

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

ADRIANO BRUNO DOS SANTOS FRUTUOSO

**CONTROLADOR ROBUSTO DISCRETO PARA ESTABILIDADE DE
QUADRIRROTORES**

Manaus - AM

2015

ADRIANO BRUNO DOS SANTOS FRUTUOSO

**CONTROLADOR ROBUSTO DISCRETO PARA ESTABILIDADE DE
QUADRIROTORES**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação Industrial.

Orientador: Prof. Dr. João Edgar Chaves Filho

Manaus - AM

2015

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

F945c Frutuoso, Adriano Bruno dos Santos
Controlador Robusto Discreto Para Estabilidade de
Quadrirrotores / Adriano Bruno dos Santos Frutuoso. 2015
73 f.: il. color; 30 cm.

Orientador: João Edgar Chaves Filho
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade
Federal do Amazonas.

1. Quadrirrotor. 2. Estabilidade. 3. Controle Combinado PD/H2. 4.
Desigualdades Matriciais Lineares. I. Chaves Filho, João Edgar II.
Universidade Federal do Amazonas III. Título

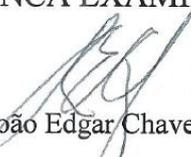
ADRIANO BRUNO DOS SANTOS FRUTUOSO

**CONTROLADOR ROBUSTO DISCRETO PARA ESTABILIDADE DE
QUADRIRROTORES.**

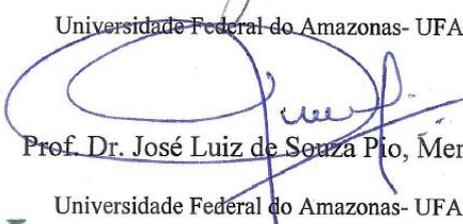
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração Controle e Automação de Sistemas.

Aprovado em 26 de Fevereiro de 2015.

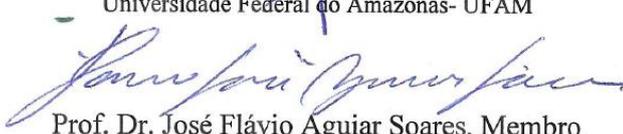
BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. João Edgar Chaves Filho, Presidente

Universidade Federal do Amazonas- UFAM


Prof. Dr. José Luiz de Souza Pio, Membro

Universidade Federal do Amazonas- UFAM


Prof. Dr. José Flávio Aguiar Soares, Membro

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas-IFAM

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pois “tudo posso naquele que me fortalece”.

A meu pai por ter me incentivado nessa longa caminhada.

Ao meu orientador, Prof. João Edgar Chaves Filho, pelo auxílio prestado.

A todos meus amigos da UFAM.

À UFAM pela formação acadêmica.

RESUMO

Neste trabalho é abordado o controle de estabilidade dos ângulos de atitude de um MAV (*Micro Aerial Vehicle*) do tipo quadrrorotor. São apresentadas as partes constituintes do veículo (estrutura mecânica e dispositivos eletrônicos), a modelagem dinâmica dos ângulos de atitude, a metodologia de projeto dos controladores de atitude e os resultados experimentais. Em relação ao projeto dos controladores de atitude, estes foram projetados usando estrutura de controle discreta combinada PD/H₂, cuja sintonia do controlador H₂ por realimentação de estados foi realizada a partir da resolução de um problema de otimização convexo descrito na forma de desigualdades matriciais lineares. Os experimentos mostraram que as respostas dinâmicas dos ângulos de atitude poderiam ser alteradas com o ajuste dos controladores H₂, sem modificar os ganhos da parte proporcional-derivativa. Os resultados obtidos para os controladores PD/H₂ foram comparados com os controladores PD, de modo a avaliar os seus desempenhos com relação a tempo de acomodação e *overshoot*.

Palavras-chave: Quadrrorotor, Estabilidade, Controle Combinado PD/H₂, Desigualdades Matriciais Lineares

ABSTRACT

This work approaches the angles stability control of a quadrotor. The vehicle parts (mechanical structure and electronic devices), dynamic modeling, controllers design methodology and the experimental results are also presented. Attitude controllers were designed using a PD/H₂ discrete control structure, which the gain of H₂ part was performed by solving a convex optimization problem, described in linear matrix inequalities form. The experiments indicates that angles dynamic responses can be changed by setting the gain of H₂, without modifying the gains of the proportional-derivative part. The results of PD/H₂ controllers were compared with a PD controller, in order to evaluate the overshoot and settling time.

Keywords: Quadrotor Stability, PD/H₂ Control, Linear Matrix Inequalities.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Motivações	18
1.2	Objetivos	18
1.3	Estrutura da Dissertação.....	19
2	ESTADO DA ARTE.....	20
3	MODELAGEM MATEMÁTICA E ARQUITETURA DO SISTEMA	22
3.1	Modelagem Simplificada da Dinâmica de Voo do Quadrrrotor.....	22
3.2	Arquitetura do Sistema	25
3.2.1	Armação	25
3.2.2	Motor <i>brushless</i> DC	26
3.2.3	ESC	27
3.2.4	Propulsor	29
3.2.5	Bateria	29
3.2.6	Placa Controladora de Estabilidade	30
3.2.7	Módulo de Comunicação.....	33
4	PROJETO DO CONTROLADOR	35
4.1	Estrutura	35
4.2	Sintonia	37
4.2.1	Sintonia de C_{gyro}	38
4.2.2	Sintonia de C_{acel}	40
4.2.3	Sintonia de C_r	43
4.2.4	Estimador de Estados - EST	50
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	52
5.1	Resultados Experimentais para o Ângulo de Rolagem – ϕ	54
5.2	Resultados Experimentais para o Ângulo de Arfagem – θ	58
5.3	Resultados Experimentais para o Ângulo de Guinada - ψ	62
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	67
6.1	Observações.....	67
6.2	Contribuições e Trabalhos Futuros.....	68
	REFERÊNCIAS	69
	APÊNDICE A	72

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Exemplo de um MAV do tipo quadricóptero. Fonte: Santana e Braga (2008).....	17
Figura 1.2. Exemplos de movimentos ilustrando o funcionamento do quadricóptero. Adaptado de Bouabdallah (2007).....	17
Figura 1.3. Gyroplane N° 1. Fonte: Sousa (2011).....	18
Figura 3.1: Sistemas de coordenadas \mathbb{B} e \mathbb{E}	22
Figura 3.2. Armação modelo X600.	26
Figura 3.3. Quadricóptero montado para dissertação.	26
Figura 3.4. BLDC modelo A2212/13T de 1000KV com acessórios.....	27
Figura 3.5. Inversor PWM trifásico juntamente com circuito de controle de um ESC de 24Vdc com sensor.	28
Figura 3.6. ESC modelo Hobbywing Skywalker 20A com BEC de 2A.	28
Figura 3.7. Propulsor modelo APC 9 x 4.7.	29
Figura 3.8. Bateria Turnigy modelo nano-tech 3S (11,1Volts) 3000mAh 25-50C.....	30
Figura 3.9. Placa controladora de estabilidade montada no centro da armação do quadricóptero.	31
Figura 3.10. Placa Arduino Nano V3.0.	32
Figura 3.11. Esquemático de ligação do Arduino Nano com os ESCs, MPU 6050 e Xbee. ...	33
Figura 3.12. Placa GY-521 com sensor MPU 6050 (no centro).....	33
Figura 3.13. Módulo Xbee para comunicação serial.	34
Figura 4.1. Diagrama em blocos do controle de atitude.....	35
Figura 4.2. Estrutura interna dos blocos controladores de atitude.....	36
Figura 4.3. Resposta em malha fechada de $rate_y$ ($y = \phi$) e u ($u = u_{roll}$), para $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,1$. Teste realizado para PWM de referência em 1200 μ s nos controladores de velocidade dos motores do eixo de rolagem.	38
Figura 4.4. Resposta em malha fechada de $rate_y$ ($y = \phi$) e u ($u = u_{roll}$), para $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,02$. Teste realizado para PWM de referência em 1200 μ s.....	39
Figura 4.5. Resposta em malha fechada do ângulo $roll - \phi$ - para $Kp_{acel} = 0,45$ e $Kd_{acel} = 0$. Teste realizado para $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,02$, considerando PWM de	

referência em 1200 μ s aplicados aos controladores de velocidade dos motores de rolagem.	41
Figura 4.6. Resposta em malha fechada para C_ace1 sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols. Teste realizado para $Kd_{ace1} = 0$, $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,02$, considerando PWM de referência em 1200 μ s e condição inicial de $\phi = -50^\circ$	42
Figura 4.7. Resposta em malha fechada para C_ace1 sintonizado pelo método de Tyreus-Luyblen. Teste realizado para $Kd_{ace1} = 0$, $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,02$, considerando PWM de referência em 1200 μ s e condição inicial de $\phi = -50^\circ$	42
Figura 4.8. Sistema em malha fechada com realimentação de estados.	45
Figura 4.9. Esquema para identificação do modelo para o ângulo de atitude y	49
Figura 4.10. Resposta em malha fechada de ϕ e u_{roll} utilizados no processo de estimação de um modelo empírico para o ângulo de rolagem ($roll$). Teste realizado para $Kp_{gyro} = 0,1$, $Kd_{gyro} = 0,02$ $Kp_{ace1} = 0,2$ e $Kd_{ace1} = 0,0$. PWM de referência em 1200 μ s.	49
Figura 4.11. Comparação entre a saída medida e a estimada usando o modelo ARX 210.	50
Figura 4.12. Estimador de estados completo (Observador de Luenberger).	50
Figura 5.1. Estrutura de teste para os ângulos de arfagem e rolagem ($pitch$ e $roll$).	52
Figura 5.2. Estrutura de teste para o ângulo de guinada (yaw).	52
Figura 5.3. Medição do $overshoot$ (M_p) e o do tempo de acomodação (t_a).	53
Figura 5.4. Gráficos das respostas de ϕ para o teste de estabilidade a zero graus. PWM de referência em 1450 μ s.	56
Figura 5.5. Gráficos de ϕ resultantes do teste de condição inicial não nula ($\phi = 50^\circ$). PWM de referência em 1200 μ s.	57
Figura 5.6. Gráficos de ϕ resultantes do teste de perturbação externa. PWM de referência em 1200 μ s.	58
Figura 5.7. Gráficos das respostas de θ para o teste de estabilidade a zero graus. PWM de referência em 1450 μ s.	59
Figura 5.8. Gráficos de θ resultantes do teste de condição inicial não nula ($\theta = -50^\circ$). PWM de referência em 1200 μ s.	61
Figura 5.9. Gráficos de θ resultantes do teste de perturbação externa. PWM de referência em 1200 μ s.	62
Figura 5.10. Gráficos das respostas de ψ para o teste de estabilidade a zero graus. PWM de referência em 1200 μ s (eixo de arfagem) e 1300 μ s (eixo de rolagem).	64

Figura 5.11. Gráficos de ψ resultantes do teste de condição inicial não nula ($\psi = -50^\circ$). PWM de referência em $1200\mu\text{s}$ (eixo de arfagem) e $1300\mu\text{s}$ (eixo de rolagem). 65

Figura 5.12. Gráficos de ψ resultantes do teste de perturbação externa. PWM de referência em $1200\mu\text{s}$ (eixo de arfagem) e $1300\mu\text{s}$ (eixo de rolagem). 66

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Especificações do Arduino Nano V3.0.....	31
Tabela 4.1. Ganhos de sintonia de acordo com o método de Ziegler-Nichols.....	41
Tabela 4.2. Ganhos de sintonia de acordo com o método de Tyreus-Luyblen.....	41
Tabela 4.3. Ganhos de C_{acel} para ângulo ϕ	42
Tabela 5.1. Sintonia de C_{acel} , C_{gyro} e EST para o ângulo de rolagem.	54
Tabela 5.2. Dados estatísticos da resposta de ϕ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus.	55
Tabela 5.3. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de condição inicial não nula ($\phi = 50^\circ$).	56
Tabela 5.4. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de perturbação externa.	58
Tabela 5.5. Dados estatísticos da resposta de θ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus.	59
Tabela 5.6. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de condição inicial não nula ($\theta = -50^\circ$).	60
Tabela 5.7. Parâmetros de desempenho em regime transitório de θ obtidos no teste de perturbação externa.....	62
Tabela 5.8. Sintonia de C_{acel} , C_{gyro} e EST para o ângulo de guinada.	63
Tabela 5.9. Dados estatísticos da resposta de ψ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus.	63
Tabela 5.10. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de condição inicial não nula ($\psi = -50^\circ$).	65
Tabela 5.11. Parâmetros de desempenho em regime transitório de ψ obtidos no teste de perturbação externa.....	66

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARX	Autorregressivo com Entradas Exógenas (<i>Autoregressive with Exogenous Inputs</i>)
BEC	Circuito Eliminador de Bateria (<i>Battery Eliminator Circuit</i>)
BLDC	Motor sem Escova de Corrente Contínua (<i>BrushLess Direct Current</i>)
DMP	Processador Digital de Movimento (<i>Digital Motion Processor</i>)
ESC	Controlador Eletrônico de Velocidade (<i>Electronic Speed Controller</i>)
EST	Estimador de estados
FCEM	Força Contra - Eletromotriz
I ² C	<i>Inter-Integrated Circuit</i>
LMI	Desigualdade Matricial Linear (<i>Linear Matrix Inequality</i>)
LQG	Linear, Quadrático e Gaussiano (<i>Linear Quadratic Gaussian</i>)
LQR	Regulador Quadrático Linear (<i>Linear Quadratic Regulator</i>)
MAV	Micro Veículo Aéreo (<i>Micro Aerial Vehicle</i>)
MEMS	Sistemas Microeletromecânicos (<i>Micro Electromechanical System</i>)
MIAC	<i>Model Identification Adaptive Controller</i>
MPC	<i>Model Based Predictive Controller</i>
MQR	Mínimo Quadrado Recursivo
MRAC	<i>Model Reference Adaptive Control</i>
PD	Proporcional Derivativo
PI	Proporcional Integral
PID	Proporcional, Integral e Derivativo
PD/H ₂	Controlador com estrutura combinada em cascata PD e H ₂
PWM	Modulação por Largura de Pulso (<i>Pulse Width Modulation</i>)
SF	<i>Slow Flyer</i>

SFP	<i>Slow Flyer Propeller</i>
UAV	Veículo Aéreo não Tripulado (<i>Unmanned Aerial Vehicle</i>)
USB	Barramento Serial Universal (<i>Universal Serial Bus</i>)
VANT	Veículo Aéreo não Tripulado
VTOL	Decolagem e Pouso Verticais (<i>Vertical Take-Off and Landing</i>)

LISTA DE SIMBOLOS

\mathbb{B}	Sistema de coordenadas fixo no corpo
\mathbb{E}	Sistema de coordenadas referencial
C_t	Coefficiente de empuxo do propulsor
C_p	Coefficiente de potência do propulsor
$C_{_}accel$	Controlador PD de referencia de zero
$C_{_}gyro$	Controlador PD de estabilização da velocidade angular
$C_{_}r$	Controlador H_2
$C_{_}roll$	Controlador de estabilização do ângulo de rolagem
$C_{_}pitch$	Controlador de estabilização do ângulo de arfagem
$C_{_}yaw$	Controlador de estabilização do ângulo de guinada
I_{xx}	Momento de inercia em torno do eixo x de \mathbb{B}
I_{yy}	Momento de inercia em torno do eixo y de \mathbb{B}
I_{zz}	Momento de inercia em torno do eixo z de \mathbb{B}
K_f	Constante de força do motor
K_m	Constante de momento do motor
K_u	Ganho crítico
$K_p_{_}accel$	Ganho proporcional de $C_{_}accel$
$K_d_{_}accel$	Ganho derivativo de $C_{_}accel$
$K_p_{_}gyro$	Ganho proporcional de $C_{_}gyro$
$K_d_{_}gyro$	Ganho derivativo de $C_{_}gyro$
M_i	Momento ou torque produzido pela rotação do propulsor (hélice) do motor i
M_p	Overshoot ou sobressinal
U_i	Força de empuxo do motor i
T	Tempo de amostragem

T_u	Período crítico
g	Aceleração da gravidade
l	Distancia entre eixo do motor e o centro de massa do quadrirrotor
m	Massa do veículo
q	Coordenada do eixo real do centro da região LMI do tipo disco
r	Raio da região LMI do tipo disco
x	Eixo de translação ou coordenada x de \mathbb{E}
y	Eixo de translação ou coordenada y de \mathbb{E}
z	Eixo de translação ou coordenada z de \mathbb{E}
r_h	Comprimento da pá da hélice
t_a	Tempo de acomodação
u_x	Torque em torno do eixo x_B
u_y	Torque em torno do eixo y_B
u_z	Torque em torno do eixo z_B
x_B	Eixo de rolagem de \mathbb{B}
y_B	Eixo de arfagem de \mathbb{B}
z_B	Eixo de guinada de \mathbb{B}
e_{acel}	Sinal de erro para entrada de C_{acel}
e_{gyro}	Sinal de erro para entrada de C_{gyro}
$rate_\phi$	Velocidade angular no eixo de rolagem
$rate_\theta$	Velocidade angular no eixo de arfagem
$rate_\psi$	Velocidade angular no eixo de guinada
u_{acel}	Sinal de controle de C_{acel}
u_{rea}	Sinal de controle de C_r
u_{roll}	Sinal de controle de C_{roll}

u_{pitch}	Sinal de controle de C_{pitch}
u_{yaw}	Sinal de controle de C_{yaw}
ρ	Densidade do ar
ω_m	Velocidade angular do eixo do motor
ϕ	Ângulo de rolagem (<i>roll</i>)
θ	Ângulo de arfagem (<i>pitch</i>)
ψ	Ângulo de guinada (<i>yaw</i>)
F	Matriz de autovalores para a dinâmica de EST
I	Matriz de momento de inércia ou matriz identidade
K	Ganho de C_r
L	Ganho de EST
R	Matriz de Rotação de \mathbb{B} para \mathbb{E}
$\ddot{\mathbf{r}}$	Vetor de aceleração translacional
$\mathbf{x}(k)$	Vetor de amostras no instante k dos estados reais e não disponíveis
$\hat{\mathbf{x}}(k)$	Vetor de amostras no instante k dos estados estimados por EST
$\mathbf{e}(k)$	Vetor de amostras no instante k do erro entre $\hat{\mathbf{x}}(k)$ e $\mathbf{x}(k)$

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

De acordo com a definição do Departamento de Defesa dos Estados Unidos os Veículos Aéreos não Tripulados (VANT) ou UAV (*Unmanned Aerial Vehicles*) são: “veículos aéreos que não carregam operador humano, utilizam forças aerodinâmicas para se elevar, podem voar autonomamente ou serem pilotados remotamente, podem ser descartáveis ou recuperáveis e podem transportar cargas bélicas ou não bélicas”. Os VANTs têm ganhado espaço em aplicações civis e militares, sendo utilizados, por exemplo, em sensoriamento terrestre (LONGHITANO, 2010), vigilância aérea (LONGHITANO, 2010) e combate militar (SOUSA, 2011).

Os primeiros VANTs foram desenvolvidos para aplicações de interesse militar (BOUABDALLAH, 2007), executando operações que envolviam riscos a vida humana. Nos últimos anos tem aumentado o número de projetos de VANTs tanto para aplicações militares como civis, em virtude do avanço tecnológico na área de processamento de dados e miniaturização de componentes eletrônicos e mecânicos (LONGHITANO, 2010). Neste sentido, o progresso tecnológico na área de sensores MEMS (*Micro Eletromecanical Systems*), baterias de elevada densidade de energia e atuadores em miniatura possibilitaram o surgimento dos MAVs (*Micro Aerial Vehicles*) (BOUABDALLA *et al.*, 2004).

Os MAVs são VANTs com envergadura e peso reduzidos (BOUABDALLA *et al.*, 2004). Dentre as configurações de MAVs existentes, podem ser destacados os MAVs VTOL (*Vertical Take-Off and Landing*) que apresentam a capacidade de pouso e decolagem verticais. Nesta configuração está o quadrirrotor.

O quadrirrotor é um tipo de helicóptero composto de quatro rotores, como ilustrado na Figura 1.1. As formas de atuação dos motores no quadrirrotor são mostradas na Figura 1.2. Aumentando ou diminuindo, de forma simultânea a velocidade dos quatro motores, o quadrirrotor executa movimentos na vertical. Para mover para a direita, a velocidade de rotação do motor 4 é aumentada em relação ao motor 2, de forma a inclinar o quadrirrotor em torno do eixo (2,4), enquanto a rotação dos motores (1,3) é aumentada para compensar a perda de altura. De forma análoga, é possível mover o quadrirrotor para a esquerda. Os movimentos de giro em torno do eixo vertical são executados alterando-se, simultaneamente, a rotação dos pares de motores (2,4) (girar para esquerda) ou (1,3) (girar para direita).



