogos ocorridos nas vivências das três sequências didáticas realizadas com estudantes do 5º ano 1 da EESCM, cuja regente de referência era à época a Professora 01. As vivências ocorreram: no dia 22/09/2023 a SD01; no dia 26/09/2022 a SD02; e, finalmente, no dia 04/10/2023 a SD03.

4.4.1. SD01 – Exercitar a abstração reflexionante

A vivência da SD01 ocorreu no dia vinte e dois de setembro de dois mil e vinte e dois, a partir das treze, durando um pouco mais de vinte e cinco minutos, e contou com presença de oito estudantes devidamente autorizados pelos seus pais ou pelos seus responsáveis legais, tendo sido registrada sua anuência à participação, quanto a de seus pais, respectivamente no Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Também foi solicitada a assinatura dos responsáveis legais pelos estudantes, que são menores de idade, no Termo de Autorização de Uso de Imagem e Áudio (TAUIA) de cada um dos estudantes que participaram da vivência da SD01. A seguir são transcritas as falas e também foram dispostas imagens que pudessem contar a vivência cronológica da referida sequência didática.

4.4.1.1. SD01: Relato a respeito da vivência desta sequência didática.

A seguir está o relato da vivência da SD01, ocorrida em 22/09/2022, baseado na transcrição das falas dos envolvidos, as quais estão registradas nos vídeos que as documentaram.

Abertura dos trabalhos. Inicialmente o Pesquisador abre o vídeo de registro falando que é a primeira sequência didática da pesquisa “Abstração Reflexionante mediada pela Engenharia Didática”. Cumprimenta a todos e explica a proposta a ser vivenciada, a qual consiste em ser um vendedor que precisa melhorar suas vendas, cujos produtos estão expostos e as ideias sugeridas por cada um dos estudantes presentes deve ser no sentido de contribuir para que estas vendas melhorem. E que o tema da aula é: Do que você consegue ver, o que melhoraria?

Em seguida o Pesquisador distribui o formulário no qual os estudantes farão o registro de suas ideias e verifica se todos possuem lápis para a devida escrita. Explica que a primeira pergunta disposta no formulário tem por objetivo saber se os estudantes possuem alguma ideia para ajudar a melhorar as vendas desse vendedor. E arremata dizendo que se o estudante possui uma sugestão de melhoria, ele pode registrar essa ideia e explicar isso por escrito. Reitera que os estudantes não limitem sua criatividade e de que todas as ideias são bem-vindas.

No minuto 4':08" (minuto quatro, oito segundos), há um silêncio produtivo onde os estudantes estão preenchendo o papel, buscando atender à instigação feita pelo pesquisador. Pede o Pesquisador, como sendo a personagem do vendedor, que os estudantes se coloquem em seu lugar, usando a empatia, e que proponham ideias para ajudar na melhoria das vendas.

Volta o silêncio produtivo citado acima. Até 4':25". Novamente paira o silêncio produtivo com pequeno balbuciar dos estudantes e a busca entre eles, manifesta por uns dois ou três, de olharem as respostas de seus colegas. O que é interrompido pelo pesquisador em 4':54". Que sugere uma quantidade de ideias, como a estimular os estudantes a perceberem como devem proceder para fazer suas sugestões.

Um estudante faz uma intervenção, mas ela é inaudível (5':10"). E o pesquisador responde à intervenção feita pelo estudante, dizendo que pode ser utilizado verso do formulário para melhor registro de sua sugestão de melhoria.

Mais uma vez ocorre um silêncio produtivo breve com a produção dos estudantes. Pequena interação entre o Pesquisador e os estudantes é realizada para verificar o nível

de conclusão da tarefa solicitada. Onde o Pesquisador fala a um dos estudantes que podem ser registradas mais de uma sugestão: esse é p minuto 6':13".

O vídeo mostra que determinados estudantes permanecem trabalhando nas respostas e outros no aguardo do término dos demais. O Pesquisador explica que deseja estimular a capacidade criativa dos estudantes. Que num primeiro momento solicitará que os estudantes digam a ideia sugerida. E, num segundo momento, solicitará que digam o porquê de terem sugerido aquela ideia. Este momento pode ser encontrado no minuto 7':31".

No vídeo é possível evidenciar que, mais uma vez, ocorre o silêncio produtivo com os estudantes fazendo a tarefa solicitada pelo Pesquisador. Assim como este afirmando que ainda se tem bastante tempo para a produção das ideias. E também que alguns estudantes já concluíram suas tarefas e estão dialogando, interagindo entre si. (8':38"). Após esse momento é possível ver que o Pesquisador interage com a Professora 01 ratificando junto a ela que somente participarão da SD01 aqueles que estão devidamente autorizados pelos pais. É o minuto 9':44".

O Estud.1 pergunta se as falas das ideias serão em voz alta, ao que o Pesquisador responde que será um diálogo, onde será possível observar as ideias dos demais companheiros e até compor ou recompor as suas próprias sugestões. E arremata o argumento dizendo que por este motivo é necessário que todos falem em volta alta as suas ideias, uma vez que serão analisadas pois estarão gravadas em vídeo. E que não foi exigido que os nomes fossem colocados nos formulários Era o minuto 10':55".

O Estud.1 pergunta se pode colocar o nome no formulário, caso assim o deseje. O Pesquisador responde afirmativamente. E que todos estarão ajudando no andamento da pesquisa que está se desenrolando nesse momento. (11':27").

Após esta fala, começam os preparativos para as falas dos estudantes. Apenas um dos estudantes está ainda a responder sua tarefa, mas a grande maioria somente aguarda pela fase do compartilhamento verbal de suas respostas.

Em seguida o Pesquisador inicia a atividade de compartilhamento das ideias sugeridas pelos estudantes e o Estud.1 inaugura as falas dizendo que colocaria em ordem alfabética para ajudar os compradores a escolherem mais rápido para que mais clientes comprassem mais. (11':58"). Em seguida o Estud.2 sugere algo inaudível no vídeo, e também complementa que mudaria a organização das mercadorias usando armário e mesa (12':26"). O Pesquisador dá continuidade às arguições, o Estud.3 afirma que não venderia

produtos com datas de validade vencidas e que também colocaria carrinho de mão para que as compras pudessem ser puxadas (12':46").

Permanecem as falas dos estudantes a respeito de suas ideias que acreditam contribuir para melhorar as vendas do desafio proposto pelo Pesquisador. A vez agora é do Estud.4, que afirma que procuraria vender mais produtos para mais pessoas e que onde estivesse maior número de pessoas, procuraria colocar os produtos dispostos em mesa. Era o minuto 13':28". Na sequência o vídeo mostra o Estud.5 dizendo sua sugestão seria organizar os produtos. Assim como registra o Estud.6 afirmando que não possui sugestão (13':50").

Na continuidade das apresentações o vídeo mostra o Estud.3 que demonstra vergonha frente à câmera. Após cuidado diálogo do Pesquisador junto ao estudante foi possível ler o que ele havia escrito de sugestão, que foi "preço mais caro e preço mais barato", que foi inferido pelo Pesquisador, em voz alta no vídeo, como sendo, fazer um preço mais acessível para as pessoas. Era o minuto 14':42".

Após alguns comentários a respeito do custo alto dos itens de mercearia, compartilhado por todos que vivenciavam a SD 01, o Pesquisador solicita ao Estud.7 que relate a sua ideia para melhoria das vendas, no entanto o vídeo registra a fala de forma inaudível, mas o Pesquisador afirma que a ideia giraria em torno da prioridade em dar ênfase na questão do preço: ao que o Estud.7 concordou (15':29").

Em continuidade às exposições de ideias dos estudantes, segue-se para a Estud.8 que está tímida para proceder a fala, mas que realiza a leitura de sua escrita quanto à ideia sugerida, a qual é colocar itens que estão vendendo muito para ganhar mais. O que está registrado no minuto 16':10".

O Pesquisador então conduz diálogo com os estudantes a respeito do alto preço dos itens de mercearia ultimamente, questionando o item mais caro e perguntando se do modo como os itens expostos estão, se seriam vendidos numa condição real. As respostas a tais questões propostas anteriormente são diversificadas e afirmativas. A natureza desse diálogo atinge o minuto 19':03".

O Pesquisador encaminha a vivência da SD01 para o seu encerramento. Afirma que na próxima sequência didática será utilizado o material dourado e pergunta aos estudantes se o conhecem. Afirma que a Matemática não é somente a tabuada, mas que existem questões relacionadas ao raciocínio lógico. O Pesquisador utiliza a fala da Estud.8 referente a trabalhar o produto que é comprado mais rápido pelos clientes, gerando mais rapidamente o dinheiro. (20':36").

Também nesse encaminhamento para o final, o Pesquisador destaca aos estudantes que ele trouxe um cenário que seria uma mercearia. E que mais adiante, à frente, uns cinco anos à frente, os estudantes teriam outros cenários em suas respectivas vidas, e de que é importante trabalhar-se hoje para poder mudar a vida mais adiante. Disse que a próxima sequência didática ocorreria na segunda-feira. Agradeceu a participação de todos. (22':19").

O Pesquisador iniciou a distribuição das cópias pertencentes aos estudantes dos **termos de assentimento livre e esclarecido** devidamente assinados, mais uma vez agradeceu a participação de todos os que contribuíram para a vivência da SD01 e encerrou os trabalhos daquele dia. (25':46").

4.4.1.2. SD01: Fotos dos estudantes na vivência



Quadro 15 - Fotos de estudantes na vivência da SD01.

FONTE: Próprio autor

4.4.2. SD02 – Conhecendo o material dourado

A SD02 foi vivenciada no dia vinte e seis de setembro de dois mil e vinte e dois. Uma peculiaridade marcou essa vivência: o fato de seu registro ter ocorrido em cinco

vídeos: um primeiro de onze minutos e quarenta e seis segundos, um de trinta e três minutos e trinta e um segundos, outro de quatro minutos e dezesseis segundos, um outro de três minutos e vinte e nove segundos, e, por último, um de vinte e nove segundos.

Foram mantidas as designações dos sujeitos da pesquisa que se agruparam em três grupos conforme descrito a seguir: Estud.3, Estud.5 e Estud.8; Estud.1, Estud.2 e Estud.9; e, Estud.7, Estud.10 e Estud.6. Nessa vivência esteve ausente o Estud.4 que havia participado na vivência anterior e foram num total de nove estudantes que vivenciaram a SD02, a qual se iniciou por volta das treze horas indo até às treze horas e cinquenta e cinco minutos do dia citado acima.

Outro aspecto digno de notação é que o registro do que motivou o estudante para fazer a abstração, ou na linguagem de diálogo com os estudantes: o que os motivou para produzirem os resultados que eles apresentaram, foi realizado através de uma foto, que será possível de evidenciar no subitem 4.4.2.2.

As características descritas acima ocorreram devido às condições técnicas que terminaram por fragmentar o registro, havendo necessidade inclusive do uso de fotografia porque não havia mais condições técnicas para registro de voz e áudio no momento em que a vivência da SD02 estava em finalização.

4.4.2.1. SD02: Relato a respeito da vivência desta sequência didática.

Neste relato optou-se por não abordar as falas do primeiro vídeo porque dizem respeito a um aspecto preparatório: registram apenas a movimentação dos estudantes na chegada à sala de aula, embora amplie a riqueza de detalhes a respeito da preparação da turma para a vivência da SD02.

Relata-se com base na transcrição das falas, a respeito do vídeo de trinta e três minutos e trinta e um segundos, o qual oficialmente abriu os trabalhos de pesquisa daquela tarde de vivência da SD 02. Oferecendo subsídio de análise para com os objetivos previstos para a respectiva situação didática planejada.

O Pesquisador abre os trabalhos informando o título da SD 02 que é **conhecendo o material dourado**. E afirmando que apenas estudantes autorizados pelos pais participam de sua vivência. Reitera que a vivência da SD 02 não está pautada na Matemática e que é necessário a formação de duplas para a realização da vivência. Ao que prontamente os estudantes obedecem, buscando-se para a formação de duplas. (2':18").

O Pesquisador explica aos estudantes que distribuirá o material dourado a eles, que por sua vez devem criar uma maneira de brincar ou uma maneira de estudar, utilizando-o. Em seguida, é possível evidenciar que o Pesquisador repassa cada um dos tipos de peça presentes no material dourado: cubo grande, que vale mil; placa, que vale cem; barra, que vale dez; e, cubo pequeno, que vale uma unidade e reitera a orientação citada. (4':47").

O vídeo evidencia o Pesquisador distribuindo aos grupos em formação, as peças de material dourado, as quais estavam devidamente separadas. Inicialmente o Estud.3 e o Estud.5 formam uma dupla. Depois os estudantes Estud.7 e Estud.10 formam outra dupla, a qual foi transformada em trio quando o Estud.6 foi incorporado pelo Pesquisador. Em seguida os estudantes Estud.1, Estud.9 e Estud.2 formam outro grupo. (5':55").

Os grupos formados seguem brincando com o material dourado, conhecendo-o. Trabalhando na proposta feita, enquanto o Pesquisador alerta a todos os estudantes que haverá necessidade de se registrar com a câmera as suas produções. (7':32").

A Estud.8 entra na sala de aula com atraso e é incorporada ao grupo de trabalho: o qual passou a ser formado por Estud.5, Estud.3 e Estud.8. O Pesquisador explica a Estud.8 o que precisa ser feito, assim como ratifica a fala de que na vivência da SD 02 é necessário que os estudantes criem maneiras de estudar ou de brincar, utilizando o material dourado e de, posteriormente, deverão apresentar o que criaram. (8':23").

O Pesquisador então passa a circular em sala de aula, visitando cada grupo formado. Acompanhando as produções realizadas pelos estudantes, a partir das orientações dadas a eles. E também oferecendo mais peças do material dourado à medida que tais visitas ocorrem. Assim como relembra aos estudantes a necessidade futura de terem de apresentar aquilo que criaram. (10':02").

O Pesquisador percebe que os estudantes embora divididos em duplas ou trios, não estão trabalhando juntos. Então explica àqueles que se encaixam nessa condição, de que terão de se apresentarem individualmente, falando a respeito de suas criações com o material dourado: ou para estudar; ou para brincar. (11':20").

Prossegue a filmagem da produção dos grupos, a qual é interrompida pelo Pesquisador a repassar com os estudantes os valores de cada um dos tipos de peças do material dourado. O Pesquisador também afirma, a todos os estudantes, que na próxima sequência didática o material dourado será utilizado mais focado em um assunto de Matemática. Assim como verifica, em alguns grupos, o andamento dos trabalhos. Reitera

que os grupos / estudantes terão que falar para a câmera para gerar o devido registro. (12':35").

O Pesquisador prossegue no acompanhamento da produção dos grupos, visitando cada um deles e perguntando a respeito delas, assim como avisando que na próxima etapa serão gravadas as suas produções. Afirma que a criação é livre, apenas condicionada à criatividade de cada um. Mas alerta que devem observar o tempo. No minuto 20':02", o Pesquisador avisa a todos os estudantes participantes da vivência da SD 02 que não existe mais peças do material dourado disponíveis para serem utilizadas em suas produções.

O Pesquisador anuncia a todos os estudantes participantes da vivência da SD 02 de que se houver necessidade de mais material será necessário usar da criatividade ou negociar com os colegas porque não existe mais material dourado disponível. Também alerta a respeito do fim do prazo para a elaboração das propostas solicitadas. Dialoga com os estudantes a respeito dos valores que cada uma das peças do material dourado representa. Nesse intervalo, um dos estudantes faz uma brincadeira com o pesquisador: mas como o conteúdo não agrega valor ao trabalho científico, resolveu-se apenas registrar sua ocorrência. (26':56").

São discutidas as possíveis estratégias de apresentação das produções a todos os presentes na vivência da SD 02. Porém é ponderado que o deslocamento de peças pode estragar todo o trabalho realizado, no caso de alguns trabalhos. Assim, ficou definido o cuidado em levar a câmera e as pessoas para verificarem o trabalho produzido, assim como definida a ordem alfabética como critério para início das apresentações. Dessa forma, o Estud.3 torna-se o primeiro estudante a se apresentar. (29':46").

O grupo do Estud.3 é formado por ele pelos estudantes Estud.5 e Estud.8. O grupo não trabalhou em conjunto: o trabalho foi individual. Pesquisador falou com os integrantes dizendo que a narração de cada um deles à câmera seria em ordem alfabética. O Estud.3 falou que procurou construir uma pirâmide, mas que faltou material, que isso o chateou um pouco, ele ficou com raiva, mas embora essa situação, ele gostou de fazer a tarefa. O Estud.5 afirmou que construiu um prédio, que gostou da experiência porque foi relaxante. Finalmente a Estud.8 disse que construiu um coração em formato de fogos de artifício. Esse ponto do registro marca o fim do primeiro vídeo ao minuto 33':31" e vai até o minuto 0':26" do segundo vídeo.

Como continuidade, a ordem alfabética proposta inicialmente conduziu as apresentações para o grupo formado pelos estudantes: Estud.1; Estud.9; e, Estud.2. Onde o Estud.1 e o Estud.9 trabalharam juntos num projeto, no entanto, tendo sido assumido o

protagonismo pelo Estud.1, que explicou que tal projeto consistia em uma tela representando uma tabuada de multiplicação. O Estud.2 falou que produziu um jogo de futebol. O Estud.9 disse, tímido e triste, que tentou fazer uma pirâmide, mas que não conseguiu. O depoimento desse grupo de estudantes ocorreu até o minuto 3':53" do segundo vídeo.

Na continuidade desse registro é possível encontrar o fim do segundo vídeo (no minuto 4':16") e a realização de um terceiro vídeo de vinte e nove segundos. O grupo abordado era composto pelos estudantes Estud.7, Estud.10 e Estud.6, porém o Estud.6 trabalhou sozinho. O Estud.7 relatou que brincou de Matemática utilizando o material dourado com o Estud.10 e no vídeo é possível observar a demonstração feita, tanto por um quanto pelo outro. O Estud.6 afirmou que montou uma casa e fez pequena demonstração disso ao Pesquisador.

4.4.2.2. SD02: De onde tiraram a ideia de brincar daquele jeito?

A proposição foi feita aos estudantes, mas devido a imprevisto técnico que impossibilitou de se gravar imagem e áudio, o registro, então, foi realizado numa fotografia, como evidencia a figura 16 abaixo:

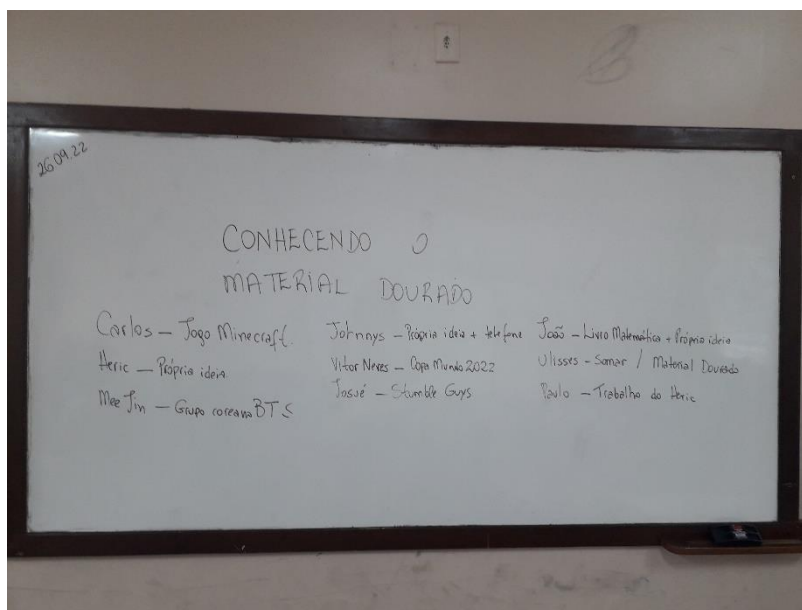
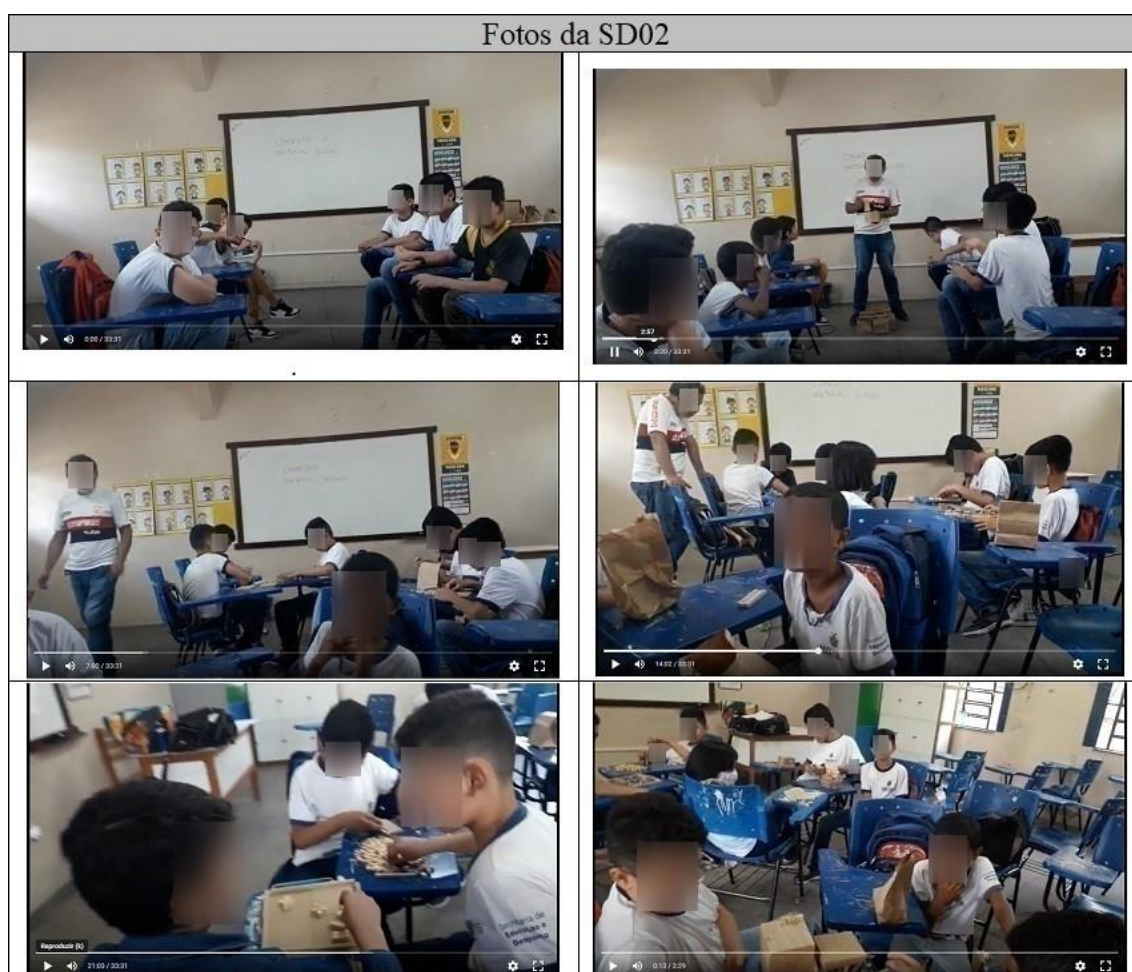


Figura 19 - Origem das ideias de brincar com material dourado na SD02

FONTE: Próprio autor.

