

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

*A MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ESTUDO DA GEOMETRIA
PLANA E ESPACIAL: ÁREA, PERÍMETRO E VOLUME*

Alex dos Santos Ferreira

MANAUS

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

Alex dos Santos Ferreira

*A MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ESTUDO DA GEOMETRIA
PLANA E ESPACIAL: ÁREA, PERÍMETRO E VOLUME*

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira

MANAUS
2020

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

F383m	Ferreira, Alex dos Santos
	A modelagem matemática aplicada ao estudo da geometria plana e espacial: área, perímetro e volume. / Alex dos Santos Ferreira.
	2020 94 f.: il. color; 31 cm.
	Orientador: Disney Douglas de Lima Oliveira Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas.
	1. Modelagem matemática. 2. Ensino e aprendizagem. 3. Estratégia. 4. Geometria. I. Oliveira, Disney Douglas de Lima II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

ALEX DOS SANTOS FERREIRA

A MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ESTUDO DA
GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL: ÁREA, PERIMETRO E VOLUME

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 06 de Março de 2020.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira
Presidente



Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira
Membro



Prof. Dra. Jeanne Moreira de Sousa
Membro

AGRADECIMENTOS

Sou grato primeiramente a Deus, que me concedeu a oportunidade de ter essa rica experiência, pois é Ele quem está no controle da minha vida, me abençoando e me conduzindo a realizar os meus sonhos e objetivos.

Aos meus pais Paulo e Maria, e a minha filha Agatha Valentina que são o combustível que me fazem seguir em frente em busca da vitória sem pensar em desistir.

A minha tia Euziane pela hospedagem em sua casa desde o início até ao término do mestrado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira pela paciência, disposição e contribuição na realização desse trabalho, me direcionando em cada uma das etapas.

Aos meus amigos e colegas de trabalho por cada palavra de incentivo, em especial aos meus amigos Prof. Justina Ramos, Prof. Ozemir Pacheco, Alessom Dantas e Adelson Dantas que além do incentivo, contribuíram com recursos financeiros para que eu pudesse viajar até Manaus para cursar o mestrado.

Aos professores de cada uma das disciplinas do mestrado, pela dedicação e competência em ministrar cada uma das aulas.

A Prof. Francisca Alves e Prof. Marilene Chagas exímias professoras de língua portuguesa pela contribuição e incentivo na realização desse trabalho.

Muito a Deizeane Rodrigues, minha futura noiva, mulher abençoada que Deus colocou na minha vida.

O todos os membros da banca de defesa pelo compromisso, direcionamento e desafios propostos.

Ao meu Coord. Rubens Miranda, aos meus gestores Rubens Lima e Delvair Artriclino, e a todos que de alguma forma contribuíram para este trabalho.

RESUMO

Esta dissertação tem como objetivo abordar a modelagem matemática como ferramenta facilitadora dentro do processo de ensino-aprendizagem, buscando associar a matemática ensinada dentro de sala de aula com o cotidiano do aluno, tendo como prioridade a obtenção do conhecimento por parte do educando. Nessa perspectiva, procurou-se responder *qual a importância e contribuição do uso da modelagem matemática no estudo da geometria plana e espacial no segundo ano do ensino médio?* Com isso, buscando produzir uma interação entre professor e aluno, foi deixado para os educandos que eles escolhessem o tema no qual seria estudado os conteúdos matemáticos a partir da modelagem. Desse modo, procurou-se entender a aplicação dessa estratégia como meio facilitador, favorecendo o ensino da geometria e contribuindo para uma aprendizagem significativa de trinta e um alunos da segunda série do ensino médio. Nesse sentido, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, na qual buscou-se entender o processo de utilização da modelagem, as diferentes concepções, os obstáculos e a importância da mesma para o ensino-aprendizagem da matemática. Dando continuidade, foi realizada uma atividade com a modelagem em uma escola estadual na cidade de Beruri-Am, aonde se estudou os conteúdos matemáticos a partir do tema Abastecimento de água. Em resumo, concluiu-se que a modelagem quando se trabalhada de forma correta, se mostra ser uma ferramenta de suma importância no ensino e aprendizagem da matemática, despertando nos alunos o interesse e a curiosidade por novos conhecimentos dentro e fora da sala de aula.

Palavras-chave: Modelagem matemática, Ensino e aprendizagem, Estratégia, Geometria.

ABSTRACT

This dissertation aimed to approach mathematical modeling as a facilitating tool within the teaching-learning process, seeking to associate the mathematics taught in the classroom with the student's daily life, having as priority the student's knowledge acquisition. From this perspective, we sought to answer the importance and contribution of the use of mathematical modeling in the study of flat and spatial geometry in the second year of high school? Thus, seeking to produce an interaction between teacher and student, it was left to the students to choose the theme in which would be studied the mathematical contents from modeling. Thus, we sought to understand the application of this strategy as a facilitating means, favoring the teaching of geometry and contributing to a meaningful learning of thirty-one students in the second grade of high school. In this sense, a bibliographic research was carried out, which sought to understand the process of using modeling, the different conceptions, the obstacles and its importance for the teaching-learning of mathematics. Continuing, an activity was performed with modeling in a state school in the city of Beruri-Am, where we studied the mathematical contents from the theme Water Supply. In short, it was concluded that modeling, when worked correctly, proves to be a very important tool in teaching and learning mathematics, arousing in students the interest and curiosity for new knowledge inside and outside the classroom.

Keywords: Mathematical modeling, Teaching and learning, Strategy, Geometry.

LISTA DE SÍMBOLOS

\equiv	Igual.
\approx	Aproximado.

Lista de Figuras

2.1	Colmeia	31
2.2	Pirâmide de Quéops	32
2.3	Prédio BNDS e Hotel Burj All Arabe	32
2.4	Ponte Rio Negro	33
2.5	Casa de madeira	33
2.6	Reservatório	34
2.7	Bandeira do Brasil	34
4.1	Faixa etária dos alunos	51
4.2	Tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula	52
4.3	Tipos de ferramentas disponíveis para o acesso de informações	52
4.4	Comportamentos dos alunos durante a aula de matemática	53
4.5	Participação dos alunos nas tarefas propostas pelo professor	54
4.6	Desempenho do aluno frente ao conhecimento matemático	54
4.7	Desempenho do aluno frente ao conhecimento matemático	55
4.8	Conteúdos que os alunos mais gostaram e aprenderam	56
4.9	Principais motivos que dificultam o aprendizado da matemática	57
5.1	Professor e alunos na empresa de abastecimento de água.	61
5.2	Reservatórios de água	62
5.3	Reservatórios de água	63
5.4	Alunos medindo o contorno do reservatório	64
5.5	Aluno posicionando a vara no solo	65
5.6	Alunos medindo a sombra da vara e a sombra do reservatório	65
5.7	Alunos medindo a altura da parte vazia da caixa	66
5.8	Aluno fazendo as anotações	67
5.9	Imagem para o cálculo da altura	68
5.10	Cálculo da altura feito pelos alunos	69
5.11	Cálculo da medida do raio feito pelos alunos	70
5.12	Cálculo da área da base feito pelos alunos	71
5.13	Aluno realizando os calculos da medida do raio e da área da base no quadro branco	72

5.14 Cálculo do item 1 feito pelos alunos	74
5.15 Cálculo do item 2 feito pelos alunos	74

Sumário

1	Ensino e aprendizagem de matemática	5
1.1	Dificuldades existentes no processo do ensino e aprendizagem de matemática	6
1.1.1	Estratégias utilizadas para facilitar o ensino e aprendizagem da matemática	11
1.1.2	O papel do professor	18
1.1.3	O papel do aluno	22
2	Geometria	25
2.1	Conhecendo a geometria	25
2.2	O ensino da geometria no contexto escolar	27
2.3	Sua aplicação no cotidiano	30
3	A modelagem matemática	36
3.1	Origem e história	36
3.2	Estudos a respeito da modelagem	38
3.3	A importância da modelagem no ensino-aprendizagem da matemática	41
3.4	Fatores que dificultam a aplicação dessa metodologia em sala de aula	46
4	Pesquisa	49
4.1	Metodologia	49
4.2	Características dos alunos participantes da pesquisa	50
4.2.1	Análise gráfica perfil do aluno	51
4.2.2	Gráficos da participação dos alunos em sala de aula nas aulas de matemática	53
5	Aplicação da Modelagem Matemática	58
6	Considerações Finais	76

Introdução

A matemática tem uma grande importância na vida do homem, e desde os tempos mais remotos ela já vem sendo utilizada e aplicada no seu dia-a-dia. Por isso a uma grande importância em se ensinar matemática de uma maneira a deixar clara a sua utilidade fora do ambiente escolar visando uma formação de qualidade aos alunos não apenas para se tirar boas notas nas avaliações, mas também para que os mesmos possam estar preparados para solucionar problemas fora da sala de aula.

No contexto atual a matemática é apresentada dentro de sala de aula em muitas escolas de uma forma abstrata sem sentido real na vida do aluno, ensinada de uma forma mecânica e repetitiva apenas adestrando os educandos a reproduzirem aquilo que lhe é repassado no quadro branco. E dessa forma os educadores se deparam várias vezes com alguns questionamentos dos alunos, como: porque se estudar esse ou aquele conteúdo? A matemática é difícil e sem utilidade na minha vida. Questionamentos esses, que gera uma certa frustração no professor que muitas das vezes não sabe responder tais perguntas por não ter conhecimento a respeito da utilização da matemática fora do ambiente escolar.

E essa falta de contextualização da matemática contribui ainda mais para que os educandos tenham certa rejeição por essa disciplina, se tornando desinteressados e insatisfeitos com as aulas que lhes é repassada, o que ocasiona assim um alto índice de reprovação dos alunos nas escolas e também um baixo desempenho em avaliações extra-escolares como PSC, SIS e ENEM. Diante dessa realidade, se faz necessário uma mudança na forma de se ensinar a matemática no contexto atual, buscando novas metodologias que venham mudar a forma mecânica em que é ensinada essa disciplina; metodologias que sirvam não só para a formação do aluno dentro da sala de aula, mas que também contribua para o seu crescimento fora dela.

Os PCNs (1998) [2] destaca que:

A Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (BRASIL, 1998, p. 27)

Mas para que isso aconteça, se faz necessário que a matemática seja ensinada de forma a deixar clara a sua utilidade no cotidiano do educando, para que o mesmo possa entender a importância de se estudar e aprender essa disciplina que não se resume apenas em fórmulas prontas e conhecimento abstrato, mas que está presente em muitas situações no decorrer da vida

do aluno. Principalmente a geometria, que possui várias aplicabilidades em nosso dia-a-dia, nas construções de casas, edifícios, brinquedos e objetos utilizados em nossa vida diária.

Em consonância com Fiorentine [34]:

Garantir ao futuro cidadão essa forma de pensamento e de leitura do mundo proporcionada pela Matemática é, segundo nosso ponto de vista, a principal finalidade da Educação Matemática comprometida com a formação da cidadania, pois a Matemática está visceralmente presente na sociedade tecnológica em que vivemos, podendo ser encontrada sob várias formas em nosso dia-a-dia. Ou seja, a razão primeira pela qual ensinamos e aprendemos Matemática tem a ver com o modo de vida do homem moderno. (FIORENTINI, 1995, p.32).

E os PCNs (1998) [2], nos descrevem mais ainda, que:

É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos. (BRASIL, 1998, P.63)

Sendo assim, essa dissertação vem para apresentar a modelagem como metodologia que visa o aprimoramento do ensino-aprendizado, mudando a maneira de como a matemática é apresentada no ensino tradicional, dando sentido e aplicabilidade do conhecimento que é adquirido em sala de aula, na vida real do aluno. Também demonstra que a modelagem além de facilitar o ensino e criar um ambiente agradável para se aprender matemática, contribui para o desenvolvimento de várias capacidades nos educandos que servirá tanto para serem usadas por ele dentro do ambiente escolar quanto fora dele.

Mas para que aconteça uma aprendizagem significativa, é necessário que os educadores passem a buscar estratégias e utilizar metodologias dinâmicas, que transformem a sala de aula em um ambiente agradável e divertido de se estudar matemática, despertando nos educandos a curiosidade e o interesse da busca por novos conhecimentos dentro e fora da sala de aula.

E em se tratando de dar significado ao conhecimento adquirido em sala de aula, a modelagem surge como uma ferramenta essencial para se fazer essa ponte entre o saber matemático e o mundo real, pois a mesma tem como objetivo principal aplicar no cotidiano do aluno a matemática ensinada em sala de aula, transformando assim a sua maneira de olhar o mundo real, e se tornando agente ativo na construção do seu próprio conhecimento.

"A modelagem oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da Matemática em situações do cotidiano, no currículo escolar em conjunto com o tratamento formal que é predominante no modelo tradicional. Esta ligação da Matemática escolar com a Matemática da vida cotidiana do aluno faz um papel importante no processo de escolarização do indivíduo, pois dá sentido ao conteúdo estudado, facilitando sua aprendizagem e tornando-a mais significativa"(Júnior e Santo, 2004, p. 78) [10].

Klüber (2009) [3], em seus estudos a respeito da modelagem, apresentou três concepções na qual é trabalhada a modelagem matemática. Essa dissertação se desenvolveu em duas dessas

concepções: A Modelagem Matemática entendida como ambiente de aprendizagem e a Modelagem Matemática como Metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no modelo matemático.

A partir dessas concepções esse trabalho se desenvolveu demonstrando a importância da utilização da modelagem nas aulas de matemática, e descreve um trabalho de modelagem matemática realizado em uma turma do 2º ano do ensino médio, a partir do qual procurou-se entender os pontos negativos e positivos dessa metodologia dentro do processo de ensino e aprendizagem.

Sendo assim, essa dissertação foi realizada a partir da seguinte questão norteadora: Qual a importância e contribuição do uso da modelagem matemática no estudo da geometria plana e espacial no segundo ano do ensino médio?

Na busca por respostas a essa indagação, foi desenvolvido o seguinte objetivo geral: Compreender a importância e contribuição da modelagem matemática aplicada no estudo da geometria em uma turma do segundo ano do ensino médio.

E como objetivo específico, temos:

Entender quais as principais dificuldades existentes no processo de ensino e aprendizado.

Estudar as contribuições e limitações do uso da modelagem matemática em sala de aula.

Aplicar um trabalho de modelagem matemática com os estudantes a respeito dos tópicos: Área, Perímetro e Volume.

Esse trabalho se apresenta, iniciando com seu Capítulo I - Ensino e aprendizagem de matemática, no qual procurou-se entender a importância dada a esse processo e os principais fatores que dificultam que o mesmo se desenvolva com facilidade e eficácia, e também é relatado nesse capítulo a importância do papel do professor e do aluno como pontos principais a serem desenvolvidos visando um ensino e aprendizado de qualidade.

Em seguida temos o Capítulo II - Geometria, o qual se inicia descrevendo um pouco da sua história e principais descobertas de matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da mesma. Destacamos aqui também a maneira de como a geometria tem sido trabalhada em salas de aula, e apresentamos sua utilização no cotidiano utilizando alguns exemplos encontrados em nosso dia-a-dia.

O Capítulo III - Modelagem Matemática, se inicia apresentando um pouco da história da modelagem matemática mencionando os principais estudiosos que contribuíram para o crescimento da mesma no Brasil; também apresentamos nesse capítulo alguns estudos e reflexões a respeito dessa metodologia e a sua importância para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da matemática, e também os principais fatores que dificultam o desenvolvimento dos trabalhos realizados através da modelagem em sala de aula.

Logo após temos o Capítulo IV - Pesquisa, no qual descrevemos o detalhamento da pesquisa realizada através dessa dissertação, apresentando a metodologia utilizada na realização do devido trabalho, bem como os sujeitos participantes da pesquisa e as ferramentas utilizadas na coleta de informações.

Em seguida temos o Capítulo V - Aplicação da Modelagem Matemática, aonde descrevemos a atividade de modelagem matemática aplicada no segundo ano de ensino médio em uma escola pública da cidade de Beruri, relatando com detalhes a entrevista feita com os sujeitos da pesquisa através de um questionário que tinha como objetivo obter o perfil dos alunos, e apontando cada um dos passos utilizados no trabalho com a modelagem matemática do seu início até o seu encerramento.

Concluindo temos as considerações finais e as referências bibliográficas utilizadas na realização desse trabalho.

Capítulo 1

Ensino e aprendizagem de matemática

O início da vida escolar é um fator determinante no aprendizado da criança, pois é a partir daí que ela vai construir seu processo cognitivo. Neste sentido, é de grande valia pensar em um ensino focado na aprendizagem significativa, partindo da premissa que o início da construção do pensamento matemático é de fundamental importância para o desenvolvimento da construção do pensamento lógico-matemático.

