



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
FACULDADE DE TECNOLOGIA - FT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PPGEE

ANDRÉ HENRIQUE LAMEIRA DOS SANTOS

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE ALTITUDE DE UM QUADRIRROTOR.

Manaus - AM

2018

ANDRÉ HENRIQUE LAMEIRA DOS SANTOS

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE ALTITUDE DE UM QUADRIRROTOR.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração em Controle e Automação de Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. João Edgar Chaves Filho

Manaus - AM

2018

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

S237i Santos, André Henrique Lameira dos
Identificação e controle de altitude de um quadricóptero / André
Henrique Lameira dos Santos. 2018
3 f.: il.; 31 cm.

Orientador: Dr. João Edgar Chaves Filho
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade
Federal do Amazonas.

1. Quadricóptero. 2. Método do relé. 3. Altitude. 4. Identificação. I.
Chaves Filho, Dr. João Edgar II. Universidade Federal do
Amazonas III. Título

ANDRÉ HENRIQUE LAMEIRA DOS SANTOS

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE DE ALTITUDE DE UM QUADRIRROTOR


Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração Controle e Automação de Sistemas.

Aprovado em 31 de agosto de 2018.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. João Edgar Chaves Filho, Presidente
Universidade Federal do Amazonas



Prof. Dr. Waldir Sabino da Silva Junior, Membro
Universidade Federal do Amazonas



Prof. Dr. José Luis de Souza Pio, Membro
Universidade Federal do Amazonas

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida, por estar me iluminando durante toda essa minha caminhada. Além de sua importante proteção e fortaleza diária.

Agradeço à minha mãe, Telma Lúcia, por me acompanhar, apoiar e guiar durante minha vida. À minha noiva, Greicy Dias, por seu imenso amor, apoio, compreensão e companheirismo ao longo desses últimos anos.

Agradeço aos meus amigos da UFAM, em especial Adriano Frutuoso que dividi conhecimentos no objeto de estudo desta dissertação.

Agradeço ao Prof. João Edgar, pessoa de paciência admirável, por todos os ensinamentos acadêmicos, conselhos, orientações e suporte ao longo da graduação e mestrado.

E por fim a todo corpo docente e funcionários da PPGEE/UFAM que me auxiliaram nessa formação.

*Por isso não tema, pois
estou com você; não tenha
medo, pois sou o seu Deus. Eu
o fortalecerei e o ajudarei; Eu
o segurarei com a minha mão
direita vitoriosa.*

Isaías

41:10

RESUMO

Neste trabalho é abordado o desenvolvimento de um controlador de altitude para um veículo quadricóptero de baixo custo. A identificação do modelo da dinâmica de altitude do quadricóptero é realizada utilizando o método do relé. Esse método também é uma ferramenta de auxílio na sintonia de um controlador PID implementado para modelo da dinâmica. Comparações dos desempenhos do controlador, realizados para a planta identificada e modelada matematicamente, foram analisadas, além do desempenho do controlador sintonizado pelo método direto do Relé, esse sem a necessidade do modelo de altitude. Nos experimentos foram avaliados parâmetros de desempenho da resposta em regime transitório para uma entrada de referência do tipo degrau. Além disso, foi avaliado o comportamento da altitude compensada para uma trajetória de referência trapezoidal. Os resultados mostraram que a técnica empregada é, além de simples, eficiente para este tipo de sistema.

Palavras chaves: Quadricóptero, método do Relé, Altitude e Identificação.

ABSTRACT

In this work approaches the development altitude control for a low-cost quadrotor vehicle. The identification of the model of the altitude dynamics of the quadrotor using the relay method is presented. This method is also a tool in the tuning of a PID controller implemented for dynamics model. Comparisons of controller performances, designed for the identified and mathematically modeled plant, were analyzed, in addition to the performance of the controller tuned by the Relay direct method, without the need for the altitude model. In the experiments, transient response performance parameters were evaluated for a step-type reference input. In addition, the behavior of the compensated altitude for a trapezoidal reference trajectory was evaluated. The results showed that the technique employed is, besides simple, efficient for this type of system.

Keywords: Quadrotor, Relay method, Altitude and Identification.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1-1: Graus de liberdade e sentido de rotação dos motores do quadrrrotor. | 17 |
| Figura 2-1: Representações da estrutura do corpo do veículo B e da referência da Terra E. ... | 25 |
| Figura 2-2: Relação Empuxo de um conjunto motor propulsor e PWM normalizado aplicado ao ESC. | 28 |
| Figura 3-1: Estrutura mecânica do quadrrrotor - <i>Frame X600</i> | 29 |
| Figura 3-2: Visão lateral do quadrrrotor. | 29 |
| Figura 3-3: Visão superior do quadrrrotor. | 30 |
| Figura 3-4: Motor <i>brushless</i> - Modelo A2212/13T 1000KV. | 30 |
| Figura 3-5: Propulsores de passo normal e invertido - Modelo APC SF e SFP 9’x4,7’. | 31 |
| Figura 3-6: Esquemático de um ESC para controle de velocidade em malha fechada de um motor <i>brushless</i> | 32 |
| Figura 3-7: ESC para controle de velocidade dos motores - <i>Hobbypower 30A</i> com BEC de 5V/2A. | 33 |
| Figura 3-8: Bateria de Alimentação - Turnigy 3cell 11,1V 2200mAh 20-30C. | 33 |
| Figura 3-9: Placa controladora de voo AIO PRO CRIUS. | 34 |
| Figura 3-10: Módulo de comunicação Bluetooth - HC05. | 35 |
| Figura 3-11: Sensor Ultrassônico HC-SR04. | 35 |
| Figura 3-12: Diagrama de tempo do sensor ultrassônico HC-SR04. | 36 |
| Figura 3-13: Filtro RC utilizado na alimentação do sensor ultrassônico. | 36 |
| Figura 3-14: Leitura de altitude do sensor ultrassônico com e sem filtro RC. | 37 |
| Figura 3-15: Esquemático de ligação da placa controladora com os elementos do quadrrrotor. | 38 |
| Figura 4-1: Malha Fechada do Método do Relé. | 39 |
| Figura 4-2: Sinal do Relé aplicado e sinal da saída oscilante do processo. | 40 |
| Figura 4-3: Função Relé. | 40 |
| Figura 4-4: Curva de Nyquist para função relé. | 42 |
| Figura 4-5: Malha do sistema de controle de Altitude. | 43 |
| Figura 4-6: Estrutura do Controlador PID. | 44 |
| Figura 4-7: Estrutura da malha de controle de Altitude do Quadrrrotor. | 46 |
| Figura 5-1: Estrutura experimental de altitude. | 47 |
| Figura 5-2: Malha de controle de altitude experimental. | 48 |
| Figura 5-3: Resposta à dinâmica de altitude com entrada relé com amplitude $h=100$ | 48 |

| | |
|---|----|
| Figura 5-4: Resposta à dinâmica de altitude com entrada relé com amplitude $h=120$ | 49 |
| Figura 5-5: Resposta à dinâmica de altitude com entrada relé com amplitude $h=140$ | 49 |
| Figura 5-6: Resposta de altitude e sinal de controle com controlador PID para modelo identificado. Referência de altitude = 1m..... | 51 |
| Figura 5-7: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando ZN. Referência de altitude = 1m..... | 52 |
| Figura 5-8: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando ZN. Referência de altitude = 1,5m..... | 53 |
| Figura 5-9: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando TL. Referência de altitude=1m..... | 54 |
| Figura 5-10: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando TL. Referência de altitude=1,5m..... | 55 |
| Figura 5-11: Resposta de Altitude e sinal de controle com o controlador PID com ganhos $K_p=108$, $K_i=15$ e $K_d=52$. Referência de altitude = 1m | 56 |
| Figura 5-12: Diagrama em blocos completo para o controle de posição e atitude do quadrrrotor..... | 57 |
| Figura 5-13: Diagrama em blocos do modelo dinâmico do quadrrrotor..... | 57 |
| Figura 5-14: Diagrama em blocos da dinâmica angular do quadrrrotor. | 58 |
| Figura 5-15: Diagrama em blocos da dinâmica translacional do quadrrrotor..... | 58 |
| Figura 5-16: Diagrama resumido do controle da dinâmica de altitude do quadrrrotor..... | 59 |
| Figura 5-17: Resposta de altitude simulados com controlador PID para o modelo matemático. Referência de altitude= 1m..... | 59 |
| Figura 5-18: Resposta de altitude na plataforma e sinal de controle com controlador PID para modelo matemático. Referência de altitude= 1m. | 60 |
| Figura 5-19: Resposta de altitude simulados com controlador PID ajustado para o modelo matemático. Referência de altitude= 1m. | 61 |
| Figura 5-20: Resposta de altitude na plataforma e sinal de controle com controlador PID ajustado para modelo matemático. Referência de altitude= 1m..... | 61 |
| Figura 5-21: Comparação dos Controladores PID para a trajetória de altitude..... | 62 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1-1: Movimentos translacionais do quadrrrotor. | 18 |
| Tabela 2-1: Estudo da arte resumido em dinâmica, modelo e estratégias de controle aplicadas | 24 |
| Tabela 3-1: Especificações físicas e elétricas do motor <i>brushless</i> A2212/13T 1000KV..... | 31 |
| Tabela 4-1: Regras de Sintonia de Ziegler e Nichols. | 45 |
| Tabela 4-2: Regras de Sintonia de Tyreus-Luyblen. | 45 |
| Tabela 5-1: Parâmetros obtidos do Método Relé. | 50 |
| Tabela 5-2: Ganhos do controlador PID para o modelo identificado..... | 50 |
| Tabela 5-3: Performance métricas de controle para o modelo identificado. Referência de altitude = 1m..... | 51 |
| Tabela 5-4: Ganhos do controlador calculados pelas Regras de Ziegler Nichols. | 52 |
| Tabela 5-5: Performance métricas de controle usando ZN. Referência de altitude = 1m..... | 52 |
| Tabela 5-6: Performance métricas de controle usando ZN. Referência de altitude = 1,5m.... | 53 |
| Tabela 5-7: Ganhos do controlador calculados pelas regras de Tyreus-Luyblen (TL). | 53 |
| Tabela 5-8: Performance métricas de controle usando TL. Referência de altitude = 1m. | 54 |
| Tabela 5-9: Performance das métricas de controle usando TL. Referência de altitude = 1,5m. | 54 |
| Tabela 5-10: Performance das métricas de controle para os ganhos ajustados $K_p=108$, $K_i=15$ e $K_d = 52$ | 55 |
| Tabela 5-11: Parâmetros do quadrrrotor para o modelo matemático. | 58 |
| Tabela 5-12: Ganhos do controlador PID para o modelo matemático simulado..... | 59 |
| Tabela 5-13: Performance das métricas de controlador PID no ambiente simulado e na plataforma experimental. Referência de altitude = 1m. | 60 |
| Tabela 5-14: Ganhos do controlador PID ajustados para o modelo matemático simulado..... | 60 |
| Tabela 5-15: Performance das métricas de controlador PID ajustado no ambiente simulado e na plataforma experimental. Referência de altitude = 1m..... | 62 |

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

| | |
|-------|--|
| BEC | <i>Battery Eliminator Circuit</i> |
| ESC | <i>Eletronic Speed Controller</i> |
| FOPTD | <i>First Order Plus Time Delay</i> |
| FRIT | <i>Fictitious Reference Iterative Tuning</i> |
| IMU | <i>Inertial Measurement Unit</i> |
| LIPO | <i>Lithium Polymer</i> |
| LMI | <i>Linear Matrix Inequality</i> |
| LQR | <i>Linear Quadratic Regulator</i> |
| MAV | <i>Micro Aerial Vehicle</i> |
| MPU | <i>Motion Processing Unit</i> |
| PD | Proporcional Derivativo |
| PI | Proporcional Integral |
| PID | Proporcional, Integral e Derivativo |
| PWA | <i>PieceWise Affine</i> |
| PWM | <i>Pulse Width Modulation</i> |
| RUMAV | <i>Rotary-wing Unmanned Mini Aerial Vehicles</i> |
| SF | <i>Slow Flyer</i> |
| SFP | <i>Slow Flyer Propeller</i> |
| SMPC | <i>Stochastic Model Predictive Control</i> |
| TL | Tyreus - Luyben |
| UAV | <i>Unmanned Aerial Vehicle</i> |
| VANT | Veículo Aéreo não Tripulado |
| VTOL | <i>Vertical Take-Off and Landing</i> |
| ZN | Ziegler - Nichols |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|--------------|---|
| \mathbb{B} | Sistema de coordenadas fixo no corpo |
| \mathbb{E} | Sistema de coordenadas referencial |
| C_t | Coefficiente de empuxo do propulsor |
| C_p | Coefficiente de potência do propulsor |
| I_{xx} | Momento de inercia em torno do eixo x de \mathbb{B} |
| I_{yy} | Momento de inercia em torno do eixo y de \mathbb{B} |
| I_{zz} | Momento de inercia em torno do eixo z de \mathbb{B} |
| K_f | Constante de força do motor |
| k_m | Coefficiente angular da região do motor |
| R | Matriz de Rotação de \mathbb{B} para \mathbb{E} |
| \ddot{r} | Vetor de aceleração translacional |
| M_i | Momento ou torque produzido pela rotação do propulsor (hélice) do motor i |
| U_i | Força de empuxo do motor i |
| I | Matriz de momento de inércia ou matriz identidade |
| g | Aceleração da gravidade |
| l | Distância entre eixo do motor e o centro de massa do quadricóptero |
| m | Massa do veículo |
| p | Velocidade angular em torno do eixo x_B |
| q | Velocidade angular em torno do eixo y_B |
| r | Velocidade angular em torno do eixo z_B |
| x | Eixo de translação ou coordenada x de \mathbb{E} |
| y | Eixo de translação ou coordenada y de \mathbb{E} |
| z | Eixo de translação ou coordenada z de \mathbb{E} |

| | |
|--------------------------|---|
| r_h | Comprimento da pá da hélice |
| u_x | Torque em torno do eixo x_B |
| u_y | Torque em torno do eixo y_B |
| u_z | Torque em torno do eixo z_B |
| x_B | Eixo de rolagem de \mathbb{B} |
| y_B | Eixo de arfagem de \mathbb{B} |
| z_B | Eixo de guinada de \mathbb{B} |
| ρ | Densidade do ar |
| Ω_i ou ω_i | Velocidade angular do eixo do motor i |
| δ_i | Sinal de controle PWM do motor i |
| ϕ | Ângulo de rolagem (<i>roll</i>) |
| θ | Ângulo de arfagem (<i>pitch</i>) |
| ψ | Ângulo de guinada (<i>yaw</i>) |
| a | Amplitude do sinal de saída do método do Relé |
| h | Amplitude do sinal de entrada do método do Relé |
| T_u | Período crítico |
| K_u | Ganho crítico |
| Gp | Função de transferência do modelo identificado |
| τ_n | Parâmetro para estimação do modelo |
| θ_n | Parâmetro para estimação do modelo |
| n | Ordem do modelo estimado |
| K | Ganho estático do processo |
| K_p | Ganho proporcional do controlador |
| K_i | Ganho integral do controlador |
| K_d | Ganho derivativo do controlador |

| | |
|-------------|---|
| pwm | Valor do sinal de PWM aplicado aos ESCs |
| pwm_{ref} | Valor de referência do sinal de PWM aplicado aos ESCs |
| ur | Valor do sinal do controlador PID |
| T_s | Tempo de Amostragem |
| T_i | Tempo integrativo ou <i>reset time</i> |
| T_d | Tempo derivativo |
| $u(k)$ | Sinal de controle no instante k |
| $e(k)$ | Sinal de erro no instante k |
| P.O | Percentual de <i>Overshoot</i> |
| t_r | Tempo de subida |
| t_s | Tempo de Acomodação |

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| CAPÍTULO 1..... | 17 |
| 1 INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1 PROBLEMÁTICA | 19 |
| 1.2 OBJETIVO GERAL | 20 |
| 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS..... | 20 |
| 1.4 MOTIVAÇÕES | 20 |
| 1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO..... | 21 |
| CAPÍTULO 2..... | 22 |
| 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 22 |
| 2.1 ESTADO DA ARTE..... | 22 |
| 2.2 MODELO DINÂMICO | 25 |
| CAPÍTULO 3..... | 29 |
| 3 ARQUITETURA DO SISTEMA..... | 29 |
| 3.1 ESTRUTURA MECÂNICA DO QUADRIRROTOR | 29 |
| 3.2 MOTOR BRUSHLESS DC E PROPULSOR..... | 30 |
| 3.3 ESC - <i>ELETRONIC SPEED CONTROL</i> | 32 |
| 3.4 BATERIA | 33 |
| 3.5 PLACA CONTROLADORA | 34 |
| 3.6 MÓDULO DE COMUNICAÇÃO | 35 |
| 3.7 SENSOR DE ALTITUDE..... | 35 |
| 3.8 ESQUEMÁTICO DA ARQUITETURA DE HARDWARE..... | 37 |
| CAPÍTULO 4..... | 39 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4 | METODOLOGIA | 39 |
| 4.1 | MÉTODO DO RELÉ..... | 39 |
| 4.2 | ESTRATÉGIA DE CONTROLE DA DINÂMICA DE ALTITUDE..... | 43 |
| 4.3 | ESTRUTURA DO CONTROLADOR | 45 |
| | CAPÍTULO 5..... | 47 |
| 5 | RESULTADOS EXPERIMENTAIS..... | 47 |
| 5.1 | EXPERIMENTO DO MÉTODO DO RELÉ..... | 47 |
| 5.2 | CONTROLADOR PID SINTONIZADO PARA O MODELO IDENTIFICADO .. | 50 |
| 5.3 | CONTROLADOR PID SINTONIZADO PELO MÉTODO DIRETO DO RELÉ .. | 51 |
| 5.4 | CONTROLADOR PID SINTONIZADO PARA O MODELO MATEMÁTICO ... | 56 |
| 5.5 | CONTROLADOR PID PARA UMA TRAJETÓRIA TRAPEZOIDAL | 62 |
| | CAPÍTULO 6..... | 64 |
| 6 | CONCLUSÕES | 64 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 66 |

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

O controle autônomo de veículos aéreos não tripulados (UAVs) tem recebido atenção considerável nas últimas décadas impulsionado principalmente por um aumento da exploração comercial e militar destes veículos. Particularmente, os veículos quadrirrotor tem despertado muito interesse devido à sua capacidade de pouso e decolagem vertical, grande mobilidade, elevada capacidade de carga, simplicidade e baixo custo em comparação com outros UAVs semelhantes.

O quadrirrotor analisado neste trabalho é uma aeronave não tripulada de asa rotativa, conforme (Rahul, 2009), representado na classe RUMAV (*Rotary-wing Unmanned Mini Aerial Vehicles*), onde ele é constituído de quatro rotores juntamente com seus propulsores, localizados nas extremidades de uma estrutura cruzada. No centro da estrutura também são utilizados sensores, placa de controle e comunicação e bateria, como elemento de energia.

O voo do quadrirrotor é controlado a partir da variação da velocidade angular dos motores. Este tipo de UAV (*Unmanned Aerial Vehicles*) tem certa vantagem sobre os modelos de UAV, devido ao fato de ter decolagem e pouso vertical, que também o classifica como VTOL (*Vertical Take off and Landing*), capacidade de pairar e de realizar movimentos precisos, dando-lhe a possibilidade de realizar manobras interessante que ajudaria por exemplo em atravessar ambientes com bastantes obstáculos. Além disso, ele possui a capacidade de transportar uma variável capacidade de carga, por ter um sistema de propulsão a base de quatro rotores, dependendo dos rotores, onde poderia ser aplicado para desembarques de pequenos materiais em áreas pequenas ou de difícil acesso.

O princípio de movimentação do quadrirrotor é realizado através de uma combinação de ativação dos rotores. De acordo com o modelo dinâmico da aeronave, existem seis graus de liberdade, conforme a Figura 1-1, onde ilustrada também o sentido de rotação dos motores.