4.4.2.3. SD02: Fotos dos estudantes na vivência



Quadro 16 - Fotos de estudantes na vivência da SD02

FONTE: Próprio autor.

4.4.3. SD03 – Sistema de numeração decimal

A SD03 foi a última sequência didática a ser vivenciada dentro do presente projeto. Ela foi vivenciada no dia quatro de outubro do ano de dois mil e vinte e dois, no horário da tarde. A vivência foi registrada em dois vídeos: um de duração de dezessete minutos e treze segundos; e outro, de duração de trinta e um minutos e cinco segundos. Num total de quarenta e oito minutos e dezoito segundos de registro da vivência da SD03.

Participaram da vivência os estudantes: Estud.3, Estud.1, Estud.10, Estud.7, Estud.11, Estud.9, Estud.8, Estud.5 e Estud.2. o Estud.6 embora presente não participou da vivência, nos aspectos da experimentação propriamente dita com a representação dos números em escrita numérica, ou representação em material dourado ou representação da composição de unidades, dezenas e centenas conforme a classe. Esteve ausente o Estud.4, que também não esteve presente na vivência anterior. A novidade foi a presença do Estud.11 que não havia participado das duas vivências anteriores.

Vale ressaltar que foram vivenciadas as representações de seis algarismos: primeiro foi número 391 pelos estudantes, Estud.3 e Estud.1; o segundo foi o número 619 pelo estud.10 e Estud.7; o terceiro número foi o 535, pelos estudantes, Estud.11 e Estud.9; o quarto número foi o 1.392, representado pelos estudantes, Estud.8 e Estud.5; o penúltimo foi o número 715, representado pelos estudantes, Estud.1 e Estud.2; e, finalmente, o número 982, representado pelo Estud.10 e Estud.11.

Ocorreu basicamente uma introdução, onde o pesquisador explicou o que aconteceria na vivência da SD03. Foram distribuídos formulários para preenchimento das representações com base no sistema de numeração decimal. Formulário este que está especificado no APÊNDICE I – Registro de Anotação de Números. Foram vivenciados dois números a título de treinamento e entendimento do funcionamento proposto. Depois os estudantes realizaram as representações conforme descrito no parágrafo anterior. Em seguida o pesquisador conduziu a institucionalização, conforme Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008). E, finalmente, os estudantes emitiram sua opinião utilizando o APÊNDICE E - Questionário após terminada a sequência didática.

4.4.3.1. SD03: Relato a respeito da vivência desta sequência didática.

O Pesquisador faz introdução registrando que no dia 04/10/2022 é feito o registro da vivência da última sequência didática, SD 03, relacionada à presente pesquisa. Repassa a presença dos estudantes: Estud.1, Estud.8, Estud.5, Estud.3, Estud.2, Estud.7, Estud.6, Estud.10. Cita os estudantes ausentes naquele momento introdutório: Estud.11, Estud.4 e Estud.9. Registra o nome da escola lócus da pesquisa, cita a Pedagoga 01 e a Professora 01, a qual é a responsável pela turma do 5º ano 1. Reafirma o início dos trabalhos da experimentação, solicitando aos estudantes presentes que observem o cenário que lhes é apresentado. (1':47").

Ato contínuo, o Pesquisador interage com os estudantes e solicita que eles relatem o que estão vendo no cenário proposto. Prontamente as respostas aparecem caracterizando-o com: material dourado, pincel, quadro branco, cartazes, testes, números, classes, apagador. (2':15").

O número 732 é proposto pelo Pesquisador para exercício da representação em material dourado. Assim como distribui registro para que os estudantes possam detalhar a composição do número exemplificado em unidades, dezenas e centenas conforme o sistema de numeração decimal. E ao perguntar aos estudantes se possuíam alguma dúvida, recebe negativa como resposta (5':41").

Feita a explicação, pelo Pesquisador, que a vivência deve ser realizada em duplas. Informa aos estudantes as sugestões de números de ônibus que servem à comunidade e que o próprio Pesquisador selecionou para utilizar na vivência: 616, 708, 619, 604, 535, 705, 715, 010. Nesse ínterim, o vídeo registra a chegada dos estudantes, Estud.9 e Estud.11 em sala de aula. Também os estudantes sugerem números ao Pesquisador: 751, 391, 711. É possível evidenciar uma crítica do Estud.6 ao Estud.9, mas o Pesquisador não considera como relevante para os trabalhos do dia e dá seguimento. (7':58").

É retomado o foco na vivência, pelo Pesquisador, fazendo nova exemplificação à turma, colocando em destaque os estudantes, Estud.9 e Estud.11: já que perderam a primeira explicação por estarem em atraso. Utiliza o número 843. Demonstra a escrita no quadro. Demonstra no material dourado, com os estudantes participando e respondendo em coro referente à representação. Depois exemplifica a necessidade da representação do número no registro em papel com a especificação de unidades, dezenas e centenas conforme sistema de numeração decimal. Finalizado mais um exemplo o Pesquisador solicita voluntários para o início da experimentação da SD 03. (9':23").

São repassados com a turma, pelo Pesquisador, os números utilizados como exemplo. Também são definidos os estudantes, Estud.1 e Estud.3, para o início da experimentação, utilizando o número 391. Tais estudantes representam o referido número no quadro branco, assim como o representam usando o material dourado. Depois o Pesquisador incentiva a representação no papel com a especificação de unidades, dezenas e centenas. E, verifica e atesta que as representações feitas pelos estudantes estão todas corretas. Congratula os estudantes pelos acertos, pede que organizem o material dourado e convoca novos estudantes para a experimentação. (11':54").

Os estudantes Estud.7 e Estud.10 se prontificam a participar da experimentação. Nesse meio tempo ocorre reclamação a respeito do comportamento do Estud.6, mas que o Pesquisador não valoriza para evitar prejudicar foco na experimentação. A experimentação é retomada com o número 619, onde os estudantes citados anteriormente fazem a representação no quadro branco e no material dourado com sucesso. (13':28").

Feita solicitação, pelo Pesquisador, de mais dois estudantes para continuidade na experimentação. Nesse ponto o vídeo evidencia o Pesquisador orientando um dos estudantes no preenchimento do registro em papel quanto a unidades, dezenas e centenas. Os estudantes Estud.9 e Estud.2 se aproximam do quadro branco para realizarem a experimentação. Nesse ínterim, ocorre mais uma intervenção quanto ao comportamento do Estud.6, agora junto ao Estud.7. Enquanto isso os estudantes citados realizam a

experimentação usando o número 535: fazem a representação no quadro branco e no material dourado. O Pesquisador também chama atenção da turma para o preenchimento do registro em papel quanto a unidades, dezenas e centenas. E, retoma o foco na continuidade da vivência, uma vez que os estudantes que estavam à frente já haviam terminado de fazer suas representações, mas a situação com Estud.6 havia tirado o foco. Pesquisador corrige as representações feitas e evidencia que o Estud.9 que não sabe fazer a representação no material dourado. Também corrige as representações feitas pelo Estud.2, as quais estão corretas. (16':00").

Os estudantes Estud.8 e Estud.5 se preparam para dar continuidade na experimentação. O Pesquisador propõe o número 1.392 e interage com a turma lembrando que o “cubão” representa a quantidade de mil unidades. Nesse ponto houve a necessidade de se gerar um novo vídeo: o primeiro terminou em 17':13". Na retomada, o segundo vídeo evidencia o alerta ao Estud.7, por parte do Pesquisador, quanto ao cuidado para com o equipamento. Assim como sua pergunta em plenária se todos já haviam feito a representação do referido número quanto às unidades, dezenas e centenas no papel. Feito isso a vivência da SD 03 prossegue (0':53" do segundo vídeo).

Os estudantes, Estud. 10 e Estud.7, fazem as representações do número 715, tanto no quadro branco quanto no material dourado. Pesquisador solicita aos demais estudantes, em plenária, que façam a representação pertinente ao número escolhido quanto a unidades, dezenas e centenas no papel. Pesquisador tanto avalia as representações feitas pelos estudantes citados anteriormente, quanto verifica os registros em papel da plenária. Esse é o minuto 2':05" do segundo vídeo.

Em continuidade, o Pesquisador convoca mais voluntários para a experimentação. Os estudantes Estud.10 e Estud.2 se apresentam. O pesquisador define o número 982. Os voluntários realizam as representações. O Pesquisador as corrige e atesta que ambos as fizeram corretamente, tanto no quadro branco quanto no material dourado. Em seguida Pesquisa busca organizar a turma para a institucionalização conforme Brousseau (2008). Este intervalo está até no minuto 4':33" do segundo vídeo.

Dispostos em plenária, o Pesquisador repassa com os estudantes os números que foram vivenciados inicialmente como exemplo, tanto na representação em branco quanto no material dourado: 732, 843. Depois destaca o número 391, o qual foi representado pelos estudantes Estud.1 e Estud.2. Neste ponto do vídeo é possível evidenciar o Estud.7 alertando para as representações das unidades, dezenas e centenas feitas em papel. O

Pesquisador manifesta cuidado na organização da câmera para registro adequado da institucionalização e prosseguir. (6':23" do segundo vídeo)

Voltando-se para o Estud.1, o Pesquisador pergunta dele: Qual foi o teu pensamento para fazer a representação do número 391? Para você representar no material dourado, para descrever no quadro branco, para descrever no papel? O que que você pensou? De onde veio esse conhecimento? O Estud.1 diz que extraiu o conhecimento de sua mente e complementa dizendo que acredita que tudo começou no 2º ano. (7':45" do segundo vídeo).

A fala do Pesquisador se volta aos demais estudantes em plenária, perguntando de onde eles tiraram o conhecimento que demonstraram na experimentação. O Estud.2 afirma que foi da Matemática. Assim, direcionando para ele sua atenção, o Pesquisador pergunta quando foi que ele o desenvolveu. O Estud.2 diz que foi no 3º ano, mas não consegue explicar como isso aconteceu. (8':32" do segundo vídeo).

Na continuidade da experimentação, o Pesquisador direciona o mesmo conjunto de perguntas, feito anteriormente, agora para o Estud.5. Ao que este responde que este conhecimento de Matemática veio do 4º ano. Mas também não consegue expressar o como tal conhecimento se desenvolveu em sua mente. (9':03" do segundo vídeo).

O outro número que traz estudantes para participarem da institucionalização é o número 619. O qual foi representado pelo Estud.10 e pelo Estud.7. Voltando-se para o Estud.10 o Pesquisador pergunta dele: Para você descrever esse número, seiscentos e dezenove, o quê que você levou em consideração na tua mente para fazer a descrição? Vale destacar que você acertou! Como é que você sabe que esse seiscentos e dezenove, corresponde a seis placas, dessa placa aqui do material dourado? Como é que você sabe disso? Como é que você aprendeu isso? O Estud.10 diz que sabe, mas que esqueceu como aprendeu. Nesse ponto o Pesquisador enfatiza que para sua pesquisa o importante é a opinião sincera. Inclusive, se for o caso, em dizer que não sabe como aprendeu. Mas relembra que ele demonstrou que sabe o assunto porque as representações feitas evidenciam isso! O vídeo mostra breve silêncio do estudante. Em seguida, volta a repetir que sabe como aprendeu, mas afirma que esqueceu. O Pesquisador então argumenta com o Estud.10 que os demais estudantes já haviam apontado que o aprendizado havia sido desenvolvido ou no 2º ano, ou no 3º ano, ou no 4º ano. Nesse ponto o Estud.10 diz que o dele foi desenvolvido no 2º ano e arrematou afirmando que tudo começou pelo entendimento do que seria uma dezena. (11':50" do segundo vídeo).

Voltando-se para o Estud.7, o Pesquisador afirma que deseja saber dele as mesmas perguntas feitas ao Estud.10. De que ele acertou as suas representações. De que apenas o Estud.9, em toda a experimentação, errou a representação. O Estud.7 diz que aprendeu o assunto fazendo contas. Completa dizendo que também aprendeu no 2º ano e que estuda na escola lócus da pesquisa desde o 1º ano. Pesquisador pede do Estud.7 que busque na memória o que aconteceu no 2º ano que possa ter determinado a aprendizagem desse conteúdo que ele demonstrou nas representações feitas na experimentação. Então o Estud.7 diz: - Eu lembro que foi quando a professora dava um desses para gente brincar! O Estud.7 faz referência ao material dourado. Estud.10 também confirma com a cabeça positivamente. E o Estud.1 ratifica a afirmação. Nesse ponto o Pesquisador procura avaliar se a afirmativa do Estud.7 também se aplica aos demais estudantes presentes, dizendo: - Ah, é! Então eu pergunto agora de vocês aqui! Estud.8, Estud.9, Estud.5, Estud.3 e Estud.11. Vocês aqui, passando aqui na câmera! Isso para a pesquisa é muito importante! Eu quero saber, se assim como o Estud.7, como o Estud.1 e o Estud.10, vocês também já conheciam o material dourado, lá do segundo ano? Conheciam ou não? Então o Estud.5 diz que não conhecia. Em contrapartida a Estud.8 afirma já conhecia o material dourado desde o 1º ano. Tanto o Estud.3 quanto o Estud.9 balançam negativamente a cabeça, dizendo que não conheciam o material dourado. Já o Estud.11 afirma que já conhecia o material dourado. O Pesquisador pergunta do Estud.2 se ele já conhecia o material dourado e ele responde afirmativamente. (14':50" do segundo vídeo).

Na busca pela continuidade da institucionalização o Pesquisador procura identificar os estudantes que fizeram a representação do número 535. Inicialmente ele acredita que a representação havia sido feita pelo Estud.11. No entanto, houve um engano do Pesquisado, visto que a representação desse número na experimentação havia sido realizada pelo Estud.2 e pelo Estud.9. (15':52").

Resolvida a situação, o Pesquisador direciona a entrevista de institucionalização para o Estud.2. Afirma que ele acertou as representações do número 535. Continua argumentando junto ao Estud.2 e pede a ele sinceridade nas respostas às perguntas propostas. O Estud.2 então afirma que o conhecimento foi desenvolvido nele desde o 3º ano. Porém, enquanto o Pesquisador entrevistava o Estud.2, é possível ver no vídeo o deslocamento do Estud.11 tentando auxiliar o Estud.2 a dar as respostas às perguntas feitas pelo Pesquisador. No entanto, o Pesquisador interrompe essa atitude e pede que não seja dada qualquer ajuda. E que o Estud.2 responda às perguntas conforme seu sentimento e conhecimento. O Estud.2 tenta lembrar algo a mais que atenda às perguntas propostas

e como não consegue, o Pesquisador agradece e segue com a institucionalização. (17':48" do segundo vídeo).

Na entrevista do Estud.9 o Pesquisador inicia perguntado se o estudante conhecia o material dourado, ao que ele responde negativamente. Após o Pesquisador perguntar se era a primeira vez que o Estud.9 entrava em contato com o material dourado, ele responde afirmativamente. Também diz que não conseguiu, ao que o Pesquisador entende que o Estud.9 se refere a não ter entendido como funciona a representação com uso do material dourado. Dito isso o Pesquisador segue com a entrevista de institucionalização. (18':10" do segundo vídeo).

Voltando-se para a plenária, o Pesquisador afirma que ainda faltam participar da institucionalização os estudantes: Estud.5, Estud.8 e Estud.3. Porém, essa fala excluiu o Estud.11 que prontamente se manifestou e disse que não lembrava. Quando o Estud.11 respondeu assim, ele, em outras palavras, afirmou que não lembrava de como havia aprendido o conteúdo manifesto na representação do número, na qual participou. Assim, o Pesquisador aceitou a manifestação, reafirmou a importância das falas anteriores quanto ao conhecimento prévio dos estudantes que afirmaram ter conhecido o material dourado no primeiro ciclo dos anos iniciais e perguntou qual teria sido o próximo número representado, ao que respondeu o Estud.11 dizendo ter sido o número 1.392 (18':49" do segundo vídeo).

Dito o número, o Pesquisador apontou para os estudantes, Estud.5 e Estud.8. Como estava registrando no quadro branco os nomes dos respectivos estudantes que haviam feito a representação, soletrou a escrita de seus nomes, como os responsáveis pela representação do número 1.392. Nesse ponto, os estudantes demonstraram dispersão e o Pesquisador pediu silêncio e que buscassem seus lugares de assento. Então, retoma o viés da entrevista de institucionalização dizendo: - Então, o que eu quero saber de vocês é o seguinte: de onde vem esse conhecimento? Porque vocês acertaram? E arrematou afirmando que o Estud.5 já havia manifestado que o conhecimento para realizar as representações demonstradas, foi adquirido a partir do 4º ano. Ao que o Estud.5 respondeu afirmativamente e completou, que havia iniciado com o entendimento de unidade simples. (20':39" do segundo vídeo).

Em seguida o foco da entrevista volta-se a Estud.8. Mais uma vez o Pesquisador repete as perguntas que orientam a institucionalização: - De onde vem esse conhecimento, já que você acertou também? ... Como foi que você aprendeu isso? A resposta da Estud.8 foi que o conhecimento havia saído de sua mente e após ser novamente sondada pelo

Pesquisador a estudante responde com a cabeça às perguntas feitas pelo Pesquisador dizendo que aprendeu sozinha e que não sabia como havia conseguido aprender o conhecimento demonstrado. Então o Pesquisador afirma que vai respeitar as respostas da estudante e segue com a institucionalização. (20':11" do segundo vídeo).

Na sequência dos trabalhos o Pesquisador pergunta a respeito do horário, acreditando que todos já haviam participado da institucionalização. É possível evidenciar brincadeiras por parte dos estudantes. Porém, o Pesquisador percebe que esqueceu de entrevistar o Estud.3 e isso passa a ser o foco. (21':51" do segundo vídeo).