Figura 1.1. Exemplo de um MAV do tipo quadrirrotor. Fonte: Santana e Braga (2008).

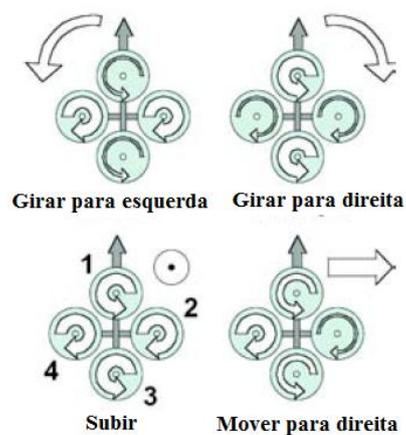


Figura 1.2. Exemplos de movimentos ilustrando o funcionamento do quadrirrotor. Adaptado de Bouabdallah (2007).

Em comparação aos helicópteros convencionais, o quadrirrotor apresenta algumas vantagens consideráveis como maior capacidade de carga útil (BOUABDALLA *et al.*, 2004), efeitos giroscópicos reduzidos (BOUABDALLA *et al.*, 2004), maior simplicidade na mecânica dos rotores uma vez que não contêm partes moveis e frágeis (SOUSA, 2011), e propulsores de menor dimensão (SOUSA, 2011). Estas vantagens permitem ao quadrirrotor maior facilidade de voo em espaços reduzidos.

O conceito de quadrirrotor não é novo e remonta ao início do século XX, quando os irmãos Breguet-Richet construíram o *Gyroplane N°1* (Figura 1.3) em 1907. Era uma aeronave difícil de pilotar devido à instabilidade da mesma, e a máxima altura que conseguiu atingir foi cerca de 1,5 metros. Outros projetos sucederam ao *Gyroplane* de Breguet-Richet, com o intuito de obter uma aeronave mais estável e com melhor controlabilidade, como por exemplo, o *Etienne Oemichen* de 1920 e o quadrirrotor *Flying Octopus* de 1922.

Apesar de terem existido várias tentativas de desenvolver veículos quadrirrotores de grande porte que apresentassem boa estabilidade e controlabilidade, o projeto de novos

quadrirotor é restrito, na atualidade, a aplicações voltadas para veículos de pequeno porte, como MAV por exemplo.

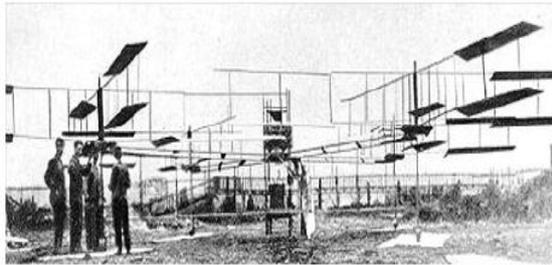


Figura 1.3. Gyroplane N° 1. Fonte: Sousa (2011).

1.1 Motivações

O controle de estabilidade do quadrirotor é algo não trivial, haja vista que, necessita de um modelo matemático satisfatório que descreva todos ou os principais fenômenos físicos envolvidos na sua dinâmica de voo, e isto, por si só, já representa uma tarefa complicada. Além disso, existem outros problemas relacionados ao controle de estabilidade como a degradação dos sinais enviados pelos sensores inerciais, a limitação de carga do quadrirotor, a limitação de movimentos que o quadrirotor pode executar e a dificuldade de realizar os algoritmos de controle, filtragem e navegação aérea em plataforma embarcada. Portanto, todas essas dificuldades apresentadas são desafios que dificultam o controle do quadrirotor.

Os desafios envolvidos no controle de estabilidade já representam uma grande motivação, visto que, uma vez superados, a experiência adquirida possibilitará desenvolver projetos mais complexos na área MAVs VTOL. Vale ressaltar também, que o crescente interesse comercial, civil e militar tem alavancado pesquisas na área de VANTs em geral e que, portanto, o êxito desse projeto pode contribuir para alavancar pesquisas no estado do Amazonas relacionadas a essa área de interesse.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é projetar um sistema de controle embarcado capaz de estabilizar a atitude de um MAV do tipo quadrirotor. Como já abordado na subseção anterior, a tarefa de estabilizar a atitude do quadrirotor não é trivial uma vez que fatores como a dinâmica de voo, a degradação dos sinais enviados pelos sensores inerciais e a limitação de carga, por exemplo, afetam na capacidade de controlar a atitude do veículo. Portanto, os objetivos específicos relacionados ao estudo do controle de estabilidade do quadrirotor são:

- compreender o funcionamento de um quadricóptero e os fenômenos físicos que afetam o seu funcionamento;
- obter um modelo do comportamento dinâmico dos ângulos de atitude;
- definir uma estratégia de controle para atitude;
- avaliar a proposta de controle através da análise de desempenho do controlador em regime transitório e estacionário.

1.3 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida em seis capítulos. Os Capítulos 2, 3 e 4 são dedicados à fundamentação teórica necessária para compreensão do trabalho e a metodologia de desenvolvimento dos controladores de atitude. Já os Capítulos 5 e 6 tratam sobre testes, resultados experimentais, contribuições, observações e trabalhos futuros.

No Capítulo 2 é realizado um levantamento do estado da arte de estratégias de controle para estabilização angular do quadricóptero.

No Capítulo 3 é apresentada a modelagem matemática da atitude do quadricóptero e as partes constituintes do veículo, tais como: estrutura mecânica, atuadores, sensores, módulo de comunicação e placa controladora de estabilidade.

O Capítulo 4 é dedicado à metodologia de desenvolvimento da estratégia de controle usada para estabilizar os ângulos de atitude.

Os Capítulos 5 e 6 são dedicados aos testes e resultados experimentais obtidos para o quadricóptero (Capítulo 5), e as contribuições do trabalho, observações tiradas dos experimentos e sugestões de trabalhos futuros (Capítulo 6).

CAPÍTULO 2

2 ESTADO DA ARTE

O levantamento bibliográfico realizado sobre o controle da dinâmica do movimento de veículos VTOL do tipo quadricóptero apontou diversas estratégias de controle, que podem ser: clássica (BOUABDALLAH *et al.*, 2004), ótima (LY; CHEOLKEUN, 2010; ROMERO *et al.*, 2014), adaptativa (SCHREIER, 2012; ZHENG; GAO, 2011), robusta (RAFFO *et al.*, 2011; JASIM; GU, 2014), não linear (BOUABDALLAH; SIEGWART, 2005; ZHENG; GAO, 2011; RAFFO *et al.*, 2011) e inteligente (SANTOS *et al.*, 2010; PETRUSEVSKI; RAKIC, 2014).

Em Bouabdallah *et al.* (2004), é apresentada uma classificação de veículos aéreos de acordo com o princípio de voo e modo de propulsão. É também apresentada uma comparação de custo-benefício entre cinco tipos de veículos aéreos e são mostradas as principais vantagens e desvantagens dos helicópteros do tipo quadricóptero. No âmbito de controle, os autores propõem um controlador PID (Proporcional, Integral e Derivativo) para estabilizar a atitude do quadricóptero.

Em Bouabdallah e Siegwart (2005), são aplicadas duas técnicas de controle não linear (*backstepping* e *sliding-mode*) para controlar os ângulos de atitude. Para avaliar o desempenho de ambas as técnicas, foram realizadas simulações computacionais e testes práticos. Na comparação entre as técnicas de controle, a técnica por *backstepping* obteve melhores resultados na capacidade de controlar os ângulos de orientação na presença de perturbações.

Em Ly e Cheolkeun (2010), foram propostos um controlador LQR (*Linear Quadratic Regulator*) com ação integral para o controle da trajetória, e um controlador linear LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) também com ação integral para estabilizar a atitude. Para estimar a posição e a atitude, é aplicado o método por câmera dupla, onde uma câmera fica localizada no solo e outra no quadricóptero.

Em Santos *et al.* (2010), é projetado um controlador *fuzzy* para atitude e posição de um quadricóptero. Em particular, esta técnica dispensa a necessidade de um modelo matemático da dinâmica do sistema. Entretanto, é preciso ter um conhecimento empírico do funcionamento do sistema para elaborar as regras de controle.

Zheng e Gao (2011) propõem um controlador *backstepping* adaptativo com ação integral para o controle da posição e da atitude. A ideia de incluir uma ação integral e adaptativa na estratégia *backstepping* é melhorar a robustez do controlador, frente a perturbações externas e a variações de massa.

Em Raffo *et al.* (2011), é proposta uma estratégia de controle para solucionar o problema de rastreamento de trajetórias, e ao mesmo tempo, garantir alguma robustez ao sistema, utilizando um controlador não linear H_∞ em conjunto com um controlador MPC (*Model-Based Predictive Controller*). O controlador H_∞ foi projetado para controlar a altitude e a atitude do quadricóptero, enquanto que o MPC foi utilizado para rastrear uma referência de trajetória.

Schreier (2012) apresenta duas técnicas de controle adaptativas para estabilização da atitude de um quadricóptero. A MIAC (*Model Identification Adaptive Controller*) é uma combinação de um estimador MQR (Mínimos Quadrados Recursivo) com um controlador integral discreto. Já a MRAC (*Model Reference Adaptive Control*) utiliza uma lei de controle adaptativa contínua baseada na teoria de Lyapunov. Ambas foram utilizadas para estabilizar a atitude na presença de variações na inércia do sistema.

Romero *et al.* (2014) utilizaram um controlador LQR discreto na estabilidade angular e de posição do quadricóptero. Para isso, foi utilizado um modelo linearizado da dinâmica do veículo e simulações e testes experimentais foram realizados para avaliar a resposta do controlador.

Jasim e Gu (2014) propuseram um controlador por realimentação de estados H_∞ para estabilidade angular do quadricóptero, e realizaram simulações para verificar o desempenho do controlador frente a perturbações externas.

Petrusevski e Rakic (2014) usaram controle *fuzzy* com PD (Proporcional Derivativo) para estabilizar os ângulos *roll*, *pitch* e *yaw*, e compararam os resultados obtidos com a técnica *backstepping* para verificar o desempenho do controlador proposto em ambiente de simulação.

Os trabalhos apresentados propõem estratégias para o controle de estabilidade e posição. Algumas propostas combinam duas ou mais teorias de controle para aumentar a robustez do controlador, como em Raffo *et al.* (2011), que utilizou teoria de controle adaptativo (MPC) combinada à teoria de controle não linear. Contudo, tais técnicas apresentam complexidade matemática elevada, necessitando de maior poder computacional.

CAPÍTULO 3

3 MODELAGEM MATEMÁTICA E ARQUITETURA DO SISTEMA

Este capítulo trata sobre o modelo dinâmico de voo e a arquitetura do quadricóptero. A seção 3.1 aborda a modelagem simplificada da dinâmica de voo. As partes mecânicas e elétricas do veículo (arquitetura), tais como motores, ESCs (*Electronic Speed Controllers*) e propulsores (hélices) são abordadas na seção 3.2.

3.1 Modelagem Simplificada da Dinâmica de Voo do Quadricóptero

O modelo dinâmico do quadricóptero a ser apresentado leva em consideração alguns pontos:

- o veículo apresenta estrutura rígida e simétrica;
- o centro de massa e a origem do sistema de coordenadas do corpo coincidem;
- os propulsores são rígidos;
- as forças de empuxo e arrasto são proporcionais ao quadrado da velocidade dos propulsores;
- os efeitos giroscópicos dos propulsores são desconsiderados;
- a influência do solo ou de outra superfície é desconsiderada.

O sistema de coordenadas do referencial fixo do corpo \mathbb{B} e do referencial fixo terrestre \mathbb{E} é mostrado na Figura 3.1. O referencial fixo do corpo é usado para representar os movimentos angulares de rolagem (*roll*), arfagem (*pitch*) e guinada (*yaw*) do quadricóptero. Já o referencial fixo terrestre é utilizado para representar os movimentos de translação do quadricóptero no espaço tridimensional.

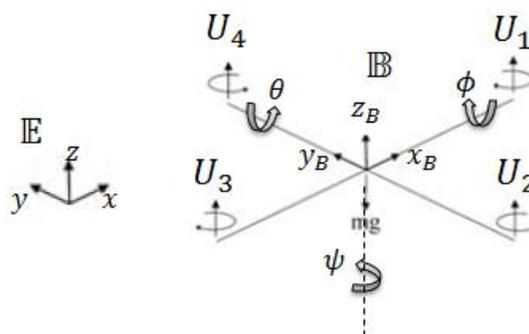


Figura 3.1: Sistemas de coordenadas \mathbb{B} e \mathbb{E} .

Qualquer ponto no sistema de coordenadas \mathbb{B} pode ser representado em \mathbb{E} por meio da matriz de rotação \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) - s(\phi)s(\psi)s(\theta) & -c(\phi)s(\psi) & c(\psi)s(\theta) + c(\theta)s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) - c(\psi)s(\phi)s(\theta) & c(\phi)c(\psi) & s(\psi)s(\theta) - c(\psi)c(\theta)s(\phi) \\ -c(\phi)s(\theta) & s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde $c(\phi) = \cos(\phi)$ e $s(\phi) = \sin(\phi)$ e o mesmo vale para θ e ψ . A matriz \mathbf{R} abrange três tipos de rotação: rolagem, arfagem e guinada. Os movimentos de rolagem, arfagem e guinada são executados, respectivamente, em torno dos eixos y_B , x_B , e z_B do referencial \mathbb{B} , conforme ilustrado na Figura 3.1.

As equações do movimento de translação são obtidas aplicando-se a Segunda Lei de Newton no deslocamento linear do centro de massa do quadrrrotor (MELLINGER, 2012):

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + \mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum U_i \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

sendo que m é a massa do veículo, g é a aceleração da gravidade, $\ddot{\mathbf{r}}$ representa o vetor aceleração $[\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$ e U_i corresponde às forças de empuxo geradas pelos quatro propulsores.

A dinâmica angular pode ser obtida a partir das equações de Euler (MELLINGER, 2012):

$$\mathbf{I} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(U_2 - U_4) \\ l(U_3 - U_1) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \mathbf{I} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

em que \mathbf{I} é a matriz de momento de inércia, l é a distância entre o eixo do motor e o centro de massa do quadrrrotor, M_i são os momentos produzidos pelas rotações das pás dos propulsores e $[p \ q \ r]^T$ corresponde ao vetor velocidade angular no referencial \mathbb{B} . A relação entre o vetor $[p \ q \ r]^T$ e os ângulos de Euler – ϕ , θ , ψ – é dada por:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\theta) & 0 & -c(\phi)s(\theta) \\ 0 & 1 & s(\phi) \\ s(\theta) & 0 & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Uma vez que na modelagem em questão a estrutura do quadrrrotor é simétrica, os produtos de inércia dos eixos podem ser desconsiderados. Desta forma:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Na condição de voo pairado, considera-se que $\dot{\phi} \approx p$, $\dot{\theta} \approx q$, $\dot{\psi} \approx r$ (MELLINGER, 2012). Por conseguinte, as equações da dinâmica angular do quadrirrotor resumem-se a:

$$\ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{u_x}{I_{xx}} \quad (3.6)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{u_y}{I_{yy}} \quad (3.7)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{u_z}{I_{zz}} \quad (3.8)$$

sendo u_x , u_y , u_z os torques em torno dos eixos de \mathbb{B} gerados pelo desbalanceamento de empuxos e rotações entre os quatro motores (SANTANA e BRAGA, 2008), e são dados por:

$$u_x = l(U_2 - U_4) \quad (3.9)$$

$$u_y = l(U_1 - U_3) \quad (3.10)$$

$$u_z = (M_1 + M_3) - (M_2 + M_4) \quad (3.11)$$

Tanto a força de empuxo U como o momento M gerado pelo movimento das pás do propulsor podem ser obtidos com base no conhecimento dos seguintes parâmetros físicos (COSTA, 2008): C_t (*thrust* ou coeficiente de empuxo), C_p (*power* ou coeficiente de potência), ρ (densidade do ar) e r_h (comprimento da pá da hélice). Os valores de U e M podem ser calculados utilizando as equações (3.12) e (3.13):

$$U = K_f \omega_m^2 = \frac{4\rho r_h^4 C_t}{\pi^2} \omega_m^2 \quad [K_g m / rad^2] \quad (3.12)$$

$$M = K_m \omega_m^2 = \frac{4\rho r_h^5 C_p}{\pi^3} \omega_m^2 \quad [K_g m^2 / rad^2] \quad (3.13)$$

onde K_f , K_m e ω_m são constante de força, constante de momento e velocidade angular do eixo do motor, respectivamente.

3.2 Arquitetura do Sistema

O quadricóptero utilizado nesta dissertação é constituído de: armação, motores *brushless*, ESCs, propulsores, bateria, placa controladora de estabilidade e módulo de comunicação. Para especificação de cada uma dessas partes da arquitetura do quadricóptero, foram levados em conta os seguintes requisitos: massa, tamanho e tempo de voo.

A massa é um fator determinante na capacidade de voo do quadricóptero. Para tanto, a massa do veículo deve estar abaixo de um limite, que para o caso em questão é de 800g, visto que o peso do veículo deve ser inferior ao empuxo máximo gerado pelos quatro conjuntos de motores e propulsores.

O tamanho do quadricóptero, e por consequência a armação a ser utilizada, foi especificado para permitir voos em ambientes internos (*indoor*) e externos (*outdoor*). Com relação ao tempo de voo, o mesmo depende da capacidade de fornecimento de energia da bateria e do consumo de corrente da parte elétrica do veículo.

3.2.1 Armação

A armação é a estrutura mecânica onde são fixadas todas as partes do quadricóptero. A escolha ou o projeto de construção da armação deve levar em consideração os seguintes requisitos fundamentais (SOUSA, 2011): estrutura rígida e simétrica, centro de massa localizado no centro de gravidade do veículo, os materiais devem ser leves e resistentes, e as vibrações produzidas pela rotação dos motores devem ser atenuadas visto que os sensores de bordo (o acelerômetro em particular) são sensíveis a vibrações.

A armação utilizada nesta dissertação é mostrada na Figura 3.2¹. É constituída de fibra de vidro, e foi montada em estrutura de cruz. Nas extremidades foram fixados os motores, e no centro da estrutura foram alocados os sensores, a placa de controle de estabilidade, o módulo de comunicação e a bateria (Figura 3.3).

¹ Fonte: http://mystery.en.alibaba.com/product/601148993-219463890/X600_V3_4_AXIS_Multi_Glass_Fiber_Frame_Quadcopter.html. Acesso em: out. 2014



Figura 3.2. Armação modelo X600.

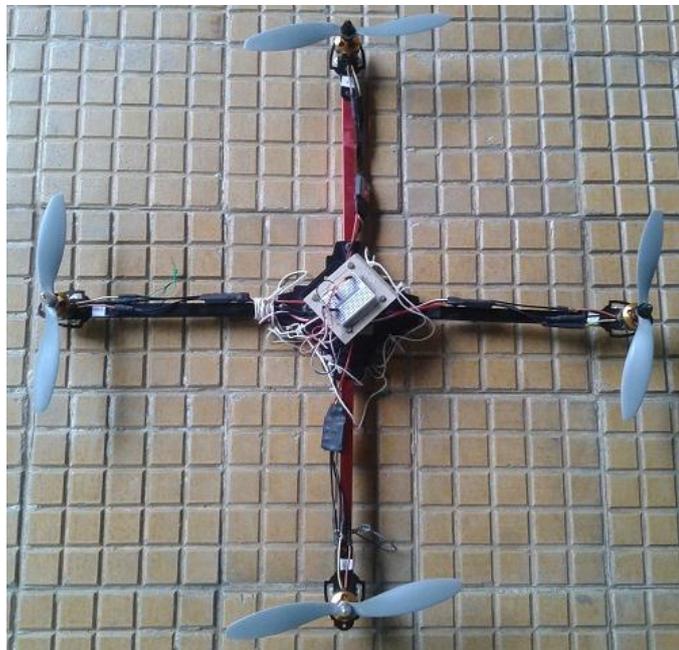


Figura 3.3. Quadrirrotor montado para dissertação.

3.2.2 Motor *brushless* DC

Motor *brushless* DC (BLDC) é um tipo de motor que não possui sistema de comutação mecânico (BARATIERI, 2011). Esse motor é constituído de um estator de eletroímãs e um rotor de ímãs permanentes. A comutação é realizada por um dispositivo eletrônico que controla o acionamento dos eletroímãs do estator. Quanto ao rotor, o BLDC pode ser de rotor exterior ou de rotor interior.

O BLDC apresenta algumas vantagens em relação aos motores DC com escova (MELO, 2010), (SOUSA, 2011):

- a comutação é realizada eletronicamente. Isto gera menos ruído e aumenta a vida útil do motor;

- rendimento elevado, que é uma característica essencial para sistemas alimentados por bateria;
- permite torque mais elevado com peso e tamanho reduzidos, o que é uma grande vantagem, visto que peso e espaço são pontos críticos em quadricópteros.