De acordo com [39] toda criança tem seu aprendizado antes mesmo de começar a frequentar a escola. E esses conhecimentos primitivos que os alunos trazem, vem de encontro com situações de aprendizados dentro da sala de aula, conhecimentos esses que devem ser aproveitados pelo professor para a construção de uma aprendizagem significativa para aluno.

É importante perceber que os conhecimentos prévios que os alunos trazem em sua bagagem, têm grande importância para o desenvolvimento básico de participação na construção do conhecimento deles, partindo do pressuposto que aquilo que tem significado para o aluno, ele aprende com mais facilidade. Então, é necessário que se compreenda que a matemática é do cotidiano deles, quando o aluno percebe esse link da vida fora da escola com a disciplina ministrada, fica bem mais fácil resolver situações-problemas matemáticos.

A criança no seu cotidiano já tem contato com algumas figuras geométricas planas, como círculo e quadrado; e também sólidos geométricos como esfera, cilindro e cone. Então a mesma já traz para a escola seu próprio conhecimento geométrico, e cabe ao professor moldar esse conhecimento aproveitando a vivência de mundo do aluno, buscando um ensino-aprendizagem eficaz e positivo.

Em consonância com [2], no processo de ensino e aprendizagem de matemática se faz necessário destacar dois pontos importantes: o primeiro constitui-se em comparar as observações do cotidiano do aluno com as representações geométricas (triângulo, quadrado, esfera, cilindro, etc...); e o segundo é pegar essas representações e associar com os princípios matemáticos aprendidos em sala de aula.

Ao fazermos essa ligação da geometria com as formas existente no mundo real, estamos realizando um processo construtivo e facilitador para o ensino-aprendizagem da matemática. Pois essa relação nos leva a resolver e solucionar problemas, envolvendo a geometria em situações

reais do cotidiano do aluno, tornando concreto os conceitos matemáticos e demonstrando sua real utilidade na vida do aluno.

As aulas de matemática só terão significado na vida escolar do aluno, se no processo de ensino-aprendizado dos conteúdos dessa disciplina ficar evidenciado a utilização desses conceitos no cotidiano do mesmo. Com isso a metodologia utilizada pelo professor deve ir muito mais além do que apenas ensinar a geometria, mas deve construir no aluno a importância do sentido e do significado de se aprender.

De acordo com [38] a matemática é de fundamental importância para o processo construtivo da cidadania, sendo assim, o conhecimento matemático absorvido em sala de aula está relacionado à aprender o significado, isto é, dá sentido aquilo que se aprendeu e tornar real sua utilidade no meio em que se vive, conduzindo o aluno a se torna um ser transformador dentro da sociedade.

1.1 Dificuldades existentes no processo do ensino e aprendizagem de matemática

No decorrer do processo de ensino da matemática, nos deparamos com alguns obstáculos que impedem que o processo decorra naturalmente e torne a aprendizagem significativa para o aluno. Sendo assim, é necessário no percurso desse procedimento pararmos para analisar quais os fatores que estão impossibilitando que o processo de ensino-aprendizagem em matemática aconteça de forma positiva e satisfatória.

A matemática em muitas escolas é tratada por professores como uma ciência pronta, cuja finalidade do ensino da mesma é exercitar e mecanizar as formas de resolução de exercícios e, quando não há assimilação do aluno por tal mecanismo, nada é feito para que o mesmo venha aprender. E os que aprendem acabam obtendo um conhecimento sem finalidade para uso fora do ambiente escolar, tornando a matemática uma disciplina onde só é trabalhada e utiliza em sala de aula.

"A tendência de todas as ciências é cada vez mais de se matematizarem em função do desenvolvimento de modelos matemáticos que desenvolvem fenômenos naturais de maneiras adequadas." [35]

Desde os tempos mais remotos a matemática já estava presente na vida do homem, seja na busca por alimento, construção de abrigos ou se expressar em formas de desenho, mesmo que não sendo utilizada de forma dedutiva. E nos dias atuais ela se faz ainda muito mais presente em nosso cotidiano e em outras áreas de conhecimento com biologia, física, artes etc. Sendo assim, o docente deve se vestir de teorias para embasar o seu conhecimento e metodologias práticas para facilitar o trabalho de forma lúdica e mostrar a grande importância do de buscar e minimizar as dificuldades no processo de obtenção do conhecimento no ensino de matemática, para que os alunos possam saber sua real utilidade no meio em que está inserido.

metodologias

No contexto atual de muitas escolas a metodologia utilizada pelo professor é tradicional (Livro de matemática, quadro e pincel), em alguns casos abrem até mão do livro, trabalhando somente aquilo que vem à cabeça, fazendo dele o único detentor do conhecimento onde o que importa colocar no quadro algumas fórmulas e em seguida exercícios para os alunos terem o que fazer.

De acordo com [18], o processo de ensino de matemática não se resume unicamente em se transferir conhecimento (fórmulas, figuras geométricas e seus nomes, etc.), mas construir alternativas para produção e construção desses conhecimentos por parte dos alunos.

Dessa forma a metodologia tradicional se torna falida dentro do que se constrói para uma aprendizagem significativa em sala de aula. Pois, a mesma não oferece as ferramentas necessárias para que o aluno desenvolva seu senso crítico, reflexivo e construtivo a respeito da matemática. Além disso, esse método faz do aluno um sujeito passivo e um mero expectador em sala de aula; e para os professores apenas uma forma de cumprir seu cronograma de trabalho.

O processo de ensino de matemática está sempre em constante construção. Mas o que percebemos em sala de aula é um ensino totalmente descontextualizado, onde o foco na estratégia para facilitar o ensino-aprendizagem não é levado em conta e, fazendo do conhecimento matemático algo que é privilégio apenas de alguns alunos. E a falta de análise e objetivo na escolha da metodologia, faz com que a mesma se torne desarticulada com o conteúdo para qual ela foi escolhida, tirando assim de cena uma boa qualidade de ensino, o foco na aprendizagem do aluno e, tornando ainda mais difícil o aprendizado dessa ciência que tem se tornado cada vez mais precisa e rigorosa.

De acordo com a afirmação de [37], a escolha da metodologia pelo professor não deve ser feita apenas levando em consideração o aspecto lúdico ou belo dessa estratégia, mas a aplicação e o conteúdo da mesma devem ficar em segundo plano, pois apenas aplicar jogos e brincadeiras envolvendo a geometria não vai garantir que essa disciplina seja compreendida pelos alunos.

O trabalho de ensinar matemática é um constante desafio para o professor que deve estar sempre se aperfeiçoando para tornar mais fácil e atrativo o ensino desta disciplina; dessa forma o professor ao escolher a metodologia não deve priorizar a facilidade de usar a mesma, mas sim de analisar de qual forma essa estratégia pode ser utilizada para facilitar e tornar significativo o processo de ensino e aprendizagem de matemática, priorizando sempre o aprendizado do aluno.

Sendo assim, o processo de escolher estratégias facilitadoras para o ensino de matemática deve ter como principal objetivo o aluno, levando em conta toda a sua estrutura e conhecimento de mundo; tornando ele um sujeito ativo, criativo, despertando nele seu interesse pela busca do conhecimento matemático e sua relação com o ambiente em que vive.

E nesse ponto de vista destacamos o pensamento de Fiorentine:

"Garantir ao futuro cidadão essa forma de pensamento e de leitura do mundo proporcionada pela Matemática é, segundo nosso ponto de vista, a principal finalidade da Educação Matemática comprometida com a formação da cidadania, pois a Matemática está visceralmente presente

na sociedade tecnológica em que vivemos, podendo ser encontrada sob várias formas em nosso dia-a-dia. Ou seja, a razão primeira pela qual ensinamos e aprendemos Matemática tem a ver com o modo de vida do homem moderno." [34]

Além disso, na busca de novas estratégias para facilitar o ensino de matemática se faz necessário saber, qual a verdadeira intenção de buscar uma nova metodologia, pois dependendo da forma que será usada, a mesma pode dificultar ainda mais o processo de aprendizagem por parte do aluno. É necessário, então, nessa escolha analisar: o que se quer ensinar e se a metodologia escolhida é adequada para trabalhar o conteúdo em questão e se realmente é um caminho facilitador.

Dessa forma, [27] destaca que, ao se fazer a escolha da metodologia pelo professor, o mesmo deve considerar como critérios de seleção os aspectos a seguir:

- Adequação aos objetivos estabelecidos para o ensino e a aprendizagem;
- A natureza do conteúdo a ser ensinado e o tipo de aprendizagem a efetivar-se;
- As características dos alunos, como, por exemplo, sua faixa etária, o nível de desenvolvimento mental, o grau de interesse, suas expectativas de aprendizagem;
- As condições físicas e o tempo disponível. (Haydt 2006, p. 145).

Portanto, torna-se necessário que o professor consiga entender que a partir da ideia proposta pelo autor, ora citado, surge a necessidade de incluir as competências e habilidades para efetivar o conhecimento de forma profícua, sempre considerando todos os aspectos envolvidos.

O ambiente escolar

Um fator de grande importância que poucos educadores e gestores levam em consideração sobre sua relação no processo de ensino-aprendizagem é o ambiente escolar ao qual os alunos estão inseridos. O espaço físico de uma escola quando bem organizado e explorado pode servir como grande ferramenta no ensino de matemática.

De acordo com [42], as características e a elaboração de um espaço escolar podem despertar no aluno o seu senso investigativo, conduzindo o mesmo ao desenvolvimento de suas capacidades, além do mais ajuda a manter a sua concentração nas aulas, fazendo com que eles se sintam integrantes do ambiente escolar, trazendo uma sensação de prazer e satisfação de se está na escola.

Em toda escola há sempre um espaço (uma sala) que não é utilizada para o ensino, mas a maioria das vezes é utilizada como depósito para materiais de expedientes entre outros. Enquanto que na verdade, esse local deveria ser transformado em uma sala que exalasse conhecimento, como por exemplo, um laboratório de matemática. Diante desse ponto de vista se faz necessário que as escolas se transformem em espaços multiusos e flexíveis, proporcionando um ambiente

de aprendizado que possibilite a construção de novos saberes, ideias e experiências; despertando as habilidades dos alunos tanto cognitiva como emocional, social e cultural.

Ainda nessa reflexão, em consonância com [36], o espaço escolar tem que ser um lugar acolhedor, que estimule a ação e a reflexão do indivíduo que nela está integrado e, a mesma deve conduzir as crianças e os adultos a serem construtores de uma cultura. E com isso, é necessário que se crie escolas aonde seu ambiente seja acolhedor e façam com que seus integrantes se sintam bem; um espaço que possibilite novas relações.

E com os avanços tecnológicos, as escolas tem ficado ainda mais desatualizadas quando se fala em um ambiente de ensino inovador. Pois os alunos no seu cotidiano estão mergulhados na era digital, enquanto as escolas na maioria das vezes nem internet possui, fazendo com que as mesmas percam a oportunidade de utilizar essa realidade do aluno para um processo de ensino-aprendizado eficaz, fazendo uso dos meios tecnológicos como a utilização de software matemáticos em sala de aula, propiciando uma aula mais atrativa.

De acordo com [43], espaços escolares com aulas tradicionais e sem inovação são ambientes empobrecidos e desmotivadores, que tornam impossível e dificultam o processo de trabalho e ensino com enfoque na autonomia e na atenção individual de cada aluno. Dessa forma o ambiente escolar se torna de grande importância para conduzir muitos dos aspectos básicos dos seus integrantes.

Sendo assim as escolas devem investir mais na melhoria do ensino, criando espaços cada vez mais dinamizados onde o aluno possa construir e debater ideias, promovendo novos conhecimentos através de recurso didáticos e tecnológicos oferecidos por esses espaços dinâmicos. Ambientes desse tipo conduzem alunos e professores a se tornarem mais criativos e motivados, o ensino-aprendizado acontece de maneira significativa e prazeroso, os conceitos matemáticos são compreendidos e construídos com mais habilidade pelos alunos.

"Segundo Piaget: o conhecimento resulta das ações e interações do sujeito no ambiente em que vive. Todo conhecimento é uma construção que vai sendo elaborada desde a infância, por meio de interações do sujeito com os objetos que procura conhecer, sejam eles do mundo físico ou do mundo cultural. O conhecimento resulta de uma inter-relação do sujeito que conhece com objeto a ser conhecido". [9]

Vemos assim, a grande importância da estrutura e organização do ambiente escolar no processo de ensino e aprendizagem, pois o mesmo é o espaço em que as crianças e adolescentes passam uma boa parte do seu tempo e, tal ambiente revela a vida dos seres que ali estão se desenvolvendo. Uma escola bela não é simplesmente apenas aquela que é limpa e bem cuidada, mas um centro de ensino aonde cada metro quadrado do seu ambiente possa servir como ferramenta para a aprendizagem, além de ser um ambiente acolhedor aonde todos os seus integrantes possam interagir entre si e com o ambiente ao qual estão inseridos, construindo novas ideias, saberes e desenvolvendo seu senso crítico e investigativo.

O ensino tradicional

O método de ensino tradicional teve seu início no século XVII e, é algo que persiste até os dias atuais dentro das salas de aulas como estratégia de ensino pelos educadores, mas o mesmo é considerado ultrapassado desde as décadas 60 e 70. Direcionada como forma de ensino a uma minoria, a educação tradicional começou a entrar em decadência já no movimento renascentista, mas nos dias de hoje é algo tão comum em sala de aula que essa forma de ensino tem sobrevivido no meio escolar como se fosse uma estratégia criada recentemente. As escolas que adotam esse formato, acreditam que o aprendizado vem da quantidade de conteúdos absorvidos pelos educandos e da repetição de exercícios resolvidos da mesma forma, aonde a aplicação na prática não é levada em consideração; além do mais o professor exerce uma forma de poderio e age como um guia dentro da sala de aula.

Em consonância com [18], neste sistema educacional o educador sem dúvida alguma é seu real agente, cujo foco principal é simplesmente repassar uma avalanche de conteúdos para os educandos, conteúdos esses que são totalmente desprovidos de significação na vida dos alunos; é uma prática alienante. Muita fala sem significado, que seria melhor ficarem sem ser ditas pelo educador.

Tal modelo de ensino é construído de forma que os educandos devem aprender a mesma coisa, da mesma forma, ao mesmo tempo e com o mesmo objetivo; mas é impossível ter algum aproveitamento com esse método, pois o mesmo é aplicado em um ambiente aonde os sujeitos são seres tão distintos, com vivências e estilos de vida diferentes. Além do mais o estilo tradicional de ensinar é expositivo, aonde o aluno é um sujeito passivo que só recebe informações, se tornando um depósito de conteúdo, um mero espectador dentro de sala de aula e decorador daquilo que é narrado pelo professor.

De acordo com [18] o tradicionalismo de ensino é comparado ao sistema "bancário de educação" aonde o professor aplica os depósitos e cabe aos educandos receber, guardar e arquivar a aplicação feita pelo educador. Moldando os alunos a serem colecionadores das informações arquivadas. Mas dessa forma os próprios arquivadores são os alunos, isto porque nessa contraditória forma de ensinar não há desenvolvimento de saber, não existe transformação e muito menos criatividade.

O ensino convencional é algo mecanizado, aonde o educar é o narrador e o educando apenas ouvinte e, é acuado de alguma forma a aprender aquilo que é repassado em sala de aula. Nessa forma de ensino o aluno é um mero reproduzidor daquilo que ouve, escreve e exercita repetidas vezes; é uma aprendizagem repetitiva, que mais reprova o aluno do que o conduz à construção de novos saberes e a uma aprendizagem significativa.

Paulo Freire [15] ao comparar essa modalidade de ensino com a "educação bancária" assim o descreve:

"O educador é o que educa; os educando, os que são educados; o educador é o que sabe; os educando, os que não sabem; o educador é o que pensa; os educando, os pensados; o educador é o que diz a palavra; os educando, os que a escutam docilmente; o educador é o que disciplina; os

educando, os disciplinados; o educador é o que opta e prescreve sua opção; os educando, os que seguem a prescrição; o educador é o que atua; os educando, os que têm a ilusão de que atuam, na atuação do educador; o educador escolhe o conteúdo programático; os educando, jamais ouvidos nesta escolha, se acomodam a ele; o educador identifica a autoridade do saber com sua autoridade funcional, que opõe antagonicamente à liberdade dos educando, estes devem adaptar-se às determinações daquele; o educador, finalmente, é o sujeito do processo; os educando, meros objetos."(FREIRE, 1970, p. 59).