Desse modo o Pesquisador pergunta do Estud.3 qual foi o número que ele fez as representações. No entanto o estudante diz não lembrar. Com isso o Pesquisador dá ênfase às perguntas da institucionalização, dizendo: - Na tua memória, de onde vem esse conhecimento? Uma vez que você acertou! Você separou correto as placas! Separou correto as barras! De onde vem, aí, na tua memória o conhecimento de Matemática em relação a isso? O Estud.3 responde que não sabe. O Pesquisador insiste por duas vezes, ao que responde o estud.3 que realmente não lembra de nada. E continua a balançar negativamente a cabeça. A estud.8 tenta auxiliar falando a respeito da mente. O Estud.3 concorda. O Pesquisador tenta de outro modo perguntando qual a estratégia adotada pelo Estud.3. E ele responde que foi acertando as representações feitas com o conhecimento dele. Na falta de algo mais específico o Pesquisador agradece e segue para o encerramento da institucionalização. (23':29" do segundo vídeo).

Desse modo o Pesquisador agradece a todos os estudantes por participarem da vivência da SD03 e começa a distribuir o **questionário pós sequência didática**. Após todos estarem em mãos com o questionário, realiza a leitura do seu texto de apresentação. Ratifica o conceito de sistema de numeração decimal utilizando cartaz fixado para a vivência. Lê a primeira pergunta e pede aos estudantes que respondam, aguardando para prosseguir assim que todos manifestem que já responderam. Adota esse mesmo procedimento para as demais questões: segunda, terceira quarta e quinta. Após todos terem respondido, o Pesquisador recolhe os questionários respondidos e mais uma vez agradece a colaboração de todos para com a pesquisa e encerra os trabalhos. (31':05" do segundo vídeo).

4.4.3.2. SD03: Fotos dos estudantes na vivência



Quadro 17 - Fotos de estudantes na vivência da SD03.

FONTE: Próprio autor.

4.5.A vivência da análise e da avaliação a posteriori.

Todas as imagens dos estudantes que são disponibilizadas nesta subseção, assim como nas demais, possuem a autorização expressa tanto nos TCLE's assinados pelos pais ou pelos responsáveis pelos estudantes. Assim como a assinatura do próprio estudante no TALE pertinente a ele. E também tem a autorização manifestada no uso de sua imagem para fins de avanço da ciência com esta pesquisa no TAUÍÁ. Todos estes documentos têm seus modelos disponíveis como anexos.

Na SD01 os estudantes participantes foram desafiados a propor mudanças para que um dono de mercearia melhorasse suas vendas. Eles deveriam dizer o que fariam e depois deveriam explicar o porquê de proporem a mudança que escolheram. Depois da explanação feita a respeito do desafio proposto, foi dado tempo para que os estudantes produzissem suas propostas. Em seguida houve a institucionalização conforme preceitua Brousseau (2008a, p.100) registrada na transcrição das vivências da experimentação.

Na SD01 destaca-se a seguintes fala:

“(…) - Eu colocaria em ordem alfabética para ajudar os compradores a escolherem mais rápido para que mais clientes comprassem mais”.
(Transcrição falas da SD01, próprio autor, 11’58”, 2022)

Na fala em epígrafe é possível evidenciar que o estudante extrai um elemento formal de sua própria experiência de vida e transporta para a tarefa pedagógica, após ser desafiado pelo pesquisador. Para se refletir a respeito dessa transferência de característica, importa conhecer o pensamento de Piaget a respeito da abstração reflexionante, que

(…) consiste por si mesma, numa diferenciação, porquanto separa uma característica para transferi-la, e uma nova diferenciação acarreta a necessidade de integração em novas totalidades sem as quais a assimilação cessa de funcionar; daí o princípio comum da formação das novidades: a abstração reflexionante conduz a generalizações, por isso mesmo construtivas, e não simplesmente indutivas ou extensivas como a abstração empírica (PIAGET, 1977/1995, p.284).

O elemento formal extraído pelo estudante é a ordem alfabética. Nas instruções para a execução da tarefa da SD01 o pesquisador não explicou, ou mesmo, abordou ordem alfabética. Foi o próprio estudante que desafiado pela situação didática retirou o conteúdo formal dentre seu repertório de conhecimento e o agregou como solução para o desafio proposto pela sequência didática.

No quadro 18 – Classificação dos tipos de abstração na SD01, apresentado abaixo, estão reunidas as sugestões dos estudantes para o desafio proposto pelo pesquisador na SD01. Passeamos à sua análise feita quanto ao tipo de abstração realizada pelo estudante e também com base nos elementos de validação descritos no planejamento da SD01:

Estudante	Sugestão (Localização no Tempo dentro da Transcrição da SD01)	Estratégia usada pelo estudante segundo avaliação do pesquisador	Análise da estratégia	Justificativa dada pelo estudante para a sugestão proposta (ver Apêndice G)	Tipo de Abstração conforme Piaget
Estud.1	“Coloco em ordem alfabética” (11’58”)	Estratégia 1 – O estudante pode propor a mudança e dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança.	A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade desejada do desenvolvime nto cognitivo, demonstra o raciocínio	“Pra ajudar os compradores”	Reflexionante de reflexionament o

			lógico matemático em desenvolvimento.		
Estud.2	“Eu mudaria o preço. Botaria armário e mesa” (12’06’’)	Estratégia 6 – O estudante pode propor uma mudança, mas sua justificativa não conter elementos de lógica que a fundamentem	Na Estratégia 6 observa-se que o estudante não evidenciou a coordenação de ações entre elementos analisados. Manifestou as características empiricamente, mas sem de fato justificar o porquê de seu uso através das coordenações.	“Porque uma boa para mudança. Para melhorar os produtos”	Empírica
Estud.3	“Não vender produtos fora do lançamento. Carrinho para movimentar” (12’36’’)	Estratégia 7 – O estudante pode propor a mudança e não conseguir dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança devido a dificuldade de expressão escrita.	Na Estratégia 7 observa-se que o estudante coordenou ações do mundo material, mas não conseguiu expressar de modo rápido e claro essas relações devido a dificuldade de expressão escrita.	Para não vir reclamações. Para mulheres grávidas”	Reflexionante de reflexionamento
Estud.4	“Mais vendas, mais (ilegível), mais pessoa onde tem pessoal colocar mesa” (13’18’’)	Estratégia 6 – O estudante pode propor uma mudança, mas sua justificativa não conter elementos de lógica que a fundamentem	Na Estratégia 6 observa-se que o estudante não evidenciou a coordenação de ações entre elementos analisados. Manifestou as características empiricamente, mas sem de fato justificar o porquê de seu uso através das coordenações.	“Porque é um mercadinho e na rua tem que comprar (ilegível) lojinha pequena pra não pegar muito bem”	Empírica

Estud.5	“(…) organizar tudo botando coisa por coisa, botaria prateleiras, armários e freezer (13’40”)	Estratégia 1 – O estudante pode propor a mudança e dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança.	A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade desejada do desenvolvimento cognitivo, demonstra o raciocínio lógico matemático em desenvolvimento.	“Para deixar tudo em ordem, para não ficar tudo confuso e bagunçado”	Reflexionante de reflexionamento
Estud.6	(Não falou e não escreveu) (14’00”)	Estratégia 5 - O estudante não propôs mudança	A análise da estratégia 5 pode ser assim descrita: O estudante não propôs mudança. Porém, não foi possível identificar o motivo gerador desta situação porque o estudante não o manifestou	(Não falou e não escreveu)	O estudante não demonstrou abstrações
Estud.7	Do preço mais caro para o preço baixo (15’07”)	Estratégia 1 – O estudante pode propor a mudança e dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança.	A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade desejada do desenvolvimento cognitivo, demonstra o raciocínio lógico matemático em desenvolvimento.	“Pra não ter reclamações, pra melhor agradar”	Reflexionante de reflexionamento
Estud.8	“Eu ia colocar itens que tão vendendo	Estratégia 1 – O estudante pode propor a	A Estratégia 1 é considerada	“Para ganhar mais dinheiro”	Reflexionante de

	muito” (16’00”)	mudança e dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança.	uma possibilidade desejada do desenvolvime nto cognitivo, demonstra o raciocínio lógico matemático em desenvolvime nto.		reflexionament o
--	--------------------	--	--	--	---------------------

Quadro 18 - Classificação dos tipos de abstração na SD01

FONTE: Próprio autor.

As sugestões ordem alfabética, data de validade, e, “Os que estão vendendo muito” são considerados abstração reflexionante porque, para a sua consecução, necessitam de que o pensamento coordene mais de uma ação. Por exemplo, na ordem alfabética. É necessário que o estudante saiba a ordem do alfabeto, depois identifique que produtos se encaixam nessa ordem, e finalmente, que esses produtos sejam dispostos nessa ordem. Outro exemplo: na data de validade. O estudante precisa saber o que significa data como instrumento da contagem do tempo. Precisa saber que existe um limite para o produto ser consumido até aquela determinada data. Precisa olhar para os produtos que estão na mercearia. E ordenar os produtos conforme a data de validade que vencerá primeiro. Nestes dois exemplos percebe-se como existe a necessidade de coordenações de ações, o que caracteriza uma abstração reflexionante conforme Piaget (1977/1995, p. 284).

Todas as sugestões dadas pelos estudantes foram ideias que visavam solucionar ao desafio proposto pelo pesquisador. Isto posto, vale recorrer a Piaget em se referindo a abstração reflexionante de reflexionamento quando diz que é o“(…) o ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi assim transferido do inferior” (PIAGET, 1977/1995, p. 274). Assim, os estudantes retiram de suas experiências próprias, pensamentos que exigiam a coordenação de mais de uma ação para serem executados. Identificaram esses pensamentos. Avaliaram sua aplicabilidade em resolver o desafio proposto. E, quando encontram certeza de que tais pensamentos poderiam ajudar como solução, propuseram ao pesquisador. Propuseram a transferência desses pensamentos que requerem ações coordenadas para solucionar, de futuro, o desafio proposto.

A Estratégia 5 citada no quadro 16 (acima) não constava originalmente no planejamento da SD01, especificamente no quadro 7 - Elementos de validação da SD-01.

Mas com a manifestação do Estud.6 houve a necessidade de descrevê-la nestes termos: “Estratégia 5 - O estudante não propôs mudança”. A análise da estratégia 5 pode ser assim descrita: O estudante não propôs mudança. Porém, não foi possível identificar o motivo gerador desta situação porque o estudante não o manifestou. Assim como Souza (2020, p.61) onde um dos grupos participantes da pesquisa não utilizou nenhuma das estratégias preconizadas na análise a priori, também nesta vivência da SD01, um participante da pesquisa extrapolou as estratégias previstas inicialmente.

Também foram inclusas as Estratégias 6 e 7, assim como suas respectivas análises conforme se observa no quadro 17 abaixo:

Estratégias que os estudantes podem usar para produzir as inferências	Análise das Estratégias
Estratégia 1 – O estudante pode propor a mudança e dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança.	A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade desejada do desenvolvimento cognitivo, demonstra o raciocínio lógico matemático em desenvolvimento.
Estratégia 2 – O estudante pode observar o cenário e propor uma mudança, porém não justificar a mudança, deixar em branco.	A Estratégia 2 é considerada Erro 1 porque o fato de deixar em branco não se tem evidência da forma de pensar do estudante.
Estratégia 3 – O estudante pode observar o cenário e propor uma mudança, porém dizer na justificativa que não sabe o porquê propôs a mudança	A Estratégia 3 é considerada Erro 2 porque o fato de deixar em branco não se tem evidência da forma de pensar do estudante.
Estratégia 4 – O estudante pode observar o cenário e propor uma mudança, porém dizer na justificativa que não sabe o porquê propôs a mudança.	A Estratégia 4 é considerada uma possibilidade aceitável do desenvolvimento cognitivo do estudante que pouco a pouco se apropria dos conteúdos de seu pensamento de modo consciente.
Estratégia 5 - O estudante não propôs mudança	Na estratégia 5 o estudante não propôs mudança. Porém, não foi possível identificar o motivo gerador desta situação porque o estudante não o manifestou
Estratégia 6 – O estudante pode propor uma mudança, mas sua justificativa não conter elementos de lógica que a fundamentem	Na Estratégia 6 observa-se que o estudante não evidenciou a coordenação de ações entre elementos analisados. Manifestou as características empiricamente, mas sem de fato justificar o porquê de seu uso através das coordenações.
Estratégia 7 – O estudante pode propor a mudança e não conseguir dizer claramente o porquê de ter feito a proposição de mudança devido a dificuldade de expressão escrita.	Na Estratégia 7 observa-se que o estudante coordenou ações do mundo material, mas não conseguiu expressar de modo rápido e claro essas relações devido a dificuldade de expressão escrita.

Quadro 19 - Atualização dos elementos de validação da SD-01
FONTE: PRÓPRIO AUTOR.

Vale ressaltar que os elementos que compõem o método de procedimento da Engenharia Didática foram percebidos da seguinte maneira na SD01. Quanto ao contrato didático, como pesquisador nos pareceu que os estudantes entenderam perfeitamente a proposta da SD01 e o modo como poderiam contribuir. A respeito das situações adidáticas (BROUSSEAU, 2008a, p.55), ficou muito claro a importância delas na construção do conhecimento por parte dos estudantes. Embora a aplicação do conhecimento não tenha ocorrido em outras circunstâncias, mas ocorreram situações não-previstas pelo pesquisador quanto a interação entre estudantes, durante a construção das respostas que foram apresentadas, quando no trato com outros estudantes: ou observando; ou perguntando; ou dialogando a respeito dos conteúdos/ desafios que lhes foram propostos com a SD01, conforme se evidencia na Figura 17, abaixo, com base nos elementos de validação descritos no planejamento da SD02:



Figura 20 - Interações em situações adidáticas
FONTE: Próprio autor

Isto é dito porque a partir de sucata (material concreto) foi criada uma situação didática (Engenharia Didática) que propunha melhoria nas vendas de uma mercearia. E as sugestões oriundas dessa instigação, por parte dos estudantes, foram sugestões que caracterizaram abstrações reflexionantes (ordem alfabética, data de validade, produtos que estão vendendo mais), assim como abstrações empíricas (mudar preço, inserção de carrinho, de mesas, de cadeiras).

Na mesma linha seguiu-se à análise da SD02, que teve por proposta o conhecimento do material dourado por parte dos estudantes, os quais foram desafiados a proporem um modo de brincar ou de estudar utilizando o material dourado. Após a produção de cada um dos estudantes participantes, pôde-se analisar a produção de seu trabalho na SD02 com base no quadro 10 (Elementos de validação da SD02), onde se procurou classificar a produção dos estudantes. O resultado dessa análise foi o quadro 19, abaixo:

Grupo / Estudante	O que foi produzido / Localização na gravação	Estratégia usada pelo grupo segundo avaliação do pesquisador	Análise da estratégia	Análise da justificativa dada quanto ao resultado produzido por ele ou pelo grupo dentro do período de tempo determinado	Tipo de Abstração conforme Piaget
Grupo 1 / Estud.3	Construção de uma pirâmide / Vídeo 02, 31'e 20"	Estratégia 1 – O grupo de estudantes pode combinar que todos brinquem aleatoriamente e individualmente e no momento da plenária, cada integrante faz o relato de sua brincadeira com o material dourado. A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade esperada porque sendo crianças e o material dourado sendo uma novidade cada um dos integrantes deve desejá-lo individualmente.	Não houve unidade de equipe. Apenas uma reunião de estudantes que produziram seus trabalhos independentemente uns dos outros.	Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.3 porque ele manifestou a inspiração de sua ideia como sendo o jogo <i>Minecraft</i>	Abstração empírica
Grupo 1 / Estud.5	Prédio / Vídeo 02, 32'e 10"			Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.5 porque ele manifestou a inspiração de sua própria autoria.	Abstração empírica
Grupo 1 / Estud.8	Coração de fogos de artifício / Vídeo 02, 32'e 30"			Nenhum dos erros previstos se aplica a Estud.8 porque ela manifestou a inspiração de sua ideia como sendo o grupo coreano BTS.	Abstração reflexionante
Grupo 2 / Estud.1	Tela eletrônica que representa uma conta de multiplicação / Vídeo 03, 01'e 10"	Estratégia 3 – Por afinidade entre si, os estudantes se buscaram e em dupla se organizaram para produzir uma prática. E o outro	Inferimos, como pesquisador, que o Estud.1 e o Estud.2 se aproximaram por afinidade para a produção de	Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.1 porque ele manifestou ter se inspirado na própria ideia e no aparelho de telefone.	Abstração reflexionante

Grupo 2 / Estud.2	Jogo de futebol / Vídeo 03, 02'e 00"	integrante acabou por realizar sua prática de forma individual.	sua prática. Trabalharam juntos, e conforme o depoimento, produziram duas práticas.	Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.2 porque ele manifestou a inspiração de sua ideia como sendo a Copa do Mundo de 2022.	Abstração reflexionante
Grupo 2 / Estud.9	Tentativa de fazer uma pirâmide / Vídeo 03, 02'e 51"		O Estud.9 ficou na sua prática sozinho por não possuir afinidade com os outros dois estudantes	Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.9 porque ele manifestou a inspiração de sua ideia como sendo o jogo <i>Stumble Guys</i>	Abstração empírica
Grupo 3 / Estud.4	Brincadeira de matemática / Vídeo 04, 00'e 10"	Estratégia 3 – Por afinidade entre si, os estudantes se buscaram e em dupla se organizaram para produzir uma prática. E o outro integrante acabou por realizar sua prática de forma individual.	Inferimos como pesquisador que o Estud.7 e o Estud.10 se aproximaram por afinidade para a produção de sua prática. Trabalharam juntos, e conforme o depoimento, produziram uma prática.	Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.4 porque ele manifestou ter se inspirado na própria ideia e no livro de matemática.	Abstração reflexionante
Grupo 3 / Estud.10	Brincadeira de matemática / Vídeo 04, 01'e 50"			Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.10 porque ele manifestou a inspiração de sua ideia como sendo o ato de somar e o material dourado	
Grupo 3 / Estud.6	Construção de uma casa / Vídeo 05, 00'e 05"	Estratégia 3 – Por afinidade entre si, os estudantes se buscaram e em dupla se organizaram para produzir uma prática. E o outro integrante acabou por realizar sua prática de forma individual.	O Estud.6 ficou na sua prática sozinho por não possuir afinidade com os outros dois estudantes	Nenhum dos erros previstos se aplica ao Estud.6 porque ele manifestou a inspiração de sua ideia como sendo o trabalho do Estud.5.	Abstração empírica

Quadro 20 - Classificação dos tipos de abstração SD02

FONTE: Próprio autor.

A título de enriquecimento das evidências das produções dos estudantes na SD02 cuja análise está no quadro 19 - Respostas dos estudantes na SD02 (descrito

anteriormente), seguem fotos os respectivos estudantes participantes da experimentação da SD02.

Na figura 18, abaixo, é possível evidenciar a produção do Estud.3 na SD02, que ele manifestou com sendo a “construção de uma pirâmide”.



Figura 21 - Resultado da produção do Estud.3 na SD02.

FONTE: Próprio autor.

Na figura 19, abaixo, é possível evidenciar a produção do Estud.5 na SD02, intitulado por ele como um “prédio”.



Figura 22 - Resultado da produção do Estud.5 na SD02

FONTE: Próprio autor.

Na figura 20, a seguir, é possível evidenciar a produção da Estud.8 na SD02, que ela descreveu como sendo “coração de fogo de artifício”.



Figura 23 - Resultado da produção da Estud.8 na SD02
FONTE: Próprio autor.

Abaixo, está a figura 21, onde se evidencia a produção do Estud.1 na SD02 que ele descreveu como sendo uma “tela eletrônica que representa uma conta de multiplicação”.



Figura 24 - Resultado da produção da Estud.1 na SD02
FONTE: Próprio autor.

É possível observar na figura 22, a seguir, a produção do Estud.2 na SD02, a qual foi intitulada por ele como, um “jogo de futebol”.



Figura 25 - Resultado da produção da Estud.2 na SD02
FONTE: Próprio autor.

A figura 23 (abaixo) retrata o resultado do esforço do Estud.9 quanto à “tentativa de fazer uma pirâmide”.



Figura 26 - Resultado da produção da Estud.9 na SD02
FONTE: Próprio autor.

Tanto a figura 24 quanto a figura 25 retratam os esforços dos estudantes Estud.4 e Estud.10, que trabalharam juntos no mesmo projeto, os quais o intitularam como “brincadeira de matemática”.



Figura 27 - Resultado da produção da Estud.4 na SD02
 FONTE: Próprio autor.



Figura 28 - Resultado da produção da Estud.10 na SD02
 FONTE: Próprio autor.

A seguir, na figura 26, é possível verificar a produção do Estud.6 na SD02, que ele nomeou como sendo a “construção de uma casa”.



Figura 29 - Resultado da produção da Estud.6 na SD02
FONTE: Próprio autor.