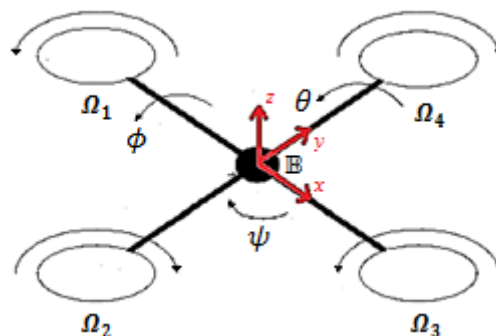


Figura 1-1: Graus de liberdade e sentido de rotação dos motores do quadrirrotor.

Na Figura 1-1, percebe-se que os motores 1 e 3 giram no sentido anti-horário e os motores 2 e 4 giram no sentido contrário, afim de que os propulsores criem forças no plano horizontal. Os graus de liberdade dependem de dois grupos, sendo o primeiro o que permite os movimentos angulares, definidos por (ϕ, θ, ψ) , respectivamente conhecidos como *pitch*, *roll* e *yaw*. O segundo grupo permite o movimento linear onde o quadricóptero se movimenta ao longo dos eixos X, Y e Z. Pode-se ressaltar que os movimentos realizados ao longo dos eixos X e Y dependem respectivamente dos movimentos angulares *roll* e *pitch*.

No ramo do aeromodelismo, é utilizado quatro tipos de comandos, conhecidos como *throttle*, *pitch*, *roll* e *yaw*, para que o quadricóptero realize um movimento em uma determinada direção. O comando *throttle* é realizado a fim de realizar o movimento ao longo do eixo Z, subida e descida, onde a velocidade dos motores deve aumentar ou diminuir simultaneamente a sua intensidade.

Para realizar o movimento no plano horizontal são utilizados os comandos *pitch* e *roll*. O comando *roll* realiza o movimento angular θ , permitindo o movimento ao longo do eixo X, onde isto é feito, por exemplo, diminuindo a velocidade do motor 1 e aumentando na mesma proporção a velocidade do motor 3. Já o comando *pitch* realiza o movimento angular ϕ , permitindo o movimento ao longo do eixo Y, onde isto é feito, por exemplo, diminuindo a velocidade do motor 2 e aumentando na mesma proporção a velocidade do motor 4.

O último movimento é realizado pelo comando *yaw* onde o movimento é feito em torno do eixo Z, onde para se realizar este giro é necessário que se aumente a velocidade de dois motores que giram no mesmo sentido e diminua na mesma proporção a velocidade dos outros motores que giram em sentido contrário. A Tabela 1-1, informa os tipos de trajetórias que o quadricóptero pode realizar, bem como a combinação de velocidades dos motores.

Tabela 1-1: Movimentos translacionais do quadricóptero.

| Movimento | Eixo | Comando | Motor 1 | Motor 2 | Motor 3 | Motor 4 |
|------------------|-------------|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Subida | Z | <i>throttle</i> + | $v1 + \Delta v$ | $v2 + \Delta v$ | $v3 + \Delta v$ | $v4 + \Delta v$ |
| Descida | Z | <i>throttle</i> - | $v1 - \Delta v$ | $v2 - \Delta v$ | $v3 - \Delta v$ | $v4 - \Delta v$ |
| Para frente | X | <i>pitch</i> + | $v1 - \Delta v$ | $v2 + \Delta v$ | $v3$ | $v4$ |
| Para trás | X | <i>pitch</i> - | $v1 + \Delta v$ | $v2 - \Delta v$ | $v3$ | $v4$ |
| Direita | Y | <i>roll</i> + | $v1$ | $v2$ | $v3 + \Delta v$ | $v4 - \Delta v$ |
| Esquerda | Y | <i>roll</i> - | $v1$ | $v2$ | $v3 - \Delta v$ | $v4 + \Delta v$ |
| Horário | Z | <i>yaw</i> + | $v1 + \Delta v$ | $v2 + \Delta v$ | $v3 - \Delta v$ | $v4 - \Delta v$ |
| Anti-horário | Z | <i>yaw</i> - | $v1 - \Delta v$ | $v2 - \Delta v$ | $v3 + \Delta v$ | $v4 + \Delta v$ |

1.1 PROBLEMÁTICA

Os quadricópteros podem ser encontrados no mercado para os mais diversos fins, e atualmente existem diversas tecnologias suficientes para desenvolver uma aeronave totalmente eletrônica, sem a utilização de combustíveis, utilizando apenas energia elétrica, através de uma bateria para alimentar o sistema. O controle de movimento da aeronave pode ser realizado variando-se a velocidade relativa de cada motor para alterar o empuxo e o torque produzido por cada um. O grande desafio é sincronizar o controle destes dispositivos com sensores para dar estabilidade e controlar sua posição.

O controle de posição de um quadricóptero é um problema desafiador, principalmente devido ao fato de se tratar de um sistema sub atuado e seu modelo ter muitas características não lineares, especialmente se os efeitos aerodinâmicos complexos forem considerados.

Um dos desafios na concepção dos sistemas de controle é a dificuldade na obtenção de um modelo físico exato destes sistemas. Uma alternativa para evitar este problema é o uso de técnicas empíricas para a sintonização do projeto de controle, como por exemplo, as técnicas de Ziegler-Nichols e Tyreus-Luyben que dispensa um modelo matemático com precisão. Porém a ideia do trabalho é agregar a técnica de auto sintonização para também a identificação da dinâmica de altitude. De tal forma a gerar um modelo de maneira mais simples e eficaz.

O desenvolvimento de sistemas autônomos de UAV com menos interação humana têm sido incentivados. Particularmente, existem três níveis de autonomia para sistemas UAV: navegação autônoma, pouso e decolagem autônoma. Para estas diferentes finalidades de autonomia têm-se diferentes problemas de controle, como por exemplo, o controle de atitude, controle de altitude, e controle de posição das aeronaves. Especialmente, o controle de altitude que é um componente essencial para qualquer sistema UAV autônomo.

Diferentes estratégias têm sido propostas para controlar a atitude e posição de sistemas UAV, a maioria deles com base em modelos matemáticos complexos. Entre as diferentes propostas, podem ser mencionados: controle PID utilizado em (Ekawati, 2014) e (Duc, 2015), abordagens de controle robusto são utilizadas em (Kun, 2016), técnicas de controle ótimo em (Esteves, 2015), controle adaptativo em (Alexis, 2012), *back-stepping* em (Nagaty, 2013), *sliding mode* em (Zhou, 2015) e controle em lógica *fuzzy* em (Raharja, 2014).

Há uma falta de aplicações de técnicas de ajuste empírico em projeto de controle de UAV, essas técnicas são amplamente empregadas em processo industrial, devido à sua eficiência, isto é, os controladores empíricos oferecem um desempenho razoável ao dispensar

o modelo de processo. Uma das poucas obras que emprega ajuste empírico para UAV controle é apresentado por (Yang, 2013), onde a técnica denominada FRIT (*Fictitious Reference Iterative Tuning*) é usada para controle de atitude de um quadricóptero. Em (Dandan, 2014), uma abordagem de auto sintonia adaptativa é utilizada para uma estratégia de controle PID no controle de atitude de um veículo quadricóptero.

Como proposta, este trabalho propõe o controle e a identificação do modelo da dinâmica de altitude do quadricóptero utilizando o método do Relé. Tal modelo identificado é determinado com base nas características do modelo matemático da dinâmica, via formalismo de Newton-Euler. Para essas plantas o controle implementado é um controlador PID, encontrado na maioria das plataformas comerciais destas aeronaves. A sintonia deste controlador também foi realizada com auxílio do método de (Astrom, 1995), conhecido como método do Relé. Por fim foi realizada uma comparação dos desempenhos do controlador para a planta identificada, estimada pelo método indireto do relé, e modelada matematicamente, além da análise do desempenho do controlador sintonizado pelo método direto do relé, porém esse sem a necessidade do modelo de altitude.

1.2 OBJETIVO GERAL

Identificar e Controlar a dinâmica de Altitude de um quadricóptero pelo método Relé.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Modelar a dinâmica de altitude via formalismo de Newton – Euler.
- Identificar a dinâmica de altitude via método do relé.
- Controlar a atitude do quadricóptero.
- Projetar e Implementar a estratégia de controle altitude.
- Realizar experimentos *indoor* para verificar o desempenho do sistema de controle.

1.4 MOTIVAÇÕES

Os desafios relacionados ao controle de posição do quadricóptero motivam a conhecer o modelo e controlar a altitude da aeronave, onde no estado da arte perceberá que este modelo é um fator importante para o desempenho do controlador.

Além disso, ressalta a aplicação do método do relé para este objeto de estudo, uma vez que tal método é aplicado com maior frequência em controladores industriais. Então o estudo é relevante cientificamente para auxiliar a comunidade acadêmica para este estudo de caso.

Pode-se acrescentar que o crescente interesse neste objeto de estudo, devido a sua grande aplicabilidade em diversos ramos, tem proporcionado diversas linhas de pesquisas na área de VANTs, logo a execução desse projeto pode contribuir no crescimento do grupo de estudo da Universidade Federal do Amazonas, que desenvolve pesquisas nesta área.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O seguinte trabalho é organizado da seguinte forma:

- **Capítulo 2:** são abordados os conceitos fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho e compreensão da metodologia proposta. Serão apresentados um estudo da arte e a fundamentação teórica e matemática da dinâmica do quadricóptero.
- **Capítulo 3:** apresenta a arquitetura da aeronave abordando sua estrutura mecânica e estrutura de hardware.
- **Capítulo 4:** apresenta a metodologia do relé necessária para o controle e identificação da dinâmica de altitude da aeronave.
- **Capítulo 5:** retrata sobre os resultados experimentais dos controladores implementados.
- **Capítulo 6:** apresenta as considerações finais sobre o trabalho e aborda possíveis ideias para desenvolvimento de trabalhos futuros

CAPÍTULO 2

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação da pesquisa é um estudo de caso sobre a identificação e controle da dinâmica de altitude de quadricóptero de baixo custo. Na primeira seção deste capítulo é apresentado um estudo da arte a fim de verificar as estratégias de identificação e controle já formuladas para o quadricóptero em ambiente indoor ou outdoor. Na segunda seção é apresentada a abordagem da modelagem matemática da aeronave pelo método Newton Euler, encontradas em muitas linhas de pesquisa deste UAV.

2.1 ESTADO DA ARTE

O levantamento bibliográfico sobre o controle do movimento da aeronave apontou diversas estratégias de identificação e controle, tanto para atitude e posição da aeronave.

Em Esteves, David J. *et.al* (2015) é apresentado um controle de estabilização e altitude de voos indoor de um quadricóptero. Os parâmetros do modelo não linear da aeronave foram identificados experimentalmente, para realização de um simulador realista, onde posteriormente é testado e validado estratégias de controle ótimo LQR, no modelo linearizado. Estimadores baseado no filtro de Kalman foram feitos para estimação dos modelos de atitude e altitude do quadricóptero.

Em Ekawati *et.al* (2014) trata-se de controle de posição de voos outdoor de um quadricóptero. Um controlador proporcional derivativo (PD) é implementado utilizando dados de localização de um GPS para a realimentação. É realizado também a identificação do modelo das dinâmicas de movimento, na ordem FOPTD, e a determinação de parâmetros do controlador de posição.

Em Duc, Minh N *et.al* (2015) é realizado um controle PID, onde essa estratégia de controle é realizada para cada ângulo de atitude (*roll*, *pitch*, *yaw*) e um outro para controle de posição de altitude. O modelo dinâmico linear aproximado do quadricóptero foi modelado baseado no formalismo de Newton-Euler. Neste estudo o modelo e controlador são implementados em ambiente de simulação.

Em Kun, D. e Hwang (2016) é proposto um algoritmo de controle robusto adaptativo não linear baseado na resolução de uma desigualdade matricial linear (LMI), para controle de atitude e posição de um quadricóptero. Neste experimento é utilizada duas malhas de controle, uma interna para controle de atitude e altitude da aeronave, e outra externa para controle de posição. O controle robusto adaptativo tem o objetivo de garantir o desempenho de

rastreamento para as tarefas determinadas, diante de parâmetros incertos do quadricóptero, como por exemplo, massa e momentos de inércia, além de perturbações externas como rajadas de ventos e dinâmicas não modeladas.

Em Alexis, K. et.al (2012) é realizado um estudo do controle de atitude, altitude e posição de manobras *indoor* do quadricóptero. Com base em dados de uma IMU, um sonar e um sensor óptico de fluxo, um vetor de estado é estimado através de um algoritmo fusão sensorial. Um controlador preditivo baseado em modelo é realizado a fim de atingir um controle de trajetória exato, com a presença de perturbações na dinâmica do quadricóptero. A modelagem dinâmica do quadricóptero é baseada na estratégia (PWA) e o controle é baseado na estratégia de controle preditivo denominado SMPC.

Em Nagaty, A. et.al (2013) é apresentada uma simulação de controle não linear utilizando a estratégia *backstepping*, aplicada na malha de controle interna responsável pela estabilização da aeronave. O controle de trajetória também é realizado na malha de controle externa, utilizando um controlador PD. O modelo é baseado no simulador de robótica Gazebo 3D que possui o modelo dinâmico do quadricóptero.

Em Zhou, W. et.al (2015) é investigado uma estratégia de controle para rastreamento de atitude e posição de quadricóptero baseado no controle não linear *sliding mode*. O sistema do quadricóptero é dividido em dois subsistemas sub atuados, um com dois graus de liberdade e outro com quatro graus de liberdade. No primeiro é implementado o controle *sliding mode* para o controle de guinada e altura do quadricóptero. O outro subsistema é simplificado em um sistema em cascata de ordem quatro, para o controle dos demais ângulos de atitude e de posição dos eixos x e y , usando o mesmo método controle. Esse sistema proposto é robusto às perturbações externas e incertezas do sistema.

Em Raharja, N.M. et.al (2014) é proposto um algoritmo de controle com lógica *fuzzy* para controle de altura de um quadricóptero, a fim de manter a aeronave pairada. Uma função de pertinência do tipo triangular é usada para processar as entradas de altura. A saída dessa função é utilizada para manter a posição de altura do quadricóptero.

Em Julkananusart, A. and Nilkhamhang, I (2015) é empregado um ajuste empírico para um UAV, onde a técnica denominada FRIT é usada para sintonização do controle de atitude de um quadricóptero. Em Yang, J. (2013) se utiliza uma abordagem de auto sintonia adaptativa, para uma estratégia de controle PID no controle de atitude do quadricóptero.

Em Dandan, Z. (2011) o método do relé de Astrom é utilizado para sintonização de um controlador PID de um sistema de controle de nível de tanque industrial. Em Almeida, Mateus A. (2015) o método do relé é empregado para identificação de uma planta térmica.

Neste trabalho o método é implementado para estimação de margens de estabilidade de forma automática na identificação de sistemas.

Os trabalhos comentados acima propõem estratégias para o controle de estabilidade e posição. Algumas propostas combinam duas ou mais teorias de controle para aumentar a eficiência do controlador da aeronave. Um fato que deve ser ressaltado é a grande variedade de trabalhos que necessitam do modelo físico do quadricóptero, na qual são adotadas duas estratégias para sua determinação. A primeira é realizada através da modelagem matemática da dinâmica do quadricóptero e a segunda utiliza-se métodos de identificação para definir alguns parâmetros do sistema ou sistema por completo.

Tabela 2-1: Estudo da arte resumido em dinâmica, modelo e estratégias de controle aplicadas.

| Trabalho | Ano | Dinâmica | Modelo | Estratégia de Controle |
|--------------------|------------|--------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| Esteves, David J | 2015 | Atitude e Altitude | Matemático (Newton Euler) | Controle Ótimo LQR |
| Ekawati, Estiyanti | 2014 | Posição | Identificado | Controle PD |
| Duc, Minh N. | 2015 | Atitude e Altitude | Matemático (Newton Euler) | Controle PID |
| Kun, D. and Hwang | 2016 | Atitude e Posição | Matemático (Newton Euler) | Controle Robusto Adaptativo |
| Alexis, K. | 2011 | Atitude e Posição | Matemático (Formalismo Híbrido - PWA) | Controle Preditivo |
| Nagaty, A. | 2013 | Atitude e Posição | Matemático (Newton Euler) | Controle <i>Backstepping</i> e PD |
| Zhou, W. | 2015 | Atitude e Posição | Matemático (Newton Euler) | Controle <i>Sliding Mode</i> |
| Raharja, N.M. | 2014 | Altitude | Matemático (Newton Euler) | Controle <i>Fuzzy</i> |
| Julkananusart, A. | 2015 | Atitude | - | Controle PID (Empírico) |
| Yang, J. | 2013 | Atitude | Matemático (Newton Euler) | Controle PID |

Pela revisão bibliográfica realizada, percebeu-se também que o método do relé proposto nesta dissertação não foi usado antes para identificação e controle de dinâmicas de um sistema de UAV.

2.2 MODELO DINÂMICO

O modelo matemático da dinâmica do quadricóptero assume que a estrutura do corpo seja rígida, simétrica, haja igualdade do referencial da estrutura com o centro de massa do mesmo e propulsores rígidos, sendo suas forças empuxo proporcionais ao quadrado da velocidade. Além disso, desconsideram-se os efeitos giroscópicos dos propulsores e a influência do solo ou de outra superfície na aeronave.

A modelagem matemática adotada é o formalismo por Newton Euler. O sistema de coordenadas, adaptado de (Bouabdallah, 2004) e ilustrado Figura 2-1, apresenta o referencial fixo da estrutura do veículo \mathbb{B} e o referencial fixo da Terra \mathbb{E} , onde em \mathbb{B} é usado para representar os movimentos *roll* (ϕ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ) e em \mathbb{E} é usado para representar os movimentos de translação x , y e z no espaço tridimensional.

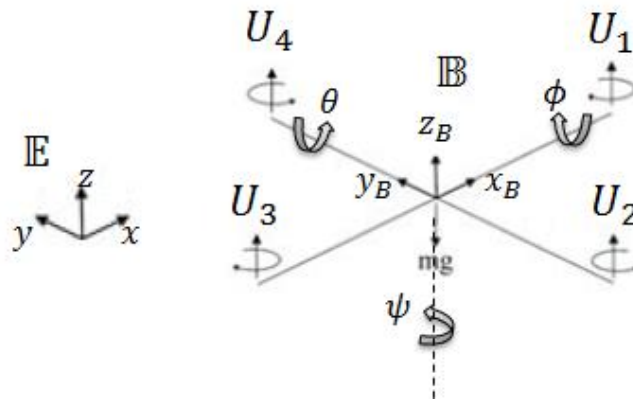


Figura 2-1: Representações da estrutura do corpo do veículo \mathbb{B} e da referência da Terra \mathbb{E} .

O mapeamento das coordenadas de \mathbb{B} pode ser representado em \mathbb{E} e é realizado pela matriz de rotação R , ilustrado na equação (2.1) onde $c_{(\cdot)} = \cos_{(\cdot)}$ e $s_{(\cdot)} = \sin_{(\cdot)}$. Essa matriz R executa os três movimentos de rotação (*roll* (ϕ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ)) em torno dos eixos y_B , x_B , e z_B do referencial \mathbb{B} , da Figura 2-1.

$$R = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta - s_\phi s_\psi s_\theta & -c_\phi s_\psi & c_\psi s_\theta + c_\theta s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi - c_\psi s_\phi s_\theta & c_\phi c_\psi & s_\psi s_\theta - c_\psi c_\theta s_\phi \\ -c_\phi s_\theta & s_\phi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Segundo (Mellinger,2012), os movimentos de transladação são equacionados através da segunda lei de Newton aplicados ao deslocamento linear do centro de massa da aeronave:

$$m\ddot{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 U_i \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde m é massa total do veículo, \ddot{r} é o vetor de aceleração $[\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$, g é a aceleração da gravidade e U_i representa a força de empuxo gerada por um propulsor i .

A dinâmica angular, a partir das equações de Euler, é dada por (Mellinger,2012):

$$I \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(U_2 - U_4) \\ l(U_3 - U_1) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \cdot I \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

sendo I a matriz de momento de inércia, $[p \ q \ r]^T$ é o vetor de velocidade angular para o referencial \mathbb{B} , l é a distância entre o eixo do propulsor e o centro de massa do quadricóptero e M_i é o momento produzido pela rotação das hélices do propulsor.

Considerando a estrutura do quadricóptero simétrica, os produtos de inércia dos eixos podem ser desconsiderados, logo:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} são os momentos de inércia em torno do eixo de \mathbb{B} .