Ensinar não é simplesmente apenas repassar conteúdos, aplicar exercícios e ditar como resolve-los; ensinar é envolver o educando no conteúdo de forma ativa, ajuda-los a construir novos saberes, despertar nos mesmos a sua curiosidade, o senso crítico e construtivo; é conduzi-los a vivenciar no seu cotidiano a matemática ensinada em sala de aula e assim construir novos conhecimentos. É muito mais além do que só ditar regras e fórmulas, mas construir pontes para a obtenção dos mesmos. "Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção" [14].

Ensinar é um relacionamento de mútua dependência entre educador e educando. E assim destaca Paulo Freire [17]

"É que não existe ensinar sem aprender e com isto eu quero dizer mais do que diria se dissesse que o ato de ensinar exige a existência de quem ensina e de quem aprende. Quero dizer que ensinar e aprender se vão dando de tal maneira que quem ensina aprende, de um lado, porque reconhece um conhecimento antes aprendido e, de outro, porque, observado a maneira como a curiosidade do aluno aprendiz trabalha para apreender o ensinando-se, sem o que não o aprende, o ensinante se ajuda a descobrir incertezas, acertos, equívocos."(FREIRE, 2001, p. 17)

Neste sentido, é bom salientar que o professor é, na verdade, o mediador do conhecimento, é aquele que potencializa o que o aluno já sabe, que ajuda o aluno a esclarecer as dúvidas de forma prática; e à medida que o conhecimento vai sendo construído, tanto o professor quanto o aluno se redescobrem como sujeitos ativos.

1.1.1 Estratégias utilizadas para facilitar o ensino e aprendizagem da matemática

A palavra estratégia vem do grego "strategia" e do latim "strategi". É um conjunto de decisões unidas e correlacionadas, escolhido como caminho mais acessível para se alcançar um objetivo. No processo de ensino, as estratégias devem ser compreendidas como atitudes e comportamentos a serem traçados, com o objetivo de atingir uma aprendizagem significativa através de técnicas e ações elaboradas e aplicadas como facilitadoras no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A matemática é muitas das vezes concebida pelos alunos com um bicho de sete cabeças causando uma certa antipatia por aqueles que estão sentados num banco de escola, querendo

aprender. E para o professor é algo desafiador ensinar uma disciplina que causa tanta repulsa no meio dos educandos; sendo assim, a busca por novas estratégias deve ser uma missão constante na vida do educador, procurando e aplicando formas de facilitar e tornar a matemática algo prazeroso de ser estudada. Pois o conhecimento matemático, seja ele técnico ou cultural, é algo de grande importância para a formação do aluno tanto como profissional, como cidadão; dessa forma se faz necessário durante o ensino de matemática deixar explícito a sua aplicação e sua relação com o cotidiano do aluno, fazendo que a aprendizagem seja significativa; além do mais a partir do momento que o aluno passa a ter o prazer e sabe da importância de se estudar matemática, ele toma posse do conhecimento matemático aprendido em sala de aula e passa a compreender melhor de que forma são constituídos os novos conhecimentos, a geometria presente no seu dia-a-dia e o porquê de se aprender a matemática.

"A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos". [2]

Nessa busca por novas estratégias, devemos priorizar aquelas que possam conduzir o aluno a aprender o verdadeiro significado daquilo que se está estudando e fazendo com que ele possa, ao aprender o conteúdo matemático, associar e aplicar à sua prática social, dando "vida" ao que se aprendeu. Essa estratégia escolhida pelo professor deve ir muito mais além do que só ensinar a matemática ou atrair a atenção do aluno, ela deve fazer com que o mesmo possa despertar o seu senso crítico e investigativo, estimulando a sua vontade de querer estudar e aprender a matemática.

A utilização de métodos para facilitar o ensino de matemática é algo que vem sendo utilizado e discutido a bastante tempo por professores, pedagogos e demais sujeitos responsáveis pela educação. São estratégias que tornam o ensino de matemática mais dinâmico, interdisciplinar e contextualizado; correlacionando os conteúdos matemático dentro de um ambiente de aprendizagem motivador com o cotidiano do educando. A matemática é algo incrível, com aplicações em várias áreas de conhecimento e em infinitas situações do cotidiano, e quando um aluno consegue desvendar o cominho e descobre a solução de um problema e o relaciona com algo do seu dia-a-dia, ele passa a ter um sentimento de conquista de que pode ir muito mais além e mergulhar muito mais fundo na busca do conhecimento matemático e, além do mais, ele compartilhar com seus colegas de sala e os conduz também à busca do aprendizado. De acordo com Resende (2005):

"A Matemática num certo sentido é uma arte. A análise e a engenhosidade na obtenção da solução de um problema matemático possui um valor estético intrínseco, uma série de resultados se encaixa "magicamente" num resultado final que, ou surpreende, ou encanta ou nos coloca uma

pulga atrás da orelha: será que é isto mesmo. Cumpre destacar que para um profissional que vai apenas utilizar uma técnica Matemática, nem sempre a apresentação de uma demonstração matemática pode ser elucidativa. Acima estamos falando da Matemática em si e não na sua aplicação em um ramo específico do conhecimento". [5].

Há uma grande necessidade de buscar novas estratégias de ensino que possam despertar no educando a curiosidade, elaboração de estratégias, a engenhosidade e suas habilidades matemáticas na resolução de situações problemas tanto dentro da matemática quanto no seu contexto social e também profissional. A matemática deve ser ensinada de forma a "desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, desenvolver a criatividade, desenvolver a capacidade de manejar situações reais e resolver diferentes tipos de problemas" [23].

Mas o que se percebe é que a matemática é vista como algo a ser ensinado e compreendido apenas por um grupo seleto de alunos que são capazes de aprender, enquanto que os demais que tem dificuldades são considerados incapazes e tem que aceitar que a matemática não é para eles. Carvalho (1994) destaca que essa forma de conceber a matemática é totalmente contrária àquela que diz que o conhecimento é algo inacabado e que se encontra em processo de construção contínua e cujo os sujeitos são capazes de formar, organizar e facilitar suas próprias formas de obtenção do conhecimento. E a forma com que eles se apropriam do conhecimento os conduz a formar novos saberes. Não se deve deixar de lado o conhecimento matemático do educando mesmo sendo ele apenas capaz de resolver problemas menos complexos, de fácil resolução; o que deve ser feito é fazer uma ligação entre esse conhecimento do aluno e o novo que pretende ensinar.

Utilização de material concreto

A utilização de material concreto no ensino de matemática é uma ferramenta precisa para facilitar o aprendizado, pois o seu manuseio traz sentido real e torna prazerosa as aulas de matemática; na utilização desses materiais na aula de geometria o aluno pode visualizar, comparar as figuras e formas geométricas, comprovar e debater ideias e hipóteses a respeito do conteúdo estudado e, nesse processo o professor deve atuar como um instrutor, orientando o aluno na elaboração das atividades e manuseio desses materiais, pois apenas a utilização desse recurso pelos alunos não fará com que eles compreendam o conteúdo estudado. Kamii [6] destaca que "dizer que a criança deve construir seu próprio conhecimento não implica que o professor fique sentado, omita-se e deixe a criança inteiramente só". Por isso a importância do professor como mediador e incentivador dentro do processo de ensino-aprendizagem, ele deve propiciar um ambiente de aprendizado ao aluno aonde haja curiosidade e, conduza os alunos a construção de novos saberes.

"A aprendizagem da Matemática depende de uma grande variedade de fatores o que torna o seu ensino bastante complexo. É necessário desenvolver o raciocínio lógico e estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Desta forma, os professores de matemática devem concentrar-se em aumentar a motivação para a aprendizagem,

desenvolver a autoconfiança, organização, concentração, atenção, raciocínio lógico-dedutivo e sentido cooperativo, aumentando a socialização e as interações pessoais". [29].

Em meio essa complexidade de se ensinar matemática existe uma grande necessidade na busca de novas estratégias que venham contribuir de forma significativa dentro desse processo de ensino; estratégias essas que visam colocar o aluno como sujeito ativo e participativo na construção do seu conhecimento. Além do mais essas práticas devem facilitar a introdução dos conteúdos e criar um ambiente de aprendizado motivador que venha despertar no aluno o desenvolvimento de habilidades matemáticas. E nesse ponto, os materiais concretos se tornam grandes ferramentas dentro do ensino da geometria, quer seja ela plana ou espacial.

"A partir de uma utilização adequada do material concreto os alunos passam a ter uma nova visão do que seja a Matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos de que esta é uma disciplina cujo aprendizado é difícil e superam os bloqueios de aprendizagem surgidos destas crenças". [40]

Dessa forma as aulas de matemáticas se tornam mais atraentes, prazerosas e significativas para o educando; pois a partir do momento que ele utiliza materiais manipuláveis, vai poder analisar de uma forma real os conceitos aplicados pelo professor, principalmente na geometria espacial, que se faz necessário analisar a figura como um todo e, verificar a quantidade de faces, arestas e vértices de um sólido geométrico assim como também as formas planas que o constituem".

Os materiais concretos (régua, compasso, jogo de esquadro, transferidor, etc...), também são instrumentos a serem usados pelo aluno em sala de aula, pois com a orientação do professor os mesmos podem construir as figuras e sólidos geométricos. Mas esses materiais quase sempre não são utilizados pelo professor em sala de aula e também dificilmente é ensinado como se constrói essas figuras na aula de matemática e, muitos dos educandos desconhecem alguns desses instrumentos; o que dificultara para o aluno na resolução de uma situação problema que se faça necessário colocar em forma de desenho para que seja solucionada.

"É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram dos atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso. Os conceitos evoluem com o processo de abstração; a abstração ocorre pela separação". [24].

Além desses, existe uma diversidade de outros materiais que são elaborados com a finalidade de ser utilizar na aula de matemática de forma a proporcionar ao aluno a possibilidade da visualização e a aplicação dessa ferramenta no conteúdo ao qual ele está estudando. É muito mais fácil aprender sobre aquilo que se ver na sua forma real do que apenas na abstração, de acordo com Azevedo [12] "nada deve ser dado a criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração"(AZEVEDO, 1979, p. 27). A utilização do material concreto na aula de geometria cria essa possibilidade ao educando de aprender a matemática de

uma forma palpável; conduzindo o aluno a uma postura mais ativa, minimizando e superando as dificuldades, formulando conceitos e desenvolvendo o seu raciocínio lógico e reflexivo.

"[...]uma atividade lúdica e educativa, intencionalmente planejada, com objetivos claros, sujeita a regras construídas coletivamente, que oportuniza a interação com os conhecimentos e os conceitos matemáticos, social e culturalmente produzidos, o estabelecimento de relações lógicas e numéricas e a habilidade de construir estratégias para a resolução de problemas". [33].

Uma outra proposta de utilização do material concreto é através dos jogos lúdicos, que além de apresentar uma forma divertida de aprender, cria um ambiente favorável para a imaginação, curiosidades, descobertas e a construção de conhecimentos matemáticos de forma mais dinamizada, alegre e atrativa. Através de brincadeiras com jogos, o educando passa a experimentar novas situações de aprendizado através da sua imaginação, construção e análises de possibilidades e estratégias que ele cria dentro dessa forma lúdica de ensino.

"Ensinar e aprender matemática pode e deve ser uma experiência com bom êxito do sentido de algo que traz felicidade aos alunos. Curiosamente quase nunca se cita a felicidade dentro dos objetivos a serem alcançados no processo ensino-aprendizagem, é evidente que só poderemos falar de um trabalho docente bem feito quando todos alcançarmos um grau de felicidade satisfatório". [7]

A disciplina de matemática é tida pelo educando como uma disciplina de difícil compreensão, por causa das suas muitas fórmulas, regras e cálculos que devido a forma que é ensinada acaba não tendo utilidade na sua vida fora do ambiente escolar, causando assim um desinteresse pelo aprendizado dessa disciplina. E com a prática do ensino de matemática de forma divertida e descontraída através das brincadeiras, com a utilização de jogos lúdicos, essa frustração e descontentamento em estudar e aprender matemática vai dando lugar à curiosidade, diversão e a um olhar diferente dos alunos em saber que é possível aprender matemática de uma forma prazerosa, alegre, divertida e brincando; tornando o processo de ensino e aprendizado mais prazeroso, não só para o aluno que aprende, mas também para o professor que ensina e faz uso dessa ferramenta em sua aula de matemática.

Godoy e Menegazzi (2011) [38] descrevem que: "o educador deve ter como objetivo fazer com que os alunos se interessem, e passem a gostar de aprender essa disciplina, mudando a rotina da sala, facilitando a aprendizagem de matemática, até mesmo aquelas de difícil aprendizagem. Jogando o aluno vai refletir, analisar, levantar hipóteses e testá-las para conseguir vencer o jogo, por isso os jogos devem ser utilizados ocasionalmente para completar as atividades produzidas durante as aulas diárias, ocupando um horário dentro do planejamento da aula, de modo que o educador possa explorar todo o potencial do jogo, como o processo de solução, registros e discussões possíveis dúvidas que poderão surgir a respeito do jogo". (GODOY e MENEGAZZI, 2011, p. 02)

E a partir do momento que o uso dos jogos lúdicos passa a ser utilizado como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem, ele deixa de ser apenas uma forma divertida e descontraída de se aprender e, passa a ser visto também como um instrumento facilitador e construtor dentro

desse processo. Pois o mesmo desperta no aluno o ânimo e o interesse pela aprendizagem da matemática, tornando-o criativo, estratégico e desenvolvendo o seu raciocínio lógico e suas habilidades matemáticas; nesse sentido não basta apenas o professor escolher o jogo lúdico por causa da diversão proporcionada por essa ferramenta de ensino, mas ele tem que analisar a importância e contribuição do jogo no processo de obtenção do conhecimento do educando e sua relação com o conteúdo ensinado em sala de aula.

Lara (2003) [38]. destaca que: "[...]devemos refletir sobre o que queremos alcançar com o jogo, pois, quando bem elaborados, eles podem ser vistos como uma estratégia de ensino que poderá atingir diferentes objetivos que variam desde o simples treinamento, até a construção de um determinado conhecimento". LARA, 2003, p. 21.

Sendo assim, embora o lúdico não seja algo novo dentro do processo de ensino-aprendizagem, a utilização dos jogos lúdicos constituem uma grande estratégia no ensino de matemática e proporciona tanto ao professor quanto ao aluno uma forma nova de se aprender matemática de maneira descontraída, saindo assim do ensino tradicional e partindo para o lúdico. Sabe-se que os jogos proporcionam uma aula motivadora, prazerosa e divertida, tanto para quem ensinar quanto para quem aprender matemática; tornando assim, uma aula apreciável para o aprendiz. Além do jogo proporcionar ao aluno o desenvolvimento de habilidades matemáticas, como raciocínio lógico, tomada de decisão e argumentação, também desenvolve a prática da relação entre os alunos, conduzindo-os a interagir entre si, debatendo opiniões e estratégias dentro do jogo e também fora dele, criando assim um ambiente aonde o conhecimento é compartilhado e construído coletivamente, aonde a aprendizagem acontece de forma mútua, um ajudando ao outro a superar suas dificuldades. Em suma, o lúdico é interessante e desafiador, e, conduz o educando a identificar suas dificuldades e também a ser participante da construção do seu próprio conhecimento, os jogos são ferramentas facilitadoras e contribuem para o sucesso do ensino e aprendizagem em matemática.

Utilização de software matemático

Vivemos em um mundo totalmente tecnológico, aonde o acesso às informações acontece de forma mais rápida e para isso não se faz mais necessário recorrer a livros ou a qualquer outra fonte de material impresso. Com o acesso à internet, conseguimos informações rápidas e acessar várias fontes sem muita das vezes precisar sair de casa, tudo isso com apenas alguns cliques no computador. Dessa forma a educação tem que está acompanhando essa transformação na forma de acesso ao conhecimento e, buscar analisar de que forma utilizar esses programas e softwares dentro do processo de ensino-aprendizagem, pois a escola é um dos agentes de transformação da vida do aluno, daí a necessidade da adequação da realidade tecnológica com o ambiente de ensino.

De acordo com [30], na cogitação do uso de softwares bem como os demais recursos oferecidos pelo computar, o foco é a forma dinâmica de como essa ferramenta pode ser agregada dentro do processo de ensino da matemática conduzindo os alunos a se tornarem construtores

do seu próprio conhecimento, sendo assim, sujeitos ativos através da indagação e busca de soluções para os problemas levantado pelo educador durante a aula de matemática e também fora dela, e não apenas sendo meros repetidores daquilo que o professor escreve.