Terminada a análise da SD02 faz-se necessário atualizar o quadro dos elementos de validação que anteriormente foram expostos no quadro 10 – Elementos de validação da SD02. Isto porque foi incluída mais uma estratégia 3 descrita abaixo no quadro 21:

Estratégias que os estudantes podem usar para produzir as inferências	Erros potencialmente previstos
Estratégia 1 – O grupo de estudantes pode combinar que todos brinquem aleatoriamente e individualmente e no momento da plenária, cada integrante faz o relato de sua brincadeira com o material dourado. A Estratégia 1 é considerada uma possibilidade esperada porque sendo crianças e o material dourado sendo uma novidade cada um dos integrantes deve desejar explorá-lo individualmente.	O erro 01 será se o estudante não conseguir explicar de onde partiu a ideia inicial que lhe despertou a atividade que ele desenvolveu com o material dourado.
Estratégia 2 – O grupo de estudantes pode discutir primeiro entre si e definir um a prática a ser vivenciada por todos com o material dourado durante o tempo que for disponibilizado.	O erro 02 é o grupo não saber explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.
Estratégia 3 – Por afinidade entre si, os estudantes se buscaram e em dupla se organizaram para produzir uma prática. E o outro integrante acabou por realizar sua prática de forma individual.	O erro 03 é o grupo não quiser explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.

(em branco)	O erro 04 é o estudante não saber explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.
(em branco)	O erro 05 é o estudante não quiser explicar os fatores que o estimularam ou que o influenciaram para realizar aquela determinada brincadeira com o material dourado que foi por ele vivenciada dentro do período de tempo atribuído.

Quadro 21 - Atualização dos elementos de validação da SD02.

FONTE: Próprio autor.

Na análise da SD03, última sequência didática proposta neste projeto de pesquisa, o desafio aos estudantes era que representassem algarismos propostos pelo pesquisador, primeiro de forma numérica, depois no material dourado e finalmente, que registrassem a composição do algarismo com base na quantidade de unidades, dezenas e centenas conforme sistema de numeração decimal. Depois de realizadas tais representações, os estudantes foram questionados a respeito de onde acreditavam ter conseguido o conhecimento para tais representações. As respostas dadas por esses estudantes foram analisadas com base no quadro 13 – Elementos de validação da SD03, cujo resultado é exposto a seguir no quadro 22:

Estudante	O que foi produzido / Localização na gravação	Estratégia usada pelo estudante segundo avaliação do pesquisador	Institucionalização	Análise	Tipo de Abstração conforme Piaget
Estud.3	Representação do número 391 / Vídeo 01, 10'e 41''	Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	Registrada no vídeo 02, no minuto 23.	O estudante demonstrou saber os valores posicionais. Fez abstração reflexionante porque uniu conteúdos formais do SISTEMA DE NUMERAÇÃO O DECIMAL e sua representação tanto no material dourado, quanto na forma algébrica	Abstração reflexionante de reflexão

Estud.1	Representação do número 391 / Vídeo 01, 10'e 41'' e também do número 715 / Vídeo 02, 00' e 38''.	Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	Registrada no vídeo 02, em 6'37.	Idem acima e mais: atribuiu o desenvolvimento do conhecimento aos seus estudos no 2º ano.	Abstração reflexionante de reflexão
Estud.10	Representação do número 619 / Vídeo 01, 12'e 25'' e também do número 982 / Vídeo 02, 03'e 02''.	Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	Registrada no vídeo 02, em 11'09''.	O estudante demonstrou saber os valores posicionais. Fez abstração reflexionante porque uniu conteúdos formais do SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL e sua representação tanto no material dourado, quanto na forma algébrica. E atribuiu a origem desse conhecimento a partir do entendimento do conceito de DEZENA obtido no 2º ano.	Abstração reflexionante de reflexão
Estud.7	Representação do número 619 / Vídeo 01, 12'e 25''	Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	Registrada no vídeo 02, em 12'01''.	O mesmo exposto acima, acrescido de que o estudante afirma que o conhecimento desenvolvido inicialmente no 2º ano é fruto do uso do material dourado utilizado pela professora da época.	Abstração reflexionante de reflexão
Estud.2	Representação do número 535 / Vídeo 01, 14'e 30'' e também do número 982 / Vídeo 02, 03'e 02''.	Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	Registrada no vídeo 02, em 15'58''.	O estudante demonstrou saber os valores posicionais. Fez abstração reflexionante porque uniu conteúdos formais do SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL e sua representação tanto no material dourado, quanto na forma algébrica. E atribuiu a origem desse conhecimento a partir dos estudos no 3º ano, mas afirmou não lembrar de mais detalhes.	Abstração reflexionante de reflexão

Estud.9	Representação do número 535 / Vídeo 01, 14'e 30''	Estratégia 3 – Descrever o número aleatoriamente.	Registrada no vídeo 02, em 18'03''.	O Estud.9 reconhece que não entendeu o assunto, o que evidencia o erro 03: não saber explicar o porquê dos valores posicionais dos números descritos.	Não houve abstração.
Estud.8	Representação do número 1.392 / Vídeo 01, 16'e 45''	Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	Registrada no vídeo 02, em 20'40''.	A estudante demonstrou saber os valores posicionais. Fez abstração reflexionante porque uniu conteúdos formais do SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL e sua representação tanto no material dourado, quanto na forma algébrica. E atribuiu a origem desse conhecimento a a sua mente não sabendo dizer onde o tinha adquirido.	Abstração reflexionante de reflexão
Estud.5	Representação do número 1.392 / Vídeo 01, 16'e 45''	Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	Registrada no vídeo 02, em 20'00''.	O estudante demonstrou saber os valores posicionais. Fez abstração reflexionante porque uniu conteúdos formais do sistema de numeração decimal e sua representação tanto no material dourado, quanto na forma algébrica. E atribuiu a origem desse conhecimento a partir do entendimento do conceito de unidade simples obtido no 4º ano.	Abstração reflexionante de reflexão
Estud.11	Representação do número 715	Estratégia 1 – Descrever o número	Registrada no vídeo 02, em 20'00''.	O estudante demonstrou saber os valores posicionais.	Abstração reflexionante de reflexão

	/ Vídeo 02, 00' e 38''	apresentado respeitando as ordens do valor posicional.		Fez abstração reflexionante porque uniu conteúdos formais do sistema de numeração decimal e sua representação tanto no material dourado, quanto na forma algébrica. Mas apresenta o erro 04, que é o estudante não saber explicar de onde/ como aprendeu o conhecimento dos valores posicionais dos números descritos.	
--	------------------------	--	--	--	--

Quadro 22 - Classificação dos tipos de abstração na SD03

FONTE: Próprio autor.

A afirmação relevante observada na SD03 foi a de que, dos nove estudantes que participaram da institucionalização, seis manifestaram conhecimento prévio do material dourado relacionado ao sistema de numeração decimal oriundo dos anos iniciais anteriores ao quinto ano. Os estudantes que manifestarem esse viés foram: Estud.7, Estud.10, Estud.1, Estud.8, Estud.11 e Estud.2. Esse aspecto de relevância foi revelado pela menção feita pelo Estud.7 em sua institucionalização. Esse estudante foi quem citou a experiência com o material dourado em anos iniciais anteriores ao quinto ano. Tal afirmativa foi registrada no vídeo dois no intervalo 12' 01'' (doze minutos e um segundo) até 14'28'' (quatorze segundos e vinte e oito segundos) e ratificada pelos estudantes citados anteriormente. Este ponto chamou a atenção do pesquisador deste projeto porque demonstrou a clareza da consciência do Estud.7 em relação a origem de seu conhecimento, o que levou a uma abordagem em relação a abstração refletida conforme é possível de se fazer a leitura nas considerações finais desta dissertação.

Terminada a análise da SD03 faz-se necessário atualizar os elementos de validação que anteriormente foram expostos no quadro 13 – Elementos de validação da SD03, agora atualizados no quadro 22, abaixo, porque foi incluída mais a descrição do erro 04:

Estratégias que os estudantes podem usar para produzir as inferências	Erros potencialmente previstos
Estratégia 1 – Descrever o número apresentado respeitando as ordens do valor posicional.	O erro 01 será se o estudante não conseguir explicar a classificação posicional que escreveu para o número que lhe foi apresentado.
Estratégia 2 – Descrever individualmente o número desconsiderando o seu valor posicional.	O erro 02 é descrever o número observado com as ordens que conhece, sem respeitar a ordem que de fato pertencem os números observados.
Estratégia 3 – Descrever o número aleatoriamente.	O erro 03 é não saber explicar o porquê dos valores posicionais dos números descritos.
(em branco)	O erro 04 é o estudante não saber explicar de onde / como aprendeu o conhecimento dos valores posicionais dos números descritos.

Quadro 23 - Atualização dos elementos de validação da SD03.

FONTE: Próprio autor.

Concluída a SD03, que encerrou os trabalhos de campo, foi submetido aos estudantes presentes, o Apêndice E - questionário pós sequência didática. E passa-se a verificar os resultados obtidos para sua posterior análise conforme Tabela 3 a seguir:

Pergunta 01 - Por favor descreva, conforme sua opinião, marque a frase que representa melhor seu pensamento a respeito da aprendizagem de matemática usando materiais concretos, como o material dourado que usamos para ajudar no entendimento dos conceitos matemáticos, como foi no estudo do conteúdo de matemática sistema de numeração decimal, realizado a pouco.										
Opções de respostas propostas aos estudantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T
Não ajudam e não atrapalham	-	-	-	-	-	-	-	X	-	01
Dificultam mais o entendimento do assunto.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Ajudam a entender melhor.	X	X	X	X	X	X	X		X	08
Ajudam a entender melhor e a relacionar com situações de nossa vida no dia-a-dia.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pergunta 02 - Em algum momento da vivência da sequência de atividades que acabou de terminar você conseguiu relacionar o conteúdo de matemática estudado com a sua vida prática no dia-a-dia?										
Opções de respostas propostas aos estudantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T
Sim	X		X	X	X	X	X	X	X	08
Não		X								01
Pergunta 03: Se sua resposta foi “sim”, por favor diga abaixo como foi essa relação entre o conteúdo de matemática estudado e sua vida prática no dia-a-dia.										
Respostas dadas pelos estudantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T
Na escola	X	-	X	X	X	X	X	-	-	06
Que responderam “não”	-	X	-	-	-	-	-	-	-	01
Jogo de anime	-	-	-	-	-	-	-	X	-	01
Ônibus	-	-	-	-	-	-	-	-	X	01
Pergunta 04 - Marque a alternativa que melhor descreve a sua opinião para completar a afirmativa a seguir: Quando começaram as aulas com as sequências de atividades para o ensino e aprendizagem do conteúdo de matemática sistema de numeração decimal, você:										
Opções de respostas propostas aos estudantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T
Já sabia o assunto estudado e as aulas ajudaram a saber um pouco mais.	-	-	-	-	-	X	X	X	-	03

Não conhecia o assunto estudado e as aulas ajudaram a entendê-lo.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	01
Acreditava que já sabia o assunto estudado, mas as aulas trouxeram outro modo de entender o assunto estudado.	X	X	X	X	X	-	-	-	-	05
Nenhuma das opções acima consegue descrever o que você pensa e então você prefere descrever o que aconteceu.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pergunta 05 - Na sua opinião, o conjunto de atividades vivenciadas nas aulas de matemática que você acabou de participar:										
Opções de respostas propostas aos estudantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T
É indiferente, ou seja, nem ajuda e nem atrapalha.	-	-	-	-	-	-	-	X	-	01
Atrapalha porque é muito confuso e dificulta aprender.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Ajuda muito porque fica mais fácil de entender o conteúdo.	X	X	X	X	-	-	-	-	X	05
Ajuda muito porque fica mais fácil de participar da aula.	-	-	-	-	-	-	X	-	-	01
Ajuda mais ou menos porque quem tem vergonha não participa.	-	-	-	-	X	X	-	-	-	02
Nenhuma das opções acima consegue descrever o que você pensa e então você prefere descrever o que você está pensando.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabela 3 - Qualificação das respostas dos estudantes pós sequências didáticas

FONTE: PRÓPRIO AUTOR.

As respostas à pergunta 01 indicaram maciçamente um resultado de 88,88% (oitenta e oito, vírgula, oitenta e oito por cento), oito estudantes dentre nove, que afirmaram que o uso de materiais concretos, como o material dourado, ajuda no entendimento dos conceitos matemáticos, como foi no estudo do conteúdo de matemática sistema de numeração decimal. Os estudantes são parte de essencial do processo de ensino-aprendizagem e a resposta indica um viés pedagógico, já ratificado anteriormente nas análises anteriores.

As perguntas 02 e 03 remetem à relação da matemática com atividades do dia-a-dia, oportunizadas pelas vivências nas sequências didáticas propostas. E, mais uma vez, para a imensa maioria de 88,88% (oitenta e oito, vírgula, oitenta e oito por cento), oito estudantes dentre nove, a vivência das sequências didáticas proporcionou oportunidade de relacionar o conteúdo de matemática estudado com vida prática no dia-a-dia do estudante. E em meio a esses, seis estudantes, equivalente a 75% (setenta e cinco por cento) fizeram essa relação com a escola. O que indica que a matemática ainda é vista sob ponto de vista escolar e ainda não ultrapassou os limites do cotidiano em abstrações mais amplas: indica um letramento matemático ainda com um grande campo por ser ampliado. (DANTE, 2022).

A pergunta 04 refere-se à autopercepção do estudante quanto à sua aprendizagem do conteúdo, no caso sistema de numeração decimal, mediada pela vivência nas sequências didáticas propostas. Houve equilíbrio nas respostas. Para 55,55% (cinquenta e cinco, vírgula, cinquenta e cinco por cento), cinco estudantes dentre nove, acreditavam que já sabiam o assunto estudado, mas as aulas trouxeram outro modo de entendê-lo. Na outra ponta, para 33,33% (trinta e três, vírgula, trinta e três por cento), três estudantes dentre nove, afirmaram que já sabiam o assunto estudado e as aulas os ajudaram a saber um pouco mais. As respostas são uma ratificação do resultado obtido à pergunta 01, visto que na percepção dos estudantes as estratégias didático-pedagógicas utilizadas foram percebidas como contribuintes para uma aprendizagem mais efetiva, segundo a percepção dos próprios estudantes.

Finalmente, a pergunta 05 busca avaliar a percepção do estudante quanto às estratégias pedagógicas utilizadas em relação ao processo de ensino-aprendizagem de um tema da matemática. Para 55,55% (cinquenta e cinco, vírgula, cinquenta e cinco por cento), cinco estudantes dentre nove, as estratégias utilizadas ajudam muito porque tornaram mais fácil o entendimento do conteúdo. O valor obtido não indica unanimidade, mas sinaliza positivamente para o estímulo a abstração reflexionante com uso do material dourado mediada pela engenharia didática, como uma proposta didático-pedagógica que que auxilia na aprendizagem da matemática, segundo a percepção dos estudantes.

Imperioso ratificar que, para se obter evidência do atingimento do objetivo geral desta dissertação não se precisou chegar ao final dos procedimentos de pesquisa. Desde a SD01, já é possível afirmar, que é possível usar o material concreto com foco na abstração reflexionante mediado pela Engenharia Didática. As demais sequências didáticas, SD02 e SD03, fazem eco nesse sentido quanto ao uso do material dourado. Criando subsídios para se poder afirmar, de forma categórica, que é possível usar o material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

No avançar da análise da SD01 as manifestações dos estudantes poderiam ser aprofundadas na classificação quanto a abstrações pseudo-empíricas. Porém, optou-se por não seguir por esse viés, já que requereria ampliação de referencial teórico. Desse modo a classificação girou em torno de abstrações empíricas e reflexionantes conforme a proposta inicial da dissertação, abrindo assim um elemento de futuro para ampliação da pesquisa.

Na análise da SD02 o que mais chamou atenção foi a progressão dos estudantes em manifestarem as inspirações que deram origem às suas ideias de brincar com o material dourado: todos conseguiram fazer esse movimento formal. No entanto, na SD01 nem todos estudantes conseguiram concatenar logicamente elementos para justificativa de suas ideias ou simplesmente não manifestaram ideias; o que foi o caso do Estud.2, do Estud.3, do Estud.4 e do Estud.6. Porém, na SD02 todos esses estudantes estavam presentes e juntamente com os demais, todos conseguiram se posicionar a respeito da inspiração de sua ideia. Desse modo, cabe a inferência de que esse movimento de abstração pode ter sido resultado do exercício praticado anteriormente: agora mais experimentados no estímulo a cogitar a origem de seus pensamentos / ideias os estudantes propuseram a sua origem. Cabendo aqui diversas possibilidades, inclusive a de que à medida que o estudante é estimulado a buscar a origem de suas abstrações, o exercício promove sua naturalidade, contribuindo para romper com a inibição. Visto que não manifestar a sua ideia pode ser um bloqueio por medo ou vergonha de expor-se, o que pode ter sido superado à medida que os estudantes perceberam a naturalidade de que expressar a origem do que pensavam, repousava em uma realidade interior que poderia ser compartilhada e aceita socialmente, sem críticas ou depreciações. Pode-se assim conceber, de modo em inferência, que a busca pelo exercício da abstração reflexionante promove a possibilidade do estudante em manifestar mais livremente seu pensamento estabelecendo uma corrente crescente de senso crítico, criatividade e partilhas.

Outro aspecto observado na análise em destaque anteriormente, é que o Estud.6 e o Estud.9 apresentam laudo de necessidades educacionais especiais. E o Estud.6 esteve tanto na SD01 quanto na SD02. E na primeira ele não conseguiu manifestar uma ideia para a situação didática proposta em SD01. Já na SD02 ele conseguiu tanto produzir a sua ideia quanto justificar de onde havia retirado a inspiração para a sua consecução. Já o Estud.9 esteve presente somente na vivência da SD02, e como já dito, fez coro com os demais estudantes quanto a conseguir dizer de onde havia tirado sua inspiração para a produção da ideia que apresentou. Muito embora não tenha conseguido produzir efetivamente um resultado na apresentação da brincadeira proposta pela SD02, o Estud.9 conseguiu se posicionar e manifestar de onde sua inspiração partira. Esses fatos trazem mais uma possibilidade para o estímulo a abstração reflexionante com uso de material dourado mediada pela engenharia didática, a de que esta linha pedagógica de trabalho pode auxiliar no desenvolvimento do aspecto cognitivo/ participativo de estudantes com necessidades especiais: o que certamente exigirá um aprofundamento nesse sentido

quanto a evidências, nuances e fundamentação teórica, caracterizando uma nova frente de pesquisa.

O estud.5 realizou as representações: tanto a algébrica, escrevendo o número no quadro, quanto a do material dourado selecionando as peças de madeira que fazem a representação do número 1.392 (Hum Mil Trezentos e Noventa e Dois), assim como também descreveu a composição desse número em unidades, dezenas e centenas, tanto na classe das unidades simples quanto na classe dos milhares. Mas na institucionalização atribuiu a origem do conhecimento aos seus estudos do 4º ano, sem conseguir explicar de modo claro e enfático a sua origem. O Estud.5 demonstrou um comportamento que foi observado em quase todos os estudantes envolvidos na SD03 porque não conseguiram explicar a origem do seu conhecimento, mas davam pistas de onde ele teria iniciado: no caso do Estud.5, o 4º ano do Ensino Fundamental.

Não se esperava, nesta pesquisa, que uma criança de idade escolar do 5º ano do Ensino Fundamental fosse possível afirmar, com peremptoriedade, a respeito da origem de seu conhecimento na representação feita dos números propostos na SD03. E quando se confrontam as falas dos estudantes que participaram da vivência da SD03 com a teoria piagetiana da abstração refletida (PIAGET, 1977/1995, p.6 e BECKER, 2014, p.108), percebe-se a importância do viés da abstração reflexionante como estratégia didático-pedagógica porque embora tais estudantes não tenham feito da abstração refletida, que é um elemento de maior maturidade do indivíduo em relação a saber de onde veio seu conhecimento e a buscar um aprofundamento dele: maturidade essa que se espera de um indivíduo mais experimentado no conhecimento que estuda e se aprofunda. Percebeu-se que os estudantes da SD03 realizaram em sua esmagadora maioria: oito de nove que participaram; a realização da abstração reflexionante.

Deve-se considerar que todas as sequências didáticas vivenciadas estiveram focadas em extrair as possibilidades de relação, o elo entre conteúdos formais, estimulando a abstração reflexionante entre coordenações de pensamentos que se estabeleceram na mente dos estudantes em períodos anteriores à experiência da pesquisa. E se conseguiu evidenciar que um estudante consegue fazer abstrações e se relacionar com o conteúdo matemático que lhe será útil ao longo da jornada da existência como cidadão e herdeiro subjetivo dos bens culturais onde esteja inserido.