O motor utilizado nesse trabalho é um BLDC sem sensor com rotor exterior da Figura 3.4².



Figura 3.4. BLDC modelo A2212/13T de 1000KV com acessórios.

3.2.3 ESC

Electronic Speed Control ou ESC é um dispositivo eletrônico que realiza o controle de velocidade em malha fechada de um motor DC com escova ou sem escova (MELO, 2010). Alguns ESCs podem vir com sensores *hall* ou fotoelétricos para determinar a posição do rotor e realizar o controle de velocidade. Já os mais utilizados comercialmente são do tipo sem sensor (ESC *sensorless*), que medem a força contra – eletromotriz (FCEM) induzida nos enrolamentos do estator através de divisores resistivos.

Um exemplo de um ESC para motor BLDC é mostrado na Figura 3.5³. É constituído de um circuito inversor de frequência trifásico e de um circuito de controle. O inversor de frequência realiza o acionamento do motor. Isto é feito alimentando-se os três enrolamentos (fases) do estator em uma sequência ordenada. A sequência de alimentação de cada enrolamento é determinada pelo circuito de controle, que a partir da medição da posição do rotor e da sua velocidade, envia um sinal PWM (*Pulse Width Modulation*) que ativa um dos três pares de transistores do circuito inversor.

² Fonte: <http://www.amazon.com/BestDealUSA-KV1000-Brushless-Multi-copter-Aircraft/dp/B009J5OOAY>. Acesso em: out. 2014.

³ Fonte: <http://www.johnsonelectric.com/en/resources-for-engineers/automotive-applications/motion-technology/ec-motor-brushless.html>. Acesso em: out. 2014.

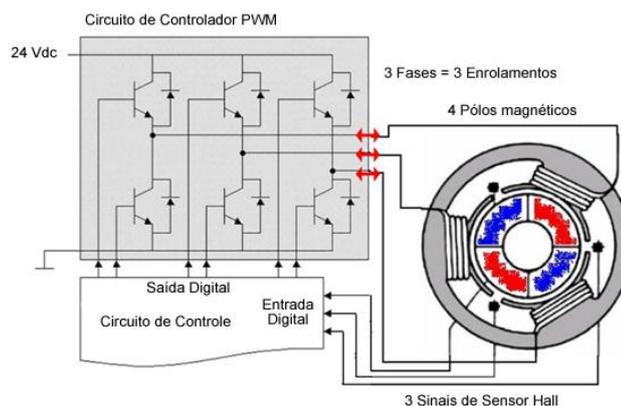


Figura 3.5. Inversor PWM trifásico juntamente com circuito de controle de um ESC de 24Vdc com sensor.

Neste trabalho foi usado o ESC *sensorless* com BEC⁴ (*Battery Eliminator Circuit*) da Figura 3.6⁵. Este ESC possui entradas de alimentação para uma bateria de duas células (7,4 Volts) ou três células (11,1 Volts), uma entrada PWM que serve para configuração de funcionamento do ESC e mudança de velocidade, uma saída de 5 Volts utilizada para alimentar um radio receptor e/ou uma placa controladora de estabilidade, e três saídas para alimentar o motor. A entrada PWM aceita sinais com período de 20 milissegundos, largura de pulso mínima de 1 milissegundo e máxima de 2 milissegundos. É a alteração da largura de pulso que permite a mudança de velocidade do motor e, também, a configuração de funcionamento do ESC.



Figura 3.6. ESC modelo Hobbywing Skywalker 20A com BEC de 2A.

⁴ BEC é um dispositivo que converte a tensão da bateria em 5 Volts ou 6 Volts para alimentar, por exemplo, um receptor ou servo de aeromodelo. Cf: <http://aerotagua.blogspot.com.br/2010/08/assunto-tecnico-como-funciona-o-escbec.html>. Acesso em: out. 2014.

⁵ Fonte: http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/uh_viewItem.asp?idProduct=5687. Acesso em: out. 2014.

3.2.4 Propulsor

A finalidade do propulsor é transformar a velocidade de rotação do eixo do motor em empuxo, que é gerado empurrando o ar em direção perpendicular ao plano de rotação do propulsor (MCKERROW, 2004). O sentido do fluxo de ar é determinado pelo formato da hélice, e o movimento das pás da hélice está sujeito à resistência do ar, que produz uma força de atrito denominada força de arrasto.

A escolha do propulsor deve ser feita em conjunto com a do motor (CARLOS *et al.*, 2009). Isto porque o propulsor inadequado para o motor em uso pode acarretar em aumento de consumo de energia, e/ou produzir empuxo insuficiente para sustentar o quadricóptero.

Os propulsores de quadricópteros são especificados de acordo com o tipo de material (plástico, madeira e fibra de carbono por exemplo), o passo, número de pás (duas ou três por exemplo) e as dimensões de cada pá.

O modelo utilizado nesta dissertação é mostrado na Figura 3.7⁶. Vale ressaltar que são necessários um par de hélices de passo normal (SF) e outro par de passo invertido (SFP) para evitar que o quadricóptero gire de modo descontrolado.



Figura 3.7. Propulsor modelo APC 9 x 4.7.

3.2.5 Bateria

A bateria é um elemento chave para o funcionamento do quadricóptero, uma vez que é responsável por fornecer a energia necessária para alimentar os motores, ESCs, sensores, o módulo de comunicação e a placa de controle de estabilidade. A sua escolha deve ser feita levando-se em consideração os seguintes fatores (SOUSA, 2011): densidade energética, massa, manutenção e custo.

No mercado há disponíveis diversos tipos de baterias como Níquel – Cádmio (NiCd), Níquel – Metal – Hidreto (NiMH), Lítio – Polímero (LiPo) e Chumbo – Ácido (Pb). Nesta

⁶ Fonte: http://e-hely.com/index.php?route=product/product&product_id=6278. Acesso em: nov. 2014.

dissertação foi usada uma bateria do tipo LiPo (Figura 3.8⁷), devido a sua elevada densidade energética, alta taxa de descarga e massa reduzida.



Figura 3.8. Bateria Turnigy modelo nano-tech 3S (11,1Volts) 3000mAh 25-50C.

A bateria escolhida é constituída por três células de 3,7 Volts ligadas em série, 3000mAh de amperagem por célula, capacidade de descarga em funcionamento normal de 25C com picos de 50C, dimensões de 150mm x 43mm x 17mm e massa de 231 gramas.

A configuração de três células ligadas em série resulta em tensão nominal de 11,1 Volts, sendo que a máxima tensão que a bateria pode atingir é de 12,6 Volts (4,2 Volts por célula) e o valor mínimo é de 9 Volts (3 Volts por célula) (SOUSA, 2011).

A taxa de descarga de 25C significa que a bateria em questão é capaz de fornecer 25 vezes a sua capacidade nominal de corrente, ou seja, 75A em funcionamento normal. Seguindo o mesmo raciocínio o valor de pico de corrente é de 150A por tempo limitado.

Vale ressaltar que essa bateria suporta os quatro motores em velocidade máxima (48A total – 12A por motor), juntamente com as placas, dispositivos eletrônicos e sensores utilizados no quadrirrotor.

3.2.6 Placa Controladora de Estabilidade

A placa controladora de estabilidade, mostrada na Figura 3.9, é composta por uma placa Arduino Nano V3.0, uma unidade de medida inercial MPU 6050 e pinos de conexão com os ESCs e com o módulo de comunicação. Todo o gerenciamento da placa controladora de estabilidade é executado por um código-fonte gravado no microcontrolador do Arduino Nano.

⁷ Fonte: http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-560450783-bateria-de-lipo-turnigy-nano-tech-3s-3000mah-111v-25-50c-_JM. Acesso em: nov. 2014.

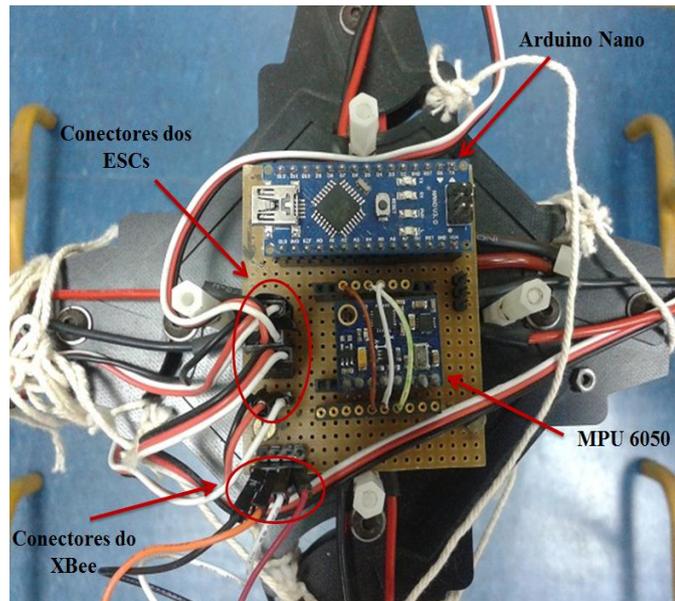


Figura 3.9. Placa controladora de estabilidade montada no centro da armação do quadrrrotor.

O Arduino Nano V3.0 (Figura 3.10⁸) é um placa baseada no microcontrolador ATmega328. Possui as mesmas funcionalidades da placa Arduino Diecimila, porém em um encapsulamento menor. Na Tabela 3.1⁹ são apresentadas as principais especificações do Arduino Nano:

Tabela 3.1. Especificações do Arduino Nano V3.0.

Microcontrolador	ATmega328
Tensão de operação (nível lógico)	5 Volts
Tensão de entrada (recomendada)	7 – 12 Volts
Tensão de entrada (limites)	6 – 20 Volts
Pinos digitais de entrada e saída (I/O)	14 dos quais 6 podem ser configurados como saídas PWM
Pinos de entrada analógica	8
Corrente por pino I/O	40 mA
Memória Flash	32 KBytes sendo 2KBytes destinados ao <i>bootloader</i>
Memória SRAM	2 KBytes
Memória EEPROM	1 KByte
<i>Clock</i>	16 MHz
Dimensões	0,73 x 1,70 em polegadas

⁸ Fonte: <http://www.robotshop.com/en/arduino-nano-usb-microcontroller-v3-no-headers.html>. Acesso em: nov. 2014.

⁹ Adaptado de: <http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardNano>. Acesso em nov. 2014.



Figura 3.10. Placa Arduino Nano V3.0.

No microcontrolador do Arduino Nano está gravado o código-fonte de gerenciamento da placa controladora de estabilidade. Esse código realiza a configuração do Arduino (por exemplo: definir os pinos de entrada e de saída digitais; definir quais pinos digitais serão utilizados como saída PWM; configurar a comunicação serial entre o Arduino e o módulo de comunicação) conforme o seu propósito no veículo. Além disso, o código-fonte executa sub-rotinas de:

- comunicação com o computador remoto;
- controle de estabilidade angular;
- comunicação com a MPU 6050;
- geração dos sinais PWM utilizados pelos ESCs.

O propósito do Arduino Nano é ilustrado na Figura 3.11. Observe que o Arduino é o elemento chave do funcionamento da placa controladora de estabilidade. A geração dos sinais PWM utilizados pelos ESCs como referência de velocidade dos motores, a coleta de dados de posição angular estimados pela MPU 6050 e o envio e recepção de dados via Xbee entre o computador remoto e o quadricóptero são funções desempenhadas pelo Arduino.

A MPU 6050 (Figura 3.12¹⁰) é um sensor de medida inercial que mede a orientação angular (ângulos *roll*, *pitch* e *yaw*) e a taxa de variação angular (velocidades angulares *rate_roll*, *rate_pitch* e *rate_yaw*) de um objeto (SALES *et al.*, 2014). Este dispositivo possui um acelerômetro de 3 eixos, um giroscópio de 3 eixos, um magnetômetro de 3 eixos e um processador digital denominado DMP (*Digital Motion Processor*). Além disso, possui um filtro passa-baixa configurável para atenuação de ruídos.

O DMP da MPU 60560 realiza a fusão sensorial de dados do acelerômetro, giroscópio e magnetômetro a fim de estimar os ângulos de atitude, de modo que o Arduino Nano não necessita efetuar essa tarefa.

A leitura dos dados da MPU 6050 bem como a configuração de seus registradores é realizada por meio de uma interface de comunicação I²C (*Inter-Integrated Circuit*).

¹⁰ Fonte: <http://playground.arduino.cc/Main/MPU-6050>. Acesso em: dez. 2014.

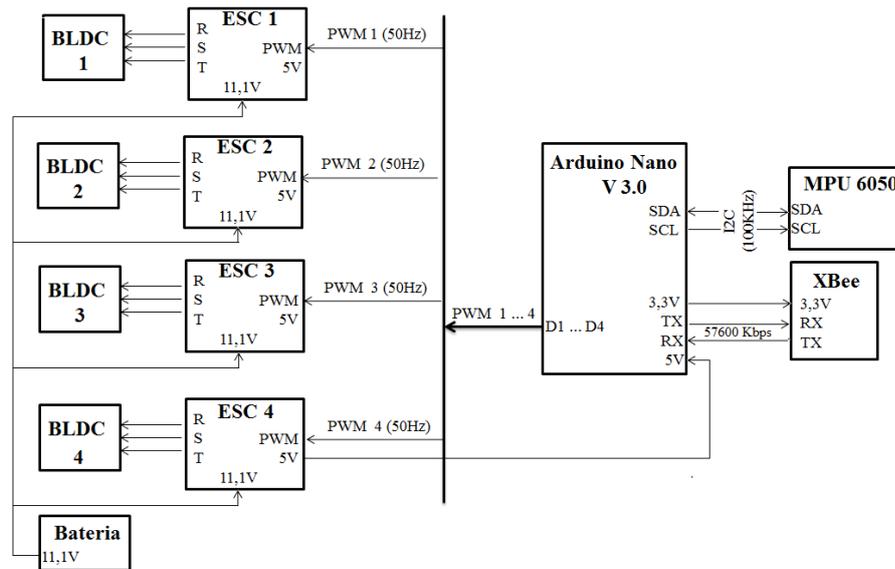


Figura 3.11. Esquemático de ligação do Arduino Nano com os ESCs, MPU 6050 e Xbee.



Figura 3.12. Placa GY-521 com sensor MPU 6050 (no centro).

3.2.7 Módulo de Comunicação

O módulo de comunicação do quadricóptero (Figura 3.13¹¹) é constituído por um módulo Xbee¹² conectado ao Arduino. É responsável por transmitir dados de telemetria do veículo como ângulos de atitude, taxa de variação angular e sinais de controle PWM aplicados aos controladores de velocidade, bem como receber comandos de um computador remoto, como sintonia dos ganhos dos controladores de estabilidade e dos estimadores de estados, PWM de referência dos ESCs e comando de partida e parada dos motores.

¹¹ Fonte: <http://www.labdegaragem.org/loja/xbee-1mw-wire-antenna.html>. Acesso em: dez. 2014.

¹² O Xbee é um módulo de comunicação RF (Rádio Frequência), padrão IEEE 802.15.4, para aplicações industriais. Cf: <http://labdegaragem.com/profiles/blogs/tutorial-como-utilizar-o-xbee>. Acesso em: dez. 2014



Figura 3.13. Módulo Xbee para comunicação serial.

O Xbee foi configurado para utilizar comunicação serial a 57600 Kbps. Os dados de telemetria do veículo, enviados por um Xbee fixado na armação do quadricóptero, são acessados por outro módulo Xbee acoplado a uma porta USB (*Universal Serial Bus*) do computador remoto. Para configurar o Xbee, visualizar os dados recebidos e enviar comandos ao quadricóptero, foi utilizado o *software* X-CTU, desenvolvido pelo próprio fabricante do Xbee.

CAPÍTULO 4

4 PROJETO DO CONTROLADOR

Neste capítulo será abordado o projeto do controlador proposto para estabilização angular do quadricóptero, abrangendo a parte de estrutura e sintonia. O controlador proposto para cada ângulo de atitude apresenta estrutura combinada PD/H₂, com dois controladores PD e um controlador H₂ em cascata. É dado enfoque especial à sintonia do controlador H₂, realizada a partir da solução de um problema de otimização apresentado sobre a forma de LMIs.

4.1 Estrutura

O controle de estabilidade angular do quadricóptero é realizado por três blocos controladores, sendo cada bloco responsável pelo controle de cada um dos três ângulos de atitude, conforme ilustrado na Figura 4.1.

Os ângulos de atitude *roll*, *pitch* e *yaw* aqui representados, na ordem, por $-\phi$, θ , ψ e as velocidades angulares do veículo em cada eixo de atitude $-\text{rate}_\phi$, rate_θ , rate_ψ são estimados pelo sensor **MPU 6050** e enviados aos blocos **C_roll**, **C_pitch** e **C_yaw**.

Os sinais de controle u_{roll} , u_{pitch} e u_{yaw} provenientes dos três blocos obedecem a uma lei de controle. Esta lei define o comportamento dinâmico e estacionário do sistema, de acordo com os ângulos e as velocidades de atitude. Os sinais de controle são, então, convertidos em comandos PWM para os controladores de velocidade dos motores do quadricóptero.

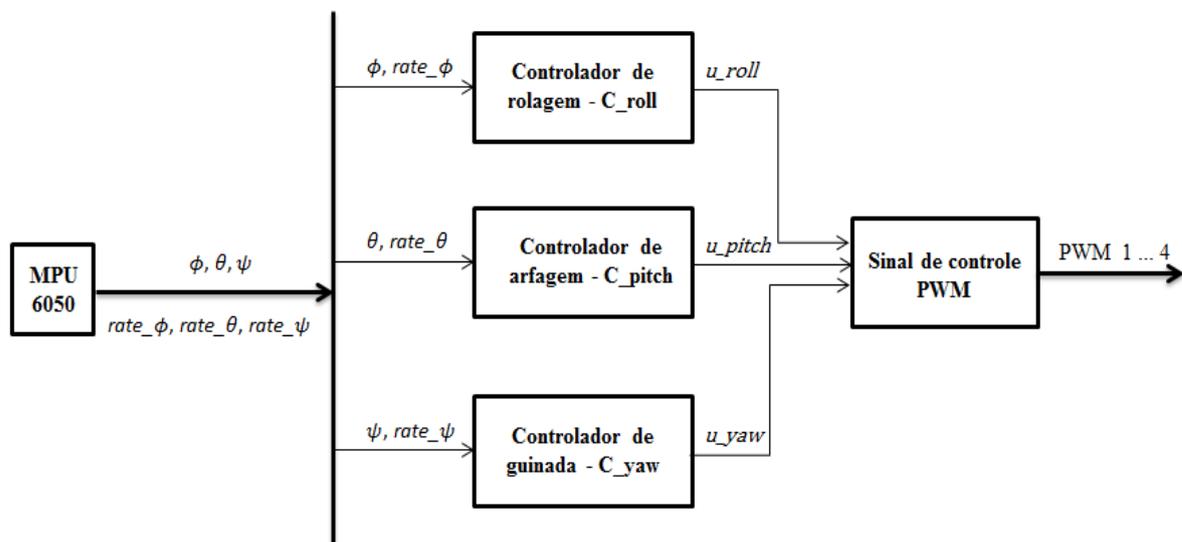


Figura 4.1. Diagrama em blocos do controle de atitude.

Os três blocos controladores de atitude apresentam uma estrutura interna composta de quatro sub-blocos, conforme ilustrado na Figura 4.2, sendo que:

- **C_gyro** – controlador PD (Proporcional-Derivativo) da velocidade angular. Responsável por estabilizar a velocidade angular do eixo de atitude referido.
- **C_acel** – controlador PD para referência de zero. Responsável por estabilizar o eixo de atitude correspondente na posição 0° .
- **C_r** – controlador H_2 por realimentação de estados. Altera a resposta dinâmica do sistema conforme especificação de desempenho.
- **EST** – estimador. Este bloco realiza a estimação dos estados que serão realimentados para o controlador **C_r**.

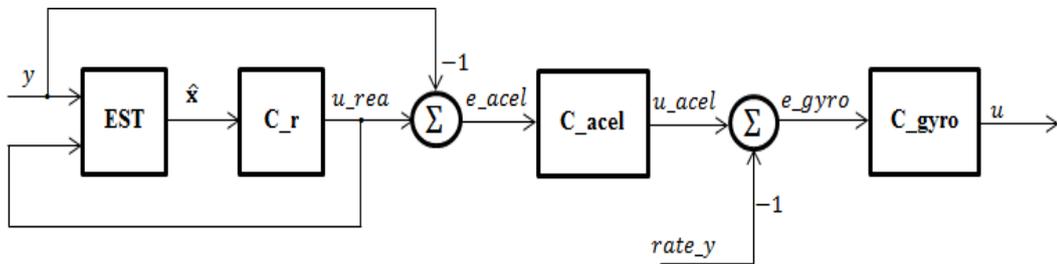


Figura 4.2. Estrutura interna dos blocos controladores de atitude.