E dessa forma se busca prender a atenção do educando, de apresentar para ele a matemática de forma mais atrativa e tirar a má impressão causada ao longo dos anos que a matemática é algo complexo, difícil de ser aprendido e apreendido, bem como facilitar e tornar mais agradável o ensino da mesma.

Os softwares matemáticos se apresentam como forma inovadora de ensinar matemática, que não só apenas retém a atenção e o interesse do aluno, mas também cria um ambiente de busca pelo conhecimento, ampliando a autonomia e desenvolvimento do raciocínio lógico, criando-se assim um ambiente motivador e inovador produzindo melhores resultados na aprendizagem do aluno.

Porém, ao se falar no uso de ferramentas tecnológicas (mídias, softwares, etc...) no processo de ensino e aprendizagem, surge um ar de desconfiança e também de rejeição. Primeiro por causa da falta de preparação e atualização dos professores com respeito ao manuseio do computador; segundo porque embora vivemos na era da informática, muitas escolas ainda não tem sequer computador e muito menos internet e, quando se tem o computador falta internet de qualidade. Mas analisar a utilização dos recursos oferecidos no emprego desse instrumento dentro do ambiente escolar, está refletindo sobre grandes ferramentas que servirão não só apenas como recursos metodológicos a ser utilizados pelo educador que já tem o conhecimento do mesmo, mas também para incentivar àqueles que ainda não fazem o uso desse recurso em suas aulas. Dessa forma o professor tem que tomar posse das ferramentas tecnológicas que podem ser utilizadas a serviço do ensino-aprendizagem, nesse caso não é exigir do educador que ele se torne um expert da informática; mas sim, a partir da utilização dessa estratégia metodológica, ele possa usufruir através de um processo gradativo, dos recursos oferecidos pelo computador nas suas aulas de matemática.

"Ao trabalhar com as mídias, o professor pode recorrer a outras formas de abordar as coisas do mundo e da vida humana para seus alunos de modo mais fácil, agradável, livre ao apego do quadro de giz e ao livro didático (como uma "bengala" insubstituível), sem ter que despender um esforço enorme como foi o que sempre aconteceu e ainda acontece com as atuações transmissionistas na sala de aula: professor extenuado no fim do dia e alunos entediados quase todo o tempo". [21]

A matemática é vista por muitos como uma ciência abstrata que se resume apenas em fórmulas e sem qualquer ligação com a realidade do educando; nesse caso fazer uso dos softwares educativos dentro do processo de ensino e aprendizagem pode ser uma estratégia não muito fácil, tanto pela falta desses recursos oferecidos pela escola, quanto pela falta de preparo do professor para utilização desse método didático. Com isso, diante dessa realidade tecnológica em que vivemos, se faz necessário que as escolas invistam mais nesse mecanismo, na utilização do computador e seus mais variados softwares educativos; o professor por sua vez, deve se

atualizar a respeito dessa ferramenta, pois a mesma é algo presente no cotidiano do educando. ?uma vez que vivemos num mundo tecnológico, estruturamos nossa ação através da tecnologia? (LOPES, 2004, p. 1). Sendo assim, o educador deve se apropriar desse recurso didático e utiliza-lo em suas aulas, no seu dia a dia, tendo-o como uma ferramenta a mais no auxílio para facilitação do ensino de matemática, trazendo mais uma novidade para sala de aula, dando ao educando novas possibilidades de se aprender a matemática.

Em consonância com [31], vivemos em uma sociedade globalizada, em que cada vez mais a tecnologia tem se renovada, se reinventada e disseminada com facilidade em nosso meio, com isso se faz necessário estarmos de alguma forma familiarizados e atualizados com essas ferramentas tecnológicas que estão presentes em nossa vida. Diante desse ponto de vista, a escola como agente de transformação na vida do cidadão, é uma das principais intermediadoras entre esse ambiente tecnológico e os sujeitos nele inseridos.

É perceptível que somos de certa forma influenciados pelas mais diversas formas tecnológicas em nosso cotidiano, celulares, computadores, televisores, entre outros; ferramentas essas que tem nos propiciados um acesso muito mais rápido a qualquer informação. A escola que possibilita o ensino através desses recursos propicia um ambiente de aprendizado cheio de curiosidade e de construção de conhecimento; e o uso de softwares educativos dentro do processo de ensino e aprendizado da matemática tem uma grande importância, pois o mesmo propicia a resolução de problemas que de certa forma poderiam se tornar difíceis de serem realizados sem ele, desmitificando ao aluno que a matemática é algo pronto e acabado e, que só é possível aprender de um jeito tradicional (quadro e pincel). Dessa forma estamos trazendo para o ensino de matemática uma ferramenta que é muito comum na vida do educando, criando assim um ambiente informatizado, construtivo, criativo e atrativo, propiciando ao aluno a possibilidade de ele aprender com algo que é de seu interesse.

Com isso, estamos fazendo dos softwares matemático uma forma incentivadora para o aluno aprender matemática, conduzindo-o para fazer parte da aula e da busca pelo conhecimento de forma ativa, diminuindo assim o índice de desinteresse e de reprovação com relação a essa disciplina que sem dúvida alguma está presente no seu dia a dia nas mais variadas formas. Se faz necessário mostrar isso ao educando, que a matemática faz parte da sua vida; e a utilização dos softwares educativos é uma ferramenta pedagógica importante nesse processo de relacionar a matemática com o cotidiano do aluno, fazendo desses softwares mais um recurso facilitador do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

1.1.2 O papel do professor

Muitos dos professores da atualidade não fazem ideia da sua grande importância no processo de ensino e aprendizagem, professores que estão parados no tempo e apegados ao tradicionalismo do ensino, que não procuram inovar a sua forma de ensinar visando o melhor aprendizado do aluno. Nesse sentido não queremos depositar no professor a culpa pelo fracasso do aluno na

aprendizagem da matemática, mas sim ,apontar erros e colocar soluções que poderá ajudá-lo a mudar sua postura e prática na sua forma de ensinar a matemática; pois não há como se pensar em uma educação de qualidade se não levarmos em conta o preparo e o comprometimento do professor com o processo educativo.

Vivemos em um mundo que está em constante mudança, com a criação de novas tecnologias que tem expandido, a internet tem mudado a forma de comunicação e estilo de vida da sociedade; e essas mudanças têm afetado diretamente o sistema educacional. Da mesma forma as práticas metodológicas estão se renovando criando cada vez mais possibilidades das mais variadas formas para que o professor possa ter um leque de opções para desempenhar seu trabalho com efetividade, tornando a relação professor-aluno mais dinâmica e efetiva, devido ao emprego na sala de aula das ferramentas tecnológicas e materiais que estejam relacionados com o cotidiano do educando. Mas isso exige do educador uma postura participativa e criatividade na preparação da sua aula e na sua maneira de ensinar, conduzindo o mesmo a repensar o seu papel como educador e participante da construção de conhecimento do aluno.

Gadotti (2003) nos descreve bem a importância do professor:

"Ser professor hoje é viver intensamente o seu tempo com consciência e sensibilidade. Não se pode imaginar um futuro para a humanidade sem educadores. Os educadores, numa visão emancipadora, não só transformam a informação em conhecimento e em consciência crítica, mas também formam pessoas. Diante dos falsos pregadores da palavra, dos marqueteiros, eles são os verdadeiros "amantes da sabedoria", os filósofos de que nos falava Sócrates. Eles fazem fluir o saber, não o dado, a informação, o puro conhecimento, porque constroem sentido para a vida das pessoas e para humanidade e buscam, juntos, um mundo mais justo, mais produtivo e mais saudável para todos. Por isso, eles são imprescindíveis". [19].

Com isso para que o professor seja um agente de transformação e crie situações de aprendizagem para o educando, se faz necessário repensar e reforça a sua formação como docente e participante do processo educativo de qualidade; de forma a desenvolver suas competências para que o mesmo não seja apenas um mero interlocutor em sala de aula, mas que ele possa ser um sujeito investigativo, ativo na busca de ferramentas metodológicas que visam a facilitação da aprendizagem significativa, que ele seja a ponte entre o educando e o conhecimento matemático, um facilitador e cooperador no processo de ensino e aprendizagem; que não seja um praticante do ensino tradicional, mas que busque inovar sua maneira de ensinar criando uma ambiente agradável e incentivador para o educando, e nessa perspectiva possa priorizar o aprendizado do aluno.

O professor precisa criar situações para que em sala de aula haja o compartilhamento de saberes e estratégias matemáticas entre os alunos, aonde haja cooperatividade dos educandos na busca pelo conhecimento; pois o que temos visto em sala de aula é uma divisão entre aqueles que são considerados crânios, dos que são chamados fracos. A tendência dos professores da atualidade é preparar suas aulas apenas direcionada para aqueles que tem a facilidade de aprender, enquanto os demais são levados com a "barriga" apenas para passar de ano; não há um

altruísmo em sala de aula entre os educandos por falta da orientação do educador para que essa situação ocorra, aonde o que sabe mais possa auxiliar aquele que tem dificuldade.

O professor como facilitador do processo ensino-aprendizagem tem que estar atento em suas aulas, analisando as dificuldades através de questionamento, propondo novas atividades e através dessa análise colocar lado a lado o que já tem a facilidade de aprender com aquele que tem a dificuldade; incentivando desde cedo em sala de aula a partilha do conhecimento, aonde os educandos podem se apoiar um no outro tornando-se agentes de transformação em sala de aula e fora dela, pois estão sendo estimulados a partilhar saberes e ajudar os que precisam, o que faz a diferença dentro de uma sociedade onde cada vez mais seus sujeitos pensam apenas em si mesmos.

Dessa forma, quanto mais o professor descobrir a importância de trabalhar a união e o diálogo entre os educandos, maiores proveitos ele terá em suas aulas e muito mais conhecimento sendo transmitido entre professor-aluno e entre aluno-aluno. Isso se torna um incentivo para os discentes que acham difícil aprender matemática. Assim sendo, eles estão sendo impulsionados pelo professor e seus colegas de sala a se esforçarem e se empenharem mais nas aulas de matemática. O professor que se empenha a desenvolver essa atitude em suas aulas, passa a ser visto pelos seus alunos como um moderador, incentivador, como alguém capaz de desenvolver nos seus educandos postura ativa na busca pelo aprendizado da matemática.

Freire [18] nos fala bem dessa análise dentro de sala de aula, tanto pelo professor quanto pelo aluno:

"Saber que não posso passar despercebido pelos alunos, e que a maneira como me percebam me ajuda ou desajuda no cumprimento de minha tarefa de professor, aumenta em mim os cuidados com o meu desempenho. Se a minha opção é democrática, progressista, não posso ter uma prática reacionária, autoritária, elitista. Não posso discriminar o aluno em nome de nenhum motivo. A percepção que o aluno tem de mim não resulta exclusivamente de como atuo, mas também de como o aluno entende como atuo. Evidentemente, não posso levar meus dias como professor a perguntar aos alunos o que acham de mim ou como me avaliam. Mas devo estar atento à leitura que fazem de minha atividade com eles. Precisamos aprender a compreender a significação de um silêncio, ou de um sorriso ou de uma retirada da sala". O tom menos cortês com que foi feita uma pergunta. Afinal, o espaço pedagógico é um texto para ser constantemente "lido", interpretado, "escrito" e "reescrito". Neste sentido, quanto mais solidariedade exista entre o educador e educandos no "trato" deste espaço, tanto mais possibilidades de aprendizagem democrática se abrem na escola".(FREIRE, 1996, p. 31).

O educador não é apenas aquele que explica conteúdo, passa atividade e aplica provas; mas sim, um intermediador, a ponte entre o educando e o conhecimento. Dentre as várias competências desenvolvidas pelo professor na sua carreira profissional, está a de conduzir o seu aluno a desenvolver a sua capacidade de pensar e raciocinar criticamente e logicamente; conduzir seus educandos a pensar matematicamente procurando maneiras e construindo estratégias para a resolução de problemas matemáticos, sempre relacionando com o seu cotidiano para

que o discente possa também estar preparado para resolver problemas no seu dia-a-dia a partir daquilo que ele aprendeu no ambiente escolar.

O docente deve passar aos discentes que o ensino não acontece apenas na sala de aula, mas que ele pode aprender também com as situações do seu cotidiano; por isso a importância do professor deixar claro ao aluno a utilização da matemática fora do ambiente escolar. O educando deve ser direcionado a pensar e a interligar aquilo que aprende na escola com as situações que o circundam na sua sociedade; tornando-se assim alunos curiosos, investigadores, questionando o porquê das coisas que estão presente na sua vida cotidiana, ou seja alunos interessados pelo conhecimento matemático.

Em consonância com [28], temos que o professor não é somente aquele cuja função é a de interlocutor, que joga uma enxurrada de conhecimento sobre o aluno sem nenhuma objetividade; mas o mesmo deve-se ater na realidade do educando fora da escola, buscar situações reais com as quais os discentes se deparam no seu cotidiano e através disso fazer proveito do conhecimento primitivo do aluno para então relacionar com o conteúdo que será trabalhado na sua aula de matemática.

É de suma importância que as aulas de matemáticas sejam realizadas com diálogo entre professor-aluno e aluno-aluno; o professor é o agente que cria essas situações em sala de aula, que conduz o aluno nas conversas e nos debates na sua aula visando sempre o conhecimento dos educandos; o educador é o ser que torna o ambiente de estudo da matemática mais harmonioso, de curiosidade, de construção de conhecimento e desenvolvimento de habilidades; que desperta no educando o interesse de se aprender os métodos, as formulas e estruturas que estão envolvidas na matemática.

Mas tal situação só se tornará real a partir do momento que o professor tomar uma postura de educador que faz a diferença na sua área de atuação, que demonstra interesse pelo seu trabalho, que mesmo sem recurso ou valorização se faz comprometido e entusiasmado na busca de ferramentas e estratégias metodológicas que visam facilitar o ensino e o aprendizado da matemática. O docente deve deixar claro ao discente o seu comprometimento com ensino e com o aprendizado dos alunos, demonstrando comprometimento, respeito e apoio aos seus educandos. Dessa forma, os discentes verão a notoriedade do empenho do seu professor para com o aprendizado deles; esses alunos se sentiram motivados vendo a dedicação do educador e passaram a se esforçar e a se comprometer mais também com a aula de matemática.

"Os professores até conseguem fazer um bom planejamento, mostram-se entusiasmados com os referenciais teóricos (significar o conteúdo, problematizar o conteúdo, instigar os alunos [...]). No entanto, na hora da concretização, além das limitações teóricas e práticas da sua formação, eles não conseguem operar a significação e problematização dos conteúdos em contextos reais e significativos para os alunos". [32]

Sabemos que não é fácil o trabalho do educador devido as várias limitações existentes desde a sua formação até no seu ambiente de trabalho, mas não é por esse motivo que o dever e o comprometimento dos professores com o ensino de qualidade tem que ser deixado de lado. São

agentes de transformação na vida dos educandos, sendo assim o docente não deve se esquecer que na sua frente dentro da sala de aula tem seres humanos os quais estão tendo o seu futuro construído de alguma forma por aquilo que o educador está transmitindo a eles.

O professor de qualidade não é simplesmente aquele que se preocupa com a quantidade de conteúdo repassado ao aluno, mas com a qualidade que isso é repassado, o quanto eles aprenderão e utilizarão no decorrer da sua vida; que desperta nos educandos o seu potencial e comprometimento com o aprendizado e, não os reprime com a forma de apresentar a matemática como difícil e para poucos aprender. Apoiar seus alunos e os conduzir na construção do seu próprio conhecimento e na descoberta de suas habilidades, que se importa e encoraja os que estão com dificuldades de aprender. Que não tenham como prazer demonstrar aos discentes o quanto eles são excelentes em matemática, mas que tomem como satisfação o desenvolvimento dos talentos dos alunos, que conduzem essas mentes a pensar, a serem agentes de transformação na sociedade em que vivem. Professores que amam o que fazem e que queiram ensinar e estar com seus alunos; ser educador é muito mais que ensinar, é uma escolha que se faz pelo bem do próximo.

1.1.3 O papel do aluno

Vimos no tópico anterior a importância do professor e o seu papel frente ao desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem. Mas é de conhecimento de todos que somente o professor não fará a diferença nesse processo se também não houver a participação do aluno, em outras palavras, não haverá êxito nesse decurso se o educando não se colocar à disposição de querer aprender. O aluno é o sujeito participativo da construção do seu próprio conhecimento, sendo assim, se faz necessário que ele tenha autonomia para participar dessa construção e, sabemos que ninguém nasce com essa característica, mas que é algo que se constrói ao longo da vida daqueles que querem ter autonomia, que estão dispostos a enfrentar as dificuldades encontradas pelo caminho e superá-las.