Desse modo, fica a certeza de que, em ambiente educacional, estimular a abstração reflexionante com o material dourado é perfeitamente possível, numa intencionalidade pedagógica mediada pela engenharia didática, especialmente no aspecto de estímulo

através da teoria das situações didáticas. E que, se a proposta for utilizada instrumentalmente para conduzir os estudantes a se apropriarem dos bens matemáticos, existe grande margem para pesquisa no sentido de que, já no Ensino Fundamental, ao longo do sexto ao nono dos anos finais, a abstração refletida seja uma realidade em tais indivíduos. O que proporcionaria diversas consequências a serem mapeadas e aprofundadas em pesquisas posteriores.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mais do que conhecer os elementos que podem auxiliar o estudante do 5º ano do Ensino Fundamental a se apropriar dos bens culturais matemáticos, por meio da educação, torna-se fundamental capacitar o professor que lida na sala de aula da escola, especialmente na escola pública, e que, dentre a tantas variáveis de responsabilidade de cunho pessoal e profissional, pode receber subsídio, à mais, para sua tarefa de mediar a apropriação destes bens culturais pelo estudante de 5º ano do Ensino Fundamental.

O uso do material dourado foi apontado pela Pedagoga 01 como um elemento para contribuir na aprendizagem dos estudantes. Tal afirmativa foi ratificada pela fala do Estud.07 na institucionalização da SD03, realizada no dia 04/10/2022, que afirma ter conseguido responder bem às exigências da sequência didática porque lembra de ter estudado com o material dourado desde o 2º Ano do Ensino Fundamental. Assim, é possível inferir que a prática epistemológica de usar o material dourado, aliada a outras práticas descritas acima pela pedagoga, e que fazem parte da cultura epistemológica da escola para entender o sistema de numeração decimal desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, viabiliza o seu entendimento e desdobramento, o que foi evidenciado neste esforço de pesquisa em estudantes do 5º ano. Deste modo, essa é uma estratégia que precisa ser continuada e intensificada.

E se a escola lócus da pesquisa, assim como qualquer instituição educacional, aliar o uso do material dourado ao estímulo da abstração reflexionante na prática pedagógica estará proporcionando um exercício benéfico para a formação epistemológica de seus estudantes que estarão cada vez mais ávidos a entender e a concatenar conteúdos formais, seja de Matemática ou qualquer outra disciplina.

Os esforços de preparo dos estudantes para as avaliações da OBMEP, do SADEAM e do SAEAB, não foram percebidos pelo pesquisador, na fala dos estudantes, como fator de incremento ao incentivo de estudo dos conteúdos matemáticos, de um modo geral. Importante refletir se o esforço que se empreende para o preparo epistemológico dos estudantes pode não estar sendo o fator de causa para o resultado obtido. Ou por outra, refletir se as estratégias atuais utilizadas são as mais adequadas e eficazes.

Apesar de existirem livros paradidáticos disponíveis na escola lócus como foi evidenciado, tanto a Pedagoga 01 quanto a Professora 01 não relataram conhecimento de

sua existência, os quais seriam complementares aos esforços pedagógicos. O que desponta nessa análise de pesquisa, como uma oportunidade para a escola lócus da pesquisa em aproximar os esforços empreendidos pela bibliotecária, pedagoga e professora neste aspecto, reforçando ações que venham a contribuir para o processo de ensino-aprendizagem em diferentes estratégias.

As vivências da experimentação trouxeram elementos de reflexão quanto a importância, para o professor, em saber qualificar as abstrações feitas pelos estudantes, conforme o assunto estudado e o nível esperado quanto à sua capacidade de abstração, para aquele determinado público-alvo. Saber se a fala do estudante, oral ou escrita, expressa: ou a coordenação das ações (abstração reflexionante); ou a extração de elementos observáveis (abstração empírica). Torna-se crucial para o desenvolvimento do estudante e para a sua condução rumo aos objetivos propostos pela BNCC.

O professor deve pautar-se em evidências para a condução do processo de ensino-aprendizagem com intencionalidade pedagógica. Deste modo, a capacidade de evidenciar e qualificar o resultado de um trabalho realizado pelo estudante oferece maior velocidade para se atingir o objetivo porque o professor sabe o que pretende estimular e o que pretende obter como resposta. Tendo as condições de inferir se: ou haverá necessidade de modificar as estratégias; ou adequá-las à realidade do estudante; ou se ambas as ações. Porque em uma sala de aula existe diversidade de características e necessidades peculiares a cada indivíduo como ser único que é.

Muitas são as variáveis a serem consideradas a respeito da posição da matemática na preferência das pessoas em geral, enquanto disciplina: a qual é considerada de baixo engajamento na preferência social. No entanto, considerando a presente pesquisa pode-se inferir que o baixo exercício de abstrações reflexionantes e o alto estímulo a abstrações empíricas no ambiente escolar têm contribuído para que o cidadão brasileiro na atualidade do século 21, busque atividades e ocupações que lhes sejam de natureza mais compatível com o que está habituado. Ou seja, se sua mente está acostumada a extrair somente elementos materiais das relações, provavelmente é tendência que o ser humano rejeite o que não lhe é habitual e busque o que está mais acostumado e acredita ser mais adequado. Em outras palavras, infere-se que a matemática é rejeitada pela população porque em ambiente escolar as abstrações estimuladas são as empíricas e não as reflexionantes. Desse modo, o estímulo a abstrações reflexionantes com uso de material dourado mediada pela engenharia didática pode contribuir com a sociedade em várias frentes de preparo de um cidadão mais acostumado a visitar os pensamentos formais e a criar possibilidades a

partir da união e reunião de elementos formais afastados ou próximos entre si. Esse movimento de abstrações reflexionantes pode proporcionar o desenvolvimento de uma abstração refletida ao longo do processo de exercício e prática, viabilizando a ciência e o aprofundamento epistemológico dos estudantes em geral.

Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos norteadores das pesquisas em didática da matemática In: ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba : Editora UFPR (Universidade Federal do Paraná), 2007. 218p. Cap. I, pp. 21-29.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Diálogos da didática da Matemática com outras tendências da Educação Matemática. **Caminhos da Educação Matemática em Revista / Online**, v. 9, n. 1, 2019.

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V 3.6, UFSC, 2008. pp. 62-77,

ARCE, Alessandra. **A Pedagogia na “era das Revoluções”: uma análise do pensamento de Pestalozzi e Froebel**. Campinas - SP : Editora Autores Associados, 2015.

ARIÈS, Philippe. **História social da criança e da família**. Rio de Janeiro : LTC, 2021.

ARTIGUE, Michèle; DOUADY, Régine; MORENO, Luis; GOMEZ, Pedro (Org.) **Ingeniería didáctica em educación matemática**: Um esquema para la investigación y la innovación em la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá : Grupo Editorial Iberoamérica, 1995. Pdf.

ARTIGUE, Michèle; DOUADY, Régine; MORENO, Luis; GOMEZ, Pedro (Org.). **Engenharia Didática na educação matemática**: um esquema para pesquisa e inovação em ensino e aprendizagem em matemática. Bogotá (COL): Grupo Editorial Iberoamérica, 1995b. Pdf.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia didáctica. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Trad. de MJF Lisboa: Instituto Piaget, p.193-217. 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6023**: Informação e documentação – Referências – Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 11 nov. 2018. ISBN: 978-85-07-07757-2. Disponível em: < https://www.gedweb.com.br/aplicacao/usuario/asp/resultado_avancado.asp?opc=16 > Acesso em: 28. mar.2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14724**: Informação e documentação – Trabalhos acadêmicos – Apresentação. Rio de Janeiro:

ABNT, 17 mar. 2011. ISBN: 978-85-07-02680-8. Disponível em: <
https://www.gedweb.com.br/aplicacao/usuario/asp/resultado_avancado.asp > Acesso
 em: 22. Out.2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR ISO 9000:**
 Sistemas de gestão da qualidade – Fundamentos e vocabulário. Rio de Janeiro: ABNT,
 30 set. 2015. ISBN: 978-85-07-05800-7. Disponível em: <
https://www.gedweb.com.br/aplicacao/usuario/asp/resultado_avancado.asp > Acesso
 em: 28. mar.2023.

ASSUNÇÃO, Thiago Vicente de; NASCIMENTO, Robson Raabi do. Inventario de
 estilos de aprendizaje de David Kolb y los profesores de ciencias y matemáticas:
 diálogo sobre el método de enseñanza. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las**
Ciencias, Bogotá (Colômbia), v. 14, n. 1, p. 14-34, jan/jun. 2019. DOI:
<http://doi.org/10.1448323464712.12942>. Disponível em: <
<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/12942>>. Acesso em: 08.
 set. 2021.

ÁVILA, Geraldo. Cap. 01 - Por que a Matemática. In: _____. **Várias faces da**
Matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral. 2. ed. São Paulo: Blucher,
 2011. ISBN: 978-85-212-0510-4.

BACURY, Gerson Ribeiro. **Práticas investigativas na formação de futuros**
professores de matemática (1974). Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará,
 Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em
 Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2017.

BARBOSA, Elson. **Sistema de numeração decimal**. Educa Mais Brasil. Educa Mais
 Brasil Tecnologia Educacional Ltda, Salvador / BA, 2019. Disponível em:
<https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/sistema-de-numeracao-decimal>.
 Acesso em: 06. jul. 2021.

BARBOSA, Ruy Madsen. **Conexões e Educação Matemática: brincadeiras,**
explosões e ações. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. Obra com o selo FNDE-PNBE do
 PROFESSOR 2010.

BARRETO, Rute de Lira; ALMEIRA, Vera Lia Marcondes Criscuolo de. **Maria**
Montessori e sua contribuição para o ensino-aprendizagem de matemática.
 CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES,
 10., 2009, Águas de Lindóia. Formação de Professores e a Prática Docente: os dilemas
 contemporâneos... São Paulo: UNESP; PROGRAD, 2009. p. 7970-7985 Disponível em:
 <<http://hdl.handle.net/11449/139601>>. Acesso em: 22.mar.2023.

BECKER, F. Abstração pseudo-empírica e reflexionante: significado epistemológico e
 educacional. **Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**,
 Marília, volume 6, número especial, pp.104-128, 2014. ISSN: 1984-1655. Disponível
 em: < [Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas \(unesp.br\)](http://Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas (unesp.br))
 >. Acesso em: 21. Abr. 2023.

BECKER, F.. **Educação e construção do conhecimento**. 2. ed. Porto Alegre: Penso. 2012. 200 p.

BECKER, F.. Epistemologia Genética e conhecimento matemático. In: BECKER, F., FRANCO, S. R. K. (org). **Revisitando Piaget**. Porto Alegre: Mediação. 1999. p. 21-48.

BECKER, F.; MARQUES, T. B. I.. Estádios do desenvolvimento. In: BECKER, F.. **Educação e construção do conhecimento**. 2. ed. Porto Alegre: Penso. 2012. pp. 153-164.

BECKER, F.. **O caminho de aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire**. da ação à operação. Petrópolis: Vozes, 2010. 296 p.

BIANCHINI, Barbara Lutaif; MACHADO, Silvia Dias Alcântara. A Engenharia Didática em pesquisas publicadas nos últimos dez anos da revista Educação Matemática Pesquisa. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, volume 21, edição 5, pp.618-635, 2019. DOI 10.23925/1983-3156.2019v21li5p618-635 Disponível em: < <https://www.proquest.com/openview/a564ed9454f0ae1c5e2fff25707a829b/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2030922> >. Acesso em: 10. Set. 2021.

BLOOM, Benjamin S.. **Taxonomia dos objetivos educacionais**: domínio cognitivo. Porto Alegre: Ed. Globo, 1973.

BOURDEAUX, Ana Lúcia ... [et al.]. **Novo bem-me-quer matemática - 5o ano**. 4. ed. - São Paulo : Editora do Brasil, 2017. Coleção Novo bem-me-quer.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. **Base Nacional Comum Curricular**. — Brasília: MEC/CP, 2018. A área de Matemática, competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, Matemática, Matemática no Ensino Fundamental – anos iniciais: unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades, Matemática – 4º ano e Matemática – 5º ano Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#introducao>> Acesso em: 25.abr.2021. pp. 221 - 233 a 246 – 255.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - 2019**: Resumo Técnico. Brasília, DF : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 2021. 81 p. : il. ISBN : 978-65-5801-017-3. Disponível em: < https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resultados_indice_desenvolvimento_educacao_basica_2019_resumo_tecnico.pdf > . Acesso em: 13. jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Executiva. **Avaliação Nacional da Alfabetização**: Relatório 2013 – 2014, volume 2, análise dos resultados. Brasília, DF : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 2015. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educ

acao_basica/relatorio_ana_2013_2014_analise_dos_resultados.pdf > . Acesso em: 11. abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)**: documento orientador. Brasília, DF : Ministério da Educação. 2017. Disponível em: < http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/doc_orientador/doc_orientador-versao_final.pdf > . Acesso em: 12. jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Executiva. **Relatório SAEB / ANA 2016**: Panorama do Brasil e dos Estados. Brasília, DF : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 2018b. 235 p. : il. ISBN 978-85-7863-060-7. Disponível em: < https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_saeb_ana_2016_panorama_do_brasil_e_dos_estados.pdf > Acesso em: 12. abr. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. p.15. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> >. Acesso em 23 nov. 2021.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.4.2, p. 164-198, 1983. Disponível em: < Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques (archives-ouvertes.fr)> Acesso em:04 dez. 2021.

BROUSSEAU, Guy. Fundaments et Méthods de la Didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Amiens, França, v.7, n.2, pp.33-115, 1986.

BROUSSEAU, Guy. **Le contrat didactique: le milieu**. Paris : CCSD (Centre pour la Communication Scientifique Directe) , 1990. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00686012/file/contrat_didactique_le_milieu.pdf>. Acesso em: 23. mai.2021. Tradução livre do título: O contrato didático: o meio ambiente.

BROUSSEAU, Guy. **Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi?** Paris : CCSD (Centre pour la Communication Scientifique Directe) , 2000. Disponível em: <<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00550963/document>>. Acesso em: 23. mai.2021. Tradução livre do título: O que pode ser ensinado em matemática no ensino fundamental e por quê?

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo : Editora Ática, 2008a.

BROUSSEAU, Guy. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Orgs). Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens; consultoria, supervisão e revisão técnica Maria Celeste Machado Koch. Porto Alegre: Artmed, 2008b. P. 48-72.

BROUSSEAU, Guy. **Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática**. In: BRUN, Jean (Org). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

BRUM, Wanderley, Pivato; SCHUHMACHER, Elcio. A Engenharia Didática como campo metodológico para o planejamento de aula de matemática: análise de uma experiência didática para o estudo de geometria esférica. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, 2013. p. 60-84. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/93> . Acesso em: 25 nov. 2021.

CAETANO, Fernanda Aparecida. **O aprendizado da matemática no ensino fundamental**: um estudo com a turma do 2º ano. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual de Londrina, Londrina (PR), 2016. Orientador: Carlos Toscano. Disponível em: < https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEL_300e6ce28c7c20306d30074269ac3f56 > Acesso em: 06 nov. 2021.

CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Orgs.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens; consultoria, supervisão e revisão técnica Maria Celeste Machado Koch. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 36-47.

CHIZZOTTI, Antonio. A pesquisa qualitativa: tendências. In: CHIZZOTTI, Antonio . **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. 5. ed. Petrópolis (RJ): Vozes, 2013. ISBN: 978-85-326-3390-3. pp.28-32.

DANTE, Luiz Roberto. **Letramento matemático de bolso: reflexões para a prática em sala de aula**. Santa Maria (RS): Arcos Editores, 2022.

DALTOÉ, Karen; STRELOW, Sueli. Trabalhando com material dourado e blocos lógicos nas séries iniciais. **Só Matemática**. Virtuoso Tecnologia da Informação, Cidade Baixa, Porto Alegre / RS, 1998. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/artigos/a14/>. Acesso em: 06. jul. 2021.

DEMO, Pedro. Método prevalente. In: DEMO, Pedro. **Praticar ciência**: metodologias do conhecimento científico. São Paulo: Saraiva, 2011. ISBN: 978-85-02-14805-5. pp.16-20.

DENY, Madeleine; PIGACHE, Anne-Cécile. **Lire et écrire: Apprendre avec pédagogies alternatives**. França: Eyrolles, 2018.

DOLLE, J. M.. **Para compreender Piaget**: uma iniciação à Psicologia Genética Piagetiana. 4. ed. Tradução de Maria José J. G. de Almeida. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1987. 202 p.

DOVAL, Jean Paulo Magalhães. **Desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática com foco nas relações matemáticas que englobam leis físicas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora (MG), 2019.

Orientador: Wilson de Souza Melo. Disponível em: <
https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFJF_65803d2cd57854d4861492f0d25d32ab >
 Acesso em: 06 nov. 2021.

EDITORA EUREKA. **Reforço Brasil: matemática, ensino fundamental I, 5º ano:** livro do aluno / Caio Assunção, Morgana Cavalcanti, Regina de Freitas; [Colab.] Luciana Batista de Souza – 1ª ed. – São Paulo : Eureka, 2019. 256p., il., 20,5 x 27,5 cm. ISBN: 978-85-5567-579-9.

EDITORA MODERNA. **Aprova Brasil:** matemática: ensino fundamental: anos iniciais / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. Autores que colaboraram: Fernando Manenti Santos, Flavia Renata Pereira de Almeida Fugita, Thais Bueno de Moura, Viviane Maria Milankondo. – 2ª ed. – São Paulo, 2016. Obra em 2V. ISBN: 978-85-16-10327-9 (L1). ISBN: 978-85-16-10328-6 (GR).

ESCOLA ESTADUAL SENADOR CUNHA MELO. Disponível em: <
<https://www.qedu.org.br/escola/2918-ee-senador-cunha-melo/censo-escolar>>. Acesso em: 12.mar.2022.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** São Pulo: editora Unicamp, 2008.

FERREIRA, Viviane Lovatti. **O processo de disciplinarização da metodologia do ensino da matemática.** São Paulo: USP, 2009. Doutorado em Educação Ensino com área de concentração no Ensino de Ciências e Matemática. Orientador: Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos. Disponível em:
 <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-03092009-161620/pt-br.php>>
 Acesso em: 30 mai. 2017, 4:08.

FIORENTINI, Dario; AMORIM, Maria Angela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim SBEM-SP** . ano 04, n. 07, 1990. Disponível em: < http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf >. Acesso em: 09. jul. 2021.

FISCHER, Daiana dos Santos Oliveira. **Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações:** um estudo com alunos do 6º ano. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020. Orientador: Cydara Cavedon Ripoll. Disponível em: <
http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/URGS_0b21b25ac8b9d5d5d9c95be079988d04 >
 Acesso em: 07 nov. 2021.

FIZZON, Luciano Mateus. **O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial fundamental.** 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018. Orientador: Renato José Moura. Disponível em: < <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/10201> > Acesso em: 05 nov. 2021,

FRAZZON, Lúcia Morosini. Teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. **Revista Pedagógica: Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó**, Chapecó (SC), v. 1, n. 3, p. 7-32, jul-dez, 1999. DOI: <https://doi.org/10.22196/rp.v3i3.3499> ISSN: 1984-1566.

FREIRE, Paulo. Ensinar exige respeito à autonomia do ser do educando. In: _____. **Pedagogia da Autonomia**. 51 ed. Rio de Janeiro : Paz e Terra, 2015. ISBN: 978-857753-163-9. p.58.

GÁLVEZ, Grecia. A didática da matemática. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Orgs.) **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Tradução Juan Acuña 231 Llorens; consultoria, supervisão e revisão técnica Maria Celeste Machado Koch. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 26-35.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Orgs.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: < <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf> > Acesso em: 24 out. 2021. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Série Educação a Distância. 120 p. ISBN 978-85-386-0071-8.

GUIMARÃES, Y.; GIORDAN, M.. Instrumento para construção e validação de sequências didáticas em um curso a distância de formação continuada de professores. **VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**. Campinas, 2011. Disponível em: < Microsoft Word - R0875-2.DOC (abrapecnet.org.br)>. Acesso em: 27 nov. 2021.

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção**. São Paulo : Editora Globo, 1985.

JOHNSON, Spencer. **Quem mexeu no meu queijo?** 117. ed. Rio de Janeiro: Record, 2021. Tradução Maria Clara de Biase.

KOLB, D. A. **Experimental Learning**: Experience as the source of learning and development. Prentice-Hall: New Jersey (Estados Unidos), 1984.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Maria de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Editora Atlas, 1986. 238pp.

LEMO, Gina et al. Inteligência e rendimento escolar: análise da sua relação ao longo da escolaridade. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga (Portugal), v. 21, n. 1, p. 83-99, jul-dez, 2008. DOI: <https://doi.org/10.22196/rp.v3i3.3499> ISSN: 1984-1566 Disponível em: < <https://revistas.rcaap.pt/rpe/article/view/13920> >. Acesso em: 23 nov. 2021.

LISBOA, Alessandra. **Uma Engenharia Didática para aprendizagem de geometria analítica no ensino médio**. 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2019. Orientador: Cleyton Hércules Gontijo. Disponível em: < <https://repositorio.unb.br/handle/10482/36023> > Acesso em: 05 nov. 2021.