Segundo (Mellinger,2012), a aeronave em voo pairado, considera-se $\dot{\phi} \approx p$, $\dot{\theta} \approx q$, $\dot{\psi} \approx r$, logo os modelos da dinâmica de atitude e posição são:

$$\ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{u_x}{I_{xx}} \quad (2.5)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{u_y}{I_{yy}} \quad (2.6)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{u_z}{I_{zz}} \quad (2.7)$$

$$\ddot{x} = [c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi] + \frac{U_t}{m} \quad (2.8)$$

$$\ddot{y} = [c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi] + \frac{U_t}{m} \quad (2.9)$$

$$\ddot{z} = -g + [c_\phi c_\theta] \frac{U_t}{m} \quad (2.10)$$

sendo U_t a força de empuxo resultante geradas pelos propulsores.

O interesse da dissertação se encontra no modelo da equação (2.10), onde se percebe a influência da força da gravidade, ou seja, a força de empuxo gerada por todos os propulsores devem ser no mínimo igual ao peso da aeronave para realizar um voo pairado a uma altura desejada.

Os torques u_x , u_y e u_z , necessários para as dinâmicas de atitude, são dados pelas equações (2.11), (2.12) e (2.13), respectivamente, onde l é a distância entre o eixo de rotação e o centro do quadricóptero e M_i são os momentos gerados pela rotação dos propulsores.

$$u_x = l(U_2 - U_4) \quad (2.11)$$

$$u_y = l(U_1 - U_3) \quad (2.12)$$

$$u_z = (M_1 + M_3) - (M_2 + M_4) \quad (2.13)$$

A força de empuxo U (Costa, 2008) gerado pela rotação das hélices do propulsor é dado pela equação (2.14):

$$U = K_f \omega_i^2 \quad (2.14)$$

onde K_f e ω_m são constante de força e velocidade angular do eixo do motor, respectivamente.

Segundo (Guimarães, 2012), a velocidade angular é diretamente proporcional ao sinal PWM δ_i de entrada:

$$\omega_i \propto \delta_i \quad (2.15)$$

Em (Costa, 2008), a força de empuxo também pode ser calculada, conforme a equação (2.16) a partir de alguns parâmetros físicos:

$$U = \frac{4\rho r_h^4 C_t}{\pi^2} \omega_i^2 \quad (2.16)$$

sendo C_t (*thrust* ou coeficiente de empuxo), ρ (densidade do ar) e r_h (comprimento da pá da hélice).

Nas equações (2.14) e (2.16) se percebe que a força de empuxo é proporcional ao quadrado da velocidade angular. Diante disso pode-se deduzir, através da proporcionalidade da equação (2.15) que o empuxo também é proporcional ao quadrado do sinal de controle PWM.

$$U_i \propto \delta_i^2 \quad (2.17)$$

Na equação (2.16) também se percebe uma dificuldade na determinação do empuxo, pois tem vários parâmetros a serem estimados. Diante disto foi realizado um ensaio a fim de encontrar a relação entre a força de empuxo gerado por um conjunto motor propulsor e o sinal de controle PWM aplicado ao ESC de um motor.

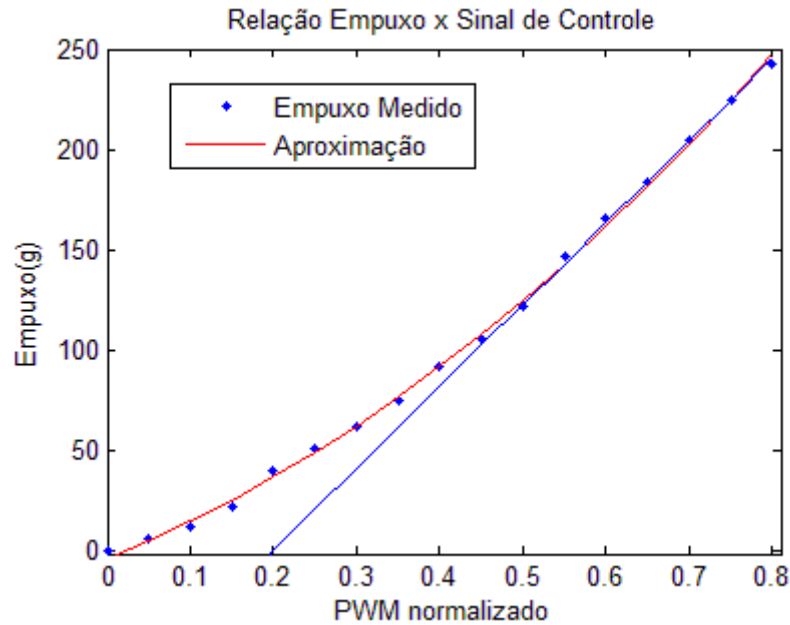


Figura 2-2: Relação Empuxo de um conjunto motor propulsor e PWM normalizado aplicado ao ESC.

No gráfico, ilustrado na Figura 2-2, pode-se verificar a relação da equação (2.17). Além disso, nesse experimento percebeu-se uma aproximação linear entre 50% a 80% do sinal de controle, que é exatamente a faixa de operação para a decolagem e pouso do quadricóptero. Logo se adotou essa linearidade, dada pela equação (2.18), da relação de empuxo e sinal de controle na região de operação.

$$U_i = km\delta_i \quad (2.18)$$

onde km é o coeficiente angular da reta encontrada na região de operação.

CAPÍTULO 3

3 ARQUITETURA DO SISTEMA

Neste capítulo será apresentada a arquitetura da aeronave, onde serão descritas as especificações físicas e elétricas dos elementos do quadricóptero. Essas informações são essenciais para determinações de parâmetros modelo matemático e implementação do algoritmo de controle. Além disso é apresentado um esquemático de ligação dos elementos de hardware da aeronave.

3.1 ESTRUTURA MECÂNICA DO QUADRICÓPTERO

A estrutura mecânica do quadricóptero, mostrado na Figura 3-1, é um *frame* modelo X600 com 60cm de envergadura, de material leve e resistente. Nessa estrutura são acoplados todos os elementos de hardware. Esse *frame* atende aos requisitos básicos de um quadricóptero que é uma estrutura simétrica com centro de massa localizado no centro de gravidade.



Figura 3-1: Estrutura mecânica do quadricóptero - *Frame X600*.

O quadricóptero foi montado em formato de cruz. Nas extremidades do *frame* foram colocados os conjuntos motor propulsor, e no centro foram fixados os sensores, a placa controladora, o módulo de comunicação e a bateria. As Figura 3-2 e Figura 3-3 ilustram a aeronave completamente montada.

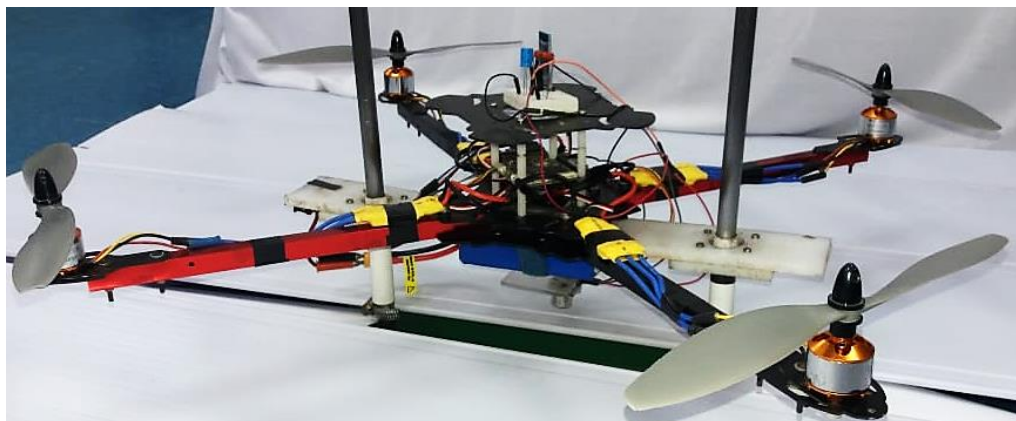


Figura 3-2: Visão lateral do quadricóptero.



Figura 3-3: Visão superior do quadricóptero.

3.2 MOTOR BRUSHLESS DC E PROPULSOR

Na aeronave foram utilizados motores *brushless* DC A2212/13T de 1000KV, conforme ilustrado na Figura 3-4. Esses tipos de motores não apresentam sistema de comutação mecânica. O motor *brushless* é constituído de um estator de eletroímãs e um rotor de ímãs permanentes. A comutação controla o acionamento dos eletroímãs do estator e é realizada eletronicamente.



Figura 3-4: Motor *brushless* - Modelo A2212/13T 1000KV.

Os motores *brushless* são motores sem escovas, quando comparados a motores com escova, apresentam algumas vantagens (Melo, 2010), como comutação eletrônica, o que gera menos ruídos e aumenta a vida útil do mesmo, rendimento elevado, torques elevados para motores de tamanho e peso reduzidos.

Tabela 3-1: Especificações físicas e elétricas do motor *brushless* A2212/13T 1000KV.

| Especificações motor <i>brushless</i> A2212/13T | |
|--|------------|
| Peso | 47g |
| Dimensões | 27.5x30mm |
| Tensão de Alimentação | 11-13V |
| Consumo de Corrente | 4-10A |
| KV | 1000 rpm/V |

No eixo do motor é acoplado o propulsor quem tem o papel de converter a rotação do motor em força de empuxo. A escolha do propulsor deve ser feita corretamente e em conjunto com o motor, pois um mau dimensionamento pode influenciar no consumo de energia, no empuxo necessário para superar o peso da aeronave e vibrações que geram ruídos para os sensores. Assim devem-se atentar as especificações do propulsor que são:

- Tipo de material, por exemplo, plástico ou fibra de carbono
- Passo
- Número de pás ou hélices
- Dimensões da pá

O modelo dos propulsores utilizado é mostrado na Figura 3-5. Na aeronave são utilizados um par de hélices de passo normal (SF) e outro de passo invertido (SFP), uma vez que os pares de motores de um eixo do quadricóptero giram em sentido oposto ao outro par, porém todos os propulsores devem realizar empuxo na mesma direção, perpendicular ao plano de rotação do propulsor.



Figura 3-5: Propulsores de passo normal e invertido - Modelo APC SF e SFP 9'x4,7'.

3.3 ESC - *ELETRONIC SPEED CONTROL*

O *Electronic Speed Control* (ESC) é o dispositivo eletrônico que realiza a comutação dos acionamentos dos eletroímãs, e conseqüentemente irá realizar o controle de velocidade em malha fechada. Os ESCs podem estar com ou sem sensores *hall* que determinam a posição do rotor e estimam a velocidade do motor.

O ESC é formado basicamente por um inversor de frequência trifásico e de um circuito de controle, conforme ilustrado na Figura 3-6. O inversor de frequência aciona o motor, alimentando-se os três enrolamentos do estator em uma sequência ordenada onde é determinada pelo circuito de controle, onde a partir da medição da posição do rotor e da sua velocidade transmite um sinal PWM (*Pulse Width Modulation*) que satura um dos três pares de transistores do circuito inversor.

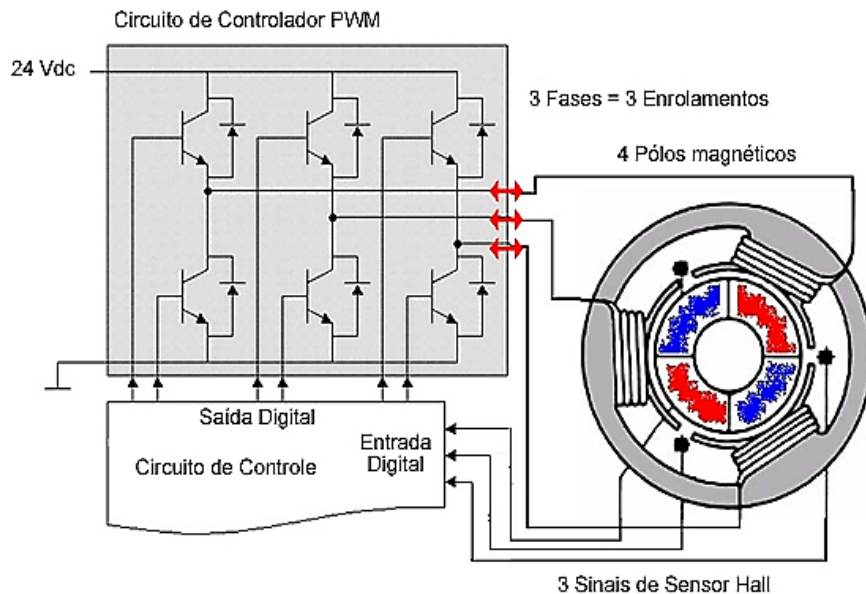


Figura 3-6: Esquemático de um ESC para controle de velocidade em malha fechada de um motor *brushless*.

Para aeronave do trabalho é utilizado o ESC da *Hobbypower* de 30A, apresentado na Figura 3-7, que possui:

- Uma entrada de alimentação DC de 5,5 a 12,6V.
- O BEC (*Battery Eliminator Circuit*) é uma saída de 5V/2A utilizada para alimentar a placa controladora que por sua vez alimenta o módulo de comunicação e o sensor de altitude.
- Uma entrada PWM onde configura o modo de funcionamento do ESC e que principalmente permite a mudança de velocidade do motor.
- As três saídas para alimentação do motor.



Figura 3-7: ESC para controle de velocidade dos motores - Hobbypower 30A com BEC de 5V/2A.

O sinal de entrada PWM para o controle de velocidade do motor é um sinal com período de $20ms$ e largura de pulso variando de $1ms$ a $2ms$. Essa variação de largura de pulso é que permite a variação de velocidade do motor.

3.4 BATERIA

A alimentação elétrica de toda aeronave é realizada por uma bateria LIPO constituída de Polímero de Lítio que possui peso reduzido, elevada densidade energética e alta taxa de descarga. O modelo de bateria utilizado é ilustrado na Figura 3-8. Essa bateria apresenta 3 células de $3,7V$ associadas em série, $2200mAh$ por célula, capacidade de descarga de $20C$ a $30C$, capacidade nominal de corrente de $44A$ a $66A$, peso de $186g$ e dimensões de $103x33x24mm$. Em medições de consumo de corrente, chegou-se a um consumo máximo e aproximado de $48A$ onde se alimentava os quatro motores, a placa controladora e os sensores.



Figura 3-8: Bateria de Alimentação - Turnigy 3cell 11,1V 2200mAh 20-30C.

3.5 PLACA CONTROLADORA

A placa controladora tem como objetivo principal controlar a estabilidade e altitude do quadricóptero. A placa utilizada é a AIO PRO CRIUS, ilustrada na Figura 3-9. Ela possui um microcontrolador Atmega 2560, uma unidade processamento de movimento (MPU), composta de giroscópio, acelerômetro, um magnetômetro digital e um barômetro.

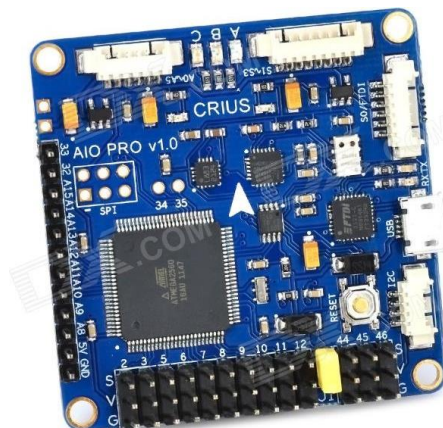


Figura 3-9: Placa controladora de voo AIO PRO CRIUS.

Essa placa controladora possui as mesmas funcionalidades de um Arduino Mega, porém com os sensores, necessários para quadricóptero, agregados na mesma placa. A seguir são apresentados os principais elementos dessa placa:

- Microcontrolador ATMEGA 2560
- Regulador de tensão 3,3V e 5V
- 8 Conexões para motores *brushless*
- 8 Canais de recepção para controle remoto
- 4 Portas de comunicação serial para telemetria, GPS e módulo *bluetooth*
- 3 Conexões para servos motores
- 1 porta comunicação I₂C para utilização de sensores externos
- MPU6050 (Giroscópio/Acelerômetro)
- Magnetômetro HMC5883L
- Barômetro MS5611-01BA01
- Conversor de nível lógico *on board*

No microcontrolador é programado o algoritmo que realiza o controle de altitude. Basicamente, esse algoritmo realiza a leitura do sensor de altitude, posteriormente realiza os cálculos do controle PID e fornece um sinal de controle PWM utilizados pelos ESCs. Além disso, o algoritmo permite a transmissão e recepção de dados entre um computador e o quadricóptero, através de um módulo de comunicação.

3.6 MÓDULO DE COMUNICAÇÃO

O módulo de comunicação do quadricóptero, ilustrado na Figura 3-10, é feito através de um módulo *Bluetooth* HC05. Esse módulo foi escolhido, pois todos os experimentos de controle de altitude foram realizados em ambiente *indoor*.

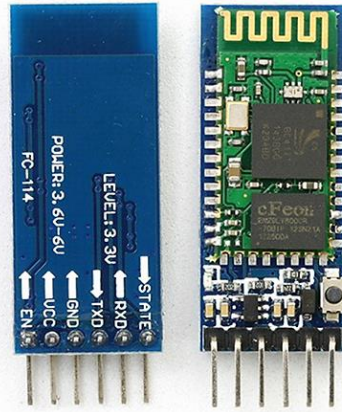


Figura 3-10: Módulo de comunicação Bluetooth - HC05.

O módulo de comunicação é responsável pelos dados de telemetria do quadricóptero, como, por exemplo, transmitir o dado de altitude, os ângulos de estabilidade *roll*, *pitch* e *yaw* e os sinais de controle PWM aplicados aos ESCs. Além de receber comandos de um computador, como os ganhos de sintonia do controlador de altitude, PWM de referência e comandos de partida e parada dos motores.

O módulo *bluetooth* HC05 foi configurado para uma taxa de comunicação serial de 115200Kbps. Os dados de telemetria são transmitidos e recebidos por um computador com *bluetooth*.

3.7 SENSOR DE ALTITUDE

O sensor de altitude utilizado é o sensor ultrassônico HC-SR04, ilustrado na Figura 3-11. O princípio de funcionamento inicia na emissão de um pulso sonoro em alta frequência onde se propaga na velocidade do som. Ao atingir um determinado obstáculo, no caso em questão o solo, um sinal de eco refletido para o sensor. Assim a altura entre o sensor e o solo é calculada em função do tempo entre a emissão e recepção do sinal e a velocidade do som.



Figura 3-11: Sensor Ultrassônico HC-SR04.

O módulo HC-SR04 é composto por um transmissor, receptor e um circuito de controle. O algoritmo da placa controladora envia ao pino TRIG um pulso de 5V por um intervalo de $10\mu s$. Isso fará com que o circuito de controle do sensor emita 8 pulsos ultrassônicos na faixa de 40KHz e inicie a recepção das ondas refletidas. Quando a onda é detectada, o pino ECHO inicialmente em nível baixo (0V) é alterado para nível alto (5V) por um período igual ao tempo de propagação da onda, com isso o algoritmo deve ter capacidade de verificar esse intervalo de tempo e com isso calcular a distância ao obstáculo. A Figura 3-12 ilustra o diagrama de tempo dos pulsos. De acordo com suas especificações, ele tem a capacidade de medir distâncias entre 2cm e 4m, com uma precisão de 3mm. Seu ângulo de detecção é de aproximadamente de 15 graus. Para uma boa medição da distância, área do objeto na qual a onda será refletida deve ser no mínimo $0,5m^2$.

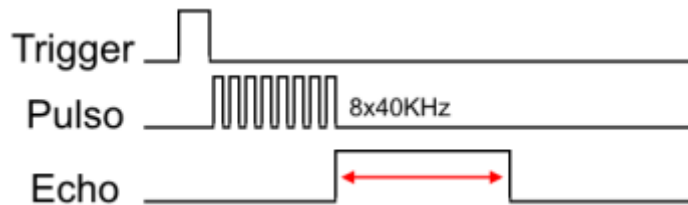


Figura 3-12: Diagrama de tempo do sensor ultrassônico HC-SR04.