Esse querer do aluno em participar, da busca de conhecimento e de se colocar à disposição de participar daquilo que o professor traz para a sala de aula como metodologia para facilitar o aprendizado da matemática faz toda a diferença, pois a partir dessa atitude do educando de ser sujeito participativo, a possibilidade de a aprendizagem acontecer mais facilmente se tornam ainda maior. Temos assim o comprometimento de ambas as partes, tanto pelo professor quanto pelo aluno, aonde um vai em busca e aplica as ferramentas que contribuem na facilidade de ensinar e o outro quer aprender através dessas ferramentas.

A partir do momento que a escola e o professor dão a possibilidade do aluno participar do processo de construção do seu aprendizado, isto é, lhe dão recursos para ser autônomo, ele deve levar em conta e ter a consciência que o conhecimento não serve apenas para a sala de aula, ou seja, que estudar não é apenas para tirar boas notas e passar de ano; mas tudo isso é apenas uma construção de degraus que vão lhe possibilitar conquistas maiores no decorrer da

sua vida, é um projeto de vida a longo prazo que começa dentro da escola e que vai acompanhar o educando quando sair dela. Para Brasil [8] "a autonomia é tomada ao mesmo tempo como capacidade a ser desenvolvida pelos alunos e como princípio didático geral, orientador das práticas pedagógicas".

O educando tem que entender que o seu papel como sujeito ativo-participante, faz uma grande diferença no seu aprendizado, é ele quem vai decidir a sua realidade frente ao conhecimento matemático de querer aprender ou não; se ele colocar como postura de não querer aprender e se colocar como incapaz de aprender, mesmo com todo o esforço do professor, de nada adiantara todo o trabalho do educador na busca de facilitar o processo de ensino-aprendizado, pois o mesmo está lidando com alguém que não quer construir o seu próprio conhecimento, dessa forma não há como conceber a ponte entre o conhecimento e o educando pois o mesmo não está disposto a passar por ela.

Como já foi dito, o educando como sujeito responsável pela construção do seu próprio conhecimento, além de ser ativo na busca pelo conhecimento, deve traçar seus objetivos nessa caminhada para que o mesmo não venha perder o foco daquilo que lhe é importante. Objetivar o que se pretende alcançar com conhecimento que lhe é transmitido, objetivos como, por exemplo, cursar uma graduação em medicina, ter um bom emprego e fazer a diferença na sociedade da qual ele faz parte e, isso lhe pede que ele direcione o que se aprendeu na escola para os seus objetivos pessoais. Esse papel do aluno de decidir o que quer fazer da sua vida não cabe a escola e nem ao professor, isso quer dizer que ninguém além do educando pode decidir por ele mesmo, cabe ao educando fazer suas escolhas e traçar seus objetivos; a escola e o educador apenas vão lhe dar o suporte para que o mesmo como sujeito ativo possa alcançar as suas metas.

Paulo Freire (1979) destaca que:

"[...] a realidade não pode ser modificada, senão quando o homem descobre que é modificável e que ele pode fazê-lo. É preciso, portanto, fazer desta conscientização o primeiro objetivo de toda a educação: antes de tudo provocar uma atitude crítica, de reflexão, que comprometa a ação" [16]

O educando enquanto sujeito-participante-ativo dentro da construção do seu conhecimento deve valorizar a oportunidade que lhe está sendo dada, pois sabemos que é dever da escola oferecer os recursos necessários para que a educação dos alunos ocorra com êxito e é papel do professor utilizar-se da melhor metodologia para facilitar processo de ensino-aprendizagem dos educandos, mas sabemos que esses não podem obrigar o aluno a fazer uso dessas facilidades; desse modo é de total responsabilidade do discente que ele possa usufruir ao máximo daquilo que a escola e os professores tem a lhe oferecer, é seu papel se colocar à disposição do conhecimento que lhe é transmitido e da forma que lhe é transmitido; o que se quero dizer é que o educando comprometido com seu estudo deve sugar ao máximo daquilo que lhe é ofertado dentro da escola, se envolvendo nas aulas, participando das atividades, em resumo sendo ativo na busca do conhecimento.

Além do mais cabe ao aluno fazer o seu estudo não só apenas dentro da escola, se faz ne-

cessário que ele se dedique também fora da escola, na sua casa, que junto com os seus colegas possam montar grupos de estudos aonde um possa agregar conhecimento ao outro; o educando tem que ser investigativo, curioso, que não cesse na busca pelo conhecimento.

Brasil [8] descrevi que o aluno deve ser capaz de:

"Posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas; desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania; questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação". (BRASIL, 2001, p. 69)

O educando nas aulas de matemática deve ser um sujeito questionador, pois essa postura o conduz a uma compreensão maior daquilo que se está estudando, sendo assim o aprendiz indagador é o que aprende mais, pois ele no seu questionamento dará a possibilidade para professor analisar aonde se encontra a sua dificuldade dentro daquele conteúdo e a partir daí o educador encontrara a forma de sanar as complicações do aluno. Por isso o discente deve aproveitar ao máximo o professor dentro de sala de aula para tirar as suas dúvidas, sugando de todas as formas o conhecimento que o professor tem para lhe oferecer de forma a tornar o seu aprendizado em sala de aula concreto no seu cotidiano.

O aprendizado flui muito mais facilmente quando o educando se mostra questionador, investigador e interessado por aquilo que se está sendo ensinado e, através do empenho da escola e dos educadores em desenvolver essas características no educando, ele a partir da sua aceitação em praticar essas características passa a construir a sua própria aprendizagem, sempre trabalhando para construir com êxito o seu próprio conhecimento.

Em suma, essa realidade de que a culpa pelo fracasso do aluno em se aprender matemática é culpa apenas da escola e do professor deve ser mudada. A parcela de contribuição do aluno desinteressado e descompromissado com o aprendizado faz toda a diferença dentro do fiasco que é o processo ensino-aprendizagem de matemática no contexto atual. Tanto a escola quanto educador e aluno devem desenvolver o seu papel de contribuinte dentro desse processo, a partir do momento em que a participação efetiva dos três, o objetivo de conceber o ensino e o aprendizado da matemática se torna fácil, eficaz e se concluirá sempre com êxito.

Capítulo 2

Geometria

2.1 Conhecendo a geometria

A geometria é a parte da matemática que estuda as formas dos objetos existentes na natureza, bem como o espaço ocupado por eles e, as relações e propriedades referentes a essas formas.

É uma área de estudo da matemática muito extensa e por isso é dividida em três partes. A geometria Plana que também conhecemos como geometria euclidiana, que baseada nos postulados de Euclides estuda as formas geométricas no plano, ou seja, as formas que não possuem volume, trabalhando as suas construções e o estudo da área e do perímetro. A geometria espacial que estuda as formas geométricas tridimensional, nessa parte da geometria além do cálculo da área de uma superfície é possível calcular o volume de um sólido geométrico. E temos a geometria analítica que estuda a geometria através do sistema de coordenadas cartesianas relacionando a álgebra e análise matemática com a geometria.

Mas essa área de estudo da matemática não é algo recente, mas sim o fruto de um grande trabalho que foi sendo desenvolvido com o passar dos anos desde os tempos antigos.

Muito antes da construção dos conhecimentos existentes, o ser humano a partir da sua experiência já faziam as suas construções, fazendo uso da geometria mesmo sem ter o seu conhecimento; criando formas que algum tempo depois viria a ser as figuras geométricas. Não a uma data certa de quando e porque foi criada a geometria, mas acredita-se que as primeiras medições de distância, de área e volume tenham surgidos a partir da necessidade do dia-a-dia do homem para realizar suas tarefas diárias no campo. Como, por exemplo, as civilizações antigas babilônicas e egípcias precisavam demarcar suas terras e plantações; fazer construções de templos, pirâmides e também prever o movimento dos astros; a civilização Hindu conhecia o teorema sobre o quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo, essas são algumas provas mais antigas de que a geometria já se fazia presente na vida das civilizações antigas.

A palavra geometria é constituída de duas palavras gregas: geo (terra) e metron (medida), essa composição está relacionada a sua origem à necessidade que os homens antigos tinham de medir as suas terras. Mas como ciência dedutiva a geometria teve seu início na Grécia antiga,

cerca de sete séculos antes de Cristo, graças ao esforço de grandes matemáticos como Tales de Mileto e Pitágoras, esses através da formulação de problemas e da explicação de hipóteses estipularam a geometria como teoria dedutiva.

Muitos matemáticos contribuíram para o crescimento da geometria, estipulando conceitos, axiomas, postulados e teoremas através de suas descobertas dos fatos geométricos, que são utilizados até ao dia de hoje na resolução de problemas envolvendo a geometria. Matemáticos como Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides.

Tales de Mileto foi um filósofo grego que viveu entre 624 a.C e 558 a.C, fundador da escola jônica de pensadores que se dedicavam ao estudo da criação do universo e também da natureza e veracidade de propriedades matemáticas envolvendo números e figuras. De acordo com a história da matemática baseada em antigas referências gregas, Tales é responsável por grandes descobertas dentro da matemática e que iniciou o seu contato com a geometria no Egito aonde viveu algum tempo. Ele realizou a proeza de medir a altura de uma pirâmide utilizando uma vara apoiada perpendicularmente no solo, para esse fato ele fez uso do que nós chamamos hoje semelhança de triângulos para o cálculo dessa altura.

Muitas são as descobertas desse grande matemático que ajudaram no desenvolvimento da geometria. Ele demonstrou que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; demonstrou também o teorema que diz: se dois triângulos possuem dois ângulos e um lado nessa ordem, então temos que esses triângulos são iguais. Atribui-se a Tales também a demonstração de que todo diâmetro divide um círculo em duas partes iguais e, também se unirmos qualquer ponto pertencente a uma circunferência aos extremos de um diâmetro AB teremos um triângulo retângulo em C. Ainda em seus trabalhos realizados dentro da geometria, ele chamou a atenção para o caso em que se duas retas se cortam, então os ângulos opostos pelo vértice são iguais.

Um outro matemático de grande relevância dentro da geometria foi Pitágoras, um grande matemático e filósofo grego que viveu por volta de 570 a.C a 497 a.C. O mesmo fundou a Escola Pitagórica, os membros dessa escola conhecidos como pitagóricos fizeram grandes descobertas para a geometria, como a que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois ângulos retos e, também a que se um polígono possui n lados, então a soma dos ângulos internos do polígono é igual a $(2n-4)$ ângulos retos.

Enquanto visitava o Egito, Pitágoras ficou impressionado com as pirâmides e, foi lá que ele desenvolveu o famoso Teorema de Pitágoras, esse teorema possibilita encontrar o lado de um triângulo retângulo dado os outros dois lados. A partir daí ele conseguiu provar que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Um outro matemático de grande relevância para o desenvolvimento da geometria foi Euclides de Alexandria, conhecido como o pai da geometria, nascido por volta de 330 a.C na Síria. Ele é tido na antiga Grécia como o maior estudioso desde campo, ele foi quem introduziu o rigor matemático e os métodos através dos axiomas os quais fazemos uso nos dias atuais. Escreveu um livro intitulado "Os Elementos" o qual é constituído de treze volumes, desses, cinco são dedicados a geometria plana; é considerado o livro mais influente de todos os tempos para

os estudos dos matemáticos dentro da geometria.

Esse livro é constituído de postulados ou axiomas, os quais partem de princípios aceitos como verdade, sem precisar de demonstração. Ele estabelece três conceitos fundamentais (ponto, reta e plano), e os cinco postulados ligados a esses conceitos é o que dão embasamento para a geometria chamada euclidiana, a qual se faz uso até aos dias atuais. Euclides foi quem estabeleceu o conceito de lugar geométrico através de seus estudos aprofundados das propriedades das figuras geométricas, das áreas e dos volumes. Em seguida, ainda nos seus estudos estabeleceu o famoso "Postulado das Paralelas".

Arquimedes nascido na Sicília em 287 a.C, consagrou-se na matemática com ênfase na geometria, foi ele quem estabeleceu o método para o cálculo de π através da relação entre a circunferência e seu diâmetro. Também demonstrou que uma superfície esférica possui área exatamente igual a dois terços da área da superfície total do cilindro circular reto na qual essa esfera está inscrita e, essa esfera possui seu volume exatamente igual a dois terços do volume do mesmo cilindro.

Dentre esses grandes matemáticos que contribuíram consideravelmente para a construção da geometria que fazemos uso nos dias atuais, Apolônio foi quem se destacou como o "Grande Geômetra". Os seus trabalhos continham uma matemática bastante avançada para a época, esses trabalhos tiveram grande contribuição para o que conhecemos hoje como geometria analítica. Durante a sua vida ele escreveu 8 livros sobre As Cônicas, neles estão contidas grandes contribuições para a geometria. Foi esse grande matemático que introduziu os nomes elipse e hipérbole, também demonstrou que de um único cone podem ser obtidas a elipse, a hipérbole e a parábola fazendo apenas a variação da inclinação do plano que secciona esse cone. Até então o cone utilizado era apenas e de uma folha, mas com a utilização do cone de duas folhas, Apolônio descreveu a hipérbole como uma curva de dois ramos, a qual nós conhecemos nos dias de hoje.

Aqui também destacamos um grande gênio da matemática chamado René Descartes que relacionou a geometria com a álgebra, através desses estudos se criou o plano cartesiano, e através dessa união surgiu a geometria analítica. A partir desse sistema de coordenadas cartesianas ele representou planos, retas e curvas através de equações matemáticas, representando assim através de forma numérica as propriedades geométricas.

2.2 O ensino da geometria no contexto escolar

A geometria se encontra em nosso cotidiano de diversas formas regulares e irregulares, ela está presente nos objetos, nas casas, nas arquiteturas cada vez mais ousadas que se utiliza da geometria clássica para inovar nas construções de prédios e pontes, nas artes, nos brinquedos infantis, na natureza, ou seja, estamos cercados pelos entes geométricos.

Devido a sua relação com a geometria do cotidiano, o educando quando adentra no ambiente escolar, ele já traz uma bagagem de conhecimentos geométricos que se encontram em

uma forma bruta no seu cognitivo e, é dentro do ambiente escolar que ele vai moldar esses conhecimentos pré-existentes. Isso não significa que o aluno já é detentor de tal conhecimento geométrico e que a escola não precisa ensiná-lo, mas sim que a escola precisa se utilizar desse saber do discente para tornar o ensino da geometria real na vida do educando.

Ao se trabalhar a geometria no ambiente escolar, estamos criando a possibilidade de o aluno desenvolver habilidades especiais de compreender e explicar de forma lógica o mundo no qual ele está inserido. O ensino da geometria possibilita a aprendizagem de números e medidas, traz ao educando a capacidade de observar as variedades de formas e suas diferenças, bem como as suas semelhanças, comparar, medir e construir tais formas geométricas. E a partir do momento que fazemos o uso do cotidiano do aluno para aplicação dos conceitos geométricos, estamos possibilitando ao mesmo a contextualização do ensino da geometria com outras áreas de conhecimento, assim como desenhos e artesanatos dentre outras obras de artes.

Mas o que se percebe no ambiente escolar é um fraco desempenho dos alunos com respeito ao aprendizado da geometria. E são vários os fatores que tem influenciado para esse fracasso, aonde destacamos a não utilização de práticas metodológicas pela parte do professor para suprir a expectativa dos alunos a respeito do conhecimento geométrico. A aplicação desse conteúdo por uma maioria dos educadores é feita de forma superficial, sem muito detalhes; não é passado ao educando todos os pontos minuciosos que englobam a geometria, como o contexto histórico, a sua relação com dia-a-dia do discente e as construções das formas.

Na matemática atual ensinada dentro de sala de aula a geometria tem sido colocada de lado, pois o ensino da mesma está incumbido apenas em simbolismo e nome de formas. É aplicada como se ela não fosse importante para o crescimento intelectual e social do aluno, é tida como apenas mais uma disciplina dentro da grade curricular do ensino de matemática que se precisa aprender a calcular e aplicar formulas, se resumindo nisso. Talvez daí surja a explicação do desinteresse dos educandos pela matemática, a falta de explicitação de elementos e curiosidades relacionadas ao conteúdo que foram deixadas de lado e, que poderiam mudar a maneira de conceber tal conteúdo.

Mas a dificuldade de se ensinar a geometria muitas das vezes está impregnada no próprio educador, que por falta de conhecimento matemático não sabe lidar com o ensino da mesma; isso está diretamente relacionado com a sua formação dentro da matemática e suas experiências de trabalhos com a geometria; além de se aterem apenas no livro didático que apresentam a geometria como um conjunto de definições, nomes de formas e propriedades sem qualquer ligação e aplicação com mundo real, repassam somente aquilo que está no mesmo, muitas das vezes fazem resumos do conteúdo e pulam partes em que não se tem um certo domínio.