O sinal no instante k proveniente de **C_r**, u_rea , segue a lei de controle dada por:

$$u_rea(k) = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(k) \quad (4.1)$$

sendo \mathbf{K} a matriz de ganho do controlador **C_r** e $\hat{\mathbf{x}}$ o vetor de amostras de variáveis de estados estimadas por **EST**.

A saída atual do controlador **C_acel**, u_acel , obedece à lei de controle discreta apresentada em (4.2):

$$u_acel(k) = \left(Kp_acel + \frac{Kd_acel}{T} \right) e_acel(k) - \frac{Kd_acel}{T} e_acel(k-1) \quad (4.2)$$

onde T é o tempo de amostragem e e_acel é a amostra do erro entre u_rea e y , ou seja:

$$e_acel(k) = u_rea(k) - y(k) \quad (4.3)$$

sendo y o ângulo de atitude no instante k .

A Expressão (4.2) representa a implementação de um controlador PD discretizado pelo método de Euler avançado (*forward Euler*)¹³, cuja a sintonia, ou seja a escolha dos ganhos Kp_{acel} e Kd_{acel} , é realizada por métodos empíricos.

O sinal de controle u obedece à mesma lei apresentada em (4.2). Desta forma:

$$u(k) = \left(Kp_{gyro} + \frac{Kd_{gyro}}{T} \right) e_{gyro}(k) - \frac{Kd_{gyro}}{T} e_{gyro}(k-1) \quad (4.4)$$

onde e_{gyro} é a amostra do erro entre u_{acel} e $rate_y$:

$$e_{gyro}(k) = u_{acel}(k) - rate_y(k) \quad (4.5)$$

sendo $rate_y$ a amostra da velocidade angular no eixo de atitude.

4.2 Sintonia

O processo de sintonia de **C_roll**, **C_pitch** e **C_yaw** é realizado conforme o algoritmo apresentado a seguir:

1. afixar as extremidades do eixo de atitude perpendicular ao eixo a ser controlado, conforme ilustrado na Figura 5.1. Exemplo: para o teste do ângulo *roll*, afixar o eixo de arfagem (*pitch*). Já para o ângulo *yaw*, afixar a parte central do quadricóptero, conforme mostrado na Figura 5.2;
2. escolher os ganhos de **C_gyro** conforme a seção 4.2.1. Aplicar uma força nas extremidades do eixo de atitude em questão e verificar a resposta da velocidade angular. Para o ângulo *yaw*, a força pode ser aplicada tanto em uma das extremidades do eixo de arfagem quanto do eixo de rolagem;
3. escolher os ganhos de **C_acel** conforme mostrado na seção 4.2.2, desconsiderando o ganho de **C_r**. Aplicar uma força nas extremidades do eixo de atitude e verificar se a resposta do ângulo de atitude se estabiliza próximo (+/- 5 graus de tolerância) do ângulo de referência (zero grau). Eventuais ajustes nos ganhos de **C_acel** podem ser realizados para melhorar a resposta dinâmica do ângulo de atitude em questão;
4. com os ganhos de **C_acel** e **C_gyro** obtidos nas etapas 2 e 3, obter o modelo em espaço de estados para o referido ângulo de atitude conforme seção 4.2.3;

¹³ Cf: BAPTISTA, L. F. Instrumentação e Controlo Capítulo X Controladores Digitais. *Escola Superior Náutica Infante D. Henrique*. Disponível em: http://www.enautica.pt/publico/professores/baptista/instrum/slides_IC_cap10.pdf. Acesso em: jul. 2014.

5. a partir do modelo em espaço de estados da etapa 4, obter os ganhos de C_r e EST conforme 4.2.3 e 4.2.4, respectivamente;
6. avaliar o desempenho dos controladores propostos de acordo com os testes mostrados no Capítulo 5.

4.2.1 Sintonia de C_{gyro}

Os ganhos de C_{gyro} são escolhidos com base na influência que os mesmos produzem na resposta dinâmica de $rate_y$ em malha fechada, desconsiderando os efeitos de C_r e C_{acel} . As Figuras 4.3 e 4.4 mostram a resposta dinâmica de $rate_y$ e u para diferentes ganhos de C_{gyro} :

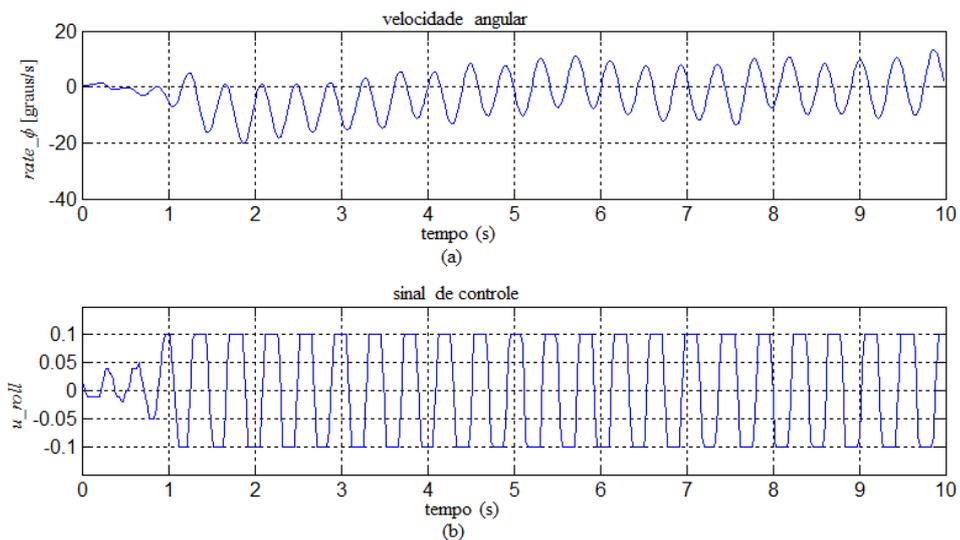


Figura 4.3. Resposta em malha fechada de $rate_y$ ($y = \phi$) e u ($u = u_{roll}$), para $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,1$. Teste realizado para PWM de referência em $1200\mu s$ nos controladores de velocidade dos motores do eixo de rolagem.

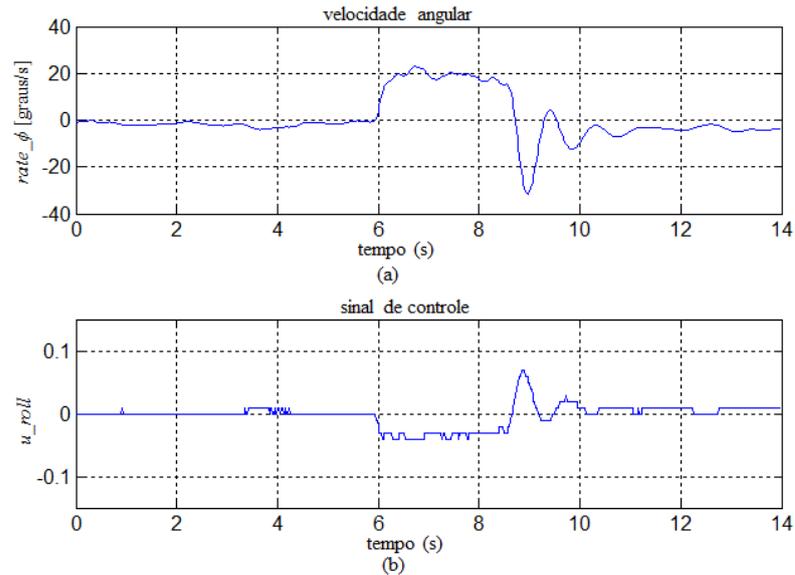


Figura 4.4. Resposta em malha fechada de $rate_y$ ($y = \phi$) e u ($u = u_roll$), para $Kp_gyro = 0,1$ e $Kd_gyro = 0,02$. Teste realizado para PWM de referência em $1200\mu s$.

Nota-se que a resposta em malha fechada de $rate_y$ para o primeiro caso (Figura 4.3) apresenta comportamento oscilatório permanente. Tal comportamento é gerado pela saturação do sinal de controle, caracterizada pela alternância entre os valores máximo (0,1) e mínimo (-0,1) de u .

Já na Figura 4.4 observa-se que a resposta de $rate_y$ é estável e próxima de zero, com exceção no intervalo de tempo de 6s a 10s. Isto porque, nesse intervalo foi aplicada ao eixo de rolagem do quadricóptero uma perturbação momentânea para avaliar a reação de $rate_y$ e u .

Conforme observado nos casos ilustrados nas Figuras 4.3 e 4.4, os ganhos de **C_gyro** definem o comportamento dinâmico da velocidade angular no eixo de atitude em questão. Kd_gyro , por exemplo, pode ser alterado para melhorar o tempo de resposta do sistema, tornando o controlador mais sensível a variações de velocidade (como as ocasionadas por perturbações por exemplo). Isto deve ser feito sem que ocorra saturação do sinal de controle. Já Kp_gyro é ajustado para aumentar a compensação efetuada pelo controlador, de modo que a velocidade angular fique próxima de zero. A mesma recomendação em relação à saturação é aplicada para o ajuste de Kp_gyro .

Vale ressaltar que os testes apresentados podem ser replicados para os eixos de arfagem (*pitch*) e guinada (*yaw*). Outra ressalva é em relação ao tempo de amostragem T_s . O valor de T_s escolhido, por tentativa e erro, foi de 20ms. Este valor para T_s inclui o tempo de processamento dos sinais enviados pela **MPU6050** e o tempo de execução do algoritmo de controle. É possível trabalhar com valores maiores de T_s , sob o risco de prejudicar o

desempenho do controlador ou, até mesmo, instabilizar o sistema em malha fechada para quaisquer valores de ganhos de sintonia.

4.2.2 Sintonia de C_{acel}

A sintonia de C_{acel} depende da sintonia de C_{gyro} , uma vez que a estabilização dos três ângulos de atitude depende do controle das velocidades angulares. A escolha dos ganhos de C_{acel} é realizada com base na resposta em malha fechada do ângulo de atitude em questão. Para tanto, podem ser utilizados métodos empíricos de sintonia em malha fechada, como os métodos de Ziegler-Nichols e de Tyreus-Luyblen.

Tanto o método de Ziegler-Nichols como o de Tyreus-Luyblen são baseados no conhecimento do ponto de intersecção da curva de Nyquist da função de transferência do sistema com o eixo real negativo (AL-YOUNES, 2009). Quando a curva de Nyquist intercepta o ponto -1 do eixo real, o sistema em malha fechada atinge o limite de estabilidade que é caracterizada por uma oscilação permanente. O ganho necessário para gerar a oscilação permanente é denominado de *ganho crítico*¹⁴ (Ku), e o período de oscilação é conhecido como *período crítico*¹⁵ (Tu). Para determinar Ku e Tu , procede-se da seguinte forma:

- zerar os ganhos integral e derivativo (Ki e Kd) do controlador PID. Para o controlador PD, basta zerar o ganho derivativo;
- aumentar de forma gradativa o ganho proporcional Kp do controlador até que o sistema comece a oscilar;
- os ganhos de sintonia do controlador PD são obtidos considerando um controlador PID sem ação integral.

A Figura 4.5 mostra a resposta do ângulo de rolagem para $Ku = 0,45$. Para esta situação, Tu obtido foi de 0,72 segundos. Nota-se que a oscilação do ângulo *roll* é permanente, e não ocorre saturação do sinal de controle. Uma vez que os parâmetros Ku e Tu são conhecidos, os ganhos Kp_{acel} e Kd_{acel} são calculados com base nas Tabelas 4.1 e 4.2, dependendo do método de sintonia a ser utilizado. Vale ressaltar que a sintonia de C_{acel} para os ângulos *pitch* e *yaw* é realizada da mesma forma apresentada para o ângulo *roll*.

¹⁴ Cf: <http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/apostila/node42.html>. Acesso em: dez. 2014

¹⁵ Cf: <http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/apostila/node42.html>. Acesso em: dez. 2014

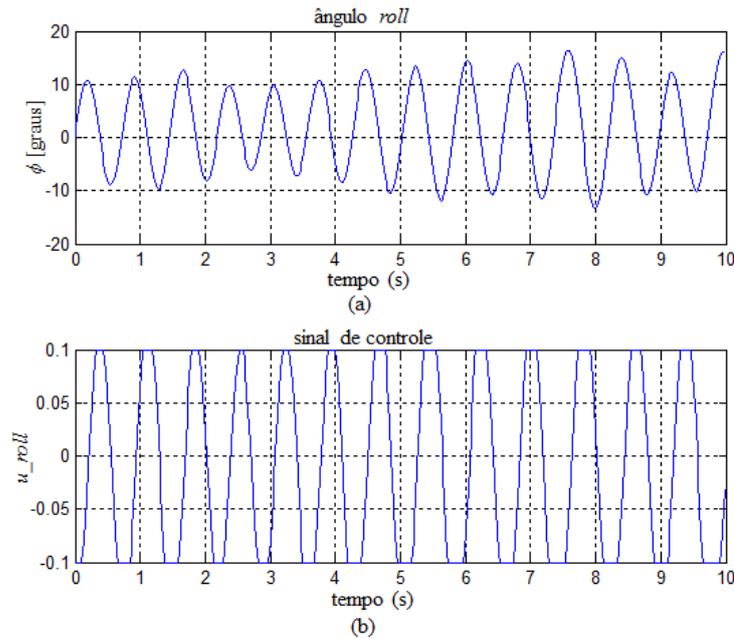


Figura 4.5. Resposta em malha fechada do ângulo roll – ϕ – para $Kp_{acel} = 0,45$ e $Kd_{acel} = 0$. Teste realizado para $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,02$, considerando PWM de referência em $1200\mu s$ aplicados aos controladores de velocidade dos motores de rolagem.

Tabela 4.1. Ganhos de sintonia de acordo com o método de Ziegler-Nichols.

Controlador	Kp	Ki	Kd
P	$0,5.Ku$		
PI	$0,4.Ku$	$0,5.(Ku/Tu)$	
PID	$0,6.Ku$	$1,2.(Ku/Tu)$	$0,075.Ku.Tu$

Tabela 4.2. Ganhos de sintonia de acordo com o método de Tyreus-Luyblen.

Controlador	Kp	Ki	Kd
PI	$0,3125.Ku$	$0,142.(Ku/Tu)$	
PID	$0,4545.Ku$	$0,206.(Ku/Tu)$	$0,075.Ku.Tu$

Os ganhos de **C_acel** para o ângulo de rolagem, considerando os dois métodos de sintonia apresentados, são mostrados na Tabela 4.3. As respostas do ângulo de rolagem podem ser visualizadas nas Figuras 4.6 e 4.7. Na Figura 4.6 é mostrada a resposta do ângulo ϕ considerando **C_acel** sintonizado usando o método de Ziegler-Nichols, enquanto que na Figura 4.7, **C_acel** foi sintonizado usando o método de Tyreus-Luyblen. Nota-se que a resposta de ϕ apresentou sobressinal e tempo de acomodação menores para **C_acel** sintonizado pelo método de Tyreus-Luyblen.

Vale ressaltar que eventualmente são realizados ajustes nos ganhos do controlador de modo a obter uma resposta desejada. No caso em questão, Kd_{acel} foi zerado a fim de

atenuar oscilações presentes na resposta de ϕ . Desta forma, **C_avel** se tornou a um controlador proporcional.

Tabela 4.3. Ganhos de C_avel para ângulo ϕ .

Método de Sintonia	Kp_{avel}	Kd_{avel}
Ziegler-Nichols	0,27	0,0243
Tyres-Luyblen	0,2045	0,0243

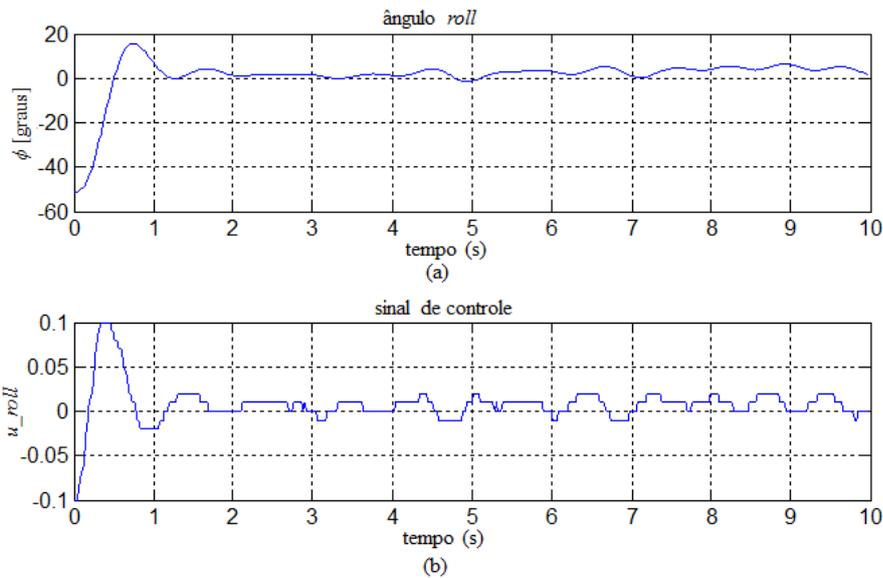


Figura 4.6. Resposta em malha fechada para C_avel sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols. Teste realizado para $Kd_{avel} = 0$, $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,02$, considerando PWM de referência em $1200\mu s$ e condição inicial de $\phi = -50^\circ$.

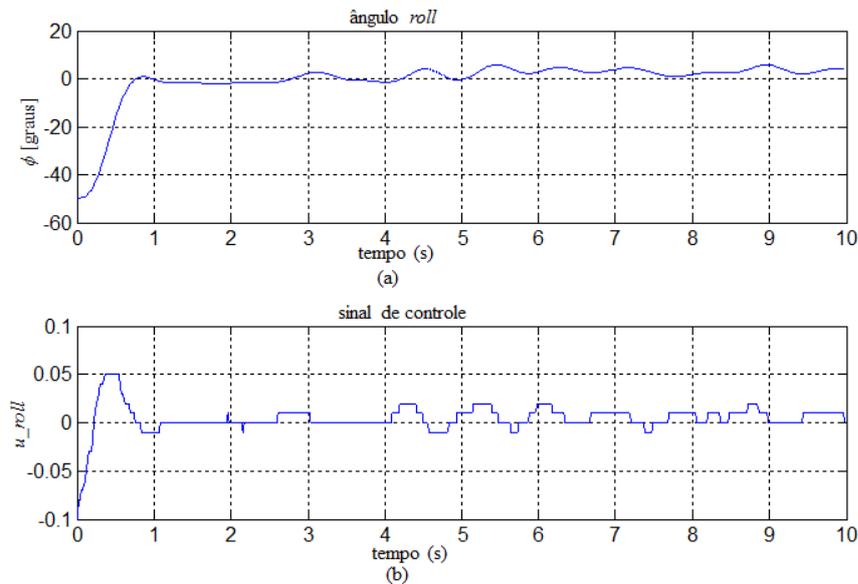


Figura 4.7. Resposta em malha fechada para C_avel sintonizado pelo método de Tyres-Luyblen. Teste realizado para $Kd_{avel} = 0$, $Kp_{gyro} = 0,1$ e $Kd_{gyro} = 0,02$, considerando PWM de referência em $1200\mu s$ e condição inicial de $\phi = -50^\circ$.

4.2.3 Sintonia de C_r

A sintonia de C_r é realizada por meio da escolha do ganho \mathbf{K} . Este ganho é determinado a partir da resolução de um problema de otimização convexo apresentado na forma de LMIs.

A resposta dinâmica do sistema a ser controlado pode ser ajustada com a alocação de polos dentro de uma determinada região de interesse. Esses polos atuam no regime transitório e permanente do sistema, tornando-a mais rápida ou lenta, com ou sem *overshoot*, por exemplo. A região de alocação de polos pode ser descrita, também, na forma de LMI.

O uso de LMIs tem a vantagem de facilitar o projeto de controladores por realimentação de estados para sistemas incertos descritos na forma de incertezas politópicas. Caso o sistema a ser controlado seja conhecido, obtém-se a mesma a solução da abordagem por Riccati em projetos de controladores H_2 (ver Aguirre (2007)).