Nos experimentos realizados percebeu-se um ruído elétrico durante o acionamento dos motores o que impactava na leitura de altura através do sensor ultrassônico. Esse fato foi constatado principalmente quando a velocidade do motor aumentava o que deixava a leitura mais errônea e proporcional ao aumento de velocidade. Assim esse ruído elétrico somado ao ruído acústico gerado pelos propulsores dificultava bastante a leitura de altura.

Assim para reduzir o ruído acústico colocou-se o sensor em um suporte deixando um pouco afastado do frame da aeronave. Já o ruído elétrico foi bastante reduzido através de um filtro RC, ilustrado na Figura 3-13, colocada na alimentação do sensor.

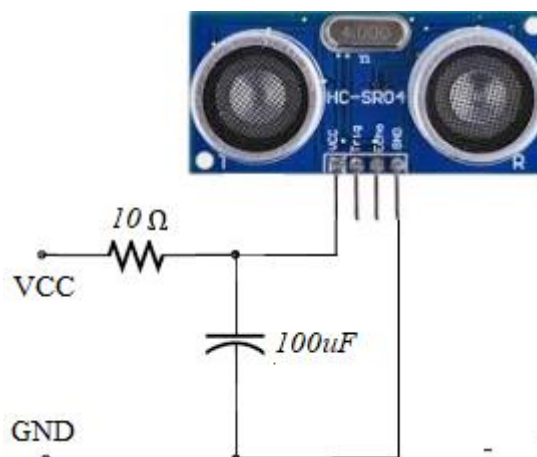


Figura 3-13: Filtro RC utilizado na alimentação do sensor ultrassônico.

Na Figura 3-14, ilustra o gráfico da leitura realizada pelo sensor ultrassônico. No primeiro gráfico a leitura de altura é realizada sem o filtro. No intervalo entre 20 e 40 segundos a velocidade do motor é aumentada e reduzida, o quadricóptero decola e retorna a posição inicial, porém percebe-se que a leitura de altitude é totalmente errônea. No segundo gráfico, com o filtro, é realizado o mesmo procedimento, e no intervalo de 17 e 21 segundos se percebe a decolagem e pouso da aeronave, como se pode perceber no gráfico da leitura do sensor.

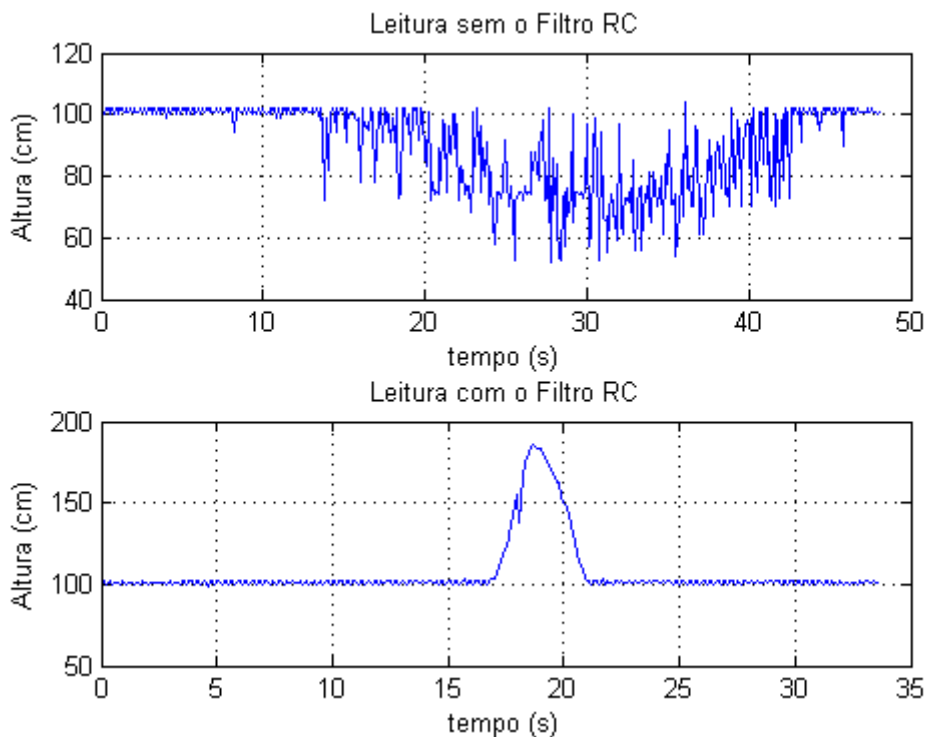


Figura 3-14: Leitura de altitude do sensor ultrassônico com e sem filtro RC.

3.8 ESQUEMÁTICO DA ARQUITETURA DE HARDWARE

A Figura 3-15 mostra o esquemático da arquitetura de hardware que mostra a interligação da placa controladora com os elementos eletrônicos do quadricóptero. No diagrama observa-se a geração de sinais PWM para os ESCs e conseqüentemente o acionamento dos motores através de uma alimentação trifásica. Há também a leitura de altitude realizada pelo sensor ultrassônico e a transmissão e recepção de dados via *bluetooth* entre o computador e o quadricóptero. Todo esse hardware somado ao frame do quadricóptero tem um peso total de 1,34Kg.

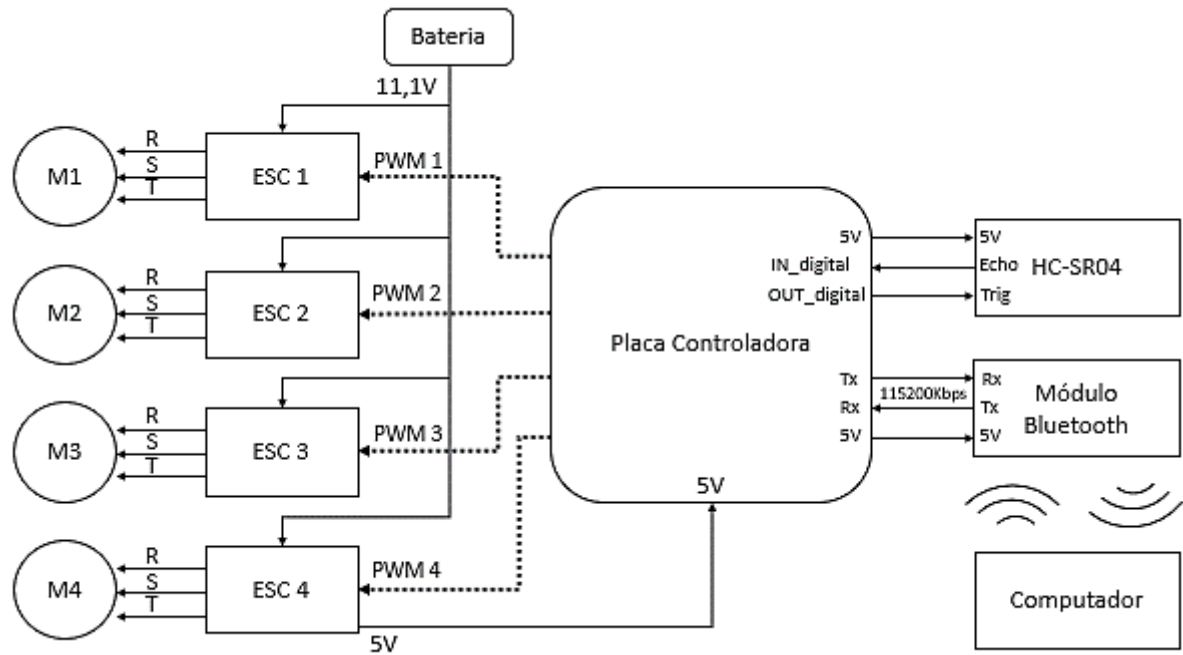


Figura 3-15: Esquemático de ligação da placa controladora com os elementos do quadricóptero.

CAPÍTULO 4

4 METODOLOGIA

Neste capítulo será fundamentado o método do Relé, verificando as etapas de identificação e sintonia de controlador, dando ênfase na distinção entre o método direto e indireto do relé. Além disso, é apresentada a estrutura do controlador projetada.

4.1 MÉTODO DO RELÉ

Astrom e Hagglund desenvolveram uma técnica eficiente para reproduzir e automatizar o método de (Ziegler and Nichols, 1942). No método de Ziegler e Nichols o aumento do ganho, para chegar à condição de oscilação, pode ocasionar saturação dos atuadores, e caso isso não seja real, as amplitudes de oscilações pode não ocorrer em alguns processos reais. Logo Astrom e Hagglund propuseram o método do Relé para se obter oscilações permanentes na resposta em malha fechada, a partir de um sinal persistente, com amplitude e período pré-determinados. Assim as oscilações forçadas apresentam amplitudes controladas e dentro limites seguros e operacionais para o processo. Esta metodologia é geralmente empregada em processos industriais, em que os modelos matemáticos são dificilmente obtidos, segundo (Almeida, 2011).

Neste ensaio, o controle de realimentação é composto por controlador *on-off* (ou relé), conforme ilustrado na Figura 4-1.

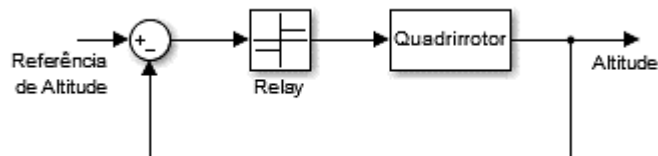


Figura 4-1: Malha Fechada do Método do Relé.

O método cria uma oscilação na saída do processo do quadrirrotor, onde baseado na resposta em frequência, o período crítico (T_u) e um ganho crítico (K_u) são estimados. A estimativa adequada destes parâmetros reduz o risco de instabilidade em malha fechada. A oscilação do processo é controlada pelo sinal de entrada do relé de amplitude h , ilustrada na Figura 4-2.

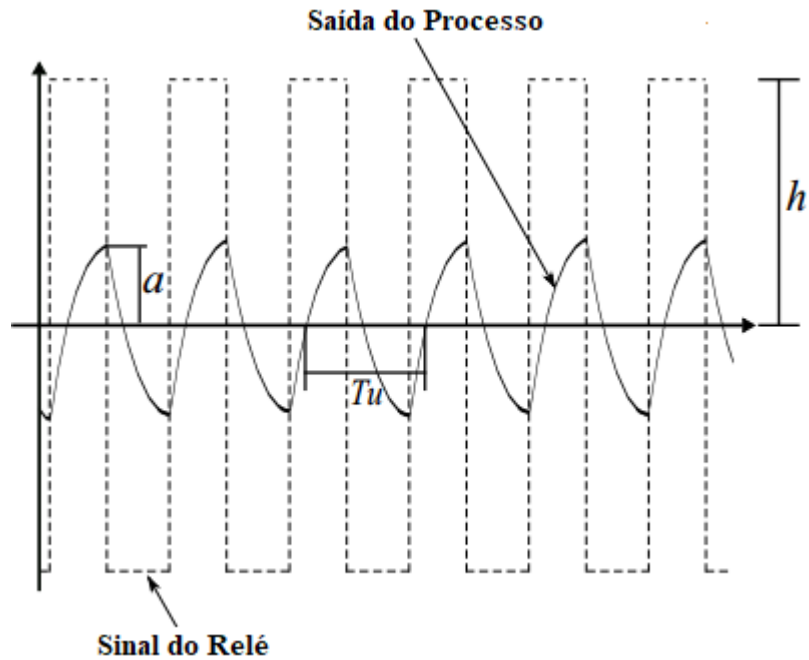


Figura 4-2: Sinal do Relé aplicado e sinal da saída oscilante do processo.

A determinação do ganho crítico é baseada na modelagem da não linearidade, através da função descritiva do relé. O método da função descritiva ou função descritiva senoidal é uma forma de se analisar a existência de ciclos limites em sistemas. O método considera uma entrada senoidal definida pela equação (4.1). A função da saída é dada pela equação (4.2), e pode ser aproximada pela série de Fourier, encontrada na equação (4.3).

$$u(t) = a \operatorname{sen}(\omega t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = \phi(u) = \phi(a \operatorname{sen}(\omega t)) \quad (4.2)$$

$$y(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t) + B_k \operatorname{sen}(k\omega t) \quad (4.3)$$

A função não linear em destaque é a função relé ilustrada na Figura 4-3, dada pela equação (4.4).

$$y(t) = \begin{cases} +h, & u(t) > 0 \\ -h, & u(t) < 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

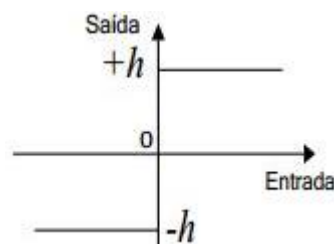


Figura 4-3: Função Relé.

A função descritiva de um elemento não linear é definida como a razão entre a amplitude da componente fundamental da saída e a amplitude de entrada (Ogata, 2010), conforme a equação (4.5).

$$N(a) = \frac{y(t)}{u(t)} \quad (4.5)$$

onde a é amplitude da saída do processo, $y(t)$ é a saída do sistema e $u(t)$ é a entrada.

Assim considerando somente a componente fundamental temos a saída aproximada na equação (4.6).

$$y(t) \cong C_0 + A_1 \cos(\omega t) + B_1 \text{sen}(\omega t) \quad (4.6)$$

Como a função relé é uma função ímpar então o termo $A_k = 0$ e desconsiderando o termo C_0 , a saída é simplificada à equação (4.7).

$$y(t) \cong B_1 \text{sen}(\omega t) \quad (4.7)$$

Aplicando essa saída na equação (4.5) e a entrada da equação (4.1), temos que a função descritiva é dada por:

$$N(a) = \frac{B_1 \text{sen}(\omega t)}{a \text{sen}(\omega t)} = \frac{B_1}{a} \quad (4.8)$$

Determinado o coeficiente B_1 da série, mostrado na equação (4.9), define-se a função descritiva para a função relé, equação (4.10):

$$B_1 = \frac{2}{T} \int_0^T \phi(u) \text{sen}(\omega \tau) d\tau = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi(u) \text{sen}(\omega t) d_{\omega t} = \frac{4h}{\pi} \quad (4.9)$$

$$N(a) = \frac{4h}{\pi a} \quad (4.10)$$

Na resposta em frequência da malha da Figura 4-1, o sistema será marginalmente estável quando a condição da equação (4.11) for satisfeita.

$$1 + N(a)G_p(j\omega_u) = 0 \rightarrow G_p(j\omega_u) = -\frac{1}{N(a)} \quad (4.11)$$

Essa intersecção P da curva de Nyquist de $G_p(j\omega_u)$ e $-\frac{1}{N(a)}$ no plano complexo, ilustrado na Figura 4-4, resulta no ganho crítico estimado, determinado pela equação (4.12):

$$Ku = \frac{4h}{\pi a} \quad (4.12)$$

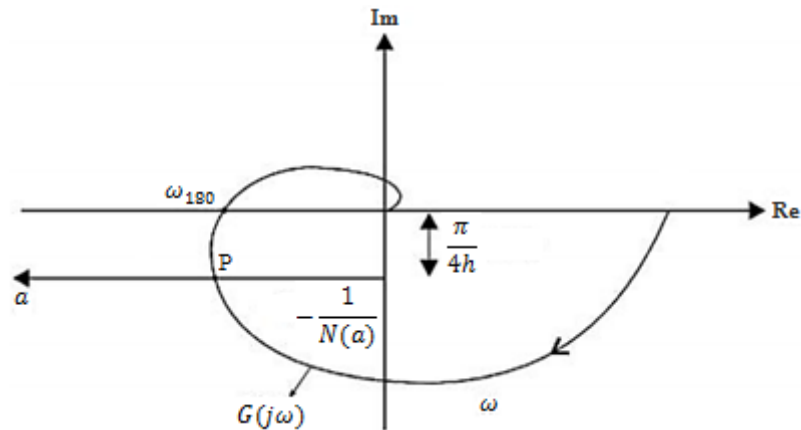


Figura 4-4: Curva de Nyquist para função relé.

A identificação da dinâmica de altitude parte do método de auto-tuning realizado no método do relé, apresentado em (Astrom, 1995). O *auto-tuning* é um método onde o controlador é sintonizado automaticamente. O procedimento de sintonia, denominado método direto do relé, consiste nas seguintes etapas:

- Ativação do modo *auto-tuning*
- Geração de perturbação na planta
- Avaliação de respostas perturbadas
- Cálculo dos parâmetros do controlador
- Atualização dos parâmetros do controlador.

A ideia é realizar o método indireto, onde antes do cálculo dos parâmetros do controlador, obtenham-se os parâmetros do modelo de ordem reduzida da planta controlada.

O método de identificação através do método relé é bastante empregado para a estimação de modelos matemáticos de baixa ordem com ou sem atraso de transporte, onde se enquadra a dinâmica de altitude do quadricóptero. Para modelos de primeira ordem temos:

$$Gp(s) = \frac{K e^{-\theta_1 s}}{\tau_1 s + 1} \quad (4.13)$$

Os parâmetros τ_1 e θ_1 , segundo (Cheng, 2006) e (Vitecek, 2010), podem ser calculados, através das equações (4.14) e (4.15), respectivamente:

$$\tau_1 = \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{(K_u K)^2 - 1} \quad (4.14)$$

$$\theta_1 = \frac{T_u}{2\pi} \left(\pi - \arctan \left(\frac{2\pi}{T_u} \tau_1 \right) \right) \quad (4.15)$$

O ganho K , na equação (4.13) e (4.14), é conhecido como ganho estático que pode ser estimado a partir das medidas de entradas e saída em regime permanente para uma mudança ao degrau na planta. Porém com os parâmetros do ensaio do relé, segundo (Hang, 2002), o ganho estático pode ser determinado através da equação (4.16).

$$K = \frac{\int_0^{T_u/2} y(t) dt}{\int_0^{T_u/2} u(t) dt} \quad (4.16)$$

Para um modelo estimado de ordem superior ($n = 2,3,4,\dots$) com atraso de transporte tem-se a equação (4.17):

$$Gp(s) = \frac{K e^{-\theta_n s}}{(\tau_n s + 1)^n} \quad (4.17)$$

Os parâmetros, τ_n e θ_n podem ser calculados, através das equações (4.18) e (4.20), respectivamente.

$$\tau_n = \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{(K_u K)^{2/n} - 1} \quad (4.18)$$

$$\theta_n = \frac{T_u}{2\pi} \left(\pi - n \arctan \left(\frac{2\pi}{T_u} \tau_n \right) \right) \quad (4.19)$$

4.2 ESTRATÉGIA DE CONTROLE DA DINÂMICA DE ALTITUDE

A malha de controle de altitude é ilustrada no diagrama em blocos da Figura 4-5. Nesse sistema os atuadores para correção de altitude tratam-se dos conjuntos motores propulsores e os ESCs, onde são alimentados pelo sinal de PWM que é exatamente o sinal de controle. O sensor de altitude, como explanado na arquitetura é o sensor ultrassônico.

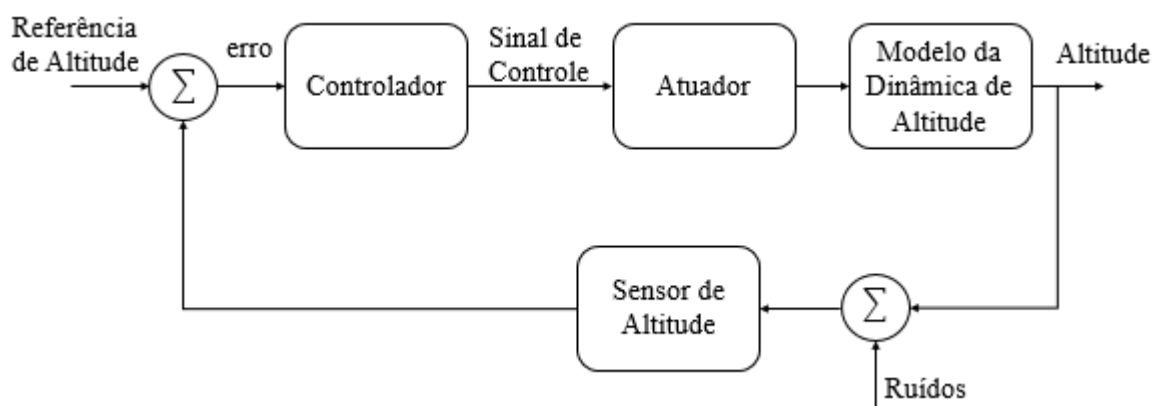


Figura 4-5: Malha do sistema de controle de Altitude.