E algo que não é feito pelos docentes em sala de aula é a contextualização do ensino de geometria, os educadores em sua maioria não procuram evidenciar e relacionar o conhecimento repassado ao educando com o seu cotidiano e nem com as demais áreas de conhecimento, não deixa claro a sua utilidade no mundo real. E muito menos é feita uma relação da geometria com outro conteúdo dentro da matemática. Tais fatores irão refletir diretamente na forma que se é

ensinado esse campo de conhecimento dentro do ambiente escolar, pois atitudes dessa forma vão se tornando uma bola de neve que vai passando de geração em geração contribuindo para o fracasso do aprendizado do aluno.

Sendo assim, há uma necessidade de que o professor possa mergulhar a fundo dentro da geometria e ter um relacionamento íntimo com a mesma, para que só depois ele possa ensiná-la aos seus alunos. Agindo dessa forma, sendo investigativo, o professor terá ferramentas necessárias para abordar a geometria em suas aulas de matemática; ele possuirá um leque de informações e detalhes desse conteúdo que tornarão as suas aulas muito mais ricas e completas.

Na introdução desse conteúdo ao educando dentro do ambiente escolar, se faz necessário antes de mais nada enfatizar a origem do surgimento da geometria, mostra como a mesma foi se desenvolvendo até chegar no que temos hoje e, também da grande importância de exímios matemáticos que com as suas impressionantes descobertas contribuíram para o crescimento da geometria; isso significa mostrar aos alunos que a geometria que utilizamos nos dias atuais foi fruto de um grande trabalho realizado ao longo dos anos e não simplesmente algo que surgiu do nada.

Como já foi dito, a geometria está presente em diversas situações em nosso mundo físico, o que torna de fácil contextualização o ensino da mesma. É mostrar ao educando as aplicações geométricas nas diversas áreas do conhecimento, a geometria que está presente no seu dia-a-dia dentro da sua casa, nas ruas, nos prédios e pontes, nos objetos e imagens que trazem uma diversidade de entes geométricos tanto da geometria plana quanto da geometria espacial que agregam significativos valores para a aula de matemática.

Sendo assim, não basta simplesmente investimento em novas metodologias que visam facilitar o ensino de matemática, tem que haver uma atenção muito maior para a formação do profissional da educação. Tem que desenvolver as ferramentas que contribuem para o ensino de geometria e paralelo a isso capacitar os professores para fazerem o uso da mesma de forma efetiva e confiante como alguém que sabe o que está fazendo e como está fazendo. Dessa forma, os cursos de formação de professores têm um importante papel, o de capacitar e preparar os professores de matemática para que venham desempenhar um excelente trabalho, fazendo uso das ferramentas tecnológicas que visam facilitar o ensino da geometria em sala de aula.

Ao se questionar o porquê se deve ensinar e aprender geometria, deve se levar em consideração que sem esse conhecimento o aluno se desenvolverá sem o pensamento geométrico, isto é, sem um olhar lógico e raciocínio visual; e não se encontrará preparado para resolver situações problemas cujas respostas são geometrizadas, isso tanto dentro da matemática como em outra área de conhecimento. Além do mais, sem o conhecimento geométrico, você vive em um mundo onde as formas e as construções reais não possuem significado, com isso a visão do mundo físico se torna incompleta, pois as imagens são uma grande ferramenta de comunicação mundo atual.

A geometria está em tudo, mesmo não querendo ter contato com ela estamos lidando com algum ente geométrico no decorrer da nossa vida, ponto, retas, planos, formas, sólidos, com-

primento, área e volume são alguns exemplos da presença da geometria em nosso cotidiano; mas na maioria das vezes só se é possível percebê-la se tivermos um conhecimento aguçado da mesma, isso significa dizer que é necessário querer enxergá-la.

Aqueles que buscam uma forma de facilitar os seus processos mentais e visuais encontrarão na geometria uma grande ferramenta que lhe auxiliarão na sua visualização de mundo, pois ela despertará no mesmo habilidades de descrever, representar, construir e até de se localizar no espaço que se está inserido, além de despertar o senso de observação e a capacidade de distinguir as diferenças e semelhanças das formas com as quais se depara no seu cotidiano.

E é dentro do ambiente escolar que os alunos terão seu primeiro contato com toda aquela geometria que estava presente no seu dia-a-dia e que passou despercebida por não ter o conhecimento da mesma, e será na escola que ele irá aprender e descobrir a geometria. E a escola como agente de transformação da realidade do educando tem que aproveitar todo aquele conhecimento primitivo que já vem com o aluno para relacionar com aquilo que é passado em sala de aula, da mesma forma que se deve propor ao discente levar aquilo que se aprende no ambiente de ensino e aplicar no seu cotidiano, essas trocas de informações é que tornam a aprendizagem significativa. Para que isso ocorra de forma natural se faz necessário que as aulas do professor sejam preparadas de forma a atender as necessidades do educando de se aprender a geometria, ensinar aquilo que tem significado para ele, e não simplesmente fórmulas e decoreção de resoluções de exercícios. É necessário que os educadores saibam que a geometria não se resume em livros didáticos e, os mesmos devem deixar claro aos alunos que o conhecimento geométrico não é algo momentâneo e que só se utiliza em sala de aula, mas sim que é algo real e que está presente em nossas vidas.

2.3 Sua aplicação no cotidiano

A geometria é algo muito presente em nossa vida, é uma das poucas coisas que se encontra presente em quase tudo em que nós temos contato. É impossível imaginar um mundo desenvolvido sem o uso da geometria, pois sem ela ainda viveríamos na época dos homens pré-históricos, morando em cavernas, nem teríamos as construções e utensílios que são de grande importância para a vida do ser humano. E com o desenvolvimento das pesquisas no campo matemático, a geometria deixou de ser apenas um conteúdo do livro didático e se tornou algo do dia-a-dia que se faz necessário conhecer e saber usar.

Com sua imensa contribuição para o desenvolvimento do ser humano e sua relação com a natureza, ela possibilitou ao homem enxergar o mundo de uma outra forma; realizando construções sólidas, projetos e analisando dados através de gráficos, ele foi mudando o mundo em que vive. A geometria trouxe beleza com as suas mais variadas formas, sem ela as coisas teriam uma forma bruta sem retas, curvas, vértices, arestas, etc...

Com isso estudar geometria ficou mais fácil e divertida, pois podemos fazer isso visualizando imagens e objetos que estão presentes em nosso cotidiano. Podemos verificar alguns exemplos

de utilização da geometria em algumas coisas do nosso dia-a-dia como:

A colmeia das abelhas é uma exímia aplicação da geometria, a qual é constituída de vários prismas hexagonais regulares. E não é por acaso a utilização dessa figura; o hexágono regular é constituído de seis triângulos equiláteros figuras simples mais que proporciona grande estabilidade nas estruturas que as contem. Com isso, além das abelhas terem uma estrutura sólida, elas economizam em cera e conseguem ter uma grande capacidade em volume para o armazenamento do mel.



Figura 2.1: Colmeia

As pirâmides do Egito construídas pelos antigos egípcios é uma das aplicações da geometria mais antigas da história, por definição essas construções são pirâmides quadrangulares pois sua base é um quadrado e, suas faces laterais são triângulos isósceles. A maioria das observações matemáticas são realizadas na pirâmide de Quéops, foi nessa pirâmide do Egito que o grande matemático Talles de Mileto aplicou a semelhança de triângulos para calcular a altura da mesma, afirmou também que se dividir metade do perímetro da base dessa pirâmide pela sua altura obtém-se um valor bem próximo de pi.

Os prédios são exemplos de inúmeros entes geométricos, eles trazem consigo farias formas geométricas que dão a eles características únicas. Fazendo uso da proporção áurea os gregos e romanos deram uma nova cara as construções de suas moradias, dando a elas mais belezas. E com o passar do tempo os arquitetos e engenheiros tem sido cada vez mais ousado nas construções de prédios, fazendo uso da geometria eles conseguem fazer suas construções no formato de algo da natureza ou do dia-a-dia da sociedade. Como exemplo temos o prédio do BNDS que é formado por dois paralelepípedos criando um formato de árvore, aonde o paralelepípedo menor representa o tronco e o maior a copa da árvore; um outro exemplo é de prédio é o Burj All Arabe localizado nos Emirados Árabes, ele foi construído de forma a simbolizar uma vela de uma embarcação chamada dhow, é uma típica da região. E são infinitas as construções de



Figura 2.2: Pirâmide de Quéops

prédios e edifícios que podem que esbanjam geometria em todas as suas partes.



Figura 2.3: Prédio BNDS e Hotel Burj All Arabe

As pontes que constituem um grande facilitador para a locomoção entre cidades ou partes de cidades que são divididas por rios ou igarapés, são constituídas de muita geometria, nelas podemos observar retângulos, triângulos, cilindros, etc... Tudo isso extremamente aplicado para proporcionar à mesma uma estrutura sólida e resistente, proporcionando segurança a todos aqueles que as utilizam



Figura 2.4: Ponte Rio Negro

Ainda dentro das construções temos as casas feitas de madeira, sua estrutura e forma são todas feitas a partir das formas geométricas, nelas podemos observar muitas figuras que possuem ângulos retos, como o quadrado, retângulo e o triângulo retângulo. E sua forma é composta de dois prismas retos, onde um é o prisma triangular e o outro um paralelepípedo.



Figura 2.5: Casa de madeira

Os reservatórios utilizados para o armazenamento de água nas cidades também são exemplos da aplicação da geometria em nosso cotidiano, eles são feitos em formas de sólidos geométricos como cilindros, prismas e em alguns casos são constituídos por mais de um sólido geométrico.



Figura 2.6: Reservatório

Na bandeira do Brasil podemos analisar formas de figuras geométricas planas, nela está contido o retângulo, losango e o círculo.



Figura 2.7: Bandeira do Brasil

Além de todos esses exemplos, são inúmeros a quantidade de objetos do nosso dia-a-dia que trazem na sua forma a geometria, relógio, recipientes, bola de futebol, mesas, panelas, brinquedos, nas obras de artes, etc... Tudo isso feito com aplicações geométricas e está à disposição do docente para ser utilizado na aplicação do ensino de geometria.

Em todos os exemplos aqui citados é nítido a ocorrência da geométrica, sendo assim com a utilização de imagens e objetos do cotidiano podemos aplicar inúmeros conteúdos geométricos aos educandos, conteúdos como área, perímetro e volume, além da observação das formas

geométricas que estão presentes nesses exemplos do dia-a-dia do aluno. Com isso, deixamos claro a aplicação da geometria no mundo real, conduzindo o discente a compreender o mundo ao seu redor e a resolver problemas que antes era impossível serem resolvidos sem o conhecimento geométrico.

Capítulo 3

A modelagem matemática

Neste capítulo iremos falar sobre a modelagem matemática, sua origem no Brasil junto com os estudiosos que deram os primeiros passos com essa metodologia, bem como os trabalhos e reflexões de escritores a respeito da mesma. Também destacaremos aqui a sua importância para o ensino e aprendizagem da matemática e os fatores que dificultam a utilização desse método de aplicação da matemática em sala de aula.

3.1 Origem e história

A maioria dos trabalhos realizados dentro da matemática, tem como ponto de partida a busca de solução para resolver alguma situação problema e, isso é feito desde os tempos mais remotos da humanidade. Sendo assim não estaríamos errados em dizer que a modelagem matemática já vem sendo trabalhada desde o início da própria matemática. De acordo com Biembengut e Hein, "a modelagem é tão antiga como a própria matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos." [3].

Mesmo tendo sua história coincidindo com a própria história da matemática, a modelagem matemática no seu conceito atual, teve seu aparecimento durante o período renascentista, tendo como ponto de partida a combinação de experimentos e teorias matemáticas realizados por Galileu. E como forma de modelar o conhecimento matemático, [13] relata que a modelagem tem sido utilizada cada vez mais pelos profissionais que tem o seu ramo de trabalho ligado à matemática e, isso tem crescido desde os anos 1940.

No Brasil essa forma de apresentação da matemática teve seu início desde as décadas finais do século XX, sendo utilizada como metodologia para facilitar o ensino-aprendizagem dessa disciplina no contexto educacional. Na década de 1970 surgiram os primeiros trabalhos a respeito da modelagem e nesses trabalhos foram apresentados sua relação com a educação matemática. Tudo graças ao grande empenho de importantes professores que se colocaram à disposição a trabalhar e defender a implantação da modelagem matemática como ferramenta de suma importância para se ensinar matemática.

Dentre esses professores, Aristides Camargo Barreto foi o primeiro a apresentar trabalhos fazendo uso da modelagem matemática na educação brasileira, ele tomou conhecimento da mesma por volta dos anos 1960 quando cursava sua graduação em engenharia; devido a sua grande contribuição na utilização dessa metodologia, ele foi representante do Brasil em vários congressos internacionais apresentando seus trabalhos sobre a temática em questão. Além de seus trabalhos ele utilizava essa metodologia em suas aulas na PUC-Rio nos cursos de graduação e foi nessa instituição aonde se começou a utilizar a modelagem matemática no Brasil por volta da metade dos anos 70.

Em sua carreira de professor trabalhando com as disciplinas de matemática, Aristides fazia uso de modelos matemáticos como ferramenta para facilitar o ensino de disciplinas como Cálculo Diferencial e Fundamentos da Matemática. Juntamente com alguns alunos do curso de engenharia elaborou vários modelos matemáticos nas mais variadas áreas do conhecimento como a biologia, física, química, etc... A partir desses trabalhos eles puderam perceber que a modelagem despertava nos alunos a motivação e o interesse, visto que a mesma tornava real a utilidade do conhecimento matemático recebido em sala de aula.

Ubiratan D'Ambrosio doutor em matemática atuava como professor e pesquisador em algumas universidades do Estados Unidos, tendo tomado ciência dos grandes trabalhos desenvolvidos a respeito do ensino e aprendizagem da matemática em alguns países da Europa e também no Estados Unidos; retorna ao Brasil em 1972 e tem a oportunidade de implantar propostas semelhantes a essas feitas no exterior, na qual se destacam duas, onde a primeira determina a criação de novos materiais didáticos-pedagógicos incluindo vários temas matemáticos visando o suporte do ensino da mesma no nível de ensino fundamental e, a segunda foi a implantação em 1975 do primeiro mestrado de Ensino em Ciências e matemática na UNICAMP, os modelos adotados nesse mestrado deu início ao desenvolvimento de vários trabalhos sobre a modelagem matemática.

Dentre esses o que mais se destacou expressivamente nas contribuições para a disseminação da modelagem matemática no Brasil foi Rodney Carlos Bassanezi, que em 1980 a frente da coordenação de um curso oferecido pela UNICAMP para professores de cálculo diferencial integral de várias instituições de cursos superiores do sul do Brasil, nesse curso foi proposto que os integrantes elaborassem alguns problemas dentro do cálculo diferencial e integral. Analisando os problemas realizados pelos participantes, ele observou que os mesmos não apresentavam nenhuma diferença dos que estavam contidos nos livros didáticos, ou seja, não tinham nenhuma criatividade em sua construção. Com isso Bassanezi introduziu a modelagem matemática aos professores, aplicando-a em situações problemas envolvendo cálculo diferencial integral na biologia.

No ano de 1982, Bassanezi foi convidado para coordenar um curso de pós-graduação na Universidade de Guarapuava-PR, no qual ele mudou a forma de ensino tradicional e conduziu os participantes a trazer problemas de situações reais do cotidiano para serem investigadas. Com isso, foi realizado o primeiro curso de pós-graduação em Modelagem Matemática no Brasil.

Depois disso Bassanezi coordenou vários outros cursos de pós-graduação no país e escreveu um livro em 2002 com o tema ? Modelagem no Ensino Aprendizagem, que tem sido utilizado por várias instituições nos cursos de graduação e pós-graduação no Brasil.

Em suma, todos esses exímios professores contribuíram para que a modelagem matemática se tornasse uma grande ferramenta para o professor no ensino de matemática em sala de aula. Com isso a mesma se disseminou em todo o país como estratégia de ensino, o que conduziu em 2001 a Sociedade Brasileira de Matemática a criar um grupo de trabalho de modelagem matemática conhecido como GT, o mesmo reuniu seis anos depois vários artigos sobre a modelagem matemática e publicou um livro chamado de Modelagem Matemática na Educação Matemática: Pesquisa e Práticas Educacionais.