Linear Matrix Inequality – LMI

Segundo Boyd *et al.* (1994) uma LMI é uma desigualdade descrita da seguinte forma:

$$\mathbf{F}(x) = \mathbf{F}_0 + \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{F}_i > 0 \quad (4.6)$$

sendo que $x \in R^m$ a variável, $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i^T \in R^{n \times n}$ matrizes simétricas e $\mathbf{F}(x) > 0$ significa que $\mathbf{F}(x)$ é uma matriz definida positiva, ou seja, a função quadrática associada a $\mathbf{F}(x)$, $\mathbf{u}^T \mathbf{F}(x) \mathbf{u} > 0$ para todo $\mathbf{u} \in R^n$. Em outras palavras $\mathbf{F}(x)$ é uma matriz que apresenta autovalores positivos. Vale lembrar que uma LMI pode não apresentar a forma da Expressão (4.6) explicitamente, como a desigualdade de Lyapunov mostrada em (4.7):

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} < 0 \quad (4.7)$$

onde $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$ é uma matriz conhecida, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ uma variável matricial e o sinal “ < 0 ” indica que a matriz é definida negativa, isto é, seus autovalores são negativos. De certo (4.7) é uma LMI e pode ser colocada na forma apresentada em (4.6) (demostrada em Boyd *et al.* (1994)).

O conjunto solução de uma LMI é convexo (AGUIRRE, 2007). Esta característica é essencial na formulação de problemas de otimização convexos sujeitos a restrições descritas por desigualdades matriciais lineares. Restrições descritas por LMIs podem ser utilizadas, por exemplo, em projetos de controle de sistemas lineares que apresentem incertezas paramétricas (vide Aguirre (2007)).

Existem disponíveis programas computacionais especializados na resolução de LMIs, tais como: SeDuMi, LMI Solver, Yalmip e LMI Lab do Matlab. Nesta dissertação foi utilizado o LMI Lab na resolução de problemas com LMIs.

Complemento de Schur

O complemento de Schur tem diversas aplicações na matemática e na engenharia (NESPOLI e GONZAGA, 2013), podendo ser utilizado para converter desigualdades matriciais não lineares (convexas) em LMI. Para tanto, considere a LMI apresentada em (4.8):

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{C} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.8)$$

O complemento de Schur de \mathbf{X} em relação a \mathbf{A} , $\mathbf{A} > 0$, é dado por:

$$\mathbf{C} - \mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} > 0 \quad (4.9)$$

E em relação a \mathbf{C} , $\mathbf{C} > 0$:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^T > 0 \quad (4.10)$$

As Expressões (4.9) e (4.10) são equivalentes a (4.8). Como exemplo, considere a desigualdade não linear convexa:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} < 0 \quad (4.11)$$

onde \mathbf{A} , \mathbf{B} , $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T$ e $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ são matrizes conhecidas e $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ é uma variável matricial. Multiplicando (4.11) por -1:

$$-\mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} > 0 \Rightarrow -\mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{P} \mathbf{B})^T > 0$$

que resulta em:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{Q} & \mathbf{P} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P} & \mathbf{R} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.12)$$

O artifício de transformar desigualdades matriciais não lineares em LMIs usando o complemento de Schur pode ser utilizado em projetos de controladores por realimentação de estados, tais como controle H_2 , H_∞ , H_2/H_∞ por exemplo.

Controle H_2 discreto usando LMIs

Considere o sistema realimentado da Figura 4.8:

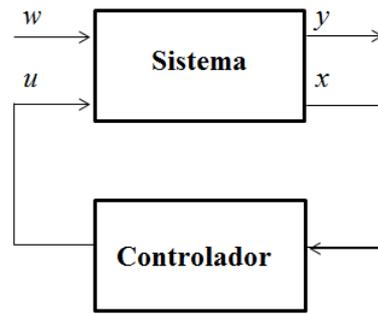


Figura 4.8. Sistema em malha fechada com realimentação de estados.

onde w e u representam, na ordem, as entradas exógenas e controladas, y e x representam, respectivamente, as saídas reguladas e medidas (variáveis de estados). O sistema é descrito em espaço de estados, como exemplificado em (4.13):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u + \mathbf{B}_w w \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{D}u \\ u &= \mathbf{K}x\end{aligned}\quad (4.13)$$

O problema de controle H_2 padrão consiste em determinar um valor de \mathbf{K} que estabilize o sistema e que minimize a norma H_2 da matriz de transferência de w para y (AGUIRRE, 2007):

$$\mathbf{T}_{yw}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f & \mathbf{B}_w \\ \mathbf{C}_f & \mathbf{0} \end{bmatrix}\quad (4.14)$$

onde $\mathbf{A}_f = \mathbf{A} + \mathbf{BK}$ e $\mathbf{C}_f = \mathbf{C} + \mathbf{DK}$. O cômputo da norma H_2 de \mathbf{T}_{yw} pode ser feito em termos do Grammiano de observabilidade ou controlabilidade. Usando o Grammiano de observabilidade para o cômputo da norma H_2 :

$$\|\mathbf{T}_{yw}\|_2^2 = \text{Tr}[\mathbf{B}_w^T \mathbf{X}_0 \mathbf{B}_w]\quad (4.15)$$

onde $\text{Tr}[\cdot]$ significa traço da matriz $[\cdot]$, $\|\mathbf{T}_{yw}\|_2$ é a norma H_2 de \mathbf{T}_{yw} e \mathbf{X}_0 corresponde ao Grammiano de observabilidade. Para o caso contínuo a determinação de \mathbf{X}_0 é realizada a partir da resolução da equação matricial:

$$\mathbf{A}_f^T \mathbf{X}_0 + \mathbf{X}_0 \mathbf{A}_f + \mathbf{C}_f^T \mathbf{C}_f = 0\quad (4.16)$$

A minimização da norma H_2 de \mathbf{T}_{yw} pode ser formulada em termos de um problema de otimização, mostrado em (4.17), onde \mathbf{X}_0 é a variável:

$$\begin{aligned}\min \|\mathbf{T}_{yw}\|_2^2 &= \min \text{Tr}[\mathbf{B}_w^T \mathbf{X}_0 \mathbf{B}_w] \\ \text{s.a} \quad &\mathbf{A}_f^T \mathbf{X}_0 + \mathbf{X}_0 \mathbf{A}_f + \mathbf{C}_f^T \mathbf{C}_f \leq 0\end{aligned}\quad (4.17)$$

Para o caso discreto, \mathbf{X}_0 é obtido de:

$$\mathbf{A}_f^T \mathbf{X}_0 \mathbf{A}_f - \mathbf{X}_0 + \mathbf{C}_f^T \mathbf{C}_f = 0 \quad (4.18)$$

E o problema de otimização fica:

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{T}_{yw}\|_2^2 &= \min \text{Tr}[\mathbf{B}_w^T \mathbf{X}_0 \mathbf{B}_w] \\ \text{s.a} \quad &\mathbf{A}_f^T \mathbf{X}_0 \mathbf{A}_f - \mathbf{X}_0 + \mathbf{C}_f^T \mathbf{C}_f \leq 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Alocação de polos

A alocação de polos consiste em posicionar os autovalores de \mathbf{A}_f em uma região de interesse no plano complexo. Tal região, descrita em termos de LMIs, é definida por (CHILALI e GAHINET, 1996):

$$D = \{z \in \mathbb{C} : f_D(z) < 0\} \quad (4.20)$$

onde,

$$f_D(z) = \mathbf{L} + z\mathbf{M} + \bar{z}\mathbf{M}^T \quad (4.21)$$

sendo z um elemento do plano complexo, \bar{z} o conjugado de z , $\mathbf{L} = \mathbf{L}^T$ e \mathbf{M} são matrizes reais quadradas.

Uma matriz \mathbf{A} é D estável, isto é, seus autovalores estão dentro da região de D , se e somente se, existir uma matriz $\mathbf{X} = \mathbf{X}^T > 0$ tal que (CHILALI e GAHINET, 1996):

$$M_D(\mathbf{A}, \mathbf{X}) = \mathbf{L} \otimes \mathbf{X} + \mathbf{M} \otimes (\mathbf{A}\mathbf{X}) + \mathbf{M}^T \otimes (\mathbf{A}\mathbf{X})^T < 0 \quad (4.22)$$

onde \otimes significa Produto de Kronecker (ver Faria (2009) para mais detalhes).

Para uma região do tipo disco com raio r e centro $(-q, 0)$, $q > 0$, (demonstração em Aguirre (2007)):

$$f_D(z) = \begin{bmatrix} -r & z+q \\ \bar{z}+q & -r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & q \\ q & -r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{z} < 0 \quad (4.23)$$

onde,

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -r & q \\ q & -r \end{bmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Aplicando (4.23), resulta na LMI:

$$\begin{bmatrix} -r\mathbf{X} & \mathbf{A}\mathbf{X} + q\mathbf{X} \\ \mathbf{X}\mathbf{A}^T + q\mathbf{X} & -r\mathbf{X} \end{bmatrix} < 0 \quad (4.24)$$

Outras regiões como cone e faixa, por exemplo, também podem ser descritas em termos de LMIs (ver Aguirre (2007); Chilali e Gahinet (1996)).

Determinação de \mathbf{K}

O valor de \mathbf{K} é obtido a partir da solução dos problemas de otimização (4.17) e (4.19). Para o caso discreto, considere o complemento de Schur da LMI de (4.19):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 & \mathbf{A}_f^T & \mathbf{C}_f^T \\ \mathbf{A}_f & \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_f & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.25)$$

Multiplicando (4.25) pela transformação de similaridade $\text{diag}[\mathbf{X}_0, \mathbf{I}, \mathbf{I}]$,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 & \mathbf{A}_f^T & \mathbf{C}_f^T \\ \mathbf{A}_f & \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_f & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0$$

resulta em:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{X}_0^{-1} \mathbf{A}_f^T & \mathbf{X}_0^{-1} \mathbf{C}_f^T \\ \mathbf{A}_f \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_f \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.26)$$

Nota-se que a transformação de similaridade eliminou \mathbf{X}_0 de (4.25). Substituindo \mathbf{A}_f e \mathbf{C}_f em (4.26):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{X}_0^{-1} (\mathbf{A} + \mathbf{BK})^T & \mathbf{X}_0^{-1} (\mathbf{C} + \mathbf{DK})^T \\ (\mathbf{A} + \mathbf{BK}) \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} \\ (\mathbf{C} + \mathbf{DK}) \mathbf{X}_0^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.27)$$

Aplicando as mudanças de variáveis $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0^{-1}$ e $\mathbf{Z} = \mathbf{KX}$ em (4.19) e (4.27) resulta em:

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{T}_{yw}\|_2^2 &= \min \text{Tr}[\mathbf{B}_w^T \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B}_w] \\ \text{s.a} \quad &\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{XA}^T + \mathbf{Z}^T \mathbf{B}^T & \mathbf{XC}^T + \mathbf{Z}^T \mathbf{D}^T \\ \mathbf{AX} + \mathbf{BZ} & \mathbf{X} & \mathbf{0} \\ \mathbf{CX} + \mathbf{DZ} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

Observa-se que a LMI de (4.28) não depende de \mathbf{K} . Mas o termo $[\mathbf{B}_w^T \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B}_w]$ resultante das mudanças de variáveis é não linear. Como $\text{Tr}[\cdot]$ é um operador linear, introduz-se uma variável matricial $\mathbf{J} = \mathbf{J}^T$ de modo que (AGUIRRE, 2007):

$$\text{Tr}[\mathbf{J}] \geq \text{Tr}[\mathbf{B}_w^T \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B}_w] \Leftrightarrow \mathbf{J} - \mathbf{B}_w^T \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B}_w \geq 0$$

Aplicando o complemento de Schur em $\mathbf{J} - \mathbf{B}_w^T \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B}_w \geq 0$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{B}_w \\ \mathbf{B}_w^T & \mathbf{J} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.19)$$

e (4.28) é reformulado como um problema de otimização linear:

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{T}_{yw}\|_2^2 &= \min Tr[\mathbf{J}] \quad c/ \mathbf{X} = \mathbf{X}^T, \mathbf{J} = \mathbf{J}^T, \mathbf{Z} \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{B}_w \\ \mathbf{B}_w^T & \mathbf{J} \end{bmatrix} > 0 \\ s.a \quad &\begin{bmatrix} -r\mathbf{X} & \mathbf{A}\mathbf{X} + q\mathbf{X} \\ \mathbf{X}\mathbf{A}^T + q\mathbf{X} & -r\mathbf{X} \end{bmatrix} < 0 \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{X}\mathbf{A}^T + \mathbf{Z}^T\mathbf{B}^T & \mathbf{X}\mathbf{C}^T + \mathbf{Z}^T\mathbf{D}^T \\ \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{Z} & \mathbf{X} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{Z} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (4.30)$$

onde \mathbf{J} e \mathbf{X} são matrizes simétricas e definidas positivas, \mathbf{Z} é uma matriz retangular auxiliar, q e r são, respectivamente, o centro e o raio da circunferência que delimita a região de alocação dos polos do sistema realimentado. Como $\mathbf{Z} = \mathbf{K}\mathbf{X}$:

$$\mathbf{K} = \mathbf{Z}\mathbf{X}^{-1} \quad (4.31)$$

As matrizes \mathbf{J} , \mathbf{X} e \mathbf{Z} são as soluções de (4.30), e cada LMI representa uma restrição a ser atendida pelo algoritmo de busca de possíveis soluções para o problema. No caso de (4.30), as restrições estão relacionadas às condições de estabilidade de Lyapunov em malha fechada para um sistema discreto, à região de alocação dos polos que definem a resposta dinâmica do sistema, e ao cômputo da norma H_2 a partir do Grammiano de observabilidade.

Uma observação a respeito de (4.30) é com relação as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{B}_w , \mathbf{C} e \mathbf{D} . Estas matrizes são do modelo em espaço de estados do ângulo de atitude a ser controlado. Estas matrizes podem ser obtidas a partir da modelagem do movimento de atitude do quadricóptero, utilizando-se o formalismo de Euler-Lagrange ou de Newton-Euler, por exemplo, desde que os parâmetros físicos do quadricóptero necessários para a modelagem sejam conhecidos.

Modelo empírico

Caso os parâmetros físicos não sejam conhecidos, é possível obter um modelo empírico para o ângulo de atitude de interesse, por meio de identificação empírica do tipo caixa preta (STANCULEANU e BORANGIU, 2011). Neste tipo de modelagem, o modelo é obtido a partir da observação do comportamento da saída do sistema para uma dada entrada de teste. Para tanto, considere o modelo em espaço de estados discreto abaixo:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) + \mathbf{B}_w w(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}u(k) \end{aligned} \quad (4.32)$$

As matrizes de (4.32) podem ser encontradas considerando o esquema apresentado na Figura 4.9:

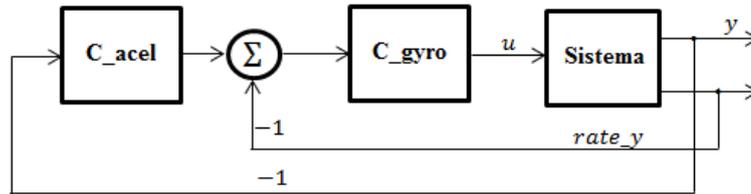


Figura 4.9. Esquema para identificação do modelo para o ângulo de atitude y .

Aplica-se uma perturbação de baixa intensidade em uma das pontas do eixo de atitude de interesse, e coleta-se a resposta do sinal de controle e a resposta do ângulo de atitude, como exemplificado na Figura 4.10.

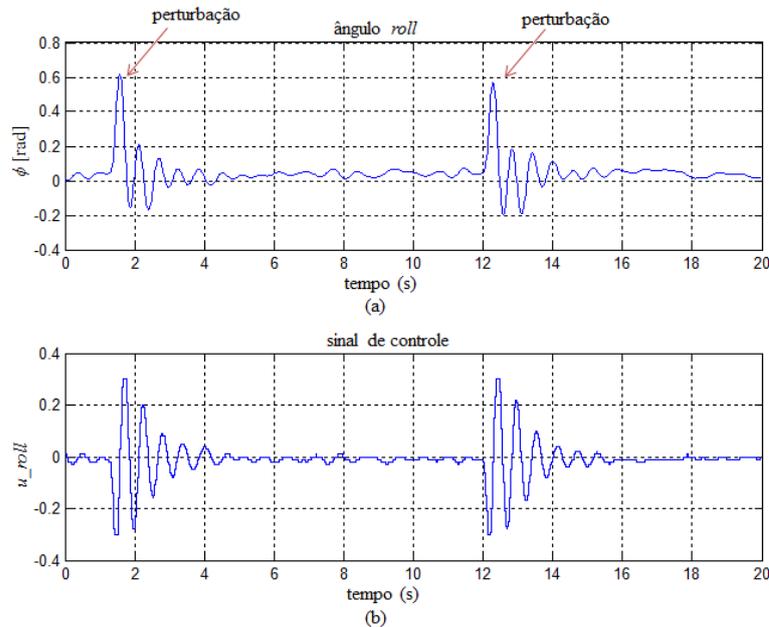


Figura 4.10. Resposta em malha fechada de ϕ e u_{roll} utilizados no processo de estimação de um modelo empírico para o ângulo de rolagem (*roll*). Teste realizado para $Kp_{gyro} = 0,1$, $Kd_{gyro} = 0,02$, $Kp_{acel} = 0,2$ e $Kd_{acel} = 0,0$. PWM de referência em $1200\mu s$.

Com o auxílio de uma ferramenta computacional para identificação de sistemas, como o *Ident* disponível no Matlab, obtém-se:

$$y(k) = 1,696y(k-1) - 0,7089y(k-2) - 0,06875u(k) + e(k) \quad (4.33)$$

A Expressão (4.33) representa o modelo em equação de diferenças para o ângulo de rolagem, sendo $e(k)$, para este caso, o erro de modelagem. Esse modelo apresenta estrutura ARX (*Autoregressive with Exogenous Inputs*) com dois polos, um zero e sem atraso (ARX 210) (ver Aguirre (2000); Costa e Silva *et al.* (2010) para mais detalhes). A Figura 4.11 mostra a comparação entre o ângulo medido e o modelo estimado com estrutura ARX 210.

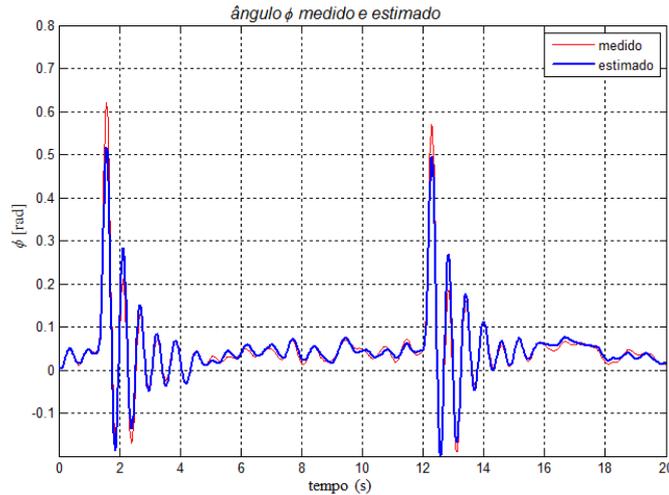


Figura 4.11. Comparação entre a saída medida e a estimada usando o modelo ARX 210.

A função de transferência discreta de u para y do modelo apresentado em (4.33) é dada por:

$$H(z) = \frac{-0,06875z^2}{z^2 - 1,696z + 0,7089} \quad (4.34)$$

A Expressão (4.34) pode ser convertida para espaço de estados usando a função $tf2ss()$ do Matlab. Portanto, o modelo em espaço de estados para o ângulo de atitude em questão é mostrada em (4.35):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \begin{bmatrix} 1,696 & -0,7089 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} w(k) \\ y(k) &= [-0,1166 \quad 0,0487] \mathbf{x}(k) - 0,0688u(k) \end{aligned} \quad (4.35)$$

4.2.4 Estimador de Estados - EST

O bloco **EST** é necessário para estimar as variáveis de interesse (estados) que não podem ser medidas diretamente pelos sensores do quadricóptero. Isto porque, no projeto de **C_r** para cada um dos três ângulos de atitude, os estados precisam estar disponíveis para serem realimentados para o controlador. A estrutura interna de **EST** é apresentada na Figura 4.12:

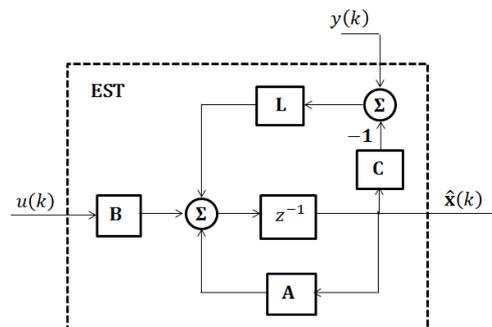


Figura 4.12. Estimador de estados completo (Observador de Luenberger).

A partir da configuração apresentada na Figura 4.12, a estimação dos estados é dada por:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = [\mathbf{A} - \mathbf{LC}]\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}u(k) + \mathbf{L}y(k) \quad (4.36)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}$ é o vetor de amostras dos estados estimados e \mathbf{L} é o ganho do observador.