A estratégia de controle será um controlador PID que se encontra na maior parte dos estudos para controle de atitude e altitude da aeronave. Inclusive para os quadricópteros comerciais, o consumidor ao comprar a aeronave faz uma sintonia empírica dos ganhos do controlador (K_p , K_i e K_d), porém tal ajuste é perigoso, pois muitas das vezes é aplicado o método de tentativa e erro. A Figura 4-6 ilustra a estrutura do controlador PID adotado.

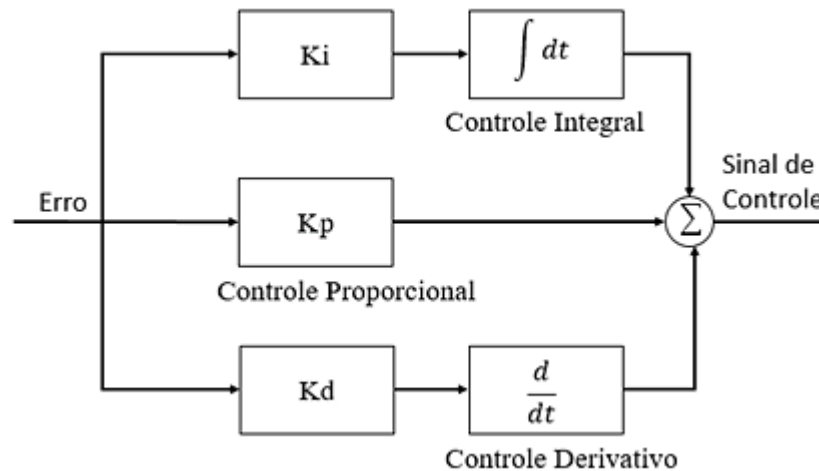


Figura 4-6: Estrutura do Controlador PID

O sinal de controle $u(t)$ é descrito na equação (4.20), onde $e(t)$ é o erro que depende da diferença da referência de altitude e o sinal de saída do modelo.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.20)$$

A função de transferência do controlador PID é encontrada utilizando a transformada de Laplace à equação (4.21), considerando condições iniciais nulas:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + sK_d \quad (4.21)$$

Na sintonia deste controlador serão adotadas duas abordagens diferentes: Ziegler-Nichols (ZN) e Tyreus-Luyben (TL). Nestas técnicas de sintonia são exigidos os parâmetros de ganho crítico (K_u) e período crítico (T_u), obtidos experimentalmente no método do relé, que serão usados para obter os ganhos do controlador PID de acordo com a Tabela 4-1 e Tabela 4-2, respectivamente.

Tabela 4-1: Regras de Sintonia de Ziegler e Nichols.

| Controlador | K_p | T_i | T_d |
|-------------|-----------|-----------|---------|
| P | $0,5K_u$ | - | - |
| PI | $0,45K_u$ | $T_u/1,2$ | - |
| PID | $0,6K_u$ | $T_u/2$ | $T_u/8$ |

Tabela 4-2: Regras de Sintonia de Tyreus-Luyblen.

| Controlador | K_p | T_i | T_d |
|-------------|-------------|-------------------------|----------------|
| PI | $0,3125K_u$ | $0,142 \frac{K_u}{T_u}$ | - |
| PID | $0,45K_u$ | $0,206 \frac{K_u}{T_u}$ | $0,075K_u T_u$ |

O controlador PID foi projetado levando em consideração o modelo de altitude identificado, equação (4.17) e também quanto ao modelo matemático, visto na equação (2.10). Além disso, o controlador PID também foi sintonizado sem a necessidade do modelo da dinâmica que se trata do auto sintonia direta do método relé.

4.3 ESTRUTURA DO CONTROLADOR

A estrutura de controle PID de altitude é ilustrada na Figura 4-7. No controle de altitude do quadricóptero usou-se uma integração condicionada baseada na técnica *anti windup* (Peng, 1996), uma vez que ocorre com frequência a saturação do sinal de controle e o termo integral tende a um valor elevado. Assim, o bloco comparador comuta a entrada integrante de acordo com os sinais u e ur . A saturação no sinal de controle é realizada uma vez que a estrutura de teste é limitada em 2m de altura.

A entrada do bloco quadricóptero é um sinal *pwm*. A relação entre ur e *pwm* é dada pela equação (4.22). O valor de pwm_{ref} é sinal de *pwm* suficiente para que o empuxo realizado pelos propulsores seja igual ao peso da aeronave. Em todos os testes o valor de referência dos sinais PWM aplicados a todos os ESCs foi $1500\mu s$.

$$pwm = pwm_{ref} + ur \quad (4.22)$$

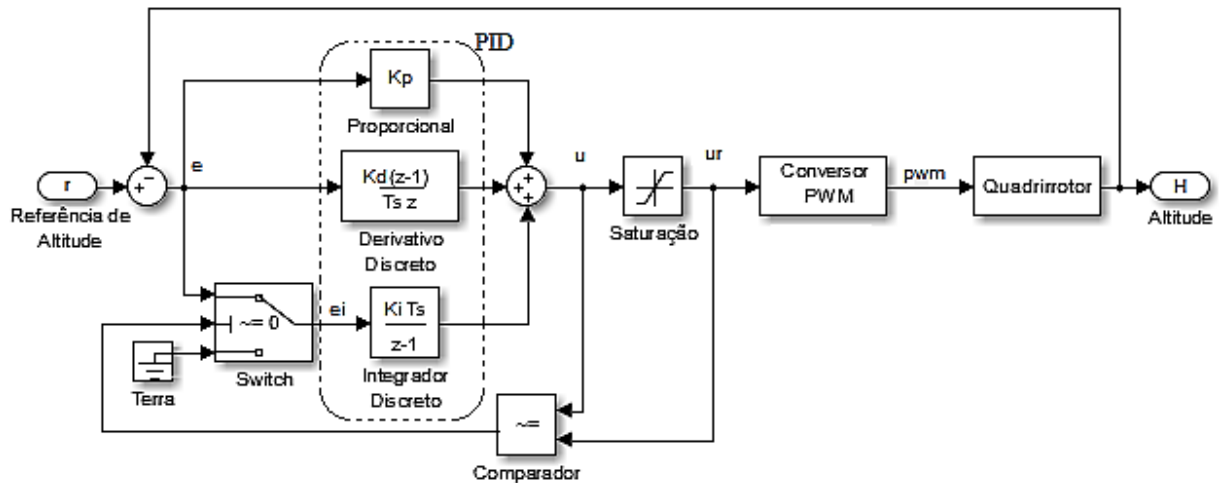


Figura 4-7: Estrutura da malha de controle de Altitude do Quadricóptero.

As regras de Ziegler-Nichols (ZN) ou Tyreus-Luyblen (TL) são usadas para obter os ganhos do PID de acordo com a Tabela 4-1 e Tabela 4-2, respectivamente.

O controlador PID é digital por isso, é necessário considerar o tempo de amostragem T_s . A equação (4.23) mostra o algoritmo do controlador PID discreto implementado na placa controladora. O tempo de amostragem foi de 0,1 s para leitura de altitude.

$$u(k) = u(0) + K_p \left[e(k) + \frac{T_s}{T_i} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + T_d \left(\frac{e(k) - e(k-1)}{T_s} \right) \right] \quad (4.23)$$

A avaliação experimental da resposta de altitude foi feita considerando o método de sintonia do controlador, a saturação de sinal de controle e os parâmetros de desempenho para a entrada degrau de referência. Os parâmetros de desempenho analisados foram o percentual excedente (*overshoot* P.O), tempo de subida (t_r) e tempo de acomodação (t_s) medido como em (Ogata, 2010).

CAPÍTULO 5

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão mostrados os resultados experimentais para identificação e controle da dinâmica de altitude. Na primeira secção são apresentados os ensaios iniciais referentes ao método do relé. A segunda secção trata-se das respostas de altitude do controlador aplicadas para o modelo estimado que equivale ao encontrado pelo método indireto do relé e a secção seguinte apresenta as respostas de altitude referentes ao método direto do relé. Na quarta secção o controlador é aplicado ao modelo matemático da dinâmica de altitude. E por fim, uma entrada de referência trapezoidal é utilizada com intuito de melhorar o desempenho de pouso e decolagem da aeronave.

5.1 EXPERIMENTO DO MÉTODO DO RELÉ

Os experimentos foram realizados na estrutura de teste mostrada na Figura 5-1. A estrutura tem $2m$ de altura e $1,3m^2$ de base e têm duas barras de aço cilíndricas com $2m$ de comprimento e $0,5$ polegadas de espessura, separados $27cm$ uma da outra. Esta estrutura foi construída para permitir apenas um movimento vertical.

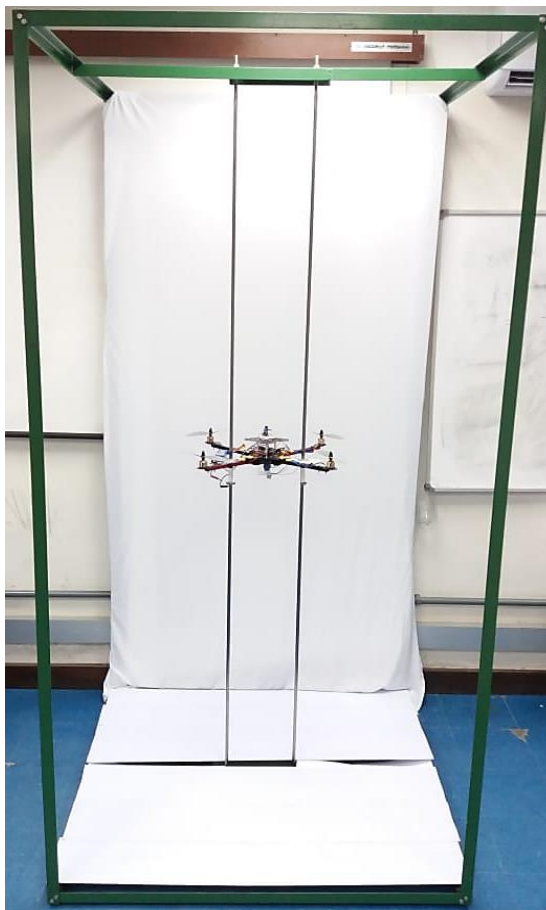


Figura 5-1: Estrutura experimental de altitude.

O método do relé foi aplicado inicialmente, para se mensurar o ganho crítico (K_u) e o período crítico (T_u). A Figura 5-2 mostra a malha de controle de altitude experimental, onde inicialmente é realizado o experimento do relé, e posteriormente o controle de altitude utilizando um controlador PID discreto.

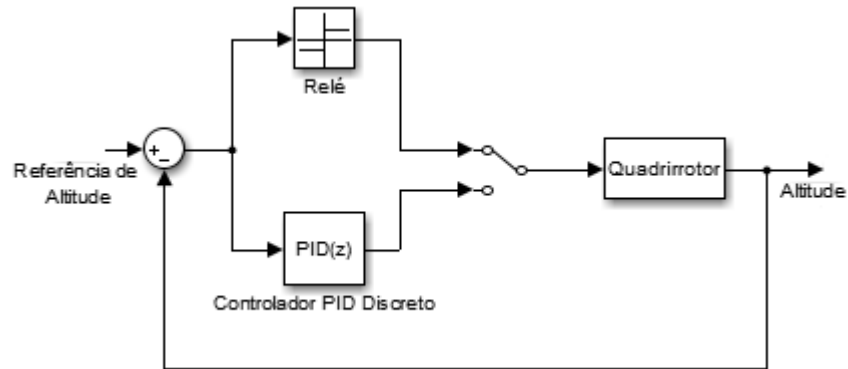


Figura 5-2: Malha de controle de altitude experimental.

A resposta de altitude, utilizando o método do relé é ilustrada da Figura 5-3 à Figura 5-5. A amplitude do sinal de relé representa a variação de sinal PWM imposta na entrada do processo. O ensaio do relé foi realizado em três amplitudes do sinal do relé (h).

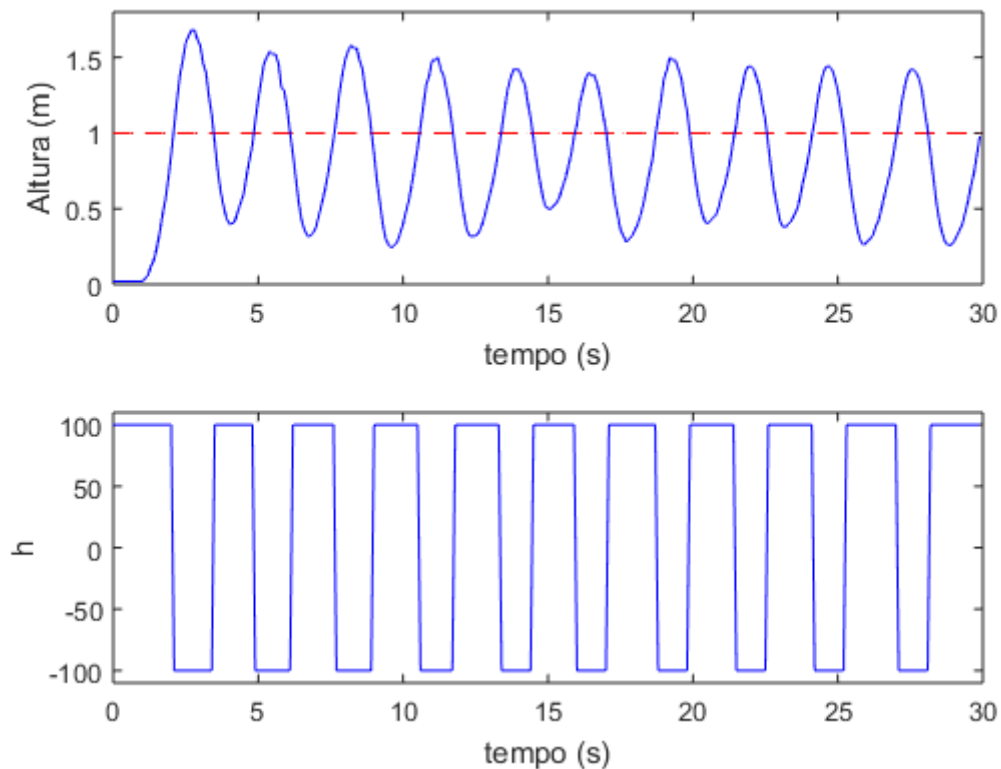


Figura 5-3: Resposta à dinâmica de altitude com entrada relé com amplitude $h=100$.

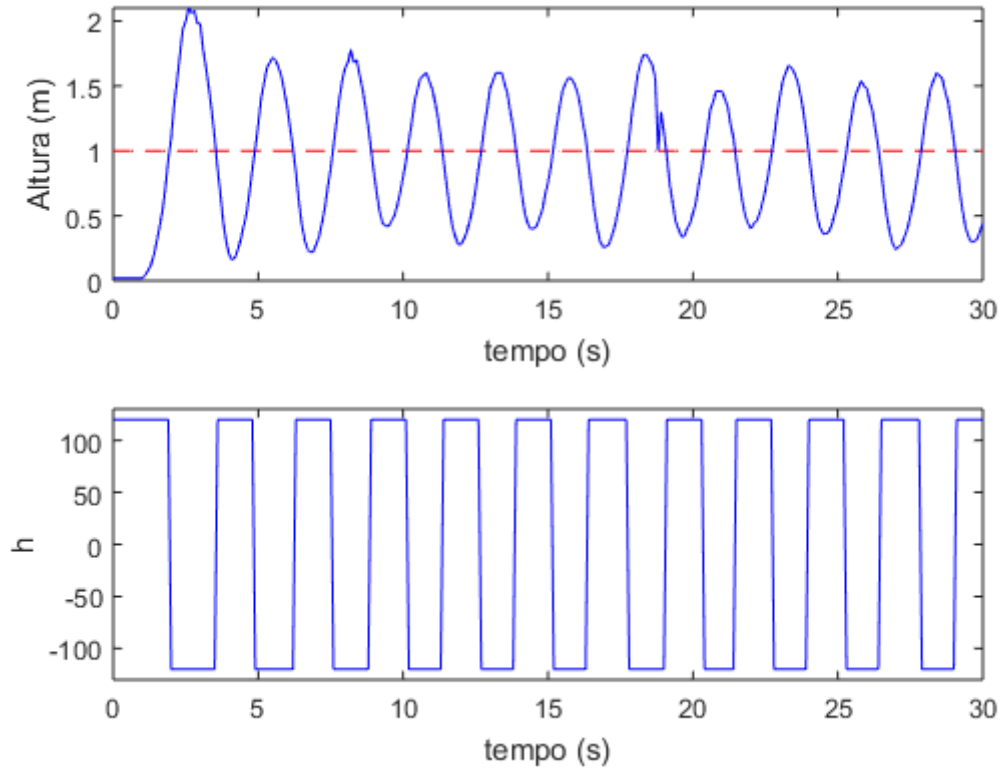


Figura 5-4: Resposta à dinâmica de altitude com entrada relé com amplitude $h=120$.

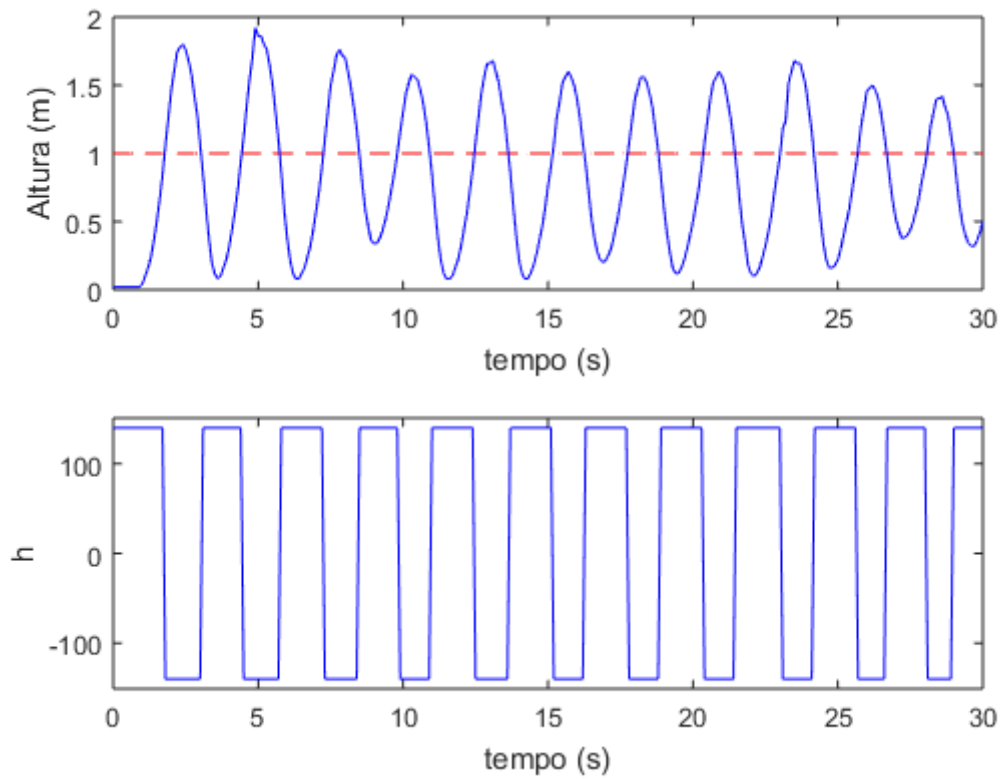


Figura 5-5: Resposta à dinâmica de altitude com entrada relé com amplitude $h=140$.

Os parâmetros obtidos para os sinais do relé são apresentados na Tabela 5-1. As amplitudes foram escolhidas baseadas no percurso que aeronave percorre, uma vez que a estrutura de teste é limitada em altitude. Os resultados mostram que as amplitudes no sinal de saída são praticamente proporcionais, pois quanto maior a amplitude de entrada maior será a oscilação na saída. Já os ganhos críticos têm valores próximos e o tempo crítico é igual.