Esse livro apresenta a modelagem nas suas mais variadas aplicações e formas, o que levou à divisão da mesma em quatro partes, o que chamamos de Tendência da Modelagem Matemática no Ensino de Matemática que são: Aspectos teóricos da Modelagem Matemática, Modelagem e prática de sala de aula, Modelagem Matemática e as tendências da informação e da comunicação, Modelagem Matemática e formação de professores.

Com isso a modelagem tem se disseminado no meio educacional e sendo utilizado como uma ferramenta indispensável no ensino de matemática por aqueles professores que buscam dar sentido real para o conhecimento matemático ensinado em sala de aula aos educandos.

3.2 Estudos a respeito da modelagem

Ao se fazer o uso da modelagem matemática em sala de aula, é muito comum no princípio seus adeptos a confundirem com o modelo matemático, sendo que ambos são diferentes. Nesse sentido, embora às mesmas compartilhem competências, habilidades e funções em comum, suas exigências e resultados são distintos, com isso se faz necessário fazer essa distinção.

De acordo com [3] modelo matemático é uma forma de representação de algo submetido a um estudo e, tal representação é feita por meio de formulas, diagramas, representações geométricas ou qualquer outra relação matemática que represente matematicamente o objeto estudado. Enquanto o autor define a modelagem matemática como sendo um processo de transformar em problemas matemáticos situações que fazem parte do nosso cotidiano e encontrar a solução dos mesmos de forma que essas soluções possuam o mesmo sentido do mundo real.

A modelagem é vista por muitos como uma metodologia que visa correlacionar situações do mundo real com o conhecimento matemático ensinado em sala de aula, em outras palavras a modelagem é uma via para se chegar ao modelo matemático que represente a situação do mundo real que se está sendo estudada. Sendo assim, a modelagem matemática é usada por muitos como uma metodologia que tem o seu objetivo final a representação de um modelo matemático. Nesse sentido a modelagem se torna uma ponte entre a matemática e o cotidiano.

Quando se trabalha a modelagem visando a construção de um modelo, se faz necessário seguir alguns passos até atingir o objetivo final, que é o modelo.

De acordo com [3], esses passos são descritos em três etapas: onde a primeira é o trabalho de campo no qual os sujeitos iram fazer um contato direto com o objeto estudado, se familiarizando com a problemática a ser modelada. Na segunda etapa será realizado os questionamentos, levantamento de hipóteses e aplicação da linguagem matemática visando a construção do modelo e através desse modelo solucionar a problemática investigada. A terceira etapa, é a etapa de compreensão e validação do modelo encontrando, na qual será julgada se o modelo realmente representa o objeto estudado.

Mas esse trabalho não visa a utilização da modelagem com o objetivo de construir um modelo matemático para representar alguma situação do cotidiano, pois o mesmo é direcionado para o ensino básico, nesse sentido a construção do modelo matemático não é prioridade visto que os conteúdos abordados nesse nível de ensino já possuem modelos prontos, como: volume, área e perímetro e, com isso iremos nos valer desses modelos para dá sentido real ao conhecimento matemático recebido em sala de aula, deixando clara a utilização dos mesmos em situações reais do cotidiano.

Em consonância com [3] a utilização da modelagem matemática tem como objetivo e prioridade aplicar no cotidiano do aluno a matemática ensinada em sala de aula, transformando assim a sua maneira de olhar o mundo real. Além do mais a modelagem é uma forma de construção e transformação de modelos de maneira a adequá-los ao dia-a-dia dos educandos, tendo como prioridade criar um ambiente motivador e de aprendizado dentro do ensino e aprendizagem da matemática.

Mas dentro dos estudos feitos com respeito a modelagem matemática, não há um consenso entre os pensamentos dos autores relacionados à mesma. Diante desse pressuposto de olhares diferentes, Kluber (2009) [3] examinando alguns trabalhos a respeito da modelagem, verificou que três formas de se compreender e utilizar a modelagem matemática se destacam:

"1 - a Modelagem Matemática entendida como um ambiente de aprendizagem; 2 - a Modelagem Matemática como metodologia que visa a construção de Modelos Matemáticos; e 3 - a Modelagem Matemática como Metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no Modelo Matemático."(KLÜBER, 2009, p.231).

Com relação ao uso da modelagem como ambiente de aprendizagem, [3] descreve que ambiente de aprendizagem está relacionado com a situação a qual o aluno é submetido na realização de determinada tarefa, ambiente esse que está diretamente ligado ao espaço físico ou lugar no qual o educando está inserido. Nesse sentido a modelagem se torna um ambiente de aprendizagem pois a mesma conduz os alunos ao questionamento e a investigação através da matemática, problemáticas vindas do seu cotidiano e até mesmo de outras áreas de conhecimento, ou seja, a modelagem é um ambiente motivador onde se desperta a curiosidade, investigação e o prazer em se estudar matemática.

Mas para que a utilização da modelagem aconteça dessa forma, é necessário que os alunos sejam conduzidos a investigação de um determinado conteúdo por meio da matemática, criando assim um ambiente de relações interpessoais, no qual os sujeitos investigativos envolvidos nesse

ambiente despertaram em si as mais variadas atitudes, como por exemplo, o raciocínio crítico e discursivo, os quais passaram a pensar e discutir a matemática relacionada com as mais variadas áreas de conhecimento. Com isso é necessário que os educadores propiciem esse ambiente totalmente voltado para o interesse dos educandos, conduzindo-os a vivenciarem matematicamente as situações-problemas da sua comunidade.

E conceber a modelagem como ambiente de aprendizagem está totalmente relacionado com os [2], que nos descreve que é de suma importância que a matemática desenvolva em seus mais variados aspectos o trabalho de desperta nos alunos as suas habilidades mentais, estratégicas e de formação do pensamento crítico, conduzindo-os a solucionarem problemáticas advinda do seu dia-a-dia, bem como na contribuição do seu desenvolvimento nas demais áreas de conhecimento.

A modelagem assim propicia ao aluno sua participação direta no seu processo de aprendizado da matemática, deixando de ser um mero espectador nas aulas aonde a voz ativa é do professor. Se trata de um convite ao aluno, pois a partir dessa forma de abordar a matemática os alunos perceberam o seu interesse ser atendido e sua participação se tornara ativa, e não mais de sujeitos passivos, apáticos presos em um ambiente de ensino aonde só o professor participa.

Como metodologia de ensino que visa facilitar o processo de ensino-aprendizagem, a modelagem matemática pode ser compreendida como uma possibilidade de os educandos questionarem o seu mundo real através da matemática, sem que para isso seja necessário estabelecer regras ou caminhos a serem seguidos, mas sim, ir descobrindo durante o caminho os conceitos e noções matemáticas envolvidos nessa exploração do mundo real. É uma maneira criativa e incentivadora de apresentar a matemática aos alunos, despertando nos mesmos a motivação, o interesse, a alegria de estudar, o desenvolvimento da criatividade e estratégias matemáticas.

Proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos. [...] na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos diferentes momentos [...]a sua compreensão acerca do processo de Modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando [41].

Trabalhando a modelagem matemática desse ponto de vista, estamos querendo propiciar uma melhoria da qualidade do ensino de matemática trabalhado em sala de aula. Pois no contexto atual a matemática em muitas escolas é apresentada como algo sem sentido para o mundo real, aonde a um emaranhado de formulas a ser decorada para a resolução de exercícios; a matemática é assim vista pelos discente como um conhecimento apenas para ser trabalhado dentro da sala de aula e sem nenhuma utilidade na sua comunidade.

[...] a Matemática, não só no Brasil, é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir idéias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola. O ensino se resume a regras mecânicas que ninguém sabe, nem o professor,

para que servem. [3]

A modelagem matemática configura-se como uma alternativa de sair do ensino tradicional de matemática para a aplicação de atividades nas aulas que envolva o aluno nessa construção de conhecimento, possibilitando ao mesmo associar a matemática ensinada em sala de aula com a matemática do seu cotidiano. Essa dinâmica propicia o desenvolvimento dos mais variados aspectos nos educandos, desde suas habilidades intelectuais como a sua capacidade de se relacionar socialmente, de estar preparado para solucionar situações problemas do mundo real, se tornando um sujeito autônomo e construtor do seu próprio conhecimento.

Além de conduzir o aluno a ter sua autonomia quanto ao seu aprendizado, a modelagem agregar valor ao desenvolvimento das habilidades matemáticas nos mesmos. Podemos dizer assim que modelagem enquanto metodologia coloca o educando no centro do processo de ensino-aprendizagem, ela dá significado real ao conhecimento adquirido pelos alunos, conduz os discente a construção de um conhecimento com mais significado para sua vida.

"A modelagem oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da Matemática em situações do cotidiano, no currículo escolar em conjunto com o tratamento formal que é predominante no modelo tradicional. Esta ligação da Matemática escolar com a Matemática da vida cotidiana do aluno faz um papel importante no processo de escolarização do indivíduo, pois dá sentido ao conteúdo estudado, facilitando sua aprendizagem e tornando-a mais significativa." [10]

A modelagem matemática tem ocupado um grande espaço entre as metodologias usadas para facilitar o ensino e aprendizado da matemática, pois a mesma quando utilizada conduz o aluno a discutir mais, a refletir mais, a tomar decisões baseadas em suas ações, ser criativo, transformador e inovador dentro do seu próprio processo de aprendizado; ela não só apenas relaciona a matemática com o mundo real, mas também contribui para o aprimoramento da capacidade crítica e reflexiva dos alunos.

Almeida (2003) nos diz que "neste sentido podemos argumentar que o ensino da matemática, numa perspectiva crítica, não está centrado em ensinar os alunos a desenvolver e criar modelos matemáticos, mas além disso, é importante que o aluno possa interpretar e agir em situações sociais estruturadas ou influenciadas por estes modelos." [3]

3.3 A importância da modelagem no ensino-aprendizagem da matemática

No contexto atual muito tem se discutido a respeito da má qualidade de aprendizado dos alunos quando se trata da disciplina de matemática. E em relação a isso a indagação vai do professor ao aluno, o que tem diminuído e muito o desenvolvimento dos alunos nessa área de conhecimento. Nisto podemos perceber que tal fator responsável por esse fracasso está totalmente ligado com a forma que a matemática é ensinada em sala de aula aos alunos, ou seja, uma metodologia que visa unir o conhecimento matemático e o interesse do educando.

A modalidade de ensino que predomina em sala de aula atualmente, quando se trata de ensinar matemática, é a tradicional. Nesse modelo de ensino a matemática é trabalhada de forma mecânica e memorizada, onde o discente é conduzido pelo docente a decorar formulas e aplica-las em uma numerosa lista de questões que serão resolvidas da mesma forma; além de o processo ser mecânico a matemática é trabalhada sem nenhuma relação com o mundo real. Com isso, a matemática ensinada dessa forma nem sempre produzira aprendizado significativo para o aluno.

O ensino da matemática não terá importância para vida dos estudantes se durante o processo de obtenção do conhecimento não ficar claro a sua utilidade mediante a realidade, com efeito, a escola não apenas deve ensinar os conteúdos de geometria, mas tem que levar a percepção do sentido e do significado de se aprender.

Em consonância com Brasil (2002) [1], os conhecimentos matemáticos devem ser compreendidos e identificados na sociedade, sendo que através deles os estudantes possam se tornar agentes de transformação a partir do ambiente ao qual estão inseridos, todavia, isso somente será possível se as atividades de ensino impulsionar os estudantes a serem curiosos e adotarem posturas ativas diante da busca de respostas para uma situação real que necessita dos conceitos e da sua aplicabilidade para que sejam solucionados, com isso, os mesmos se sentem motivados e procuram atuar coletivamente considerando as idéias e visão de cada um perante o problema em questão.

Embora sejam feitos inúmeros esforços para a mudança desse quadro tradicional de ensinar matemática, a mesma continua sendo a área de conhecimento que mais reprova nas escolas e a que possui o maior índice de rejeição pelos alunos. E são vários os empecilhos apresentados por educadores e educandos, que torna o ensino de matemática precário. Isso vai desde a má formação do professor, que o conduz a ser adepto do ensino tradicional por falta de não saber utilizar outras metodologias; até ao aluno, que mesmo antes de lidar com a matemática já diz que a mesma é chata e difícil de se aprender.

Muito se questiona sobre as metodologias para o ensino de matemática, partindo dessa reflexão, é interessante saber as verdadeiras intencionalidades quando se opta pela Modelagem para o ensino de geometria, porque a mesma é uma nova tendência que diferentemente das demais estratégias procura aliar vários fatores simultaneamente, que tende a entender todo o seu processo, mas também, oferecer condições para que a aprendizagem aconteça mediante a sua própria proposta de ensino, com isso, os estudantes lidam com novas situações no seu processo de aprendizagem.

Como destaca Bassanezi (2002) [3], além da modelagem servir como fonte de entendimento do seu próprio processo, também pode ser utilizada para facilitar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de matemática, sendo assim, ao mesmo tempo em que estuda a sua prática na perspectiva de melhorar as suas ações, também, serve como estratégia que pode ser explorada perante o ensino por se colocar na condição de recurso para a compreensão da realidade dos estudantes.

Em relação ao conhecimento matemático, em sala de aula os educadores são os que possuem a voz ativa, os que determinam o que fazer; enquanto os educandos são os sujeitos passivos que por sua vez só fazem aquilo que lhe é determinado pelo professor. E nesse ambiente de ensino tem-se a impressão de que o professor ensina demais e os estudantes aprendem de menos, isso ocorre porque um faz de conta que ensina e o outro que aprende, por isso, tal processo se torna irrelevante.

De acordo com Werneck (2002) [11], esse fato acontece porque os assuntos matemáticos ensinados na escola não apresentam nenhuma relação com o cotidiano dos mesmos, sendo assim, quando a aula não se mostra interessante os estudantes não demonstram vontade em aprender o que se aborda nas aulas de matemática, sem dúvida, se as aulas fossem contextualizadas e considerasse o ambiente social como espaço de ensino, com certeza, os estudantes tomariam outra postura e aprenderiam os conceitos geométricos.

Ao longo do processo histórico as metodologias foram surgindo acompanhadas de um processo de transformação que procurava respeitar as evoluções próprias de cada momento, porém, com essas constantes mudanças foi necessário que os professores seguissem as novas tendências de ensino, mas isso não ocorreu, porque o tempo passava e as mesmas metodologias tradicionais continuavam a serem desenvolvidas, sendo muitas delas usadas na atualidade por muitas escolas, esse modelo de trabalho apresentou resultado no seu apogeu bem antes das novas tendências serem descobertas, muito se sabe que um ensino mecanizado onde o conhecimento é linear pode impedir que os estudantes lidem com a sua própria realidade, fazendo de conta que as diversidades de dados reais existente em qualquer área do conhecimento e presente no cotidiano sejam insignificantes.

De acordo com Moretto (2003) [22], a escola que apenas adentra os estudantes para repetirem e reproduzirem os saberes já existentes não tem mais eficácia, porque os conceitos são aprendidos somente na sala de aula sem relacionar-se a realidade, desse modo, os resultados obtidos perante a aprendizagem será insatisfatório sendo que os estudantes não saberão encontrar e nem utilizar os mesmos diante das situações que a realidade os impuser, por isso, a partir dessa concepção de ensino não haverá como os estudantes lidarem com alguma situação problema porque não estarão preparados para agir diante da situação que se pretender explorar na dimensão do ensino e aprendizagem, com efeito, a prática deve ser melhorada.

A modelagem pode oferecer essa melhoria, pois a mesma conduz os sujeitos participantes a mergulharem na descoberta do mundo real, proporcionando um ambiente agradável de ensino e, conduzindo os alunos a assimilarem conceitos e ampliarem seus conhecimentos. A modelagem insere os educandos no processo de ensino-aprendizagem, tornando-os ativos, participantes e transformadores da sua realidade; além de apresentar uma matemática atual, contextualizada, objetiva, crítica, confiável e com inúmeras utilidades no cotidiano.

Ainda nessa linha de pensamento as atividades elaboradas pelos professores considerando uma metodologia não devem propor a evidenciar somente a parte conceitual, mas deve colaborar para que os estudantes desenvolvam atitudes tornando-se seres ativos perante a sua aprendi-

zagem e ao espaço aos quais estão situados, com efeito, o ambiente onde se localizam diante da sua formação pode servir como recurso para o ensino dos conteúdos de matemática.

Como ressalta Chaves (2005) [3], além das atividades propostas no contexto escolar servirem de instrumentos para a aprendizagem de conceitos matemáticos diante do processo de formação, as mesmas tem que influenciar nas atitudes realizadas no contexto geral de vida, porque a formação não deve ser apenas para a escola, mas para todas as situações que os estudantes vivenciarem na sociedade, a iniciar pelo ambiente que está submetido, explorando o espaço escolar como ambiente de aprendizagem, o professor pode ajudar os estudantes a enfrentarem as situações problemas próprios da realidade.