O vetor erro de estimativa entre o vetor de amostras dos estados reais e indisponíveis \mathbf{x} e $\hat{\mathbf{x}}$ é dado por:

$$\mathbf{e}(k+1) = \mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1) \quad (4.37)$$

Substituindo (4.32) e (4.36) em (4.37) e considerando \mathbf{D} e \mathbf{B}_w nulos, obtém-se a equação da dinâmica do erro de estimativa:

$$\mathbf{e}(k+1) = [\mathbf{A} - \mathbf{LC}]\mathbf{e}(k) \quad (4.38)$$

A dinâmica do erro de estimativa pode ser alterada pelo ganho \mathbf{L} . Desta forma, calcula-se \mathbf{L} de modo que o erro de estimativa vá para zero. Por se tratar de um estimador discreto, os autovalores de $\mathbf{A} - \mathbf{LC}$ devem estar contidos no círculo de raio unitário do plano complexo Z . O valor de \mathbf{L} pode ser calculado a partir da resolução da equação matricial seguinte (CHEN, 1999):

$$\mathbf{TA} - \mathbf{FT} = \mathbf{L}_0\mathbf{C} \quad (4.39)$$

onde \mathbf{F} contém os autovalores desejados para a dinâmica do erro, \mathbf{T} é uma matriz de Lyapunov, e \mathbf{L}_0 é uma matriz arbitrária auxiliar. O ganho \mathbf{L} é dado por:

$$\mathbf{L} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{L}_0 \quad (4.40)$$

A resolução da equação matricial (4.39) pode ser realizada com o uso da função *lyap()* do Matlab. Para que a matriz \mathbf{T} seja não singular, vale ressaltar que (CHEN, 1999):

- os autovalores de $\mathbf{A} - \mathbf{LC}$ são alocados de forma arbitrária a partir da escolha de \mathbf{T} se o par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) for observável;
- os autovalores de \mathbf{F} devem ser diferentes da matriz \mathbf{A} ;
o par $(\mathbf{F}, \mathbf{L}_0)$ deve ser controlável;

CAPÍTULO 5

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos testes experimentais relacionados ao controle de estabilidade dos ângulos de atitude. Nos testes experimentais, foi utilizado o quadricóptero com componentes de *hardware* (*frame*, bateria, motores, hélices, ESCs, sensores e placa de controle) descritos no Capítulo 5.

Os experimentos foram realizados para um grau de liberdade, ou seja, um ângulo de atitude sendo controlado por vez. Para tanto, foram utilizadas as estruturas de teste mostradas nas Figuras 5.1 e 5.2:



Figura 5.1. Estrutura de teste para os ângulos de arfagem e rolagem (*pitch* e *roll*).



Figura 5.2. Estrutura de teste para o ângulo de guinada (*yaw*).

Para avaliar o desempenho dos controladores de estabilidade propostos, foram realizados três testes, e seus resultados foram comparados com a estrutura de controle PD. Os testes realizados foram de estabilidade a zero grau, resposta à condição inicial diferente de zero e resposta a perturbação externa. Para o teste de estabilidade a zero grau, foram avaliados dados sobre máximo, mínimo, média e desvio padrão. Com relação aos dois testes restantes, foram avaliados os seguintes parâmetros de desempenho em regime transitório: *overshoot* e tempo de acomodação. Esses dois parâmetros são mensurados conforme ilustrado na Figura 5.3:

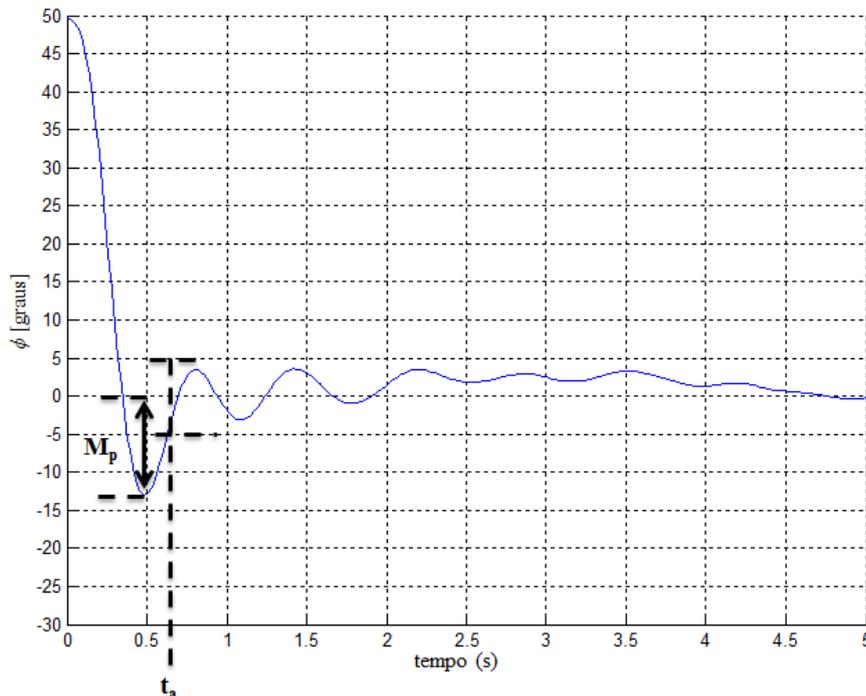


Figura 5.3. Medição do *overshoot* (M_p) e o do tempo de acomodação (t_a).

O *overshoot* é medido a partir do maior pico de ultrapassagem da referência (zero graus). Já o tempo de acomodação é medido a partir do tempo em que a resposta do ângulo de atitude permanece dentro de uma faixa de variação de $\pm 5^\circ$ em relação à referência.

As larguras dos pulsos dos sinais PWMs são obtidas a partir dos sinais de controle u_{roll} , u_{pitch} e u_{yaw} . As Expressões (5.1) a (5.4) relacionam as larguras dos pulsos com os correspondentes sinais de controle:

$$PWM_{-1} = \begin{cases} pwm_p, & u_pitch > 0 \\ pwm_p + 1000 \cdot |u_pitch|, & u_pitch \leq 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$PWM_{-2} = \begin{cases} pwm_r, & u_roll > 0 \\ pwm_r + 1000 \cdot |u_roll|, & u_roll \leq 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

$$PWM_3 = \begin{cases} pwm_p + 1000.u_pitch, & u_pitch > 0 \\ pwm_p, & u_pitch \leq 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

$$PWM_4 = \begin{cases} pwm_r + 1000.u_roll, & u_roll > 0 \\ pwm_r, & u_roll \leq 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

sendo que PWM_1 e PWM_3 são as larguras dos sinais PWM enviados aos ESCs dos motores do eixo de arfagem (*pitch*), e PWM_2 e PWM_4 são as larguras dos sinais PWM enviados aos ESCs dos motores do eixo de rolagem (*roll*). Os termos pwm_r e pwm_p das Expressões (5.1) a (5.4) são dados por:

$$pwm_r = \begin{cases} pwm_ref + 1000.u_yaw, & u_yaw > 0 \\ pwm_ref, & u_yaw \leq 0 \end{cases} \quad (5.5)$$

$$pwm_p = \begin{cases} pwm_ref + 1000.|u_yaw|, & u_yaw \leq 0 \\ pwm_ref, & u_yaw > 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

onde pwm_ref corresponde a um valor PWM de referência.

Para todos os testes realizados, vale ressaltar que foram adotados os seguintes parâmetros:

- tempo de amostragem de 20 milissegundos;
- sinais de controle limitados em +/- 0,3;

5.1 Resultados Experimentais para o Ângulo de Rolagem – ϕ

Os resultados dos testes realizados para o ângulo ϕ foram obtidos considerando os ganhos de **C_avel**, **C_gyro** e **EST** mostrados na Tabela 5.1. O ganho de **C_r** foi obtido a partir de valores de q e r estabelecidos nas Tabelas 5.2 e 5.4, e o modelo em espaço de estados adotado para ϕ é dado pela Expressão (5.7).

Tabela 5.1. Sintonia de C_avel, C_gyro e EST para o ângulo de rolagem e arfagem.

Kp_avel	0,2
Kd_avel	0
Kp_gyro	0,1
Kd_gyro	0,02
L	$[-3,7733 \ -3,9799]^T$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \begin{bmatrix} 1,6960 & -0,7089 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} w(k) \\ y(k) &= [-0,1166 \ 0,0487] \mathbf{x}(k) - 0,0688u(k) \end{aligned} \quad (5.7)$$

As Figuras 5.4 a 5.6 mostram o comparativo das respostas de ϕ para os testes de estabilidade a zero graus, de resposta para condição inicial não nula e de perturbação externa. Os dados estatísticos de interesse para estabilidade a zero graus e os parâmetros de desempenho em regime transitório para os testes de condição inicial não nula e perturbação externa são mostrados nas Tabelas 5.2 a 5.4.

Os resultados do teste de estabilidade a zero graus são apresentados na Tabela 5.2. As menores variações angulares em torno da referência, dadas pelo range, foram obtidas para valores de q entre -0,75 e -0,95. Vale lembrar que o range é calculado pela diferença entre os valores máximo e mínimo. Outra informação relevante é que a media de ϕ se aproxima da referência à medida que q se aproxima de -1, e o desvio padrão em torno da media diminui para a mesma situação.

O melhor resultado no teste de estabilidade a zero grau foi obtido para $q = -0,75$ e $r = 0,05$, que resultou em ganho $\mathbf{K} = [0,1989 \ -0,1461]$. Na Figura 5.4 são mostradas as respostas de ϕ obtidas com o controlador PD e o controlador PD/H₂ para dois casos extremos. Nota-se que o controlador PD/H₂ para $\mathbf{K} = [1,6919 \ -0,7085]$, obtido para $q = 0$ e $r = 0,05$, teve desempenho inferior ao controlador PD na estabilização de ϕ , haja vista a grande variação que ϕ apresentou para esta situação. Já para $\mathbf{K} = [0,1989 \ -0,1461]$ o controlador PD/H₂ teve desempenho superior ao PD, corroborado pelos dados estatísticos mostrados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2. Dados estatísticos da resposta de ϕ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus.

Controlador proposto PD/H ₂			Dados estatísticos (em graus)				
q	r	\mathbf{K}	Máximo	Mínimo	Média	Desvio Padrão	Range
-0,95	0,05	[-0,1935 0,1861]	6,54	-2,51	1,259	1,949	9,05
-0,75	0,05	[0,1989 -0,1461]	2,58	-3,02	0,05	1,23	5,6
-0,5	0,05	[0,7098 -0,4633]	4,94	-7,56	-1,193	3,219	12,5
-0,25	0,05	[1,2306 -0,6526]	1,57	-9,08	-2,0	3,254	10,65
0,0	0,05	[1,6919 -0,7085]	3,36	-17,76	-4,955	5,352	21,12
Controlador PD			3,48	-4,92	-0,7211	1,778	8,4

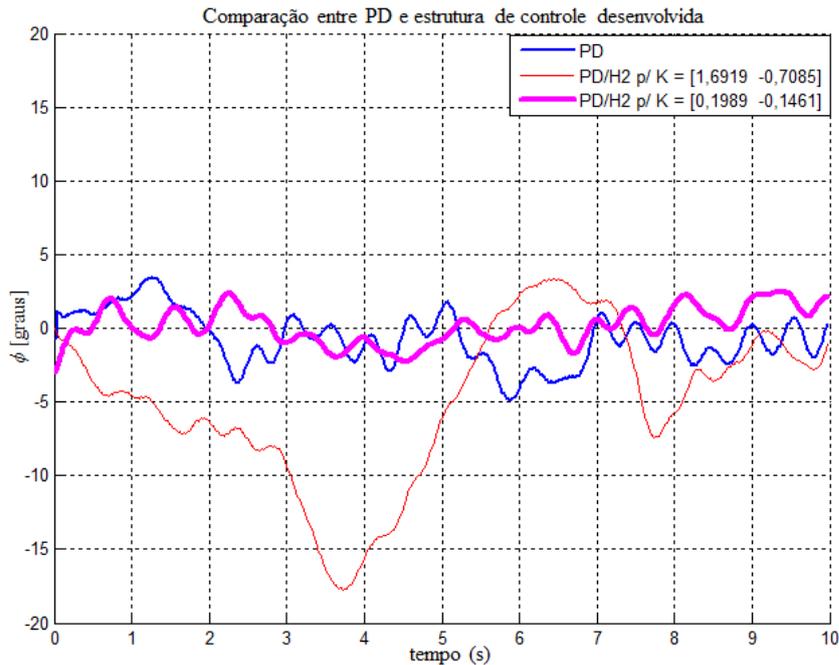


Figura 5.4. Gráficos das respostas de ϕ para o teste de estabilidade a zero graus. PWM de referência em $1450\mu\text{s}$.

Os resultados do teste de condição inicial são apresentados na Tabela 5.3. Observa-se que o *overshoot* (M_p) foi zero para q entre $-0,5$ e 0 . Entretanto, para essa faixa de valores a resposta de ϕ foi lenta (exceto para $q = -0,5$), com destaque especial para $q = 0$ que apresentou tempo de acomodação (t_a) acima de 9 segundos. Outra observação importante, é o fato de haver uma relação entre M_p e t_a . Em geral, valores de M_p próximos de zero resultaram em valores altos de t_a , e vice-versa. A exceção é para $q = -0,5$, visto que M_p foi zero e t_a ficou abaixo do tempo do controlador PD, cujo o valor de t_a foi usado para comparação.

As respostas comparativas de ϕ entre o controlador PD e o controlador PD/H₂ para dois valores de \mathbf{K} ($q = 0$ e $q = -0,75$) podem ser visualizadas na Figura 5.5. Percebe-se que para $\mathbf{K} = [0,1989 \ -0,1461]$, ϕ teve oscilação, *overshoot* e tempo de acomodação menores em comparação ao PD. Já para $\mathbf{K} = [1,6919 \ -0,7085]$, apesar de ϕ ter apresentado oscilação e *overshoot* nulos, a sua resposta foi lenta.

Tabela 5.3. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de condição inicial nula ($\phi = 50^\circ$).

Controlador PD/H ₂			Parâmetros	
q	r	\mathbf{K}	M_p (graus)	t_a (seg)
-0,95	0,05	$[-0,1935 \ 0,1861]$	-12,96	0,64
-0,75	0,05	$[0,1989 \ -0,1461]$	-3,46	0,4
-0,5	0,05	$[0,7098 \ -0,4633]$	0	0,9
-0,25	0,05	$[1,2306 \ -0,6526]$	0	6,92
0,0	0,05	$[1,6919 \ -0,7085]$	0	9,42
Controlador PD			-10,64	1,22

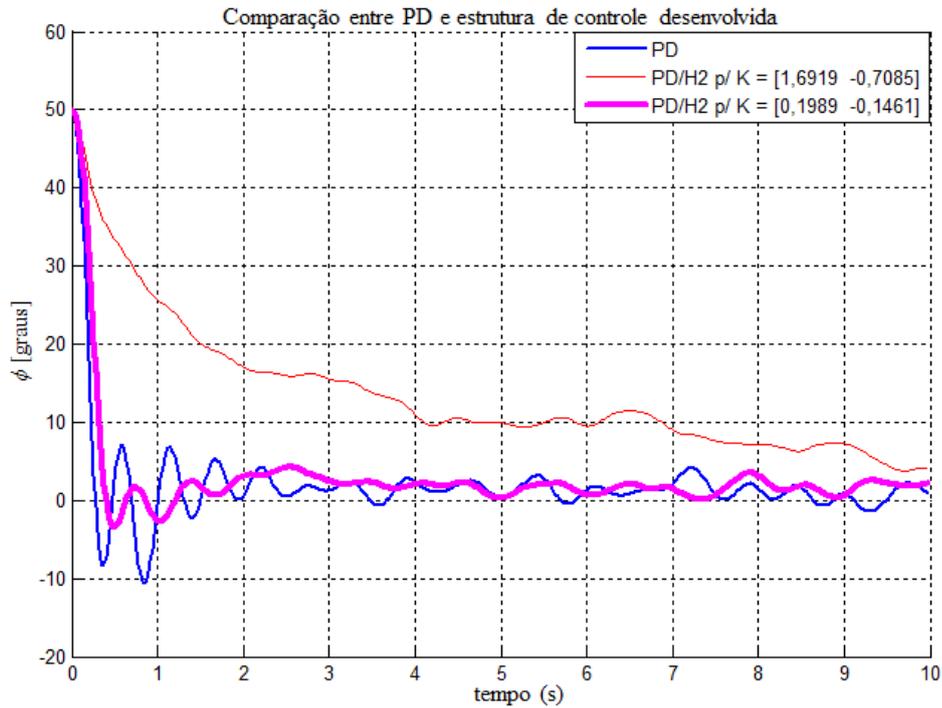


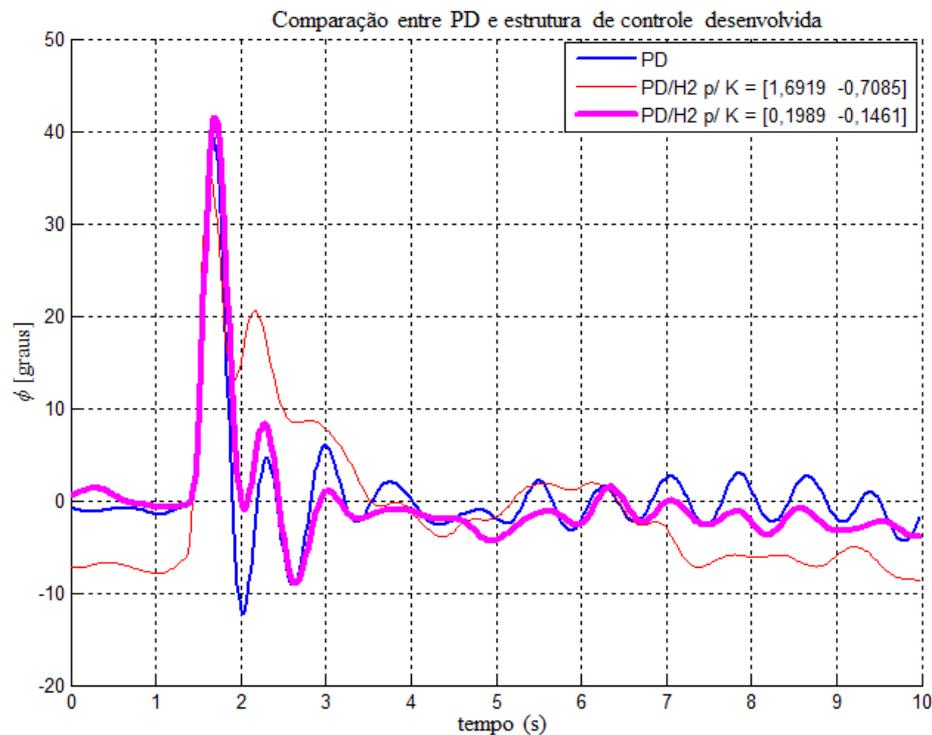
Figura 5.5. Gráficos de ϕ resultantes do teste de condição inicial não nula ($\phi = 50^\circ$). PWM de referência em $1200\mu\text{s}$.

A Tabela 5.4 mostra os resultados obtidos para o teste de perturbação externa que foi aplicada em uma das extremidades do eixo de rolagem. Nota-se que M_p não apresentou grandes variações, cujos valores ficaram próximos de 35° e 41° , exceto para $q = -0,95$. Com relação a t_a , todos os tempos medidos ficaram abaixo de 2 segundos, sendo que para valores de q entre $-0,95$ e $-0,25$ os valores de t_a obtidos para o controlador PD/H₂ foram menores que o tempo do PD.

A Figura 5.6 mostra o comparativo entre as respostas de ϕ obtidas para os controladores PD e PD/H₂ no teste de perturbação externa. Como ilustrado na figura, ϕ apresentou menor *overshoot* e nenhuma oscilação para o controlador PD/H₂ com $\mathbf{K} = [1,6919 \ -0,7085]$ ($q = 0$). Entretanto, a resposta de ϕ ficou lenta, demandando maior tempo para se estabilizar. Nota-se também que ϕ se estabilizou em um valor bem acima de zero, se comparado ao controlador PD e PD/H₂ para $\mathbf{K} = [0,1989 \ -0,1461]$.

Tabela 5.4. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de perturbação externa.

Controlador PD/H2			Parâmetros	
q	r	\mathbf{K}	M_p (graus)	t_a (seg)
-0,95	0,05	[-0,1935 0,1861]	49,47	1,34
-0,75	0,05	[0,1989 -0,1461]	41,48	1,38
-0,5	0,05	[0,7098 -0,4633]	38,18	0,9
-0,25	0,05	[1,2306 -0,6526]	39,66	1,06
0,0	0,05	[1,6919 -0,7085]	35,07	1,8
Controlador PD			39,37	1,64

Figura 5.6. Gráficos de ϕ resultantes do teste de perturbação externa. PWM de referência em 1200 μ s.