Tabela 5-1: Parâmetros obtidos do Método Relé.

| h | $a(m)$ | K_u | $T_u(s)$ |
|-----|--------|-------|----------|
| 100 | 0,48 | 265 | 2,7 |
| 120 | 0,65 | 235 | 2,6 |
| 140 | 0,72 | 248 | 2,7 |

5.2 CONTROLADOR PID SINTONIZADO PARA O MODELO IDENTIFICADO

O modelo da dinâmica de altitude é identificado, conforme a equação (4.17), através do método indireto do relé, com os parâmetros da Tabela 5-1. O modelo de terceira ordem foi adotado, pois aplicando a transformada de Laplace na equação (2.10), a dinâmica de altitude se caracteriza como uma função de transferência de segunda ordem. Além disso, considera-se a dinâmica dos atuadores e propulsores do veículo, segundo (Bouabdallah, 2004), dado pela equação (5.1), onde apresenta um polo estável.

$$\frac{\omega_i}{PWM_i} = \frac{km_i}{\tau s + 1} \quad (5.1)$$

O modelo estimado discretizado da dinâmica é apresentado na equação (5.2). A sintonia do controlador PID digital é realizado pelas das regras de Ziegler-Nichols. Os valores dos ganhos encontrados são apresentados na Tabela 5-2.

$$G(z) = \frac{1,582 \cdot 10^{-5} z^2 + 5,432 \cdot 10^{-5} z + 1,164 \cdot 10^{-5}}{z^3 - 2,446z^2 + 1,995z - 0,5421} \quad (5.2)$$

Tabela 5-2: Ganhos do controlador PID para o modelo identificado.

| K_p | K_i | K_d |
|-------|-------|-------|
| 187 | 13,5 | 64 |

A Figura 5-6, mostra a resposta de altitude testada na plataforma com os ganhos da Tabela 5-2. O gráfico superior é a resposta em altitude e o gráfico inferior é a resposta do sinal de controle.

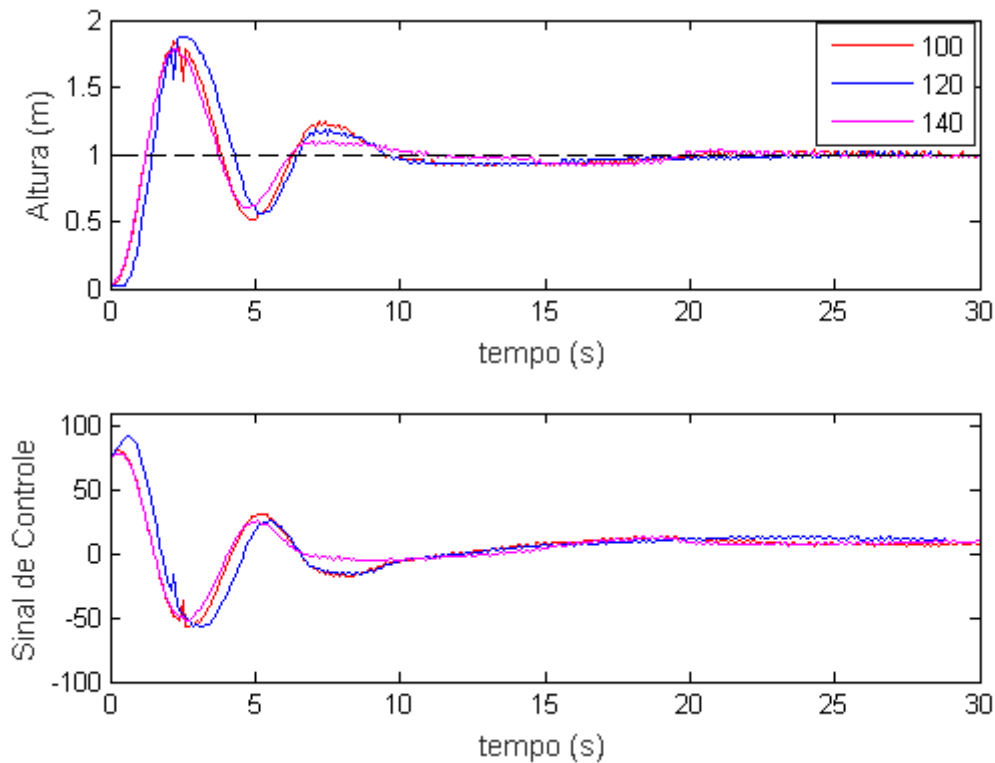


Figura 5-6: Resposta de altitude e sinal de controle com controlador PID para modelo identificado.

Referência de altitude = 1m.

O desempenho do controlador na plataforma experimental é apresentado na Tabela 5-3. A comparação para diferentes saturações é realizada, pois o método relé foi implementado para três entradas com amplitudes distintas.

Tabela 5-3: Performance métricas de controle para o modelo identificado. Referência de altitude = 1m.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|-----------|---------|----------|----------|
| 100 | 84 | 1,2 | 19,9 |
| 120 | 88 | 1,4 | 22,9 |
| 140 | 78 | 1,2 | 19,9 |

5.3 CONTROLADOR PID SINTONIZADO PELO MÉTODO DIRETO DO RELÉ

O controlador PID sintonizado pelo método direto do relé, é um controlador sintonizado sem a necessidade do modelo dinâmico. Na Figura 5-7 são mostradas as respostas altitude com ganhos PID obtidos a partir das regras de sintonia de Ziegler-Nichols (ZN), considerando o sinal de saturação de controle de 100, 120 e 140. A Tabela 5-4 mostra os ganhos calculados a partir dos parâmetros da Tabela 5-1.

Tabela 5-4: Ganhos do controlador calculados pelas Regras de Ziegler Nichols.

| h | K_p | K_i | K_d |
|-----|-------|-------|-------|
| 100 | 159 | 11,8 | 53,7 |
| 120 | 141 | 10,4 | 45,8 |
| 140 | 148,8 | 11 | 50,2 |

O Percentual de *overshoot*, o tempo de subida e o tempo de acomodação são apresentados na Tabela 5-5.

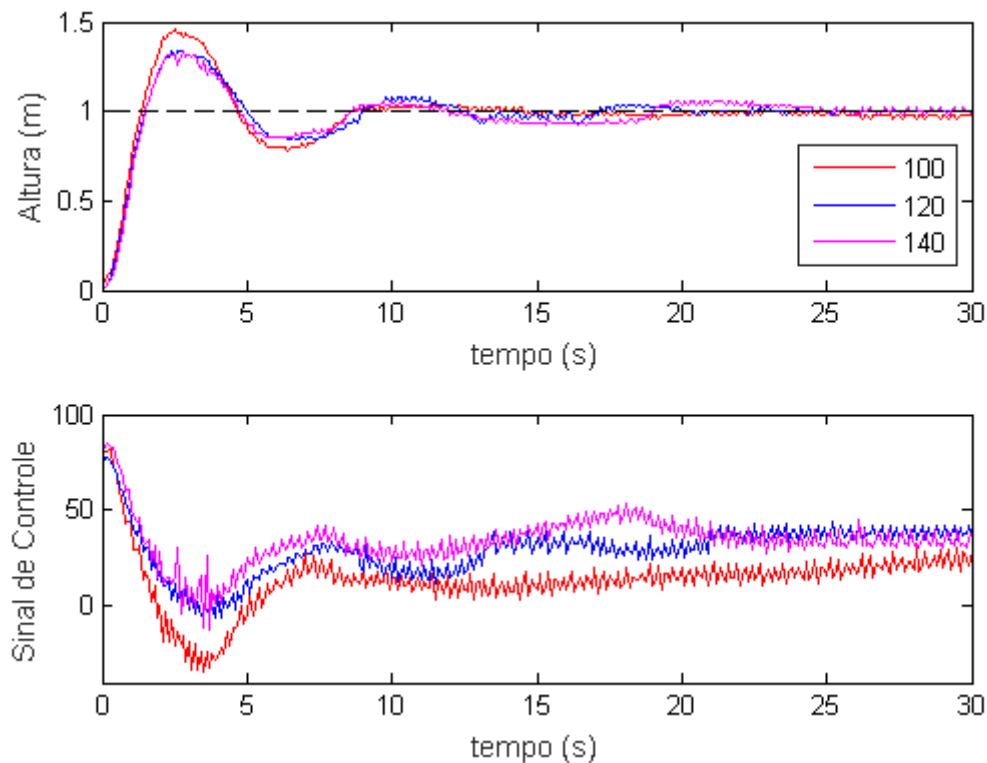


Figura 5-7: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando ZN. Referência de altitude = 1m.

Tabela 5-5: Performance métricas de controle usando ZN. Referência de altitude = 1m.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|-----------|---------|----------|----------|
| 100 | 44 | 1,35 | 8,9 |
| 120 | 34 | 1,48 | 12,5 |
| 140 | 34 | 1,48 | 12,5 |

O controlador também foi testado para uma referência de altitude de 1,5m. A Figura 5-8 ilustra a resposta de altitude para essa outra referência utilizando os mesmo ganhos da Tabela 5-4. O Percentual de *overshoot*, o tempo de subida e o tempo de acomodação são apresentados na Tabela 5-6.

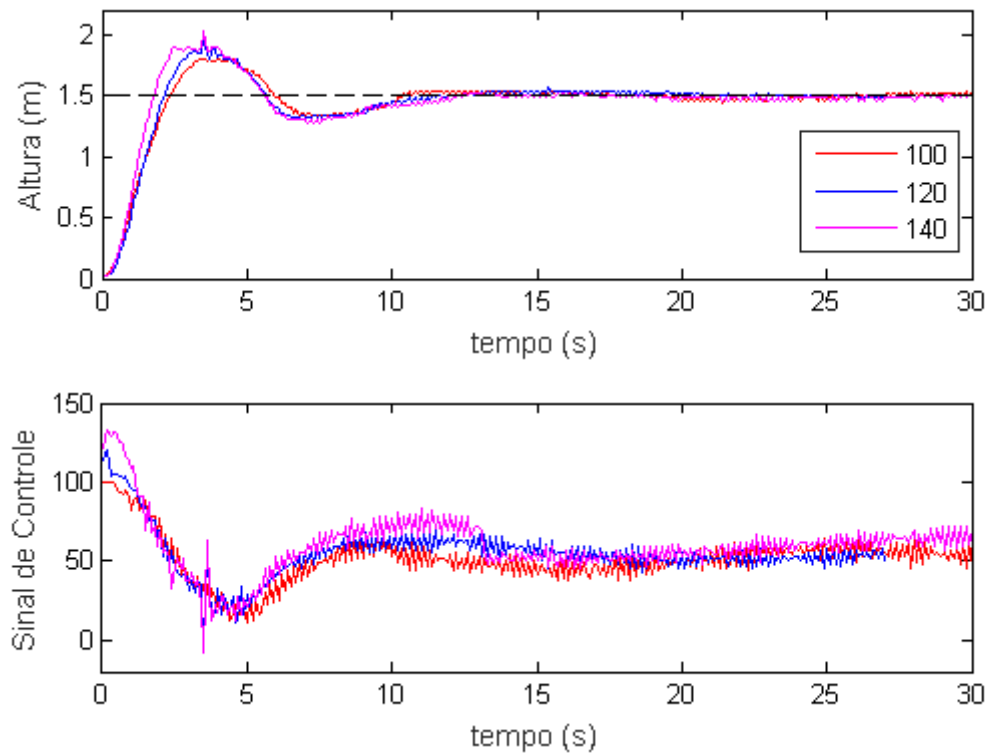


Figura 5-8: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando ZN. Referência de altitude = 1,5m.

Tabela 5-6: Performance métricas de controle usando ZN. Referência de altitude = 1,5m.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|-----------|---------|----------|----------|
| 100 | 20 | 1,8 | 10,6 |
| 120 | 31 | 2,2 | 12,8 |
| 140 | 35 | 2,2 | 12,8 |

O controlador PID desta secção também foi sintonizado baseado nas regras Tyreus-Luyblen (TL). Os ganhos PID para esta regra são apresentados na Tabela 5-7 e foram calculados a partir dos parâmetros da Tabela 5-1, As respostas altitude estão ilustrados na Figura 5-9. O percentual de *overshoot*, o tempo de subida e o tempo de acomodação são mostrados na Tabela 5-8.

Tabela 5-7: Ganhos do controlador calculados pelas regras de Tyreus-Luyblen (TL).

| h | K_p | K_i | K_d |
|-----|-------|-------|-------|
| 100 | 119,2 | 2 | 53,7 |
| 120 | 105,8 | 1,9 | 51,7 |
| 140 | 111,6 | 1,9 | 50,2 |

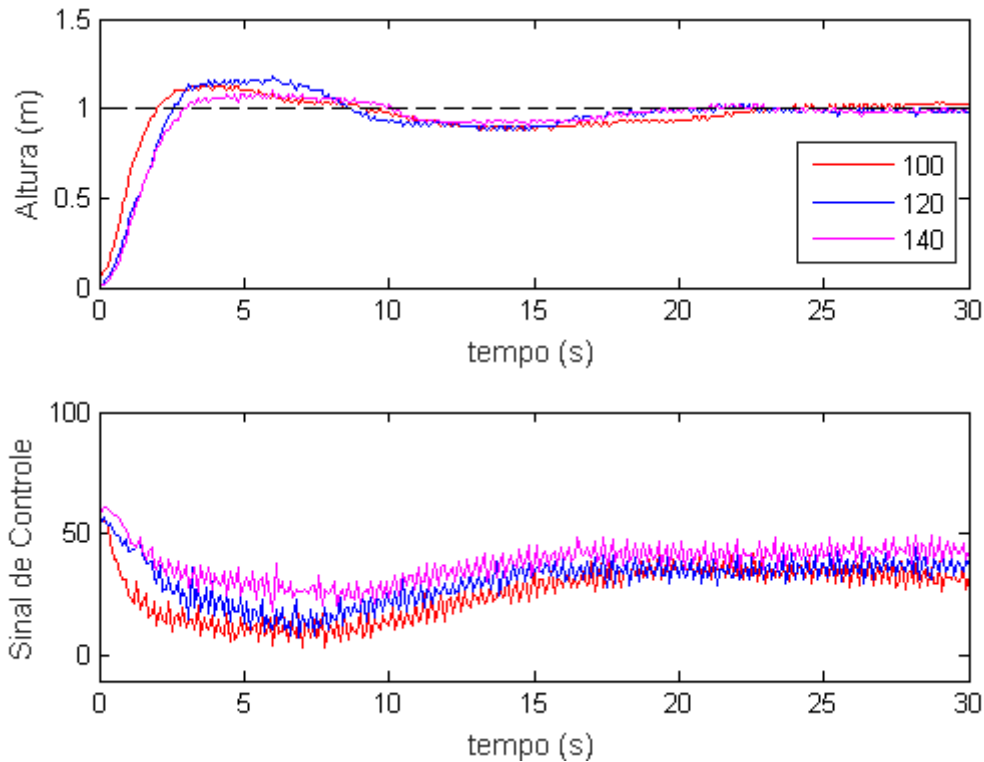


Figura 5-9: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando TL. Referência de altitude=1m.

Tabela 5-8: Performance métricas de controle usando TL. Referência de altitude = 1m.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|-----------|---------|----------|----------|
| 100 | 12 | 2 | 22,5 |
| 120 | 16 | 2,6 | 19,2 |
| 140 | 8 | 3 | 19,1 |

Para controlador sintonizado utilizando as regras de (TL), também foi testado para uma referência de altitude de 1,5m. A Figura 5-10 ilustra a resposta de altitude para essa outra referência utilizando os mesmos ganhos da Tabela 5-7. O Percentual de *overshoot*, o tempo de subida e o tempo de acomodação são apresentados na Tabela 5-9.

Tabela 5-9: Performance das métricas de controle usando TL. Referência de altitude = 1,5m.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|-----------|---------|----------|----------|
| 100 | 13 | 2,7 | 14,2 |
| 120 | 10 | 2,7 | 14,6 |
| 140 | 9 | 2,5 | 13,6 |

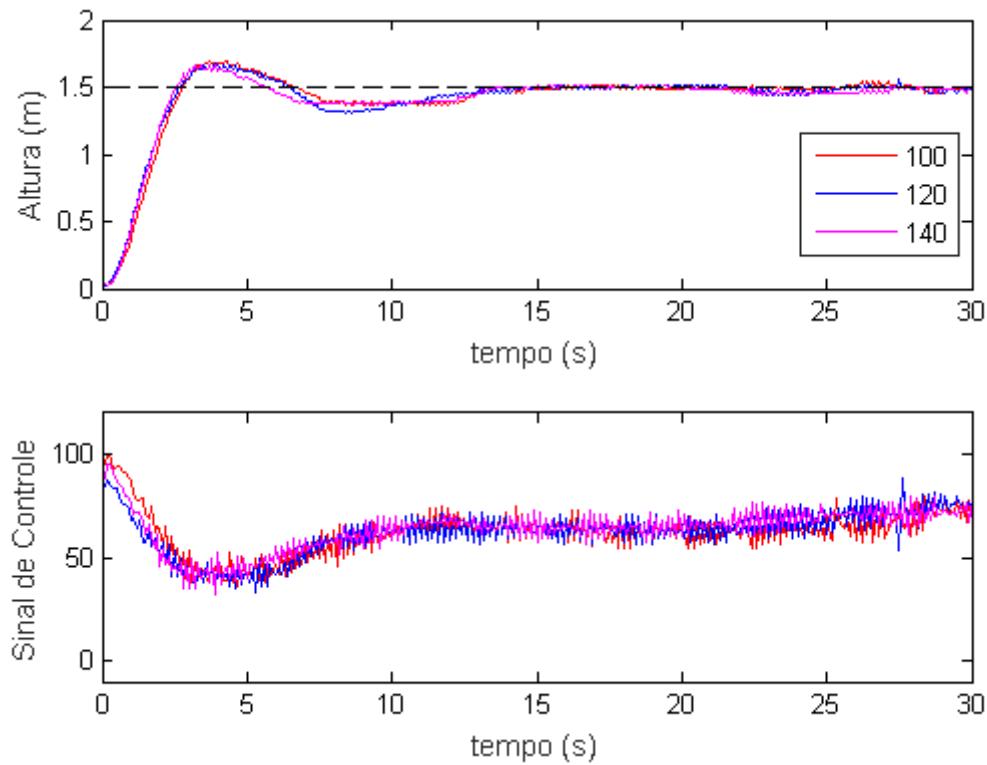


Figura 5-10: Resposta de Altitude e sinal de controle com controlador PID usando TL. Referência de altitude=1,5m.

O tempo de subida e o tempo de acomodação para a sintonia aplicada com as regras de TL foram superiores aos de ZN. No entanto essa sintonia apresentou uma resposta oscilatória com menor percentual de *overshoot* comparado à técnica de ZN. Em particular, o controlador PID sintonizado usando regras TL limitado para a saturação em 140 apresentou o melhor comportamento transiente, considerando os parâmetros de desempenho avaliados.

Enfatiza-se que os métodos ZN e TL dão uma prévia da sintonização, de modo que as adaptações para os ganhos podem ser necessárias para a resposta de altitude atender às especificações de projeto.

A Figura 5-11 mostra a resposta de altitude usando um controlador PID com alterações nos ganhos obtidos usando o método TL, que obteve o melhor transiente. O percentual de *overshoot*, o tempo de subida e o tempo de acomodação são mostrados na Tabela 5-10. A saturação utilizada foi de 140 para o controlador.