LOPES, Edson Pereira. **Conceito de teologia e de pedagogia da didática magna de Comenius**. São Paulo : Makenzie, 2018.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006a.

LORENZATO, S.. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LUCK, Heloísa. Perspectivas da gestão educacional. In: _____. **Concepções e processos democráticos de gestão educacional**. 8 ed. Petrópolis, RJ : Vozes, 2012. Série: Cadernos de Gestão. Capítulo 01, p.09.

LURIA, Alexander Romanovich. A palavra e o conceito. In: LURIA, Alexander Romanovich. **Curso de psicologia geral: linguagem e pensamento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1967. V.4. pp.17-51.

MACHADO, Karina de Oliveira. **A percepção do professor sobre as relações interpessoais no ensino da matemática**. Porto Alegre: Faculdade de Física, PUCRS, 2007. Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Orientação: Profa. Dra. Maria Beatriz J. Ramos. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2997/1/000396009-Texto%2bCompleto-0.pdf> > Acesso em: 15 fev. 2017, 22:50.

MACHADO, Silvia Dias Alcânta. Engenharia Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2016. p. 233-248.

MAIA, Emivan da Costa. **Letramento estatístico: compreensão gráfica por meio de sequências didáticas interdisciplinares**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Humanidades) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades, Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, 2021. Orientador: Marcos André Braz Vaz. Disponível em: < TEDE: Letramento estatístico: compreensão gráfica por meio de sequências didáticas interdisciplinares (ufam.edu.br)> Acesso em: 02 dez. 2021.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, L. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). DESLANDES, Suely Ferreira. GOMES, Romeu. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 34. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

MONTESSORI, Maria Tecla Artemisia. **Psychogeometry**. São Paulo : Kindle (Amazon Web Services), 2020. Montessori Series. Publicação original em 1934.

MONTESSORI, Maria Tecla Artemisia. **A descoberta da criança: Pedagogia Científica**. Campinas (SP) : Edições Kirion, 2017. Publicação original em 1948.

MOREIRA, M. A.. **Teoria de aprendizagem**. Editora Pedagógica e Universitária. São Paulo: Brasil, 1999. pp.139-149.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista da Educação Matemática**, 2005. ISSN 1676-8868.

NUNES, Angela Maria; HLENKA, Vanessa. Dificuldade na aprendizagem e metodologias no ensino da matemática. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, Medianeira/PR, v.8, n.17, p.01, 2017. ISSN: 2175-1846. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/recit/article/view/e-4975/pdf>> . Acesso em 23. set.2020.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. Local: Editora Cortez. 2. ed. 2009. Livro com selo FNDE, PNBE do PROFESSOR 2010.

NUNES, Teresinha; CARRAHER, David William; SCHLIEMANN; Analúcia Dias. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

OCDE - Organization for Economy Cooperation and Development. Paris: **Pisa 2018 Results. 2018 (Volume I): What Students Know and Can Do**, 2019 – ISBN 978-92-64-54188-7 (pdf) versão on line. DOI: <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en> Disponível em: https://read.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2018-results-volume-i_5f07c754-en#page19 Acesso em: 21.set.2020. pp.17 e 18.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2011.

PAIVA, Wilson Alves de. **O Emílio de Rousseau: e a formação do cidadão moderno**. São Paulo : Editora Dialética, 2021.

PIAGET, Jean. [1977]. **Abstração Reflexionante: Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Trad. Fernando Becker e Petronilha G. da Silva, Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. Originalmente publicado em 1949.

PIAGET, J.. **A tomada de consciência**. Tradução de Edson Braga de Souza. São Paulo: Melhoramentos. 1977. 211 p.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**: problema central do desenvolvimento. Tradução: Profa. Dra. Marion Merlone dos Santos Penna. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

PIAGET, J.. **Fazer e compreender**. Tradução Cristina Larroudé de Paula Leite. São Paulo: Melhoramentos, 1978a. 186 p.

PIAGET, Jean. **Gênese das Estruturas Lógicas Elementares**. Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1970. 356 p.

PIAGET, J.. **O nascimento da inteligência na criança**. Tradução Álvaro Cabral. 3. ed.. Rio de Janeiro: Zahar, 1978b. 389 p.

PIAGET, J.. **Seis estudos de psicologia**. Tradução: Maria Alice Magalhães D' Amorim e Paulo Sergio Lima Silva - 24º Ed. Rio de Janeiro: FORENSE UNIVERSITARIA, 1999.

PIAGET, J.. **Seis estudos de psicologia**. Tradução de Maria Alice Magalhães D' Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 25. ed.. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2015. 143 p.

PIAGET, Jean. **Problemas de Psicologia Genética**. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

PIAGET, J.; GARCIA, R.. **Psicogênese e a história das ciências**. Tradução de Giselle Unti. Petrópolis: Vozes, 2011. 376 p. (Coleção Textos Fundantes de Educação).

Aprendizado dos alunos: Brasil. **QEDu**, São Paulo, 2021. Disponível em: <<https://www.qedu.org.br/brasil/aprendizado>> Acesso em 21. jun. 2021.

RAFAEL, Giskele Luz. **Processos pedagógicos e a construção do conhecimento matemático no ensino fundamental**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, 2016. Orientador: Luiz Carlos Cerquinho de Brito. Disponível em: <<http://tede.ufam.edu.br/bitstream/tede/5257/2/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Giskele%20Luz%20%20Rafael.pdf>> Acesso em: 31 jan. 2017, 15:49.

RAMOS, Pâmela Jéssika Balotin. **Mudança de base e o ensino das operações elementares**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – PROFMAT (Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Curitiba, 2019. Orientador: Paula Olga Gneri. Disponível em: < [Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná \(RIUT\): Mudança de base e o ensino das operações elementares \(utfpr.edu.br\)](#)> Acesso em: 04 mar. 2022.

Brasil livre de trabalho infantil: contribuições para o debate sobre a eliminação das piores formas do trabalho de crianças e adolescentes. **Repórter Brasil** – Organização de comunicação de projetos sociais. São Paulo: ONG Repórter Brasil, 2013. Disponível em: <[Brasil-Livre-de-Trabalho-Infantil-Reporter-Brasil.pdf \(reporterbrasil.org.br\)](#)>. Acesso em 10 dez. 2021.

ROHRS, Hermann. **Maria Montessori**. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. E-book. Tradução: Danilo Di Manno de Almeida, Maria Leila Alves. 142 p.: il. – (Coleção Educadores). Inclui bibliografia. ISBN 978-85-7019-535-7. Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me4679.pdf> Acesso em: 30. abr. 2023.

SCHIRMANN, Jeisy Keli et al.. **Fases de desenvolvimento humano segundo Jean Piaget**. Anais VI CONEDU. Campina Grande : Realize Editora, 2019. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/60497>>. Acesso em: 09. jul. / 2021.

SCHIRMANN, Jeisy Keli et al.. **Fases de desenvolvimento humano segundo Jean Piaget**. Anais VI CONEDU. Campina Grande : Realize Editora, 2019. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/60497>>. Acesso em: 09. jul. / 2021.

SILVA, Rodrigo Sychocki da; BARONE, Dante Augusto Couto; BASSO, Marcus Vinícius de Azevedo. Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, volume 18, n.1, pp.421-446, 2016. Disponível em: < <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/24996> >. Acesso em: 20. Nov. 2021.

SILVA, Leomario Ribeiro Maciel da; GOMES, Romario de Azeredo; MARINHO, Gabriel Oliveira; ABREU, Livia Azelman de Faria. A experimentação como recurso didático no estudo de proporcionalidade entre grandezas. **Revista Eletrônica da Matemática**. Ano 2021, v. 7, n. 2, 2021. Disponível em: < <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5085/2988> > Acesso em: 05 nov. 2021.

SILVA, Luciano Ferreira da; RUSSO, Rosária de Fátima Segger Macri. Aplicação de entrevistas em pesquisas qualitativas. **Revista Gestão e Projetos**. Ano 2019, v. 10, n. 1, 2019. Disponível em: < [Aplicação de entrevistas em pesquisa qualitativa | Silva | Revista de Gestão e Projetos \(uninove.br\)](#) > Acesso em: 04 mar. 2022.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SOUZA, Maria do Rosário de. **Letramento estatístico por meio de sequências didáticas no ensino médio de uma escola pública no sul do Amazonas**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Humanidades) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades, Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, 2020. Orientador: Marcos André Braz Vaz. Disponível em: < TEDE: Letramento estatístico por meio de sequências didáticas no Ensino Médio em uma escola pública no sul do Amazonas (ufam.edu.br) > Acesso em: 29 nov. 2021.

STEWART, Ian. **Mania de Matemática: Diversão e jogos de lógica e Matemática**. Rio de Janeiro : Zahar, 2004.

TEIXEIRA, Hélio. O que é a epistemologia genética? [s.l.]: **helioteixeira.org**. 2015. Disponível em: < [O que é epistemologia genética? | Hélio Teixeira \(helioteixeira.org\)](#) > Acesso em: 09 dez 2021.

THOMÉ, Vinícius Weite; DURO, Mariana Lima; ANDRADE, Carina Loureiro. História da Análise Matemática e Desenvolvimento Cognitivo. **Bolema**, Rio Claro, volume 34, número 67, ano 3, 2020. ISSN: 1980-4415. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a03> Disponível em: < <https://www.scielo.br/j/bolema/a/fQ6fjH3nBBf89WhWsbMDjgQ/?lang=pt> >. Acesso em: 10. Set. 2021.2020

Em 10 anos, aprendizado adequado no ensino médio segue estagnado, apesar dos avanços no 5º ano do fundamental. **Todos pela educação**, São Paulo, 21 março 2019. Disponível em: < <https://todospelaeducacao.org.br/noticias/meta-3-em-10-anos-aprendizado-adequado-ensino-medio-segue-estagnado-avancos-5-ano-fundamental/> >. Acesso em: 13.jun.2021.

UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura); EduFSCar (Editora da Universidade Federal de São Carlos). **Os desafios do ensino de matemática na educação básica**. Brasília : UNESCO; São Carlos : EduFSCar, 2016. 114pp. Título original: Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base. Publicado em 2011 pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. ISBN: 978-85-7600-446-2.

UTSUMI, Luciana Miyuki Sado. Resumo. In: UTSUMI, Luciana Miyuki Sado. **Um estudo sobre saberes formativos do formador de professores de Matemática do curso de licenciatura em Pedagogia**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Escola de Comunicação, Educação e Humanidades, Universidade Metodista de São Paulo, 2016. Orientação: Norinês Panicacci Bahia. p.09. Disponível em: <
<http://tede.metodista.br/jspui/bitstream/tede/1629/2/LucianaUtsumi.pdf>> Acesso em: 23.set.2020.

VENTURA, Angélica Rodrigues; e LAUDARES, João Bosco. Ressignificação dos produtos notáveis utilizando material concreto. Abakós, **Journal of Interdisciplinary Studies on Science and Informatics**. Belo Horizonte (MG), v. 5, n. 1, p. 34-47, nov. 2016. ISSN: 2316-9451. Semestral. Disponível em: <
<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/12942>>. Acesso em: 06. set. 2021.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v.1, 1986, p.75-99. Disponível em: http://repositorio.ispa.pt/bitstream/10400.12/2150/1/1986_1_75.pdf Acesso em:15 nov. 2021.

VERGNAUD, G. La Teoria de Los Campos Conceptuales. **Recherches em Didáctique des Mathématiques**, v.10, n.2, a.3, p. 133-170, 1990. Disponível em:
<https://www.ecosad.org/laboratorio-virtual/phocadownloadpap/CONSTRUC-EPISTEM-CUALITA/teoria-de-campos-conceptuales-vergnaud-1990.pdf> Acesso em: 15 nov.2011.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2014. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Editado como livro impresso em 1998. ISBN: 978-85-8429-018-5. Disponível em: A Prática Educativa - Google Books. Acesso em: 23. jul. 2021.

Apêndices

Apêndice C - Cédula de consulta por enquête. Cédula de consulta por enquête a respeito das dificuldades e obstáculos de aprendizagem do assunto sistema de numeração decimal de matemática, segundo opinião dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental

Olá! Antes de qualquer coisa quero agradecer em muito a ajuda que você está nos dando. Meu nome é Heric Frankles Batista Soares, sou estudante no curso de mestrado em ensino de ciências e humanidades pelo Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente da Universidade Federal do Amazonas, Campus do Vale do Rio Madeira em Humaitá. Esta enquete é uma dos modos de conhecer a sua opinião a respeito das dificuldades e obstáculos de aprendizagem do assunto sistema de numeração decimal. Minha professora orientadora é a Doutora Elizabeth Tavares Pimentel. Sua participação é voluntária e é garantido o seu anonimato porque nenhum registro vinculará seu nome às cédulas coletadas. O objetivo desta enquete é:

- Coletar sua opinião a respeito das dificuldades e obstáculos de aprendizagem para o assunto sistema de numeração decimal de matemática.

Conforme descrito acima nosso diálogo, combinamos de realizar a coleta de suas opiniões a respeito das dificuldades e obstáculos de aprendizagem para o assunto de matemática sistema de numeração decimal.

Para facilitar seu entendimento abaixo está um exemplo do assunto de matemática, sistema de numeração decimal, que você precisa saber de acordo com as exigências das leis brasileiras:

“Exemplo: valor do algarismo 6 é diferente em cada um dos números a seguir:

27**6** - 6 (seis)

7**6**2 - 60 (sessenta)

627 - 600 (seiscentos)

6.207 - 6.000 (seis mil)

67.200 - 60.000 (sessenta mil)”

(Fonte: BOURDEAUX, Ana Lúcia, ... [et al.]. **Novo bem-me-quer matemática**, 5o ano. 4.ed, São Paulo : Editora Brasil, 2017)

1. Por favor descreva, conforme sua opinião, onde na sua vida, você acredita que utilizará o assunto de matemática sistema de numeração decimal?

2. Agora por favor descreva, conforme sua opinião, as dificuldades e/ou os obstáculos em aprender o assunto de matemática sistema de numeração decimal.

Mais uma vez, nossa gratidão por sua ajuda!

Atenciosamente, Heric

Referências:

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Maria de Andrade. Resenha crítica. In: LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Maria de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo : Editora Atlas, 1986. 238pp.

Apêndice D - Formulário para elaboração da sequência didática para o projeto de pesquisa de dissertação.

Dados de identificação

Nome da escola:

Bairro:

Professores:

Público-alvo:

Faixa etária:

Quantidade de alunos:

Tempo de duração em horas:

Tema/assunto:

Necessidade:

Descrever os motivos que caracterizam a necessidade do tema para o público-alvo.

Objetivos específicos:

- (Descrever os objetivos específicos que se espera atingir com a vivência da sequência didática proposta considerando por referencial a BNCC)

Quadro de conteúdos:

MATEMÁTICA

(Descrever o conteúdo didático pertinente considerando a BNCC)

Variáveis didáticas:

(Determinar as variáveis macro-didáticas, caso existam. Determinar variáveis micro-didáticas. Classificar as variáveis didáticas determinadas em: variáveis gerais ou variáveis dependentes do conteúdo didático)

Metodologia:

1. (Descrever os comandos e os modos de ação dos estudantes, em outras palavras, descrever os modos que serão solicitados dos estudantes (comandos) para formulação dos conceitos ligados ao assunto didático selecionado e o modo como se espera que os estudantes ajam após o comando dado).

Recursos:

- (Descrever recursos necessários com a respectiva quantidade considerando o número de estudantes a participarem da sequência didática)

Validação:

(Descrever o modo de controlar o comportamento dos alunos e seus significados. Em outras palavras: descrever como será possível comprovar que os comportamentos dos estudantes evidenciam a ação e a formulação relacionados ao conteúdo selecionado. Deve estar conectada à metodologia)

Avaliação:

Conforme Jussara Hoffmann (2005), a avaliação é um processo contínuo pautado:

- Pelo diálogo entre professor e aluno;
- Pela viabilização de discussões entre alunos a respeito de atividades desencadeadas dentro de sala de aula;
- Pela fomentação de atividades individuais que viabilizem a investigação para entendimento dos conteúdos por parte dos alunos;
- Pelo retorno dado à produção dos alunos promovendo reflexões, sugestões, esclarecimento de dúvidas;
- Pela transformação de registros de avaliações em anotações de acompanhamento da construção do conhecimento por parte do aluno.

(Descrever o modo como os estudantes serão avaliados)

Instrumentos avaliativos:

(Destacar da avaliação, descrita anteriormente, os instrumentos avaliativos a serem utilizados)

Observações:

(Descrever anotações que considerar relevantes para a pesquisa em quaisquer uma das fases)

Referências:

(Elaborar as referências conforme a norma ABNT NBR 6023:2018)

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola a universidade**. Porto Alegre / RS: Mediação, 2005.

Apêndice E - Questionário após terminada a sequência didática.



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Questionário Pós Sequência Didática para colher a opinião dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental que participaram dela

Olá! Mais uma vez quero agradecer, em muito, a sua ajuda. Acabamos de vivenciar uma sequência de atividades com o objetivo de aprender um assunto de matemática. Só pra ficar registrado, meu nome é Heric Frankles Batista Soares, sou estudante no curso de mestrado em ensino de ciências e humanidades pelo Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente da Universidade Federal do Amazonas, Campus do Vale do Rio Madeira em Humaitá. Minha orientadora é a Professora Doutora Elizabeth Tavares Pimentel. Este questionário é um dos modos de conhecer a sua opinião a respeito das formas diferentes de ensinar e aprender o assunto de matemática sistema de numeração decimal. Sua participação é voluntária e é garantido o seu anonimato porque nenhum registro vinculará seu nome aos questionários coletados. O objetivo deste questionário é:

- Coletar sua opinião a respeito da sua experiência que terminou a pouco na vivência da sequência didática para o ensino do conteúdo de matemática sistema de numeração decimal.

1. Por favor descreva, conforme sua opinião, marque a frase que representa melhor seu pensamento a respeito da aprendizagem de matemática usando materiais concretos, como o material dourado que usamos para ajudar no entendimento dos conceitos matemáticos, como foi no estudo do conteúdo de matemática sistema de numeração decimal, realizado a pouco.

() Não ajudam e não atrapalham.

() Dificultam mais o entendimento do assunto.

() Ajudam a entender melhor.

() Ajudam a entender melhor e a relacionar com situações de nossa vida no dia-a-dia.

2. Em algum momento da vivência da sequência de atividades que acabou de terminar você conseguiu relacionar o conteúdo de matemática estudado com a sua vida prática no dia-a-dia?

() Sim.

() Não.

3. Se sua resposta foi “sim”, por favor diga abaixo como foi essa relação entre o conteúdo de matemática estudado e sua vida prática no dia-a-dia.

4. Marque a alternativa que melhor descreve a sua opinião para completar a afirmativa a seguir: Quando começaram as aulas com as sequências de atividades para o ensino e aprendizagem do conteúdo de matemática sistema de numeração decimal, você:

() Já sabia o assunto estudado e as aulas ajudaram a saber um pouco mais.

() Não conhecia o assunto estudado e as aulas ajudaram a entendê-lo.

() Acreditava que já sabia o assunto estudado, mas as aulas trouxeram outro modo de entender o assunto estudado.

() Nenhuma das opções acima consegue descrever o que você pensa e então você prefere descrever o que aconteceu.

Descreva abaixo a sua opinião que completa a afirmativa proposta:

5. Na sua opinião, o conjunto de atividades vivenciadas nas aulas de matemática que você acabou de participar:

() É indiferente, ou seja, nem ajuda e nem atrapalha.

() Atrapalha porque é muito confuso e dificulta aprender.

- () Ajuda muito porque fica mais fácil de entender o conteúdo.
- () Ajuda muito porque fica mais fácil de participar da aula.
- () Ajuda mais ou menos porque quem tem vergonha não participa.
- (...) Nenhuma das opções acima consegue descrever o que você pensa e então você prefere descrever o que você está pensando.

Descreva abaixo a sua opinião a respeito das atividades vivenciadas as quais você acabou de participar:

Mais uma vez, nossa gratidão por sua ajuda!

Atenciosamente, Heric

Referências:

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Maria de Andrade. Resenha crítica. In: LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Maria de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo : Editora Atlas, 1986. 238pp.

Apêndice G - Registro de atividade em sala de aula.



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Registro de atividade em sala de aula com os estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental que participaram dela

Item 1. Dentro do cenário que você está vendo agora, você faria alguma mudança?

() Sim.

() Não.

Item 2. Caso sua resposta se “sim”, vá para o “Item 3”. Se sua resposta for “não”, vá direto para o “Item 04”.