5.2 Resultados Experimentais para o Ângulo de Arfagem – θ

Os resultados dos testes experimentais realizados para o controle do ângulo de arfagem são apresentados nas Tabelas 5.5 a 5.7, e os gráficos comparativos entre as respostas de θ obtidas utilizando os controladores PD e PD/H₂ são mostrados nas Figuras 5.7 a 5.9.

Para tanto, foram adotados os mesmos ganhos de \mathbf{C}_{acel} , \mathbf{C}_{gyro} , \mathbf{EST} e \mathbf{C}_r dos testes realizados para ϕ . Também, o modelo dinâmico adotado para θ foi o mesmo de ϕ , uma vez que a estrutura do quadricóptero foi considerada simétrica.

A Tabela 5.5 apresenta os resultados de θ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus. Percebe-se que o range, ou seja, a diferença entre os valores máximo e mínimo de θ

diminuiu à medida que o valor de q se aproximou de -1 , e também que a variação de θ em relação a referência foram menores para a mesma situação. Vale lembrar que estas observações em relação a q foram percebidas para o mesmo teste realizado para ϕ , excluindo-se o resultado para $q = -0,95$.

A Figura 5.7 mostra os gráficos comparativos das respostas de θ obtidos do teste de estabilidade a zero graus. Observa-se que a resposta de θ para $\mathbf{K} = [1,6919 \ -0,7085]$ ($q = 0$) teve grandes variações em torno da referência, enquanto que θ ficou próximo da referência para $\mathbf{K} = [-0,1935 \ 0,1861]$ ($q = -0,95$). Além disso, as respostas de θ para o controlador PD e PD/H₂ para $\mathbf{K} = [-0,1935 \ 0,1861]$ podem ser consideradas similares, visto que em boa parte dos 10 segundos de teste, a diferença entre as respostas foram menores que 2 graus.

Tabela 5.5. Dados estatísticos da resposta de θ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus.

Controlador proposto PD/H ₂			Dados estatísticos (em graus)				
q	r	\mathbf{K}	Máximo	Mínimo	Média	Desvio Padrão	Range
-0,95	0,05	$[-0,1935 \ 0,1861]$	4,16	-0,54	1,762	1,19	4,7
-0,75	0,05	$[0,1989 \ -0,1461]$	5,22	-0,3	2,475	1,344	5,52
-0,5	0,05	$[0,7098 \ -0,4633]$	4,96	-7,03	-0,1273	2,724	11,99
-0,25	0,05	$[1,2306 \ -0,6526]$	7,51	-4,82	1,874	3,678	12,33
0,0	0,05	$[1,6919 \ -0,7085]$	13,83	-3,14	6,817	4,809	16,97
Controlador PD			5,09	-1,04	1,576	1,532	6,13

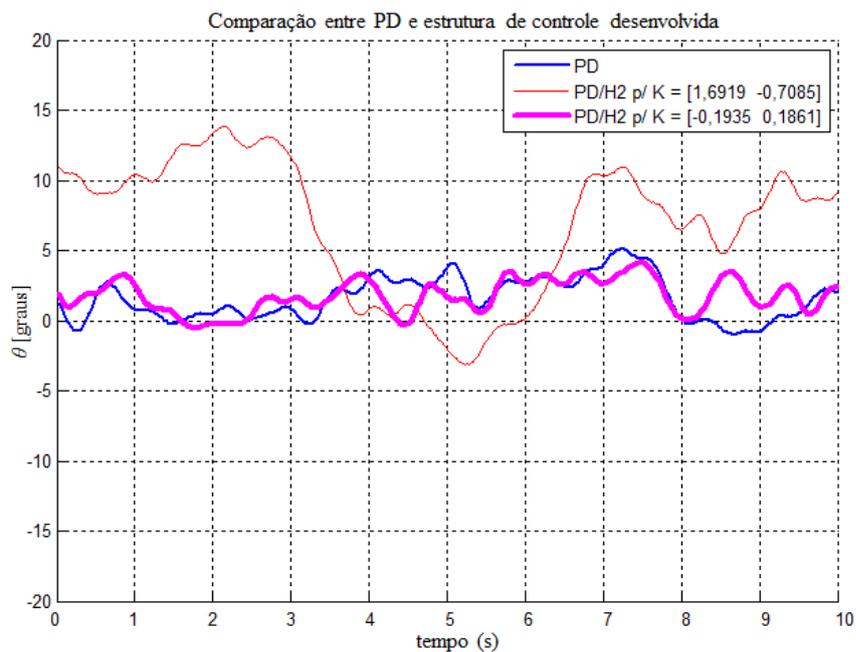


Figura 5.7. Gráficos das respostas de θ para o teste de estabilidade a zero graus. PWM de referência em $1450\mu\text{s}$.

Os resultados dos testes de condição inicial realizados para o ângulo θ são apresentados na Tabela 5.6. O *overshoot* foi zero para valores de q entre -0,5 e -0,25 e aumentou para q entre -1 e -0,5. Além disso, nota-se que para q entre -0,5 e 0 o tempo de acomodação foi maior (exceto para $q = -0,5$) que o mesmo tempo obtido para valores de q situados entre -0,75 e -1. Da mesma forma que havia sido notado no mesmo teste realizado para ϕ , valores de q próximos de zero podem resultar em respostas lentas de θ .

Os gráficos comparativos entre o controlador PD e PD/H₂ são mostrados na Figura 5.8. A resposta de θ para PD/H₂ com $\mathbf{K} = [1,6919 \quad -0,7085]$ ($q = 0$) foi lenta, visto que o tempo de acomodação ficou acima de 10 segundos, e que θ também não se estabilizou na faixa de tolerância de +/- 5 graus. Entretanto, para $\mathbf{K} = [0,7098 \quad -0,4633]$ ($q = -0,5$), o tempo de acomodação obtido para o controlador PD/H₂ ficou abaixo do mesmo tempo obtido para o controlador PD, de modo que a resposta de θ foi, pelo menos, duas vezes mais rápida para esta situação. Outra observação importante, é que o *overshoot* obtido para o mesmo valor de \mathbf{K} foi zero.

Tabela 5.6. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de condição inicial nula ($\theta = -50^\circ$).

Controlador PD/H2			Parâmetros	
q	r	\mathbf{K}	M_p (graus)	t_a (seg)
-0,95	0,05	[-0,1935 0,1861]	17,52	0,62
-0,75	0,05	[0,1989 -0,1461]	8,72	0,58
-0,5	0,05	[0,7098 -0,4633]	0	0,4
-0,25	0,05	[1,2306 -0,6526]	0	0,92
0,0	0,05	[1,6919 -0,7085]	Indefinido	>10
Controlador PD			20,85	0,74

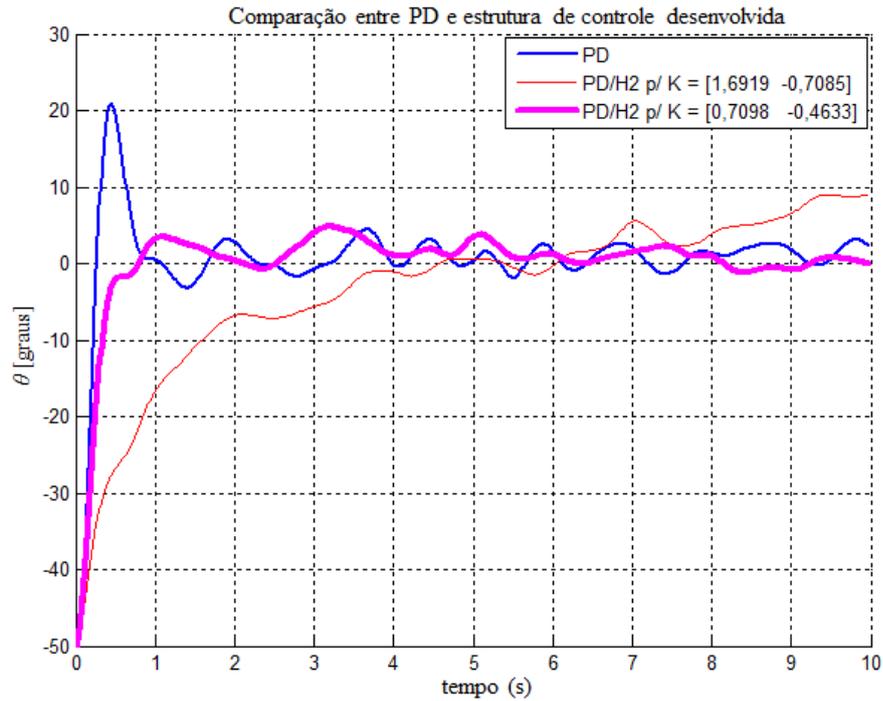


Figura 5.8. Gráficos de θ resultantes do teste de condição inicial não nula ($\theta = -50^\circ$). PWM de referência em $1200\mu\text{s}$.

A Tabela 5.7 mostra os resultados obtidos para o teste de perturbação externa que foi aplicada em uma das extremidades do eixo de arfagem. Observa-se que os valores de M_p ficaram entre -49 e -44 graus, exceto para $q = -0,5$. Com relação a t_a , o mesmo ficou acima de 1 segundo, e portanto, acima do tempo obtido para o controlador PD, para q entre $-0,25$ e 0 . Além disso, M_p e t_a foram mínimos para $q = -0,5$, e que ocorreu aumento de t_a para q acima de $-0,75$. Vale ressaltar que tanto a situação de mínimo quanto o de aumento de t_a também foram observados no mesmo teste realizado para ϕ .

A Figura 5.9 mostra o comparativo entre as respostas de θ obtidas para os controladores PD e PD/H₂ no teste de perturbação externa. A resposta de θ para o controlador PD/H₂ foi lenta para $\mathbf{K} = [1,6919 \ -0,7085]$ ($q = 0$), enquanto que para $\mathbf{K} = [0,7098 \ -0,4633]$ ($q = -0,5$) θ apresentou resposta mais rápida, levando menor tempo para se estabilizar na referência. Também, a resposta de θ para $\mathbf{K} = [0,7098 \ -0,4633]$ apresentou oscilação nula e menor *overshoot* se comparado ao controlador PD.

Tabela 5.7. Parâmetros de desempenho em regime transitório de θ obtidos no teste de perturbação externa.

Controlador PD/H2			Parâmetros	
q	r	\mathbf{K}	M_p (graus)	t_a (seg)
-0,95	0,05	[-0,1935 0,1861]	-44,88	0,86
-0,75	0,05	[0,1989 -0,1461]	-48,99	0,6
-0,5	0,05	[0,7098 -0,4633]	-37,6	0,58
-0,25	0,05	[1,2306 -0,6526]	-45,8	1,28
0,0	0,05	[1,6919 -0,7085]	-47,14	>10
Controlador PD			-46,18	0,98

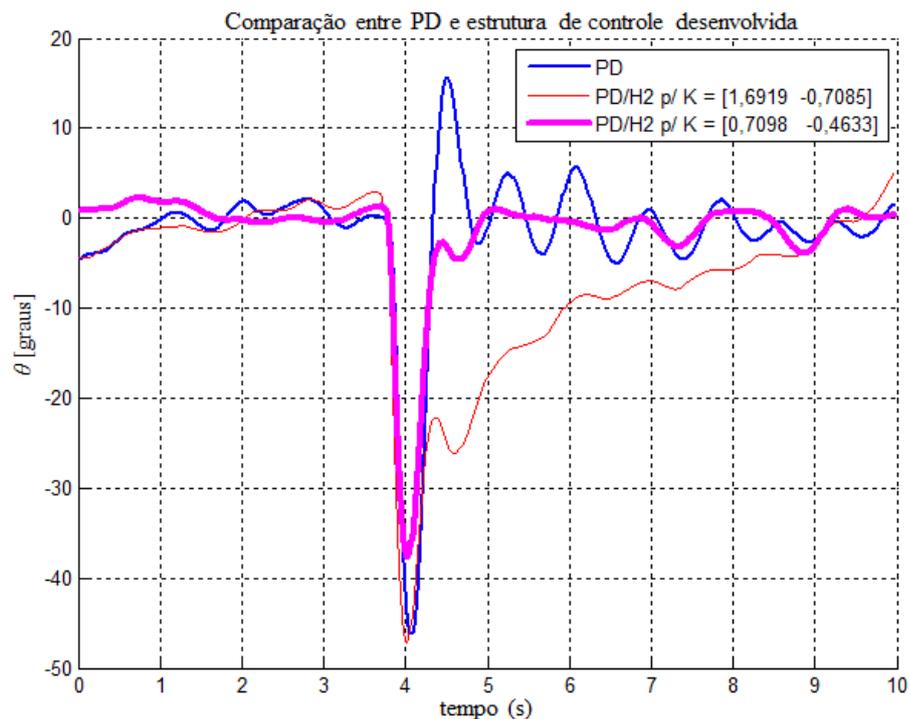


Figura 5.9. Gráficos de θ resultantes do teste de perturbação externa. PWM de referência em 1200 μ s.

5.3 Resultados Experimentais para o Ângulo de Guinada - ψ

Os resultados experimentais para o ângulo ψ são apresentados nas Tabelas 5.9 a 5.11. As Figuras 5.10 a 5.12 mostram as respostas dinâmicas de ψ obtidas com o controlador PD e PD/H₂. A sintonia do controlador PD/H₂ foi realizada de acordo com a Tabela 5.8, e o modelo em espaço de estados adotado para ψ é dado por (5.8).

Tabela 5.8. Sintonia de C_{acel} , C_{gyro} e EST para o ângulo de guinada.

Kp_{acel}	0,25
Kd_{acel}	0,025
Kp_{gyro}	0,1
Kd_{gyro}	0,02
\mathbf{L}	$[-5,2520 \quad -5,4918]^T$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \begin{bmatrix} 1,7890 & -0,8014 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} w(k) \\ y(k) &= [-0,0856 \quad 0,0383] \mathbf{x}(k) - 0,0478u(k) \end{aligned} \quad (5.8)$$

A Tabela 5.9 mostra os resultados de ψ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus. O range de ψ foi acima de 10 graus para q entre -0,5 e 0, e diminuiu para abaixo 5 graus para q entre -0,95 e -0,75. Também, percebe-se que a variação de ψ em torno da referência são menores para q situado na faixa de -0,95 e -0,75, conforme mostram a media e o desvio padrão.

A Figura 5.7 mostra os gráficos comparativos das respostas de ψ obtidos do teste de estabilidade a zero graus. A resposta de ψ com controlador PD/H₂ para $\mathbf{K} = [1,3236 \quad -0,7451]$ ($q = -0,25$) teve elevada variação em torno da referência, enquanto que ψ ficou próximo de zero para $\mathbf{K} = [0,2919 \quad -0,2386]$ ($q = -0,75$), apresentando picos de máximo e mínimo abaixo de 2,5 graus. Além disso, nota-se que a resposta de ψ com o controlador PD/H₂ para $\mathbf{K} = [0,2919 \quad -0,2386]$ teve menor oscilação, e ficou mais próxima de zero a maior parte dos 10 segundos de teste que em comparação para mesma situação com o controlador PD.

Tabela 5.9. Dados estatísticos da resposta de ψ obtidos para o teste de estabilidade a zero graus.

Controlador proposto PD/H ₂			Dados estatísticos (em graus)				
q	r	\mathbf{K}	Máximo	Mínimo	Média	Desvio Padrão	Range
-0,95	0,05	$[-0,1005 \quad 0,0936]$	3,23	-0,99	1,039	1,07	4,22
-0,75	0,05	$[0,2919 \quad -0,2386]$	2,35	-1,53	0,1795	0,9765	3,88
-0,5	0,05	$[0,8028 \quad -0,5558]$	6,27	-5,19	-0,7917	3,604	11,46
-0,25	0,05	$[1,3236 \quad -0,7451]$	6,78	-7,12	-0,5355	4,473	13,9
0,0	0,05	$[1,7845 \quad -0,8007]$	-0,34	-10,37	-5,908	2,558	10,03
Controlador PD			1,01	-3,57	-1,292	1,286	4,58

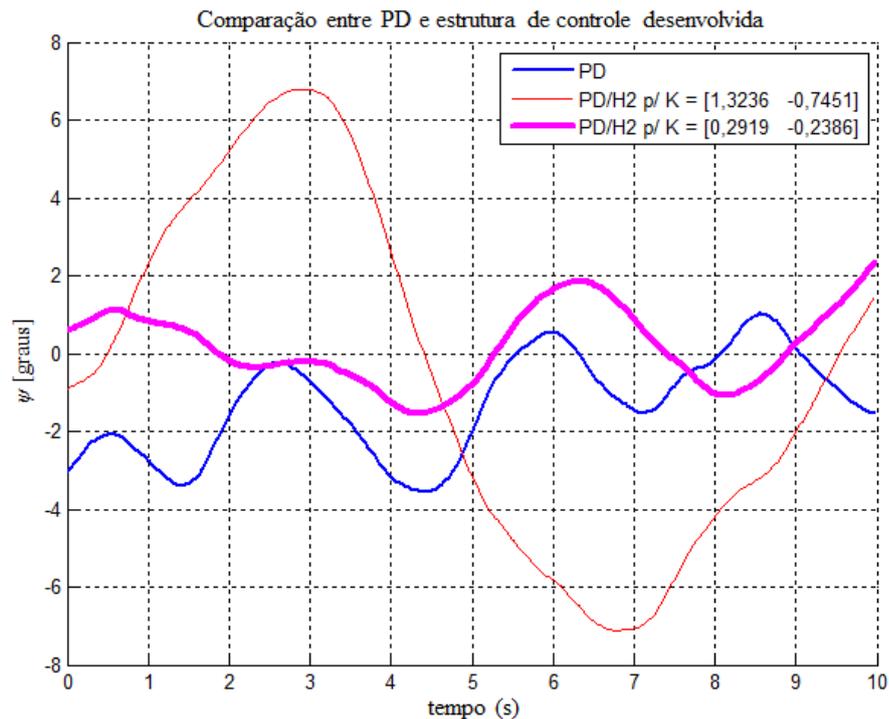


Figura 5.10. Gráficos das respostas de ψ para o teste de estabilidade a zero graus. PWM de referência em $1200\mu\text{s}$ (eixo de arfagem) e $1300\mu\text{s}$ (eixo de rolagem).

Os resultados dos testes de condição inicial realizados para o ângulo ψ são apresentados na Tabela 5.10. O *overshoot*, M_p , ficou abaixo de 10 graus para q entre -0,5 e -0,25, porém o tempo de acomodação ficou acima de 10 segundos. Já para $q = -0,95$, o tempo de acomodação ficou abaixo de 4,5 segundos. Entretanto, houve aumento de M_p , que foi de $14,81^\circ$. Nota-se também que para todos os valores de q testados, o tempo de acomodação de ψ obtido com controlador PD foi menor que o mesmo tempo obtido com PD/H₂. Já com relação ao *overshoot*, ocorreu o processo inverso, com valores de M_p menores que 20 graus para o controlador PD/H₂ (q entre -0,25 e -0,95).

Os gráficos comparativos de ψ obtidos do teste de condição inicial são mostrados na Figura 5.11. Observa-se que a resposta de ψ para PD/H₂ com $\mathbf{K} = [1,7845 \quad -0,8007]$ ($q = 0$) foi lenta e não se estabilizou na faixa de tolerância de ± 5 graus. Já para $\mathbf{K} = [-0,1005 \quad 0,0936]$ ($q = -0,95$), ψ se estabilizou próximo de zero graus e o *overshoot* obtido foi menor em relação ao controlador PD.

Tabela 5.10. Parâmetros de desempenho em regime transitório obtidos no teste de condição inicial não nula ($\psi = -50^\circ$).