Tabela 5-10: Performance das métricas de controle para os ganhos ajustados $K_p=108$, $K_i=15$ e $K_d = 52$.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|-----------|---------|----------|----------|
| 140 | 0 | 3,2 | 6,7 |

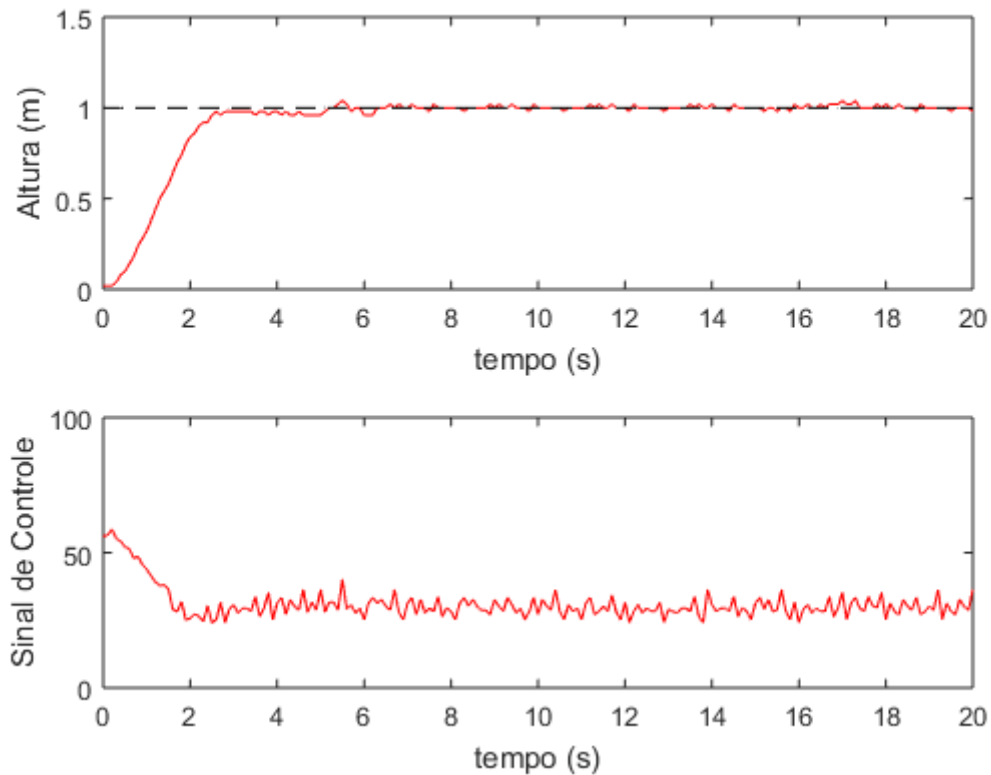


Figura 5-11: Resposta de Altitude e sinal de controle com o controlador PID com ganhos $K_p=108$, $K_i=15$ e $K_d=52$. Referência de altitude = 1m

Na resposta de altitude obtida observou-se que o controlador não apresentou *overshoot*, o tempo de acomodação foi aproximadamente 4 segundos, desconsiderando um sobressalto de leitura do sensor em 5,9 segundos.

5.4 CONTROLADOR PID SINTONIZADO PARA O MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático foi montado em ambiente simulado na ferramenta gráfica *Simulink* do Matlab. O sistema completo de controle de posição e atitude para o quadricóptero é ilustrado na Figura 5-12. As entradas de referências são as posições em X, Y e Z. A entrada *psi_ref* representa a orientação de direção da aeronave. Na simulação foram consideradas referências nulas para X e Y. A referência de Z, que representa altitude, é de 1 metro.

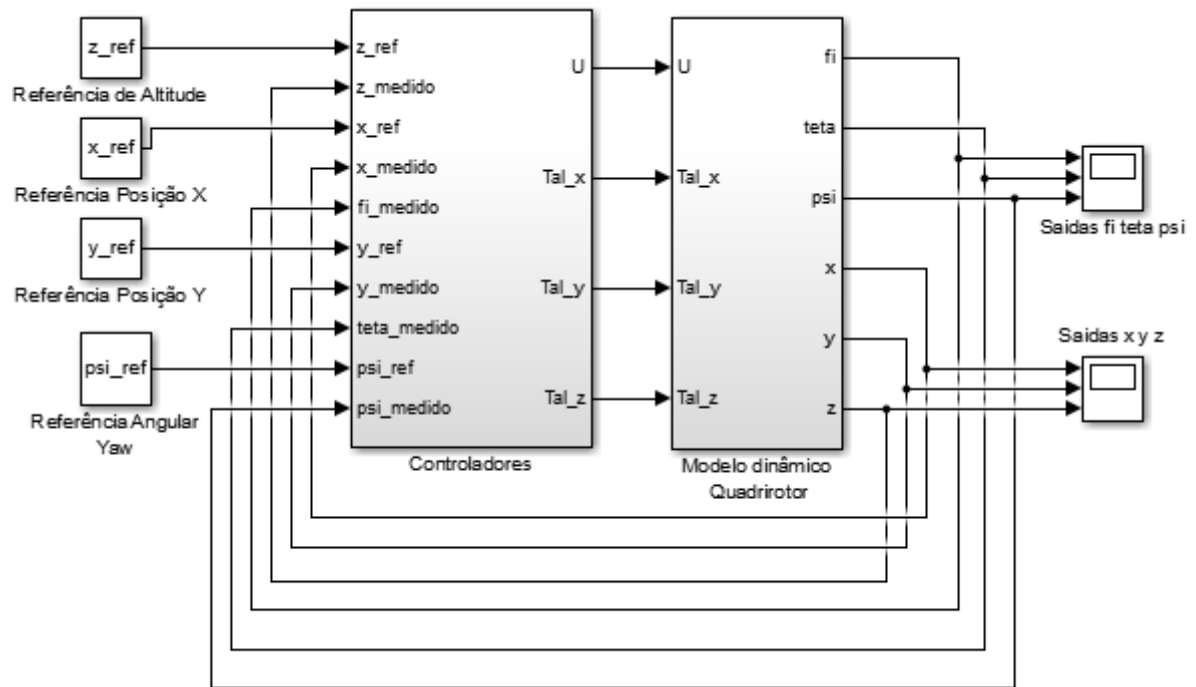


Figura 5-12: Diagrama em blocos completo para o controle de posição e atitude do quadrrorotor.

O modelo dinâmico do quadrrorotor é organizado em blocos de dinâmica angular, referente à atitude da aeronave, e dinâmica translacional relacionada à posição do quadrrorotor, conforme a Figura 5-13.

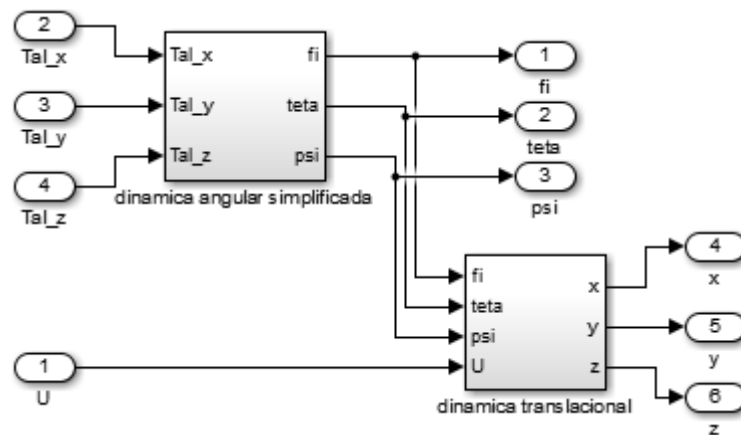


Figura 5-13: Diagrama em blocos do modelo dinâmico do quadrrorotor.

O modelo dinâmico do quadrrorotor foi montado baseado nas equações (2.5) à (2.10). A Figura 5-14 representa a montagem da dinâmica angular e a Figura 5-15 ilustra a montagem da dinâmica translacional.

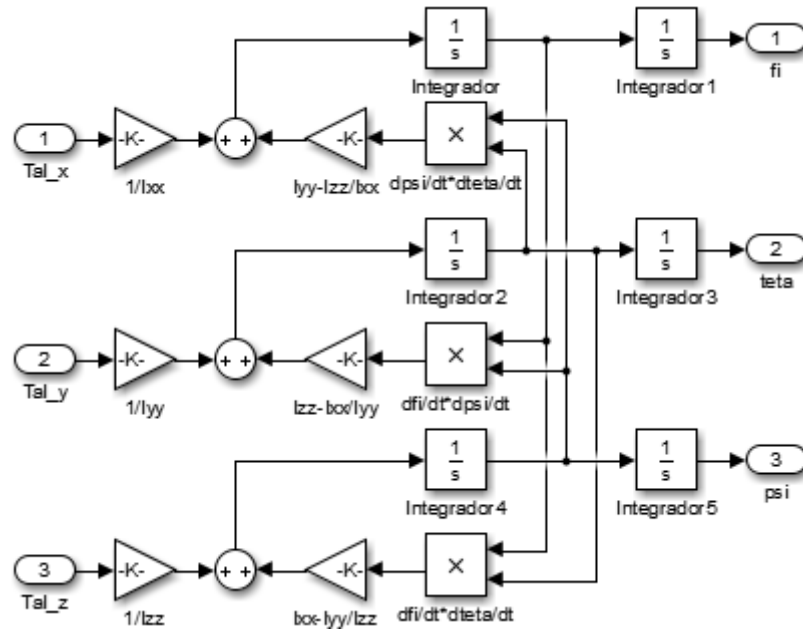


Figura 5-14: Diagrama em blocos da dinâmica angular do quadricóptero.

Os parâmetros necessários para o modelo matemático da aeronave montada são apresentados na Tabela 5-11.

Tabela 5-11: Parâmetros do quadricóptero para o modelo matemático.

| Parâmetros |
|-----------------------|
| $g = 9,8m/s^2$ |
| $m = 1,34Kg$ |
| $I_{xx} = 0,024Nms^2$ |
| $I_{yy} = 0,024Nms^2$ |
| $I_{zz} = 0,043Nms^2$ |

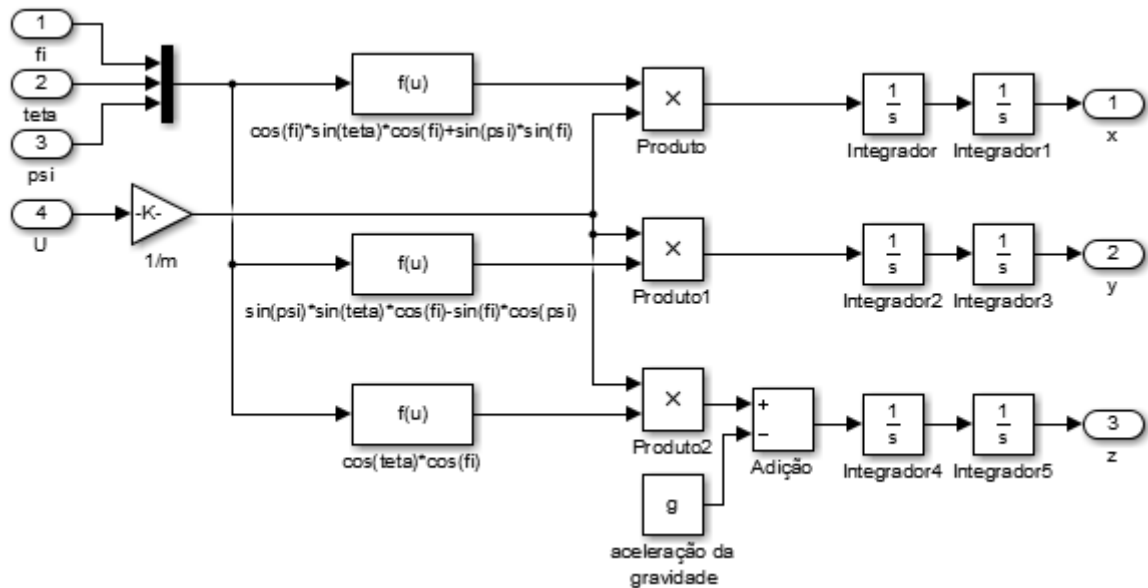


Figura 5-15: Diagrama em blocos da dinâmica translacional do quadricóptero.

O controle de altitude é resumido na Figura 5-16, é utilizado um controlador PID digital e realizado uma sintonia com a própria ferramenta do *simulink*, denominada *pidtuning*. Os valores dos ganhos encontrados e simulados são apresentados na Tabela 5-12. A Figura 5-17, mostra a resposta de altitude simulada.

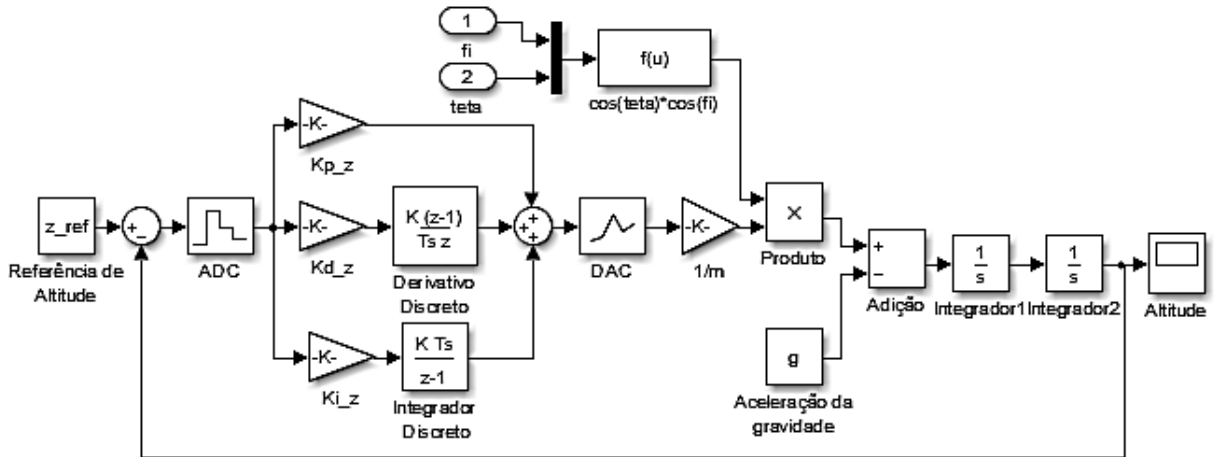


Figura 5-16: Diagrama resumido do controle da dinâmica de altitude do quadricóptero.

Tabela 5-12: Ganhos do controlador PID para o modelo matemático simulado

| K_p | K_i | K_d |
|-------|-------|-------|
| 220 | 32 | 41 |

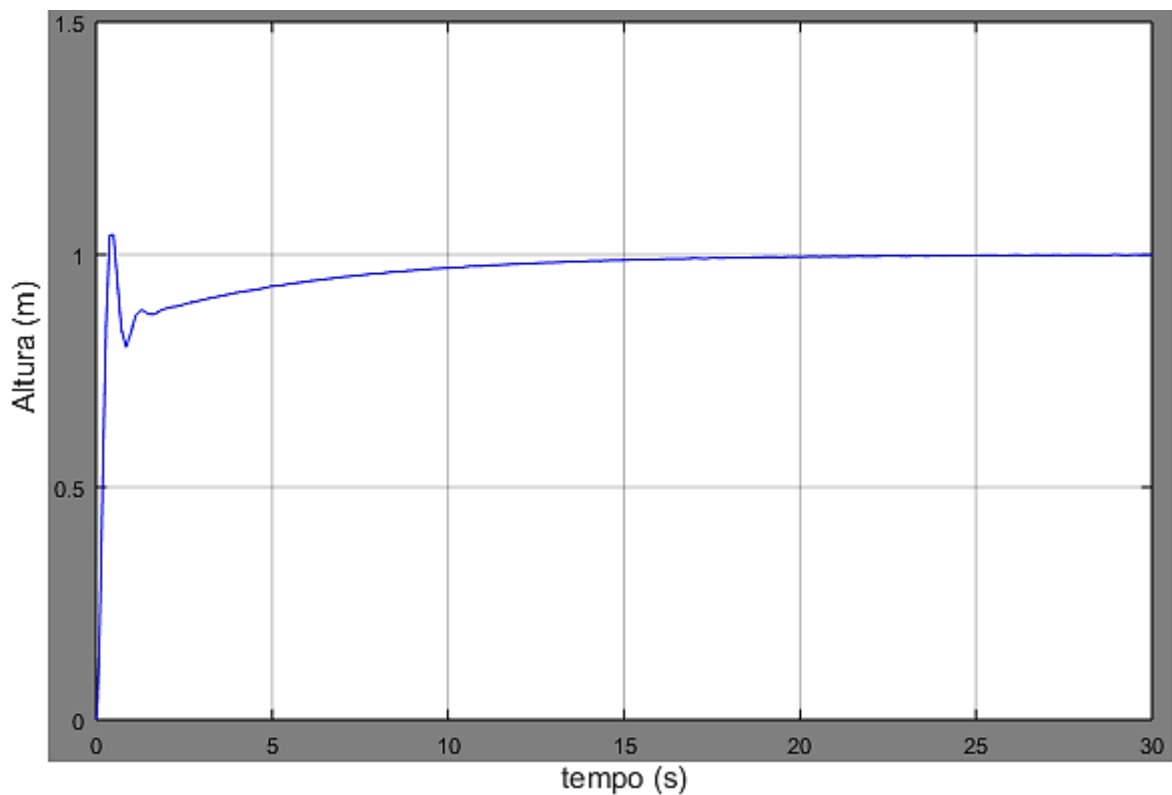


Figura 5-17: Resposta de altitude simulados com controlador PID para o modelo matemático. Referência de altitude= 1m.

Em seguida, foram utilizados os mesmos ganhos simulados na plataforma experimental. A Figura 5-18 mostra a resposta de altitude para os mesmos ganhos da Tabela 5-12. O desempenho do controlador no ambiente simulado e na plataforma experimental é apresentado na Tabela 5-13. O comportamento na plataforma experimental apresentou comportamento similar ao realizado no ambiente simulado, com exceção do tempo de subida.

Tabela 5-13: Performance das métricas de controlador PID no ambiente simulado e na plataforma experimental. Referência de altitude = 1m.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|------------|---------|----------|----------|
| Simulador | 9,5 | 0,4 | 17 |
| Plataforma | 10 | 2 | 11 |

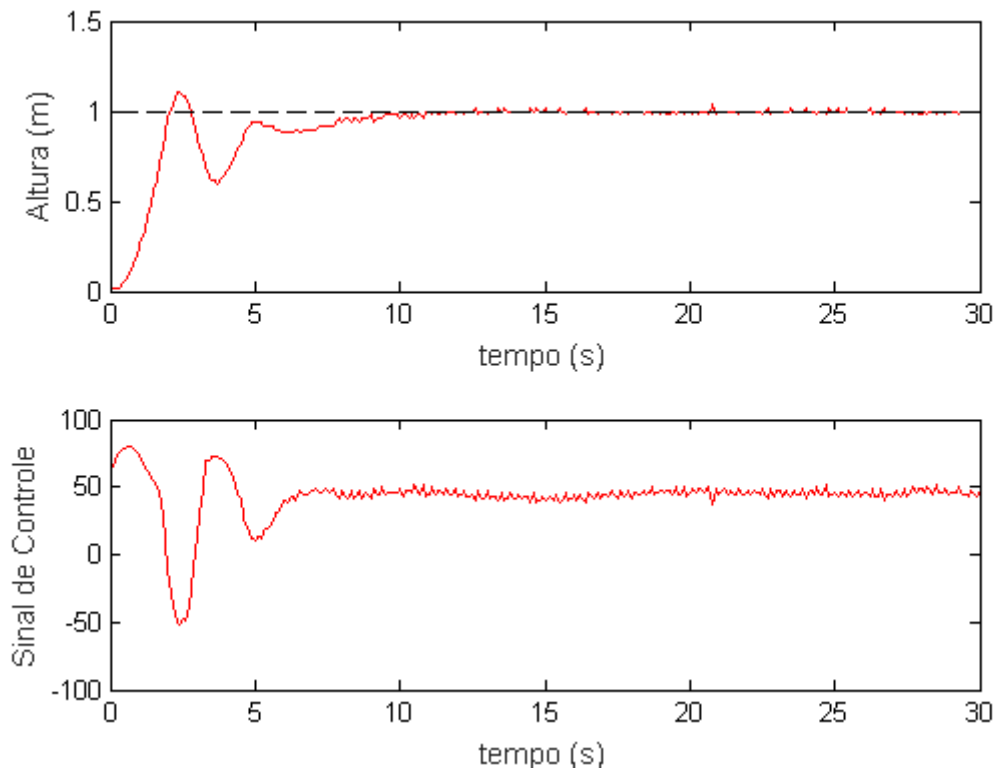


Figura 5-18: Resposta de altitude na plataforma e sinal de controle com controlador PID para modelo matemático. Referência de altitude= 1m.