Item 3. Por favor nos diga qual a mudança que você faria e o porquê de você a fazer:

Aqui você diz o que mudaria:
Aqui você diz o porquê você faria essa mudança:

Item 4. Caso sua resposta seja “não”, preencha o quadro abaixo:

Aqui você diz o porquê que você não faria uma mudança no cenário, use de sinceridade:

Apêndice H - Argumento que finaliza a sequência didática 01 do experimento.

A mudança em um cenário será uma atividade que vai nos acompanhar o resto da vida. Na aula de hoje vimos um cenário, que poderia ser um supermercado, uma padaria, assentos de ônibus. Mas na vida, poderá ser uma casa, um quarto, um local de trabalho, um jardim, um matagal, uma rua suja, uma rua alagada, dentre outros vários e inúmeros cenários.

Estudamos hoje que poderíamos mudar esse cenário ou não. Isso também vai nos acompanhar na vida. Vamos encontrar vários cenários e poderemos escolher se vamos ou não mudá-lo. Algumas mudanças aparecem facilmente em nossa mente. Outras é preciso que a gente esforce por fazer acontecer.

Mas tudo isso depende de sabermos o porquê de fazermos a mudança ou de simplesmente escolhermos não mudar, não mexer em nada. Tudo em última análise, depende de nossa vontade, da vontade de querer mudar algo, ou da vontade de manter as coisas como estão. E o tempo vai nos dizer se a nossa decisão foi a melhor,

A matemática vai os ajudar nessa escolha perante a nossa vida. Quando estudamos matemática temos condições de escolher melhor como, quando e o porquê de mudar. Bons estudos a todos nós! Foi muito bom esse início de nossa caminhada! Obrigado pela ajuda de todos vocês.

Atenciosamente, Professor Heric.

Apêndice I - Registro de anotação dos números.



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Registro de anotação de números escritos em sala de aula durante a sequência didática 03 (SD03) pelos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental que participaram dela

Nome do estudante: _____

Turma: _____

[illegible]

Apêndice J - Orçamento

Descrição	Unidade de medida	Valor Unitário	Quantidade	Valor da quantidade	Objetivo	Obs
Livro “Abstração Reflexionante: Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais (Piaget, 1949)	Unidade	300,00	01	300,00	Fundamentação teórica	Não disponível em biblioteca para consulta
			01	20,00	Fundamentação teórica	Não disponível em biblioteca para consulta
Gênese das Estruturas Lógicas Elementares (Piaget, 1970)	Unidade	65,00	01	65,00	Fundamentação teórica	Não disponível em biblioteca para consulta
Livro “Psicogeometry” (Montessori, 1934)	Unidade	69,40	01	69,40	Fundamentação teórica	Não disponível em biblioteca para consulta
Livro “Pedagogia Científica: A descoberta da criança” (Montessori, 1948)	Unidade	61,49	01	61,49	Fundamentação teórica	Não disponível em biblioteca para consulta
Livro “Didáctica das Matemáticas (Jean Brun (Org), 1996)	Unidade	326,90	01	326,90	Fundamentação teórica	Não disponível em biblioteca para consulta
Máscaras descartáveis infantil cirúrgica tripla com elástico	Caixa com 50 unidades	30,00	02	60,00	Proteção sanitária	Nenhuma
Álcool gel 70 o INPM	Frasco de 500 ml	12,00	02	24,00	Proteção sanitária	Nenhuma
Quadro branco	Unidade	0,00	01	0,00	Fase 03 – Experimentação	Será usado o disponível na escola
Pincel para quadro branco	Unidade	0,00	03	0,00	Fase 03 – Experimentação	Será usado os que já pertencem ao pesquisador
Caderno de campo para anotações do pesquisador	Unidade	0,00	01	0,00	Em toda a pesquisa	Será usado o caderno que o pesquisador já possui
Cópia da Cédula de consulta por	Unidade	0,30	30	9,00	Fase 01 - Análise preliminar de	Nenhuma

enquete (Apêndice C) contém duas páginas					dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes	
Cópia do Termo de consentimento livre e esclarecido para pais ou responsáveis legais (Anexo C) contém três páginas	Unidade	0,45	50	22,50	Fase 01 - Análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes; e Fase 03 – Experimentação	Nenhuma
Cópia do Termo de assentimento livre e esclarecido para estudantes do 5º ano do ensino fundamental da Escola Estadual Senador Cunha Melo (Anexo D) contém três páginas	Unidade	0,45	50	22,50	Fase 01 - Análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes; e Fase 03 – Experimentação	Nenhuma
Cópia do Termo de autorização de uso de imagem e áudio (Anexo E) contém uma página	Unidade	0,15	50	7,50	Fase 01 - Análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes; e Fase 03 – Experimentação	Nenhuma
Cópia do Termo de consentimento livre e esclarecido para professores que ensinam matemática da Escola Estadual Senador Cunha Melo (Anexo I) contém três páginas	Unidade	0,15	04	1,80	Fase 01 - Análise preliminar: epistemológica; de erros mais comuns cometidos pelos estudantes; do campo de restrições da EESCM; e Fase 03 - Experimentação	Nenhuma
Cópia do Termo de consentimento	Unidade	0,15	02	0.90	Fase 01 - Análise preliminar:	Nenhuma

livre e esclarecido para pedagogos da Escola Estadual Senador Cunha Melo (Anexo J) contém três páginas					epistemológica; de erros mais comuns cometidos pelos estudantes; do campo de restrições da EESCM; e Fase 03 - Experimentação	
Cópia do Termo de consentimento livre e esclarecido para bibliotecários da Escola Estadual Senador Cunha Melo (Anexo L) contém três páginas	Unidade	0,15	02	0,90	Fase 01 - Análise preliminar do campo de restrições da EESCM	Nenhuma
Lápis de uso dos estudantes	Unidade	1,00	30	30,00	Fase 01 - Análise preliminar de dificuldades e obstáculos de aprendizagem segundo opinião dos estudantes; e Fase 03 – Experimentação	Nenhuma
Cópia do Registro de atividade em sala de aula (Apêndice G)	Unidade	0,15	30	7,50	Fase 03 – Experimentação	Nenhuma
Jogo de material dourado composto por quinhentos cuinhos, cem barras, dez placas e um cubo grande	Unidade	235,00	05	1.175,00	Fase 03 – Experimentação	Nenhuma
Papel quarenta quilos	Folhas	5,00	02	10,00	Fase 03 – Experimentação	Nenhuma
Cópia com montagem de cinco por folha A4 da miniatura do cartaz sobre sistema de numeração decimal (Anexo	Folha	0,15	06	0.90	Fase 03 – Experimentação	Nenhuma

G) para distribuição aos estudantes						
Aparelho celular para produção de fotografias digitais	Unidade	0,00	01	0,00	Em toda a pesquisa	Será utilizado o do próprio pesquisador
Bateria para máquina digital de gravação. Modelo CANON, battery pack NB-6LH	Unidade	140,00	01	140,00	Fase 03 – Experimentação	Será utilizada a máquina do pesquisador com o suporte porém existe necessidade de nova bateria
Deslocamento de casa para escola(ida) e da escola para casa (volta)	Deslocamentos	8,00	120	960,00	As fases 01, 02, 03 e 04 da pesquisa	Deslocamento de ônibus com tarifa estimada em quatro reais
Alimentação nos dias em o pesquisador estiver na escola	Refeições	120	20	2.400,00	As fases 01, 02, 03 e 04 da pesquisa	Apenas uma refeição por dia com uma refeição estima em vinte reais
				5.849,3		

Anexos

Anexo C – Modelo do TCLE para pais / responsáveis (Termo de consentimento livre e esclarecido para pais / responsáveis)



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Termo de consentimento livre e esclarecido para pais ou responsáveis legais

A sua filha / O seu filho está sendo convidada / convidado a participar do projeto de pesquisa **ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA**, cujo pesquisador responsável é **Heric Frankles Batista Soares**. Os objetivos do projeto são: **Objetivo geral:** Avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Objetivos específicos:** 1) Criar sequências

didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5º ano do Ensino Fundamental; 2) Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante; 3) Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática; 4) Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a Engenharia Didática.

A sua filha / O seu filho está sendo convidada / convidado porque **é estudante do 5º ano do Ensino Fundamental.**

A senhora / O senhor tem de plena liberdade de recusar a participação da sua filha ou do seu filho ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que ela ou ele recebe no serviço de educação na Escola Estadual Senador Cunha Melo.

Caso aceite, a participação da sua filha ou do seu filho consiste em: **1)** participar de uma votação na biblioteca com “voto secreto” a respeito de obstáculos e dificuldades na aprendizagem de matemática em data a ser comunicada; **2)** também participará de aulas de matemática, em dias e a horários regulares a serem comunicados por escrito através da pedagoga da escola, sem necessidade de criar horário especial, onde serão feitos: procedimentos, exercícios e dinâmicas relacionados com o tema do projeto de pesquisa: a aula será gravada em vídeo e áudio, mas não será divulgada a imagem dos participantes, o objetivo é apenas de análise posterior do pesquisador.

Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa os riscos para a sua filha ou para o seu filho são os seguintes: **1)** riscos físicos com acidente de trajeto, o qual pode ser minimizado na sua possibilidade de ocorrência quando são observadas as regras de trânsito na travessia de ruas, também podem ocorrer contusões devido participação nas atividades em sala de aula, devido contato físico da interação com outros estudantes ou por sinistro com móveis ou objetos presentes em sala de aula, por isso a condução dos procedimentos pedagógicos estimularão respeito mútuo e com tempo adequado para a execução, evitando o estímulo à competição, também existe o risco de contaminação de COVID-19 por isso serão respeitados os protocolos de segurança biológica do Município de Manaus consubstanciados no uso de álcool em gel e máscaras descartáveis de tripla proteção a serem disponibilizados em sala de aula pelo pesquisador; **2)** riscos psíquicos com desconfortos mentais com as proposições desafiadoras do projeto de pesquisa, já que a proposta pedagógica desafia o estudante a sair do convencional e a buscar novos conhecimentos e novas maneiras de pensar, o que tem a possibilidade de ser desconfortável para alguns estudantes, o que será minimizado com as entrevistas depois das aulas para diálogo e esclarecimentos; **3)** riscos sociais, relacionados à privacidade, com a divulgação indevida das imagens provenientes gravadas nos vídeos das aulas realizadas, o que é minimizado pelo procedimento de guarda dos arquivos produzidos que somente serão manipulados no computador do pesquisador, o qual é protegido por senha pessoal, por programa de computador anti-vírus, por programa de computador que mantém privacidade em rede virtual, e guardados no cofre pessoal de um gerenciador de arquivos que exige senha padrão do pesquisador para abertura / leitura nos arquivos produzidos.

Não foram detectados: riscos morais pois a proposta do projeto não apresenta ruptura com hábitos e costumes vigentes; nem riscos intelectuais, pois o projeto de pesquisa não afeta a capacidade dos estudantes de dar sentido, limites, ordem e medida ao entorno onde estão inseridos; nem riscos culturais, pois o projeto de pesquisa não transgride tradições ou

comportamentos da comunidade; nem riscos espirituais já que as proposições do projeto de pesquisa não exigem ou propõem mudança a este aspecto do lado imaterial dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Também são esperados os seguintes benefícios com esta pesquisa: contribuição na pesquisa de metodologia de ensino que ofereça mais possibilidade de aprendizagem da matemática, ligando seu uso com a realidade prática da vida no dia-a-dia.

Se julgar necessário, a senhora / o senhor dispõe de tempo para que possa refletir sobre a participação da sua filha ou do seu filho, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida.

Garantimos à sua filha ou ao seu filho, e a seu acompanhante quando necessário, o ressarcimento das despesas devido sua participação na pesquisa, ainda que não previstas inicialmente. Com a reposição, em espécie, da despesa que tiver sido comprovada sua ocorrência em função da participação na pesquisa.

Também estão assegurados à senhora / ao senhor o direito a pedir indenizações e cobertura material para reparação a dano, causado pela pesquisa ao participante da pesquisa: sua filha ou seu filho.

Asseguramos à sua filha / ao seu filho o direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos/indiretos e imediatos/tardios decorrentes da participação no estudo, pelo tempo que for necessário.

Garantimos a senhora ou ao senhor a manutenção do sigilo e da privacidade da participação da sua filha ou do seu filho e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica.

A senhora / O senhor pode entrar em contato com o pesquisador responsável Heric Frankles Batista Soares a qualquer tempo para informação adicional no endereço do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente (IEAA) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), localizado na rua 29 de agosto, 786 – bairro Centro, Humaitá - AM, telefone fixo (97) 3373-1180, e-mail secppgech@ufam.edu.br

A senhora / O senhor também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM) - Sala 07, Rua Teresina, 495 – Adrianópolis – Manaus – AM, Fone: (92) 3305-1181 Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

Este documento (TCLE) será elaborado em duas vias, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pela senhora ou pelo senhor, e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

Consentimento pós-informação:

Declaro que concordo que minha filha ou meu filho
_____ (nome completo do
menor de 18 anos) participe desta pesquisa.

Manaus, ____/____/____

Assinatura do Responsável Legal

Assinatura do Pesquisador Responsável

Anexo D – Modelo do TALE (Termo de assentimento livre e esclarecido) para menores de 18 anos



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Termo de assentimento livre e esclarecido para estudantes do 5º ano do ensino fundamental da Escola Estadual Senador Cunha Melo

Olá estudante! Você está sendo convidada ou convidado a participar do projeto de pesquisa **ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA**, cujo pesquisador responsável é **Heric Frankles Batista Soares**. Os objetivos do projeto são: **Objetivo geral:** Avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Objetivos específicos:** **1)** Criar sequências didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5º ano do Ensino Fundamental; **2)** Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante; **3)** Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática; **4)** Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a Engenharia Didática.

Você está sendo convidado porque é estudante do 5º ano do Ensino Fundamental.

Você tem de plena liberdade de recusar participar ou retirar seu assentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem prejuízo ou punição alguma para você na Escola Estadual Senador Cunha Melo.

Caso aceite participar, a sua participação consiste em: **1)** participar de uma votação na biblioteca com “voto secreto” a respeito de obstáculos e dificuldades na aprendizagem de matemática em data a ser comunicada; **2)** também participará de aulas de matemática, em dias e a horários de aula normal que vão ser comunicados, por escrito, através da pedagoga da escola, sem necessidade de criar horário especial, onde serão feitos: procedimentos, exercícios e dinâmicas relacionados com o tema do projeto de pesquisa: a aula será gravada em vídeo e áudio, mas não será divulgada a imagem dos participantes, o objetivo é apenas de análise posterior do pesquisador.

Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa os riscos para você são os seguintes: **1)** riscos físicos com acidente de trajeto, o qual pode ser minimizado na sua possibilidade de ocorrência quando são observadas as regras de trânsito na travessia de

ruas, também podem ocorrer contusões devido participação nas atividades em sala de aula, devido contato físico da interação com outros estudantes ou por sinistro com móveis ou objetos presentes em sala de aula, por isso a condução dos procedimentos pedagógicos estimularão respeito mútuo e com tempo adequado para a execução, evitando o estímulo à competição; **2)** também existe o risco de contaminação de COVID-19 por isso serão respeitados os protocolos de segurança biológica do Município de Manaus consubstanciados no uso de álcool em gel e máscaras descartáveis de tripla proteção a serem disponibilizados em sala de aula pelo pesquisador; **3)** riscos psíquicos com desconfortos mentais com as proposições desafiadoras do projeto de pesquisa, já que a proposta pedagógica desafia você a sair do convencional e a buscar novos conhecimentos e novas maneiras de pensar, o que tem a possibilidade de ser desconfortável para alguns estudantes, o que será minimizado com as entrevistas depois das aulas para diálogo e esclarecimentos; **4)** riscos sociais, relacionados à privacidade, com a divulgação indevida das imagens provenientes gravadas nos vídeos das aulas realizadas, o que é minimizado pelo procedimento de guarda dos arquivos produzidos, que somente serão manipulados no computador do pesquisador, o qual é protegido por senha pessoal, por programa de computador antivírus, por programa de computador que mantém privacidade em rede virtual, e guardados no cofre pessoal de um gerenciador de arquivos que exige senha padrão do pesquisador para abertura / leitura nos arquivos produzidos.

Não foram detectados: riscos morais pois a proposta do projeto não apresenta ruptura com hábitos e costumes vigentes; nem riscos intelectuais, pois o projeto de pesquisa não afeta sua capacidade, como estudante, de dar sentido, limites, ordem e medida ao entorno onde está inserida ou inserido; nem riscos culturais, pois o projeto de pesquisa não transgredir tradições ou comportamentos da comunidade; nem riscos espirituais já que as proposições do projeto de pesquisa não exigem ou propõem mudança a este aspecto do lado imaterial dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Também são esperados os seguintes benefícios com esta pesquisa: contribuição na pesquisa de metodologia de ensino que ofereça mais possibilidade de aprendizagem da matemática, ligando seu uso com a realidade prática da vida no dia-a-dia.

Se julgar necessário, você dispõe de tempo para que possa pensar a respeito de sua participação, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-la ou ajudá-lo na tomada de decisão livre e esclarecida.

Garantimos a você, e a seu acompanhante quando necessário, o ressarcimento das despesas devido sua participação na pesquisa, ainda que não previstas inicialmente. Com a reposição, em espécie, da despesa que tiver sido comprovada sua ocorrência em função da participação na pesquisa.

Também estão assegurados o direito a pedir indenizações e cobertura material para reparação a dano causado pela pesquisa ao participante da pesquisa, você.

Asseguramos a você o direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos/indiretos e imediatos/tardios decorrentes da participação no estudo, pelo tempo que for necessário.

Garantimos a você a manutenção do sigilo e da privacidade da sua participação e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica.

Você pode entrar em contato com o pesquisador responsável **Herick Frankles Batista Soares** a qualquer tempo para informação adicional no endereço do **Instituto de Educação**,

Agricultura e Ambiente (IEAA) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), localizado na rua 29 de agosto, 786 – bairro Centro, Humaitá - AM, telefone fixo (97) 3373-1180, e-mail secppgech@ufam.edu.br

Você também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM) - Sala 07, Rua Teresina, 495 – Adrianópolis – Manaus – AM, Fone: (92) 3305-1181 Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

Este documento (TALE) será elaborado em duas vias, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término por você e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um. Vale explicar que rubrica é “apenas o primeiro nome ou a união das primeiras letras do nome e dos seus sobrenomes. Como resultado, a rubrica fica com o aspecto de um pequeno desenho ou apenas de algumas letras unidas”.

Consentimento pós-informação:

Declaro que eu, _____ (nome completo do menor de 18 anos) concordo em participar desta pesquisa.

Manaus, ____/____/____

Assinatura do Menor de 18 anos

Assinatura do Pesquisador Responsável

Anexo E – Termo de autorização de uso de imagem e áudio



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Termo de autorização de uso de imagem e áudio

Neste ato, e para todos os fins em direito admitidos, autorizo conforme abaixo assinado, o uso de imagem e áudio, em todo e qualquer material entre fotos e documentos, para ser utilizada no projeto de pesquisa intitulado “ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA”, realizado pelo pesquisador **Heric Frankles Batista Soares**, para fins de divulgação científica, destinada à divulgação ao público em geral. A presente autorização é concedida a título gratuito, abrangendo o uso da imagem e áudio acima mencionada em todo território nacional e no exterior, das seguintes formas: composição de Dissertação para o Programa de Pós-graduação *stricto sensu* em Ensino de Ciências e Humanidades – PPGECH, do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente – IEAA, em nível de Mestrado na Instituição Universidade Federal do Amazonas – UFAM, sediada na Rua 29 de agosto, nº 786 Centro – Humaitá – AM; apresentação em material de Defesa da Dissertação; e publicação em livros e artigos.

Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos à imagem, tanto minha como do menor que está sob minha responsabilidade e participante da presente pesquisa conforme “Termo de consentimento livre e esclarecido” assinado anteriormente.

Desse modo assino a presente autorização em 02 vias de igual teor e forma.

Humaitá/AM, ____ de _____ de ____.

Responsável por Menor Participante da Pesquisa

Assinatura do Pesquisador Responsável

Anexo G – Cartaz sobre sistema de numeração decimal



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de Milhão	Dezenas de Milhão	Unidades de Milhão	Centenas de Milhar	Dezenas de Milhar	Unidades de Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades
100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1

Anexo H – Subsídio da sequência didática 03

Este subsídio da SD03 é com base no artigo de Elson Barbosa (BARBOSA, 2019), transcrito abaixo:

“O sistema de numeração decimal, também chamado de sistema de numeração decimal posicional, é um conjunto de regras que são utilizadas para representar os números, sendo contabilizados com base 10. Base é a quantidade de símbolos que servem para representar os números. Portanto, na base 10 são utilizados 10 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)”

“Ordem e classes do sistema de numeração decimal. A ordem é a posição na qual o algarismo ocupa em um número, sendo analisado da direita para a esquerda.”