Controlador PD/H2			Parâmetros	
q	r	\mathbf{K}	M_p (graus)	t_a (seg)
-0,95	0,05	[-0,1005 0,0936]	14,81	4,42
-0,75	0,05	[0,2919 -0,2386]	17,28	8,8
-0,5	0,05	[0,8028 -0,5558]	7,44	>10
-0,25	0,05	[1,3236 -0,7451]	8,72	>10
0,0	0,05	[1,7845 -0,8007]	Indefinido	Indefinido
Controlador PD			23,2	3,22

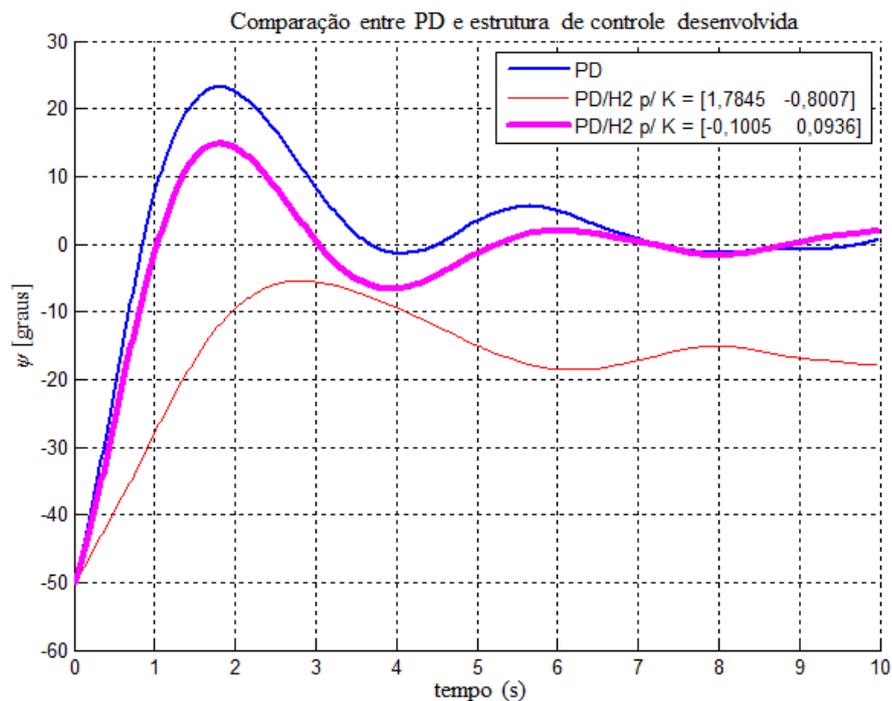


Figura 5.11. Gráficos de ψ resultantes do teste de condição inicial não nula ($\psi = -50^\circ$). PWM de referência em $1200\mu\text{s}$ (eixo de arfagem) e $1300\mu\text{s}$ (eixo de rolagem).

Os resultados de ψ obtidos para o teste de perturbação externa são mostrados na Tabela 5.11. Nota-se que o controlador PD/H₂ obteve melhores resultados quanto a M_p e t_a para q entre -0,75 e -0,95.

A Figura 5.12 mostra as respostas de ψ obtidas com controlador PD e PD/H₂ no teste de perturbação externa. Para o controlador PD/H₂ com $\mathbf{K} = [1,7845 \quad -0,8007]$ ($q = 0$), ψ teve resposta com maior *overshoot* e tempo de acomodação, além de não ter se estabilizado dentro da faixa de ± 5 graus em torno de 0° . Com relação a $\mathbf{K} = [-0,1005 \quad 0,0936]$ ($q = -0,95$), as respostas de ψ com controlador PD e PD/H₂ ficaram próximas, com diferenças de *overshoot* e tempo de acomodação abaixo de 2° e 1 segundo, respectivamente.

Tabela 5.11. Parâmetros de desempenho em regime transitório de ψ obtidos no teste de perturbação externa.

Controlador PD/H2			Parâmetros	
q	r	\mathbf{K}	M_p (graus)	t_a (seg)
-0,95	0,05	[-0,1005 0,0936]	-35,57	4,3
-0,75	0,05	[0,2919 -0,2386]	-29,39	7,18
-0,5	0,05	[0,8028 -0,5558]	-46,54	>10
-0,25	0,05	[1,3236 -0,7451]	-43,36	>10
0,0	0,05	[1,7845 -0,8007]	-62,02	Indefinido
Controlador PD			-36,64	3,7

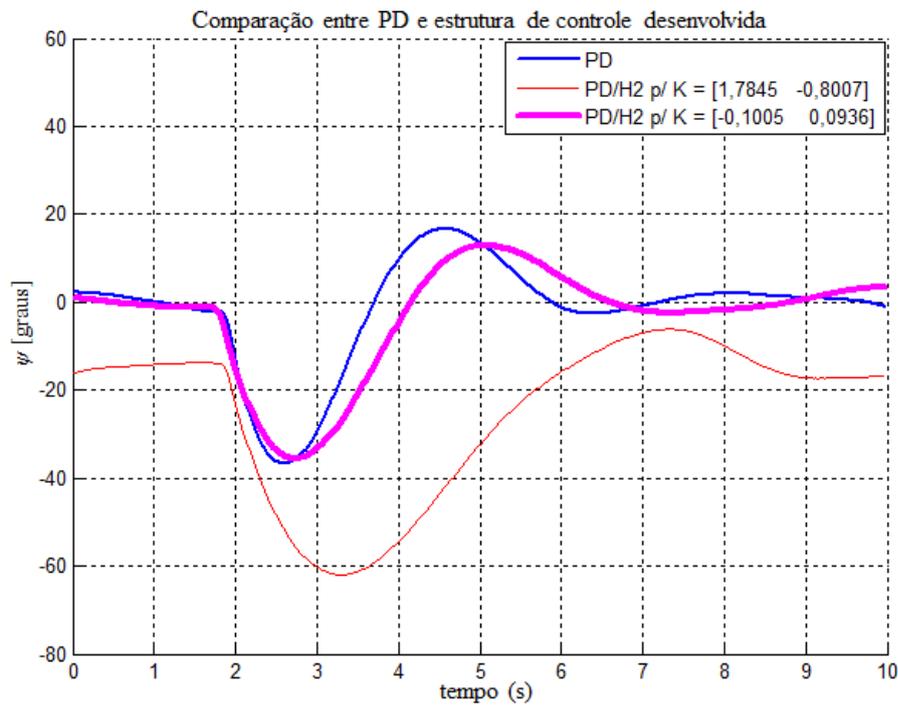


Figura 5.12. Gráficos de ψ resultantes do teste de perturbação externa. PWM de referência em $1200\mu\text{s}$ (eixo de arfagem) e $1300\mu\text{s}$ (eixo de rolagem).

CAPÍTULO 6

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste Capítulo são abordadas as contribuições deste trabalho com relação ao controle de estabilidade dos ângulos de atitude de um MAV do tipo quadricóptero, bem como sugestões de trabalhos futuros. Também são relatadas observações a respeito dos experimentos realizados com o veículo.

6.1 Observações

Os testes e experimentos realizados mostraram que:

- os modelos empíricos utilizados no projeto dos controladores de estabilidade foram adequados para representar a dinâmica dos ângulos de atitude;
- a estrutura de controle proposta apresentou resultados melhores para valores de \mathbf{K} obtidos para q entre -0,75 e -0,95 e $r = -0,05$;
- se r for decrementado até o valor de -1, \mathbf{K} tende para o ganho ótimo, que foi próximo ao ganho obtido para $q = 0$;
- a resposta dinâmica do ângulo *yaw* foi mais lenta e apresentou maior *overshoot* em comparação as respostas de *pitch* e *roll*;
- o ganho do estimador \mathbf{L} tem influência nas respostas dos controladores. A escolha de \mathbf{L} foi realizada de modo que os autovalores de $\mathbf{A-LC}$ se situassem entre -0,7 e -0,9, visto que fora dessa faixa poderiam ocorrer casos de divergência numérica dos estimadores de estados implementados no microcontrolador do Arduino Nano;
- divergência numérica resultava em problemas de *overflow* e de NaN (*Not a Number*) que provocavam perda de estabilidade do veículo;
- a estrutura mecânica (armação) utilizada no projeto não foi a mais adequada, visto que o material utilizado na mesma e sua característica construtiva não eram apropriados para atenuar ruídos de vibração gerados pelo movimento dos propulsores, em especial para PWM de referência acima de 1400 μ s;
- apesar da estrutura mecânica, os ruídos de vibração foram atenuados pela MPU 6050. Além disso, a estimação dos ângulos de atitude e a medição das velocidades angulares foram satisfatórios, apresentando baixa incidência de ruídos.

- a armação também não era simétrica, o que levou a necessidade de PWM de referência diferentes para os eixos de rolagem e arfagem utilizados nos experimentos do ângulo *yaw*;
- o tempo de amostragem é limitado pela frequência do sinal PWM dos ESCs dos motores. Respostas dinâmicas mais rápidas para os ângulos de atitude poderiam ser obtidas para ESCs que trabalhassem com frequências maiores.

6.2 Contribuições e Trabalhos Futuros

Este trabalho apresentou uma abordagem alternativa de projeto de controladores voltados para a estabilidade de um quadricóptero. Esta abordagem utilizou teoria de controle por realimentação de estados discreta, cujo ganho de realimentação foi obtido a partir da solução de um problema de otimização convexo descrito na forma de desigualdades matriciais lineares (LMIs).

Ainda no âmbito de projeto dos controladores, foi utilizada modelagem empírica do tipo caixa preta a fim de obter modelos discretos que descrevessem, de modo aproximado, a dinâmica dos ângulos de atitude. Tais modelos se mostraram adequados, servindo de alternativa aos modelos obtidos pela formulação clássica (Newton-Euler ou Euler – Lagrange).

Apesar do quadricóptero ter sido montado com componentes de *hardware* fáceis de encontrar no mercado e estar sujeito a vibrações e ruídos, os resultados obtidos nos ensaios práticos demonstraram que a abordagem de projeto é realizável e apresenta bons resultados.

Sugestões de trabalhos futuros poderiam ser: ampliação do projeto de controle para trabalhar com sistemas incertos (com variação de massa e momento de inércia); adição da ação integral nos controladores de atitude de modo a permitir a estabilização angular do veículo em ângulos diferentes de zero e a rejeição de perturbações permanentes de intensidade constante; avaliação do desempenho da estratégia de controle proposta em veículos quadricópteros comerciais; utilização de tal estratégia em projetos de controle de posição linear e/ou rastreamento de trajetórias.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas: técnicas lineares e não – lineares aplicadas a sistemas reais*. Belo Horizonte: UFMG, 2000, 554 p.
- AGUIRRE, L. A. *Enciclopédia de Automática: controle e automação*. [S.l.]: Blucher, 2007, v. 1.
- AL-YOUNES, Y. *Establishing Autonomous Aus-Quadrotor*. 2009. 174 f. Dissertação (Mestrado em Mecatrônica) - Universidade Americana de Sharjah, Sharjah, 2009.
- BARATIERI, C. L. *Controle de Velocidade Sensorless de Motores Brushless DC Submetidos a Variações Periódicas de Carga*. 2011. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2011.
- BOUABDALLAH, S. *Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying*. 2007. 155 f. Tese (Doutorado em Ciências) - EPFL, Lausanne, 2007.
- BOUABDALLAH, S.; MURRIERI, P.; SIEGWART, R. Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 2004, New Orleans. *Proceedings ... IEEE*, 2004. p. 4393 - 4398.
- BOUABDALLAH, S.; SIEGWART, R. Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 2005, Barcelona. *Proceedings ... IEEE*, 2005. p. 2247-2252.
- BOYD, S. et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia: Siam, 1994, v. 15.
- CARLOS, N. et al. *IARC Team Quadrotor. University of Virginia*. [S.l.], 2009. Disponível em: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~mason/Mason_f/IARC-FinalReport-v6.0.pdf>. Acesso em: 10 Janeiro 2015.
- CHEN, C.-T. *Linear System Theory and Design*. 3. ed. New York: Oxford University Press, 1999.
- CHILALI, M.; GAHINET, P. H_{∞} Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach. *IEEE Transactions On Automatic Control*, [S.l.], v. 41, n. 3, p. 358 - 367, Março 1996.
- COSTA E SILVA, V. M. D.; RIUL, J. A.; MONTENEGRO, P. H. D. Modelamento em Tempo Real de Três Elos de um Robô Manipulador Eletromecânico de Cinco Graus de Liberdade. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, Buenos Aires, v. 29, p. 15-18 Novembro 2010.
- COSTA, S. E. A. P. D. *Controlo e Simulação de um Quadrirotor Convencional*. 2008. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeroespacial) - Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2008.

- FARIA, F. A. *Projetos de Controladores Baseados em LMI usando Realimentação da Derivada dos Estados*. 2009. 114 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - UNESP, Ilha Solteira, 2009.
- JASIM, W.; GU, D. H_{∞} Control for Quadrotor Attitude Stabilization. In: UKACC INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, 2014, Loughborough. *Proceedings ... IEEE*, 2014. p. 19-24.
- LONGHITANO, G. A. *Vants para Sensoriamento Remoto: aplicabilidade na avaliação e monitoramento de impactos ambientais causados por acidentes com cargas perigosas*. 2010. 163 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- LY, D. M.; CHEOLKEUN, H. Modeling and Control of Quadrotor MAV Using Vision-based Measurement. In: INTERNATIONAL FORUM ON STRATEGIC TECHNOLOGY (IFOST), 2010, Ulsan. *Proceedings ... IEEE*, 2010. p. 1-6.
- MCKERROW, P. Modelling the Draganflyer four-rotor helicopter. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION (ICRA), 2004, New Orleans. *Proceedings ... IEEE*, 2004. v. 4 p. 3596-3601.
- MELLINGER, D. *Trajectory Generation and Control for Quadrotors*. 2012. 135 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade da Pensilvânia, Filadélfia, 2012.
- MELO, A. S. D. *Implementação de um Quadrotor como Plataforma de Desenvolvimento para Algoritmos de Controle*. 2010. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2010.
- NESPOLI, C.; GONZAGA, A. Complemento Schur e aplicações. In: CONGRESSO DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL CMAC SUDESTE, 2013, Bauru. *Anais ... SBMAC*, 2013. p. 550-551.
- PETRUSEVSKI, I.; RAKIC, A. Simple Fuzzy Solution for Quadrotor Attitude Control. In: 12th SYMPOSIUM ON NEURAL NETWORK APPLICATIONS IN ELECTRICAL ENGINEERING (NEUREL), 12, 2014, Belgrado. *Proceedings ... IEEE*, 2014. p. 93-98
- RAFFO, G. V.; ORTEGA, M. G.; RUBIO, F. R. Path Tracking of a UAV via an Underactuated H_{∞} Control Strategy. *European Journal of Control (EUCA)*, [S.l.], p.1-20, 2011.
- ROMERO, et al. Discrete Optimal Control for a Quadrotor UAV: experimental approach. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON UNMANNED AIRCRAFT SYSTEMS (ICUAS), 2014, Orlando. *Proceedings ... IEEE*, 2014. p. 1138-1145.
- SALES, D. C.; FRUTUOSO, A. B.; SANTOS, A. H. Desenvolvimento de um controlador fuzzy para quadrotores. In: IV SIMPOSIO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS COMPUTACIONAIS, 4, 2014, Manaus. *Anais ... [S.n.]*, 2014.
- SANTANA, P. H. R. Q. A.; BRAGA, M. A. *Concepção de um Veículo Aéreo Não- Tripulado do Tipo Quadrirrotor*. 2008. 164 f. Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

SANTOS, M.; LÓPEZ, V.; MORATA, F. Intelligent Fuzzy Controller of a Quadrotor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEMS AND KNOWLEDGE ENGINEERING (ISKE), 2010, Hangzhou. *Proceedings ... IEEE*, 2010. p. 141-146.

SCHREIER, M. Modeling and Adaptive Control of a Quadrotor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS AND AUTOMATION (ICMA), 2012, Chengdu. *Proceedings ... IEEE*, 2012. p. 383-390.

SOUSA, J. D. A. *Simulação e Desenvolvimento de um Veículo Aéreo Autônomo de Quatro Rotores*. 2011. 178 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrotécnica) - Universidade do Porto, Porto, 2011.

STANCULEANU, I; BORANGIU, T. Quadrotor Black-Box System Identification. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, [S.l.], v. 5, n. 6, jun 2011. Disponível em: <<http://waset.org/publications/15465/quadrotor-black-box-system-identification>>. Acesso em: 08 jul 2014

ZHENG, F.; GAO, W. Adaptive Integral Backstepping Control of a Micro-Quadrotor. In: 2nd INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT CONTROL AND INFORMATION PROCESSING (ICICIP), 2, 2011, Harbin. *Proceedings ... IEEE*, 2011. v.2 p. 910-915.

APÊNDICE A

O programa para a realização da sintonia de C_r e EST é mostrado abaixo. Vale ressaltar que os polinômios $A(q)$ e $B(q)$ foram obtidos usando a ferramenta de identificação de sistemas IDENT disponível no Matlab, e que a função $ch2d_regLMI()$ pode ser usada para sistemas incertos descritos por incertezas politópicas.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Codigo que realiza a sintonia do controlador C_r dos angulos de atitude
%roll, pitch e yaw
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all;clc;close all
%% ganho K de C_r
Dz=[1 -1.696 0.7089];           %polinomio A(q) do modelo ARX 210 p/ roll e
pitch
Nz=[-0.06875 0 0];           %polinomio B(q) do modelo ARX 210 p/ roll e
pitch
% Dz=[1 -1.789 0.8014];       %polinomio A(q) do modelo ARX 210 p/ yaw
% Nz=[-0.04785 0 0];         %polinomio B(q) do modelo ARX 210 p/ yaw
Gz=tf(Nz,Dz,0.02);           %função de transferencia discreta c/ Ts =
0,02s
[A,B,C,D]=tf2ss(Nz,Dz);     %conversao para espaço de estados
Bw=ones(2,1);
V=[A B];                     %matriz contendo os vertices do politopo dados
pelos pares (A,B)
q=0.0;                        %centro da circunferencia utilizada para
alocacao de polos
r=0.05;                       %raio da circunferencia
K=-ch2d_regLMI(V,[Bw zeros(2,1)],C,D,q,r); %função que retorna o ganho K
disp('ganho K:');
disp(K);
disp('autovalores de roll em malha fechada=');
disp(eig(A-B*K));
%% ganho L de EST
L0=rand(2,1);                 %matriz arbitraria L0 de mesma dimensao de B
F=[0.7 0;0 0.75];           % matriz que contem os autovalores desejados p/
A-LC
T=lyap(-F,A,-L0*C);         %função que soluciona a equação matricial T*A-
F*T=L0*C
L=inv(T)*L0;                 % ganho L

%Função que determina o ganho do controlador H2 discreto levando em
consideração uma região LMI do tipo disco de centro c=-q q>0 e raio r
function [K,minH2] = ch2d_regLMI(V,Bw,C,D,q,r)
    vertices=size(V,3);
    col_A=size(V,1); %matriz A é quadrada;
    lin_B=size(V,1);
    col_B=size(V,2)-size(V,1);
    %matrizes A e B
    A=V(:,1:col_A,:);
    B=V(:,col_A+1:size(V,2),:);

    setlmis([]); % início da montagem das LMIs
    J=lmivar(1,[col_A 1]);
    X=lmivar(1,[col_A 1]); %matriz de Lyapunov

```

```

Z=lmivar(2,[col_B lin_B]);

% Forma padrão no LMILab => LMI < 0 (definida negativa)
%LMI 1#
lmiterm([-1 1 1 X],1,1); %X>0 (bloco 1,1)
%LMI 2#
lmiterm([-2 1 1 J],1,1); %J (bloco 1,1)
lmiterm([-2 2 1 0],Bw); %Bw (bloco 2,1)
lmiterm([-2 2 2 X],1,1); %X (bloco 2,2)
%LMI ij#
x=3;
for i=1:vertices
    lmiterm([-x 1 1 X],1,1); %X (bloco 1,1)
    lmiterm([-x 2 1 X],A(:, :, i),1); %AX (bloco 2,1)
    lmiterm([-x 2 1 Z],B(:, :, i),1); %BZ (bloco 2,1)
    lmiterm([-x 2 2 X],1,1); %X (bloco 2,2)
    lmiterm([-x 3 1 X],C,1); %CX (bloco 3,1)
    lmiterm([-x 3 1 Z],D,1); %DZ (bloco 3,1)
    lmiterm([-x 3 3 0],1); %I (bloco 3,3)
    %regiao LMI 1# disco
    lmiterm([x+1 1 1 X],-r,1); %-rX (bloco 1,1)
    lmiterm([x+1 1 2 X],A(:, :, i),1); %AX (bloco 1,2)
    lmiterm([x+1 1 2 X],q,1); %qX (bloco 1,2)
    lmiterm([x+1 1 2 Z],B(:, :, i),1); %BuZ (bloco 1,2)
    lmiterm([x+1 2 2 X],-r,1); %-rPd (bloco 2,2)
    x=x+2;
end
lmis=getlmis;
[tmin,xfeas]=feasp(lmis,[0 500 0 0 0]); % Teste de factibilidade da
LMIs.
% Se tmin<0 a LMI é factível.
if tmin<0
    n=decnbr(lmis); %n: numero de variáveis de decisão
    %função a ser minimizada Tr{J}
    for k = 1:n
        Fi=defcx(lmis,k,J);
        c(k)=trace(Fi);
    end
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    options=[1e-4,200,0,0,0];
    [cmin,xmin]=mincx(lmis,c,options); %comando que minimiza c'x
    J=dec2mat(lmis,xmin,J); %montagem de J
    X=dec2mat(lmis,xmin,X); %montagem de X
    Z=dec2mat(lmis,xmin,Z); %montagem de Z
    K=Z*inv(X);
    minH2=sqrt(trace(J));
else %se nao factível retorna K=0 e custo minimo H2=-1
    K=zeros(size(Z));
    minH2=-1;
    disp('LMIs nao factiveis');
    disp('K=');
    disp(K);
    disp('custo minimo da norma H2=')
    disp(minH2);
end
end
end

```