Na análise do comportamento do controlador PID sintonizado para o modelo matemático, verificou-se um desempenho não satisfatório. Assim foi realizada uma sintonia heurística baseado no método do relé. Os ganhos foram ajustados, conforme a Tabela 5-14. A Figura 5-19, mostra a resposta de altitude simulada para estes ganhos ajustados.

Tabela 5-14: Ganhos do controlador PID ajustados para o modelo matemático simulado.

| K_p | K_i | K_d |
|-------|-------|-------|
| 100 | 30 | 62 |

Em seguida, foram utilizados os ganhos simulados na plataforma experimental. A Figura 5-20 mostra a resposta de altitude para os mesmos ganhos da Tabela 5-14.

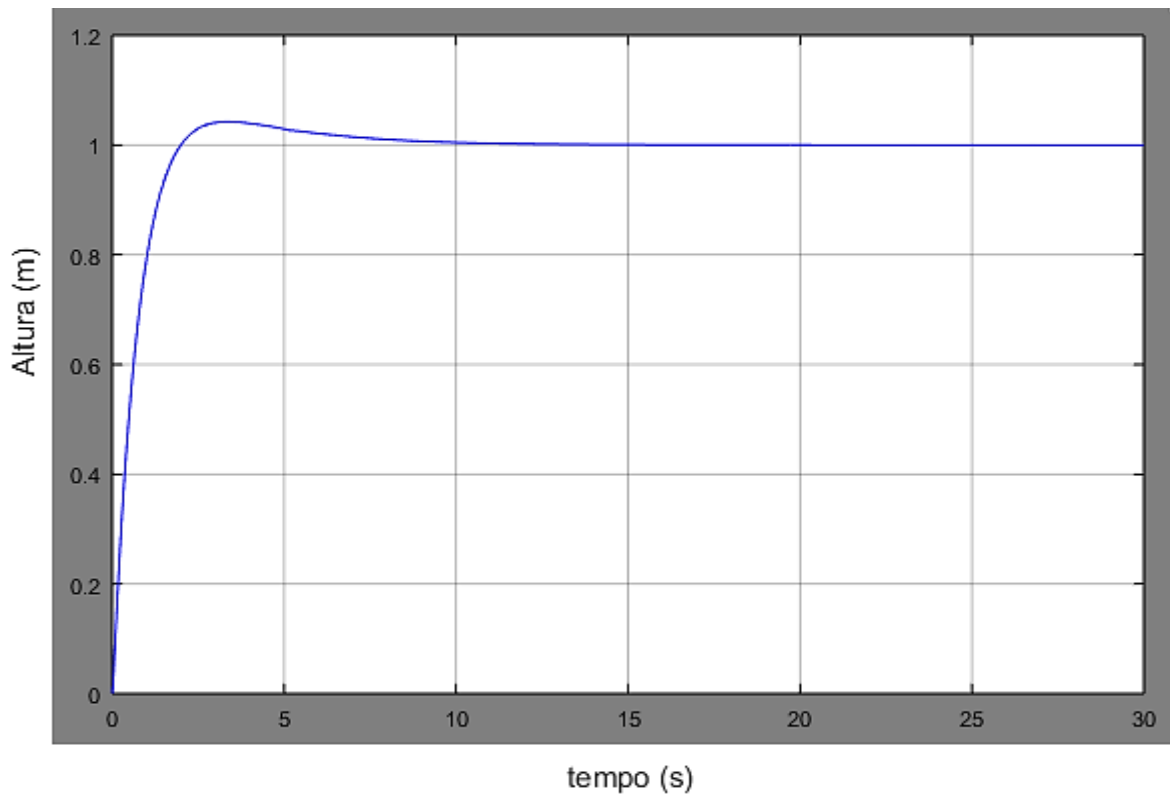


Figura 5-19: Resposta de altitude simulados com controlador PID ajustado para o modelo matemático.

Referência de altitude= 1m.

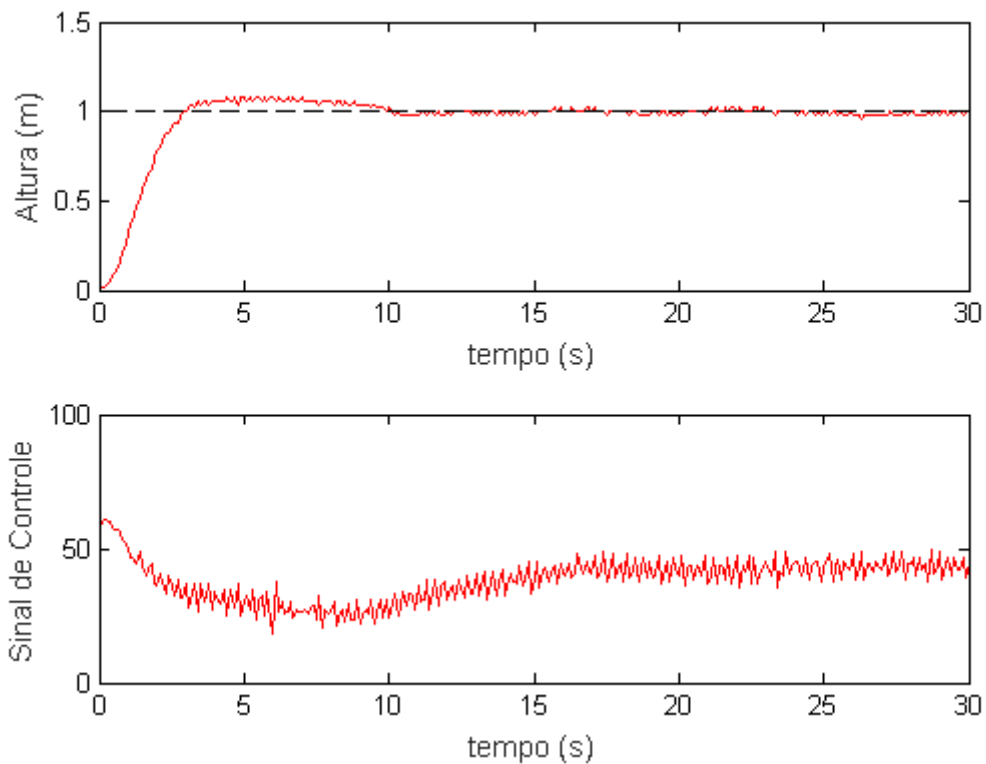


Figura 5-20: Resposta de altitude na plataforma e sinal de controle com controlador PID ajustado para modelo matemático. Referência de altitude= 1m.

O desempenho do controlador no ambiente simulado e na plataforma experimental é apresentado na Tabela 5-15. O comportamento na plataforma experimental apresentou desempenho similar ao realizado no ambiente simulado.

Tabela 5-15: Performance das métricas de controlador PID ajustado no ambiente simulado e na plataforma experimental. Referência de altitude = 1m.

| Saturação | P.O (%) | $t_r(s)$ | $t_s(s)$ |
|------------|---------|----------|----------|
| Simulador | 4 | 2 | 15 |
| Plataforma | 8 | 3,4 | 12,5 |

5.5 CONTROLADOR PID PARA UMA TRAJETÓRIA TRAPEZOIDAL

Uma vez que o controle de altitude do quadricóptero tenha sido bem sucedido, foi realizada uma demonstração para entrada de referência trapezoidal no controle de altitude, para eficiência de decolagem e pouso da aeronave.

A resposta de altitude para a entrada trapezoidal é ilustrada na Figura 5-21. Esta entrada de referência pode ser utilizada para controlar a velocidade de pouso e decolagem do quadricóptero para certa altitude de referência. A inclinação da rampa é de 10 cm/s.

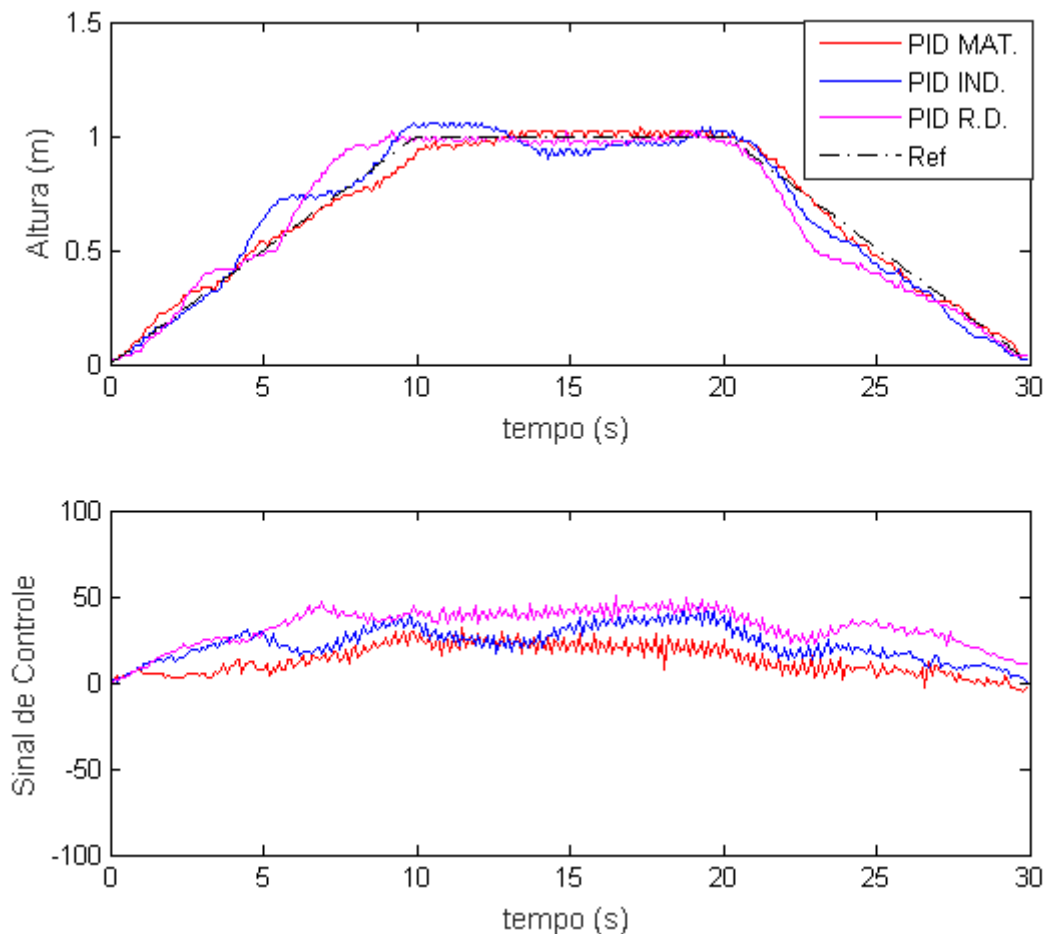


Figura 5-21: Comparação dos Controladores PID para a trajetória de altitude

O controlador PID MAT trata-se do controlador sintonizado para o modelo matemático. Já o controlador PID IND é controlador sintonizado para o modelo identificado, ou método indireto do relé. E por fim o controlador PID R.D é o controlador sintonizado pelo método direto do relé. Os controladores PID foram testados para uma saturação em 100. Todos os controladores apresentaram overshoot e tempo de acomodação similares quando foram testados para uma entrada de referência ao degrau.

No entanto, o esforço de controle é menor, como mostrado no gráfico do sinal de controle, de modo que o consumo de energia é menor para manter o desempenho. O controlador PID MAT, com ganhos da Tabela 5-14, apresentou um esforço de controle menos oscilatório e também um seguimento de trajetória muito bom. Este controlador visualmente apresentou o melhor comportamento de decolagem e pouso da aeronave em comparação com os controladores sintonizados pelo método direto e indireto do relé, porém se ressalta que a sintonização do PID MAT foi ajustada com auxílio do método do relé.

CAPÍTULO 6

Neste capítulo é abordada a contribuição deste trabalho, com relação ao controle de altitude de um quadricóptero de baixo custo, e as observações a respeito dos experimentos realizados com o veículo. Também são relatadas sugestões de trabalhos futuros.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizado uma aplicação do método do Relé para identificação e auto sintonia de ganhos PID discretos de um sistema de controle de altitude de um quadricóptero. Esta proposta foi implementada em um sistema UAV real de baixo custo, e os resultados experimentais mostraram um potencial da metodologia no controle de UAV.

A aeronave utilizada é um quadricóptero de baixo custo, montada com componentes de *hardware* de fácil acesso no mercado. A estrutura se mostrou muito sujeita a vibrações e ruídos, isso porque suas características construtivas não eram as mais adequadas para atenuar os ruídos e vibrações, principalmente quando o PWM ultrapassava valores acima de 1500 μ s. Porém os filtros implementados ajudaram bastante na leitura de altitude. Diante dessa dificuldade os resultados obtidos nos experimentos ainda assim demonstraram que a abordagem do projeto é realizável e apresenta bons resultados.

Assim a principal contribuição deste trabalho é a abordagem alternativa, na utilização do método relé para estimação da dinâmica de altitude e a sintonia de seus controladores, que são comumente utilizados em aeronaves comerciais, mas não apresentam uma sintonia segura para sua dinâmica. Logo se percebeu que o método do relé fornece uma solução simples e eficiente para identificação e controle de altitude de um quadricóptero.

No projeto do controlador, foi utilizada a modelagem empírica com auxílio do método do relé a fim de encontrar o modelo discreto aproximado que descrevesse a dinâmica de altitude da aeronave. Estes modelos mostraram-se adequados, porém pode-se ressaltar que sua determinação depende do conhecimento das características do modelo matemático que orientam a ordem do modelo a ser estimado.

No experimento do relé foram experimentados três sinais de entrada com amplitudes diferentes, assim verificou-se que apesar das diferentes amplitudes as saídas apresentaram ganhos e períodos críticos semelhantes. Assim verificou-se que é possível realizar oscilações permanentes seguras para o controle do sistema.

O controlador que apresentou melhor desempenho foi o controlador PID, sintonizado utilizando as regras de Tyreus-Luyblen (TL) com saturação 140. Esse controlador apresentou melhores resultados para as performances métricas analisadas e também apresentou menor esforço do controlador. O controlador PID foi sintonizado para o modelo matemático e estimado com maior facilidade, pois havia um pré-conhecimento do comportamento do controlador sintonizado pelo método direto do relé.

O controlador sintonizado para o modelo identificado não apresentou desempenho similar comparado aos demais controladores, pois apresentou um elevado percentual de *overshoot* e tempos de acomodação superiores, mas semelhantes aos demais. Porém realizando uma sintonia fina baseada nos ganhos calculados seu desempenho pode ser melhorado, assim como foi realizado na sintonia pelo método direto do relé.

No sinal de controle é analisado o esforço do controlador, necessita-se ressaltar que ele é influenciado pela descarga da bateria, porém todos os controladores conseguem se adaptar e corrigir o sinal de controle para a referência desejada. Para sua eficiência total é necessário considerar um parâmetro de descarga da bateria, conforme (Rahul, 2009), na equação (5.1), porém há a necessidade de um sensor de carga para bateria da aeronave.

Os controladores também foram testados para pequenas perturbações. O quadrirrotor sofre a perturbação, porém tem uma boa capacidade de correção e estabilização na referência desejada.

O movimento de decolagem e pouso da aeronave, comumente não é realizado através de um sinal de entrada do tipo degrau em um controle remoto. Assim a utilização da entrada de referência trapezoidal mostrou que os controladores também apresentaram bons desempenhos. Além de ser uma alternativa segura para o movimento vertical do quadrirrotor.

As sugestões de trabalhos futuros podem incluir a replicação da metodologia para controle de atitude. O controle de atitude utilizado foi controlador PID sintonizado empiricamente e pode-se ressaltar que o controlador de atitude não sofreu dificuldades, pois as duas barras verticais limitam o movimento na vertical e facilita a estabilização da aeronave. O método do relé também pode ser implementado para o controle de posição ao longo dos eixos X e Y. Assim posteriormente poderá ser implementado controles de rastreamentos de trajetórias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXIS, K., Nikolakopoulos, G. and Tzes, A. Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies, *IET Control Theory Applications*, 2012, 6(12): 1812-1827.
- ALMEIDA, Mateus A. and Prado, Márcia L. M. Identificação de uma Planta térmica através do Método do Relé, 10^o Conferência Brasileira de Dinâmica Controle e Aplicações, 2011, pp. 350-354.
- ASTROM, K. J. and Hagglung, T. *PID Controller Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, 1995.
- BOUABDALLAH, S., Noth, A. and Siegart, R. (2004). Pid vs lq control techniques applied to an indoor micro quadrotor, *Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 3, pp. 2451-2456.
- CHENG, C. Y. *Autotuning of PID controllers: a Relay Feedback Approach*. 2nd ed. London: Springer-Verlag, 2006.
- COSTA, S. E. A. P. D. *Controlo e Simulação de um Quadrirotor Convencional*. 2008. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeroespacial) - Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2008.
- DANDAN, Z., Zhiyun, Z., Meng, Y., Yue, H. and Chen, G. Application of relay feedback auto-tuning algorithm in a liquid level pid control system, *11th World Congress on Intelligent Control and Automation*, 2014, pp. 4313-4315.
- DUC, Minh N., Trong, Thang Nguyen and Xuan, Yang S. The Quadrotor MAV System using PID Control, *Proceedings of 2015 IEEE, International Conference on Mechatronics and Automation*, pp. 506-510.
- EKAWATI, Estiyanti; Widyotriatmo, Augie. Quadrotor Position Control based on Model Identification and Proportional-Derivative Algorithm. In *2nd International Conference on Tecnology, Informatics, Management, Engineering & Environment*, Bandung, Indonesia, 2014.
- ESTEVEES, David J.; Moutinho, Alexandra; Azinheira, José Raul. Stabilization and altitude control of na indoor low-cost quadrotor: design and experimental results. In *IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions*, 2015.
- HANG, K. J. Á. C.; WANG, Q. Relay feedback auto-tuning of process controllers – a tutorial review. *Journal of process control*, v. 12, n. 1, p. 143–162, 2002.

JULKANANUSART, A. and Nilkhamhang, I. Quadrotor tuning for attitude control based on double-loop pid controller using fictitious reference iterative tuning (FRIT), Proceedings of 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2015, pp. 4865-4870.

KUN, D. and Hwang, I. Linear matrix inequality-based nonlinear adaptive robust control of quadrotor. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, Vol.39, No.5, pp. 996-1008.

MELLINGER, D. Trajectory Generation and Control for Quadrotors. 2012. 135 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade da Pensilvânia, Filadélfia, 2012.

MELO, A. S. D. Implementação de um Quadrotor como Plataforma de Desenvolvimento para Algoritmos de Controle. 2010. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2010.

NAGATY, A., Saeedi, S., Thibault, C., Seto, M. and Li, H. Control and navigation framework for quadrotor helicopters, Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications, 2013, 70(1-4): 1-12.

OGATA, K. Modern Control Engineering, Instrumentation and controls series, Prentice Hall. Ed.5, 2010.

PENG, Y., Vrancic, D. and Hanus, R. (1996). Antiwindup, bumpless, and conditioned transfer techniques for pid controllers, IEEE Control systems 16(4): 48{57.

RAHARJA, N.M.; Iswanto; Faris, M.; Cahyadi, A.I. Hover Position Quadrotor Control with Fuzzy Logic, 1st International Conference on Information Technology, Computer and Electrical Engineering, 2014, pp. 89-92.

RAHUL Goela, Sapan M. Shahb, Nitin K. Guptac, N. Ananthkrishnanc. Modeling, Simulation and Flight Testing of an Autonomous Quadrotor. Department of Aeronautics and Astronautics, MIT, USA, 2009.

VITECEK, A.; VÍTECKOVA, M. Engineering the Future. Rijeka, Croatia: Laszlo Dudas, 2010.

YANG, J., Cai, Z., Lin, Q. and Wang, Y. Self-tuning pid control design for quadrotor uav based on adaptive pole placement control, Chinese Automation Congress (CAC), 2013, pp. 233-237.

ZHOU, W.; Zhu, P.; Wang, C; Chu, M. Position and Attitude Tracking Control for a Quadrotor UAV Based on Terminal Sliding Mode Control, Proceedings of the 34th Chinese Control Conference, 2015, pp. 3398-3404.

ZIEGLER, J. G. and Nichols, N. B. (1942). Optimum settings for automatic controls, Transactions of the A.S.M.E pp. 759-768.