“Para facilitar a compreensão, veja o exemplo: 2 2 2. Perceba que esse número possui três algarismos iguais, porém, o local onde cada um se encontra obtém uma função diferente. Mas, para entender isso, confira as classificações na tabela abaixo:”

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de Milhão	Dezenas de Milhão	Unidades de Milhão	Centenas de Milhar	Dezenas de Milhar	Unidades de Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades
100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1

“Portanto, seguindo como base essas definições, da direita para esquerda, percebemos que:”

Classe das unidades simples		
2	2	2
3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas	Dezenas	Unidades

“Valor Relativo: Esse valor é definido de acordo com a posição que ele ocupa. Então, no caso do exemplo citado: • o 2 da primeira ordem representa o valor de duas unidades; • o 2 da segunda ordem representa o valor de duas dezenas, se tornando 20 (vinte); • o 2 da terceira ordem representa o valor de duas centenas, se tornando 200 (duzentos). Sendo lido como duzentos e vinte e dois.”

Exemplo 2: 7.156

Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
		7	1	5	6
6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de Milhar	Dezenas de Milhar	Unidades de Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades
100.000	10.000	1.000	100	10	1

“Neste número, percebe-se que: • o algarismo 6 representa 6 unidades e vale 6 (1ª ordem); • o algarismo 5 representa 5 dezenas e vale 50 (2ª ordem); • o algarismo 1 representa 1 centena e vale 100 (3ª ordem); • o algarismo 7 representa 7 unidades de milhar e vale 7000 (4ª ordem). Sendo lido como sete mil, cento e cinquenta e seis.”

“Exemplo 3: 2.456.215”

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
		2	4	5	6	2	1	5
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de Milhão	Dezenas de Milhão	Unidades de Milhão	Centenas de Milhar	Dezenas de Milhar	Unidades de Milhar	Centenas	Dezenas	Unidades
100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1

Anexo I – Modelo do TCLE para professores que ensinam matemática (Termo de consentimento livre e esclarecido para professores que ensinam matemática)



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Termo de consentimento livre e esclarecido para professores que ensinam matemática

A senhora professora / o senhor professor está sendo convidada / convidado a participar do projeto de pesquisa ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA, cujo pesquisador responsável é **Heric Frankles Batista Soares**. Os objetivos do projeto são: **Objetivo geral:** Avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Objetivos específicos:** **1)** Criar sequências didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5º ano do Ensino Fundamental; **2)** Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante; **3)** Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática; **4)** Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a Engenharia Didática.

O motivo de ser convidada / convidado é porque **foi ou é professor/professora que ensina matemática ao 5º ano do Ensino Fundamental na Escola Estadual Senador Cunha Melo nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021 ou neste ano de 2022.**

A senhora / o senhor tem de plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que possui como servidora pública / servidor público na **Escola Estadual Senador Cunha Melo**.

Caso aceite, a sua participação na referida pesquisa consiste em: **1)** participar de entrevistas, com gravação de áudio e vídeo, com o pesquisador, a fim de prestar informações e evidências a respeito de erros de matemática de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Senador Cunha Melo em provas, testes, avaliações referentes ao assunto “sistema de numeração decimal”, especialmente ligados aos anos de 2018 e 2019; **2)** prestar informações e evidências a respeito dos dois últimos livros didáticos de matemática utilizados no 5º ano do Ensino Fundamental da referida escola; **3)** prestar informações a respeito de se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela escola locus para a aprendizagem do assunto “sistema de numeração decimal”, aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, como por exemplo: presença de material didático complementar; presença de material concreto de manipulação, especialmente o material dourado; atividades complementares previstas nos calendários de atividades da escola dos anos analisados; atividades de programas de cunho municipal, estadual

ou federal ligados ao ensino de matemática nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021, ou de 2022, e que foram utilizados como estratégia de ensino do conteúdo citado anteriormente; existência ou não de livros paradidáticos que pudessem ou que foram utilizados pelos professores para o ensino do conteúdo citado.

Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa os riscos para vossa senhoria são os seguintes: **1)** riscos físicos com acidente de trajeto, o qual pode ser minimizado na sua possibilidade de ocorrência quando são observadas as regras de trânsito na travessia de ruas e condução de veículos, também podem ocorrer contusões devido sinistro com móveis ou objetos presentes em sala de aula ou em área administrativa, por isso a condução dos diálogos de pesquisa serão em ambiente avaliado como seguro tanto pelo pesquisador quanto por vossa senhoria; **2)** também existe o risco de contaminação de COVID-19 por isso serão respeitados os protocolos de segurança biológica do Município de Manaus consubstanciados no uso de álcool em gel e máscaras descartáveis de tripla proteção a serem disponibilizados nas entrevistas pelo pesquisador; **3)** riscos sociais, relacionados à privacidade, com a divulgação indevida das imagens provenientes das entrevistas gravadas em áudio e vídeo, o que é minimizado pelo procedimento de guarda dos arquivos produzidos que somente serão manipulados no computador do pesquisador, o qual é protegido por senha pessoal, por programa de computador antivírus, por programa de computador que mantém privacidade em rede virtual, e guardados no cofre pessoal de um gerenciador de arquivos que exige senha padrão do pesquisador para abertura / leitura nos arquivos produzidos.

Não foram detectados: riscos psíquicos pois os conteúdos relacionados a entrevista/pesquisa pertinentes a estudantes de 5º ano do Ensino fundamental não oferece qualquer risco a esfera mental ou comportamental da professora / do professor; nem riscos morais, pois a proposta do projeto não apresenta ruptura com hábitos e costumes vigentes; nem riscos intelectuais, pois o projeto de pesquisa não afeta a capacidade dos professores de dar sentido, limites, ordem e medida ao entorno onde estão inseridos; nem riscos culturais, pois o projeto de pesquisa não transgredir tradições ou comportamentos da comunidade; nem riscos espirituais já que as proposições do projeto de pesquisa não exigem ou propõem mudança a este aspecto do lado imaterial dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Também são esperados os seguintes benefícios com esta pesquisa: **1)** contribuição na pesquisa de metodologia de ensino que ofereça mais possibilidade de aprendizagem da matemática, ligando seu uso com a realidade prática da vida no dia-a-dia; **2)** contribui, conforme o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura Plena em Pedagogia da UFAM (edição 2019) para o campo teórico-investigativo e pragmático da educação, para a docência em seus processos de ensino e de aprendizagem, em “(...) favorecer a formação e o desenvolvimento dos sujeitos em suas múltiplas dimensões: cognitiva, linguística, corporal, estética, afetiva e social.(...)” ..

Se julgar necessário, a senhora / o senhor dispõe de tempo para que possa refletir a respeito da sua participação, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida.

Garantimos o ressarcimento das despesas devido sua participação na pesquisa, ainda que não previstas inicialmente. Com a reposição, em espécie, da despesa que tiver sido comprovada sua ocorrência em função da participação na pesquisa.

Também estão assegurados à senhora / ao senhor o direito a pedir indenizações e cobertura material para reparação a dano, causado pela pesquisa ao participante da pesquisa, no caso a senhora ou o senhor.

Asseguramos o direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos/indiretos e imediatos/tardios decorrentes da participação no estudo, pelo tempo que for necessário.

Garantimos à senhora / ao senhor a manutenção do sigilo e da privacidade da sua participação e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica.

A senhora / O senhor pode entrar em contato com o pesquisador responsável **Heric Frankles Batista Soares** a qualquer tempo para informação adicional no endereço do **Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente (IEAA) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM)**, localizado na rua 29 de agosto, 786 – bairro Centro, Humaitá - AM, telefone fixo (97) 3373-1180, e-mail secppgech@ufam.edu.br

A senhora / O senhor também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM) - Sala 07, Rua Teresina, 495 – Adrianópolis – Manaus – AM, Fone: (92) 3305-1181 Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

Este documento (TCLE) será elaborado em duas VIAS, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pela/pelo Sra./Sr., e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

Consentimento pós-informação:

Eu, _____ (nome completo do menor de 18 anos) declaro que concordo em participar desta pesquisa.

 Manaus, ____/____/____

 Assinatura do Professor Participante na Pesquisa

 Assinatura do Pesquisador Responsável

Anexo J – Modelo do TCLE para pedagogos (Termo de consentimento livre e esclarecido para pedagogos)



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Termo de consentimento livre e esclarecido para pedagogos

A senhora pedagoga / o senhor pedagogo está sendo convidada / convidado a participar do projeto de pesquisa ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA, cujo pesquisador responsável é **Heric Frankles Batista Soares**. Os objetivos do projeto são: **Objetivo geral:** Avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Objetivos específicos:** **1)** Criar sequências didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5º ano do Ensino Fundamental; **2)** Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante; **3)** Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática; **4)** Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a Engenharia Didática.

O motivo de ser convidada / convidado é por ser **pedagoga / pedagogo na Escola Estadual Senador Cunha Melo nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021 ou neste ano de 2022.**

A senhora / o senhor tem de plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que possui como servidora pública / servidor público na **Escola Estadual Senador Cunha Melo**.

Caso aceite, a sua participação na referida pesquisa consiste em: **1)** participar de entrevistas, com gravação de áudio e vídeo, com o pesquisador, a fim de prestar informações e evidências a respeito dos dois últimos livros didáticos de matemática utilizados no 5º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Senador Cunha Melo; **2)** informar a respeito de registros de outras turmas de 5º ano, quanto a avaliações de matemática dos anos de 2018 e de 2019, da referida escola, buscando informar erros mais comuns cometidos por aqueles estudantes naquelas avaliações em relação ao assunto “sistema de numeração decimal”; **3)** dar permissão ao pesquisador para que ele possa fazer convite aos estudantes da turma selecionada do 5º ano para realização de enquête; **4)** informar o nome dos pais e/ou dos responsáveis pelos estudantes que se voluntariarem e confirmar os números de telefone deles para contato; **5)** prestar informações a respeito de se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela Escola Estadual Senador Cunha Melo para a aprendizagem do assunto “sistema de numeração decimal”, aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, como por exemplo: presença de

material didático complementar; presença de material concreto de manipulação, especialmente o material dourado; atividades complementares previstas nos calendários de atividades da escola nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021, ou de 2022; atividades de programas de cunho municipal, estadual ou federal ligados ao ensino de matemática nos anos citados, e que foram utilizados como estratégia de ensino do conteúdo citado anteriormente; existência ou não de livros paradidáticos que pudessem ou que foram utilizados pelos professores para o ensino do conteúdo citado.

Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa os riscos para vossa senhoria são os seguintes: **1)** riscos físicos com acidente de trajeto, o qual pode ser minimizado na sua possibilidade de ocorrência quando são observadas as regras de trânsito na travessia de ruas e condução de veículos, também podem ocorrer contusões devido sinistro com móveis ou objetos presentes em sala de aula ou em área administrativa, por isso a condução dos diálogos de pesquisa serão em ambiente avaliado como seguro tanto pelo pesquisador quanto por vossa senhoria; **2)** também existe o risco de contaminação de COVID-19, por isso serão respeitados os protocolos de segurança biológica do Município de Manaus consubstanciados no uso de álcool em gel e máscaras descartáveis de tripla proteção a serem disponibilizados nas entrevistas pelo pesquisador; **3)** riscos sociais, relacionados à privacidade, com a divulgação indevida das imagens provenientes das entrevistas gravadas em áudio e vídeo, o que é minimizado pelo procedimento de guarda dos arquivos produzidos que somente serão manipulados no computador do pesquisador, o qual é protegido por senha pessoal, por programa de computador antivírus, por programa de computador que mantém privacidade em rede virtual, e guardados no cofre pessoal de um gerenciador de arquivos que exige senha padrão do pesquisador para abertura / leitura nos arquivos produzidos.

Não foram detectados: riscos psíquicos, pois a entrevista/pesquisa a respeito das atividades de pesquisa descritas anteriormente não oferece qualquer risco a esfera mental ou comportamental da pedagoga / do pedagogo; nem riscos morais, pois a proposta do projeto não apresenta ruptura com hábitos e costumes vigentes; nem riscos intelectuais, pois o projeto de pesquisa não afeta a capacidade da pedagoga / do pedagogo de dar sentido, limites, ordem e medida ao entorno onde está inserida / inserido; nem riscos culturais, pois o projeto de pesquisa não transgredir tradições ou comportamentos da comunidade; nem riscos espirituais já que as proposições do projeto de pesquisa não exigem ou propõem mudança a este aspecto do lado imaterial dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Também são esperados os seguintes benefícios com esta pesquisa: **1)** contribuição na pesquisa de metodologia de ensino que ofereça mais possibilidade de aprendizagem da matemática, ligando seu uso com a realidade prática da vida no dia-a-dia; **2)** contribui, conforme o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura Plena em Pedagogia da UFAM (edição 2019), fomenta os aspectos científico e investigativo “(...) dos processos do ensino, da aprendizagem e da prática pedagógica (...)”, “(...) favorece a formação e o desenvolvimento dos sujeitos em suas múltiplas dimensões: cognitiva, linguística, corporal, estética, afetiva e social.(...)”.

Se julgar necessário, a senhora / o senhor dispõe de tempo para que possa refletir a respeito da sua participação, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida.

Garantimos o ressarcimento das despesas devido sua participação na pesquisa, ainda que não previstas inicialmente. **Com a reposição, em espécie, da despesa que tiver sido comprovada sua ocorrência em função da participação na pesquisa.**

Também estão assegurados à senhora / ao senhor o direito a pedir indenizações e cobertura material para reparação a dano, causado pela pesquisa ao participante da pesquisa, no caso a senhora ou o senhor.

Asseguramos o direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos/indiretos e imediatos/tardios decorrentes da participação no estudo, pelo tempo que for necessário.

Garantimos à senhora / ao senhor a manutenção do sigilo e da privacidade da sua participação e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica.

A senhora / O senhor pode entrar em contato com o pesquisador responsável **Heric Frankles Batista Soares** a qualquer tempo para informação adicional no endereço do **Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente (IEAA) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM)**, localizado na rua 29 de agosto, 786 – bairro Centro, Humaitá - AM, telefone fixo (97) 3373-1180, e-mail secppgech@ufam.edu.br

A senhora / O senhor também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM) - Sala 07, Rua Teresina, 495 – Adrianópolis – Manaus – AM, Fone: (92) 3305-1181 Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

Este documento (TCLE) será elaborado em duas vias, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pela/pelo Sra./Sr., e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

Consentimento pós-informação:

Eu, _____ (nome completo do menor de 18 anos) declaro que concordo em participar desta pesquisa.

_____**Manaus**_____, ____/____/____

Assinatura da Pedagoga / do Pedagogo Participante na Pesquisa

Assinatura do Pesquisador Responsável

Anexo L – Modelo do TCLE para bibliotecários (Termo de consentimento livre e esclarecido para bibliotecários)



Universidade Federal do Amazonas
Programa de pós-Graduação em Ensino de
Ciências e Humanidades – PPGECH
Campus Humaitá



Termo de consentimento livre e esclarecido para bibliotecários

A senhora bibliotecária / o senhor bibliotecário está sendo convidada / convidado a participar do projeto de pesquisa ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE COM USO DE MATERIAL DOURADO MEDIADA PELA ENGENHARIA DIDÁTICA, cujo pesquisador responsável é **Heric Frankles Batista Soares**. Os objetivos do projeto são: **Objetivo geral:** Avaliar o uso do material dourado com foco na abstração reflexionante, aplicando a Engenharia Didática no ensino de Matemática a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Objetivos específicos:** 1) Criar sequências didáticas para o assunto selecionado, tendo por referencial de conteúdo matemático, a BNCC do 5º ano do Ensino Fundamental; 2) Simular situação com material concreto para estimular a abstração reflexionante; 3) Aplicar a sequência didática pautada no material dourado com foco na abstração reflexionante, mediada pela engenharia didática; 4) Analisar a relação entre o uso do material dourado, o estímulo ao desenvolvimento da abstração reflexionante e a engenharia didática.

O motivo de ser convidada / convidado é por ser **bibliotecária / bibliotecário na Escola Estadual Senador Cunha Melo nos anos, ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021 ou neste ano de 2022.**

A senhora / o senhor tem de plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que possui como servidora pública / servidor público na **Escola Estadual Senador Cunha Melo.**

Caso aceite, a sua participação na referida pesquisa consiste em **participar de entrevistas, com gravação de áudio e vídeo, com o pesquisador, a fim de prestar informações e evidências a respeito de se existem outras condições pedagógicas oferecidas pela Escola Estadual Senador Cunha Melo para a aprendizagem do assunto “sistema de numeração decimal”, aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, como por exemplo: existência ou não de livros paradidáticos que pudessem ou que foram utilizados pelos professores para o ensino do conteúdo citado nos anos ou de 2018, ou de 2019, ou de 2020, ou de 2021, ou de 2022.**

Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa os riscos para vossa senhoria são os seguintes: riscos físicos com **acidente de trajeto, o qual pode ser minimizado na sua possibilidade de ocorrência quando são observadas as regras de trânsito na travessia de ruas e condução de veículos, também podem ocorrer contusões**

devido sinistro com móveis ou objetos presentes em sala de aula ou em área administrativa, por isso a condução dos diálogos de pesquisa será em ambiente avaliado como seguro tanto pelo pesquisador quanto por vossa senhoria. Também existe o risco de contaminação de COVID-19, por isso serão respeitados os protocolos de segurança biológica do Município de Manaus consubstanciados no uso de álcool em gel e máscaras descartáveis de tripla proteção a serem disponibilizados nas entrevistas pelo pesquisador; riscos sociais, relacionados à privacidade, com a divulgação indevida das imagens provenientes das entrevistas gravadas em áudio e vídeo, o que é minimizado pelo procedimento de guarda dos arquivos produzidos que somente serão manipulados no computador do pesquisador, o qual é protegido por senha pessoal, por programa de computador anti-vírus, por programa de computador que mantém privacidade em rede virtual, e guardados no cofre pessoal de um gerenciador de arquivos que exige senha padrão do pesquisador para abertura / leitura nos arquivos produzidos.

Não foram detectados: riscos psíquicos, pois a entrevista/pesquisa a respeito das atividades de pesquisa descritas anteriormente não oferece qualquer risco a esfera mental ou comportamental da bibliotecária / do bibliotecário; nem riscos morais, pois a proposta do projeto não apresenta ruptura com hábitos e costumes vigentes; nem riscos intelectuais, pois o projeto de pesquisa não afeta a capacidade da bibliotecária / do bibliotecário de dar sentido, limites, ordem e medida ao entorno onde está inserida / inserido; nem riscos culturais, pois o projeto de pesquisa não transgredir tradições ou comportamentos da comunidade; nem riscos espirituais já que as proposições do projeto de pesquisa não exigem ou propõem mudança a este aspecto do lado imaterial dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Também são esperados os seguintes benefícios com esta pesquisa: **contribuição na pesquisa de metodologia de ensino que ofereça mais possibilidade de aprendizagem da matemática, ligando seu uso com a realidade prática da vida no dia-a-dia. Assim como contribui para a consecução do parecer No. CNE/CES 429/2001 referente a formação do bibliotecário a “(...) atuar junto a instituições e serviços que demandem intervenções de natureza e alcance variados (...)”.**

Se julgar necessário, a senhora / o senhor dispõe de tempo para que possa refletir a respeito da sua participação, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida.

Garantimos o ressarcimento das despesas devido sua participação na pesquisa, ainda que não previstas inicialmente. **Com a reposição, em espécie, da despesa que tiver sido comprovada sua ocorrência em função da participação na pesquisa.**

Também estão assegurados à senhora / ao senhor o direito a pedir indenizações e cobertura material para reparação a dano, causado pela pesquisa ao participante da pesquisa, no caso a senhora ou o senhor.

Asseguramos o direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos/indiretos e imediatos/tardios decorrentes da participação no estudo, pelo tempo que for necessário.

Garantimos à senhora / ao senhor a manutenção do sigilo e da privacidade da sua participação e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica.

A senhora / O senhor pode entrar em contato com o pesquisador responsável **Heric Frankles Batista Soares** a qualquer tempo para informação adicional no endereço do **Instituto de**

Educação, Agricultura e Ambiente (IEAA) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), localizado na rua 29 de agosto, 786 – bairro Centro, Humaitá - AM, telefone fixo (97) 3373-1180, e-mail secppgech@ufam.edu.br

A senhora / O senhor também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM) - Sala 07, Rua Teresina, 495 – Adrianópolis – Manaus – AM, Fone: (92) 3305-1181 Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

Este documento (TCLE) será elaborado em duas vias, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pela/pelo Sra./Sr., e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

Consentimento pós-informação:

Eu, _____ (nome completo do menor de 18 anos) declaro que concordo em participar desta pesquisa.

_____**Manaus**_____, ____/____/____

Assinatura da Bibliotecária / do Bibliotecário
Participante na Pesquisa

Assinatura do Pesquisador Responsável