Diante do ensino de conteúdos matemáticos a Modelagem Matemática não é uma metodologia acabada, muito pelo contrário, a mesma pode indicar novos caminhos para o processo de ensino da geometria, com essa estratégia muitos conceitos podem ser estruturados no sistema cognitivo dos estudantes, dessa forma, não basta apenas resolver a situação problema que foi modelada, mas também os mesmos têm que ater-se ao seu processo aonde de fato a aprendizagem pode ser concretizada.

A modelagem surge da necessidade de se explicar o mundo real através da matemática, ela é livre e dinâmica, promovendo a interdisciplinaridade e, contribuindo para a melhoria na qualidade da educação matemática, tornando-a contextualizada. Ela muda a face da matemática que só tem formulas e resoluções de exercícios, e propõem uma nova forma de estudar matemática na qual o aluno atribui significado real às informações aprendidas.

Em virtude disso Patrocínio Jr (2004) [25], afirma que a Modelagem Matemática é dinâmica, sendo que durante o seu processo de introdução para o ensino pode ir se transformando e também se reorganizando à medida que novas possibilidades surgem, dessa forma, não deve se preocupar a chegar somente a uma finalidade, mas valorizar o seu processo que é aonde os conceitos se formam e necessitam serem aprendidos pelos estudantes, contudo, o importante não é o resultado material do que foi construído, mas todas os procedimentos discutidos e aprendidos com a sua construção.

E nesse processo de aplicação da modelagem em sala de aula requer seguir alguns passos para que a mesma construa um sentido real naquilo que o aluno está trabalhando, pois de outra forma ela pode ser comparada ao ensino tradicional ou como mais uma metodologia sem importância para aplicação em sala de aula. Nesse sentido Burak (2004) [3], descreve cinco passos a serem seguidos: Escolha do tema, Pesquisa exploratória, Levantamento(s) do(s) problema(s), Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, Analise crítica das soluções.

Na escolha do tema, o professor propõe a turma alguns temas que possam despertar o interesse dos mesmos, e nessa escolha os próprios alunos podem se sentir à vontade em propor temas, pois o mesmo pode surgir a partir de várias situações do seu cotidiano: escola, casa, TV, etc... O importante é que o tema seja de interesse comum do grupo para que todos possam se dispor em participara da investigação; nesse ponto o educador atuara como um mediador,

trabalhando para que todos manifestem a sua opinião e os conduzindo a um consenso e respeito na escolha do tema.

Feita a escolha do tema, iremos para a próxima etapa, a pesquisa exploratória. Nesse momento os educandos serão conduzidos a irem em busca de um ambiente ou materiais que visem fornecer informações para o tema investigado, essa pesquisa pode ser bibliográfica ou através de um trabalho de campo nos quais os educandos encontrarão uma fonte rica de informações para a sua pesquisa.

Na terceira etapa será realizado o levantamento dos problemas, aqui os alunos serão motivados a questionarem sobre tudo que esteja relacionado com a matemática naquilo que foi coletado na etapa anterior, formulando problemas que possibilitem o aprendizado do conteúdo escolhido, aqui o professor atua mediando conduzindo os alunos nos seus próprios caminhos. Os problemas devem ser elaborados pelos educandos, o professor apenas auxilia.

Na resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema é o momento que a matemática ganhara sentido real na vida dos alunos, pois aqui se buscara responder as questões levantadas por eles na pesquisa exploratória, e essa resolução terá como auxilio o tema escolhido pelos alunos. É aonde a matemática será trabalhada em todos os seus sentidos de uma maneira inversa a do habitual, pois aqui ela será ensinada para responder a situações propostas pelos alunos.

E chegamos na última etapa, a etapa da análise crítica das soluções. Aqui será realizado a avaliação de todas as questões levantadas e suas devidas soluções bem como o entendimento obtido no decorrer das etapas desenvolvidas na atividade realizada até aqui. Essa etapa não se limita simplesmente em saber se o modelo encontrado para a solução das questões serviu ou não, vai muito além disso, é o momento também de analisar as capacidades desenvolvidas nos alunos através da atividade propostas, se a atividade contribuiu para que os alunos melhorassem nas suas ações e capacidade de tomar decisões participando ativamente da sociedade em que está inserido contribuindo de maneira significativa para a sua transformação.

Essas são as etapas que devem ser seguidas para o desenvolvimento do trabalho com a modelagem em sala de aula.

Em síntese, os autores demonstram nos seus estudos a relevância do uso da Modelagem no processo de ensino dos conteúdos de matemática tratados neste trabalho, essa importância se constata quando o professor não procura formar os indivíduos para a sociedade e para a vida, mas apenas para a escola; com a utilização dessa metodologia é perceptível o desenvolvimento dos alunos em estratégias matemática, curiosidade, motivação, prazer, interação em grupo, habilidade reflexiva e criativa; além de contribuir na formação do aluno como sujeito crítico e participativo da comunidade na qual está inserido.

3.4 Fatores que dificultam a aplicação dessa metodologia em sala de aula

Conceber um ambiente de ensino por meio da modelagem matemática não é tão fácil, pois fazer uso da mesma vai além de cumprir as etapas metodológicas por ela imposta, requer romper paradigmas e mudar a postura diante da maneira que se é ensinada a matemática atualmente, pois o ensino atual difere totalmente daquilo que a modelagem vem propor para a melhoria da educação matemática.

E essas limitações vai da adequação do professor a uma nova estratégia de ensino tirando o mesmo do comodismo do ensino tradicional, à mudança de postura do aluno frente o conhecimento matemático.

Em relação aos professores, quando se fala de mudar sua postura de comodismo do ensino tradicional para uma nova abordagem de ensino, isso pode gerar um certo incômodo. Porque os mesmos já estão habituados a trabalharem toda via da mesma forma, mesmo que a maneira que eles apresentem a matemática não gere efeitos significativos de aprendizagem para os alunos.

Propor aos docentes a utilização da modelagem matemática em suas aulas, é chamar eles a uma mudança de postura, de tempo e planejamento. Pois a modelagem além de exigir que os professores se tornem pesquisadores, na busca de associar a matemática com as mais variadas áreas de conhecimento visando o interesse coletivo dos educandos; ele será conduzido a disponibilizar um maior tempo na preparação das suas aulas e também na qualidade dessas aulas, e o tempo em que os professores passam com os alunos dentro da sala de tem que ser diferenciado. Ou seja, trabalhar modelagem requer disponibilidade de tempo, e esse tempo de preparação e aplicação das atividades é exigido tanto dentro da escola como fora dela.

Na utilização dessa metodologia o educador é convidado a sair da área de conforto do ensino tradicional que visa o cumprimento de cronogramas de conteúdo, aplicação de formulas e regras a serem decoradas para a resolução de exercícios sem nenhum significado para os educandos.

Bassanezi (2009) [26] nos diz que: "A maior dificuldade que notamos para a adoção do processo de modelagem, pela maioria dos professores de matemática, é a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada ? tal horizonte é muitas vezes o cumprimento do programa da disciplina."(Bassanezi, 2009, p.43)

Mas a proposta de sair do ensino tradicional não é o único incômodo sentido pelos educadores, mas também vale ressaltar a sua falta de preparo em relação ao manuseio de novas estratégias de ensino, bem como a falta de recursos necessários para se criar e oferecer aos educandos um ambiente de aprendizado agradável e incentivador onde haja o compartilhamento de informações e saberes.

A instituição de ensino também contribui para a desmotivação do professor na utilização da modelagem, se opondo quase sempre a adoção de novas metodologias e práticas adotadas

pelo educador. Pois na utilização da modelagem como estratégia para facilitar o ensino de matemática é necessário conduzir os alunos a investigação de novos ambientes fora da sala de aula, como pátio, quadra esportiva; e algumas vezes fora do ambiente escolar, como praças, parques, comércios, etc. E isso gera um certo conflito entre a instituição educacional que visa o ensino somente dentro da escola e o professor que quer mudar a maneira de trabalhar as suas aulas de matemática, e nesse embate o professor sai perdedor e desmotivado para exercer um prática de ensino de matemática eficaz para seus alunos.

E na maioria das vezes, além de se opor às novas práticas de ensino adotadas pelo educador, as instituições de ensino ainda os sobrecarrega com cargas excessivas de trabalho burocráticos, que torna ainda mais escasso o tempo do professor que quase sempre trabalha nos três horários em escolas diferentes, deixando-o sem tempo para um trabalho mais elaborado para as suas aulas de matemática.

Freitas nos deixa claro isso quando nos diz que: "[...] os dirigentes educacionais (diretores, coordenadores, secretários de ensino) impõem exigências ao trabalho docente, sobrecarregando os professores com atividades burocráticas e, muitas vezes, revelando insensibilidade para lidar com essa complexidade."(FREITAS et al., 2005, p. 99) [26].

Ainda nessa linha de pensamento da relação do professor com a escola, temos a não ligação dos objetivos e propostas oferecidos pela modelagem matemática e às das instituições educacionais, principalmente as públicas que demonstram uma determinada preocupação com o desempenho dos alunos nas provas de exames institucionais que visam o ranqueamento das mesmas, e esse enfoque de estar bem colocada nesse ranque muitas das vezes está mais ligado com a quantidade do que com a qualidade dos alunos.

Isso gera uma preocupação no educador que tem que cumprir o programa curricular a ele determinado, sem falar no receio que eles têm em mudar a ordem do conteúdo programático e o tempo que é necessário para elaboração de uma aula através da modelagem.

Com isso, o professor que opta pela utilização da modelagem em suas aulas deve ter a noção que a mesma se difere totalmente do ambiente de ensino tradicional, ela conduz o professor a enfrentar novos desafios na busca da descoberta do novo. E esses desafios a serem enfrentados vai desde a disponibilidade de tempo quanto na sua mudança de postura frente ao ensino de matemática, no qual ele trabalhara em função das necessidades dos alunos; esse ambiente de ensino de matemática conduz o professor a muita das vezes atender os mesmos fora do seu horário de trabalho. Trabalhar com a modelagem requer muita disposição, dedicação e prazer do professor para com o ensino e aprendizagem da matemática.

Nesse processo de mudança na forma de ensinar a matemática e dos obstáculos enfrentados na utilização da modelagem como ferramenta aplicada nessa mudança, destacamos aqui a exigência da mudança de posturas dos alunos frente a modelagem matemática; pois a mesma como já foi colocado aqui nesse trabalho promove uma grande mudança na forma tradicional de se ensinar a matemática, e isso na maioria das vezes provoca uma reação negativa por parte dos educandos contrariando as perspectivas do professor.

A modelagem traz para o ensino de matemática um ambiente de pesquisa, mas é necessário para que essa investigação aconteça conduzir os alunos a um trabalho extraclasse e isso gera um certo desconforto nos mesmos que já estavam acomodados ao ensino tradicional aonde eles eram apenas ouvintes, e muitos não se sentem à vontade em ter que buscar uma situação problema do cotidiano ou de outra área de conhecimento e trabalhá-la dentro do contexto matemático visando solucioná-la.

De acordo com Bassanezi (2002) [3], a modelagem matemática muda totalmente o cenário do ensino tradicionalista, proporcionando um novo ambiente de ensino de matemática; mas essa mudança ocasiona à primeira vista um impacto negativo nos alunos que não estão adaptados a essa forma de ensino, pois os mesmos já estavam acomodados nas aulas aonde apenas o educador era ativo e os educandos apenas ouvintes, com isso quando os alunos são conduzidos a participarem da sua aprendizagem, as aulas decorrem de forma lenta até eles se adaptarem ao ambiente de ensino proposto pela modelagem.

Esse desconforto sentido pelos alunos está totalmente direcionado à forma de como é vista as aulas de matemática no contexto atual: aulas cansativas carregadas de exercícios, formulas a serem decoradas; aulas presas ao livro didático, quadro branco e pincel totalmente desprovida de investigação e contextualização com o cotidiano dos alunos. São essas experiências anteriores que geram nos educandos uma certa rejeição pela modelagem.

A modelagem proporciona um ambiente de ensino totalmente diferente do tradicional, isso gera uma mudança no cenário no qual os alunos estavam inseridos, ocasionando o que Barbosa (1999) chama de "choque didático".

De acordo com Barbosa (1999) [3]

"(..) os alunos não reagem positivamente às estratégias que os coloca no centro da ação pedagógica. Vejo que está percepção dos professores dá evidencias do fenômeno que conceituo como choque didático, entendido como uma mudança na abordagem escolar pela qual estão passando os alunos. (...) está ligada à quebra de uma expectativa dos alunos em relação ao seu próprio comportamento e do professor em relação ao conhecimento."(Barbosa,1999, p. 80)

Embora os alunos questionem o método tradicional, e pedem por uma metodologia mais dinâmica, os mesmos não aceitam com facilidade a mudança para um ambiente de ensino contextualizado, investigativo e ativo, onde eles próprios participam da construção do seu próprio conhecimento. Sendo assim a uma rejeição por parte dos alunos no princípio da utilização da modelagem matemática, devido a sua vivencia como sujeitos passivos e receptores no ambiente de ensino tradicional.

Capítulo 4

Pesquisa

O capítulo em questão tem por objetivo descrever detalhadamente o projeto de pesquisa trabalhado em relação a modelagem matemática desde o seu início ao seu término, o qual foi projetado e trabalhado com a intenção de vivenciar e solucionar as dificuldades enfrentadas no ensino de matemática dentro do ambiente de ensino-aprendizagem. Descrever a metodologia utilizada na realização do devido trabalho, bem como os sujeitos participantes da pesquisa e as ferramentas utilizadas na coleta de informações.

4.1 Metodologia

A proposta do trabalho aqui realizado se deu no ano de 2019, o qual surgiu da necessidade de se trabalhar a matemática contextualizando o seu ensino com o cotidiano do educando, com isso surgiu o desafio de se aplicar a modelagem matemática como ferramenta facilitadora nesse processo.

Neste estudo foi utilizado o método de abordagem hermenêutico-dialético porque durante a pesquisa tinha-se como intenção interpretar os fenômenos surgidos diante do ensino da geometria ao mesmo tempo em que se pretendia criticar as práticas metodológicas adotadas pelos professores, deixando claro através de uma análise dessas práticas de ensino de geometria que a modelagem poderia torna-se muito importante para o ensino dos alunos, dessa forma, se poderia refletir e dialogar com o problema, mas também, com as posturas do professor e dos estudantes diante da realidade.

Como natureza da pesquisa foi utilizada a qualitativa sendo que a mesma possibilitaria fazer uma discussão sobre a qualidade do ensino de geometria repassada aos educandos dentro do contexto escolar como na vida social, dessa forma, se poderia fazer uma análise das aulas que eram ministradas pelo professor, bem como, do processo de aprendizagem dos estudantes para saber se estava sendo satisfatório. [20] ressalta que, "A palavra escrita ocupa lugar de destaque nessa abordagem, desempenhando um papel fundamental tanto no processo de obtenção dos dados quanto na disseminação dos resultados." (GODOY, 1995, p.62)

De acordo com [4] a utilização da pesquisa qualitativa permitiu analisar e trabalhar as problemáticas sobre um novo ponto de vista, na qual não se trabalha as informações por meio de números, mas se dá como uma permuta de informações entre os indivíduos participantes da pesquisa, a mesma também traz uma praticidade para a investigação.

Dessa forma durante o desenvolvimento do trabalho não se preocupou-se em apenas registrar e apresentar os resultados, mas sim com a interpretação e compreensão desses resultados coletados em cada uma das etapas que constituem a Modelagem. [20] destaca que o pesquisador que trabalha com a natureza qualitativa, estão focados no desenvolvimento, e não somente nas soluções finais da pesquisa.

O universo em que se realizou a pesquisa foi numa escola estadual que assim como todas as outras enfrentam diariamente com muita sabedoria os seus problemas. Para obtenção dos dados e contato com os fenômenos que ocorriam no ambiente da sala de aula se utilizou como técnicas o questionário, a entrevista e a observação participante, porque havia a necessidade de analisar as práticas de ensino do professor para poder fazer as interpretações necessárias a respeito do ensino e aprendizagem, e também, da atividade aplicada sobre a Modelagem Matemática, durante o processo de apresentação e análise dos resultados obtidos, dessa forma, o tratamento dos dados se deu em caráter de transcrição textual com exposição de imagens.

O objeto de estudo desse trabalho é a utilização da **MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NO ESTUDO DA GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL: ÁREA, PERÍMETRO E VOLUME**. Os sujeitos dessa pesquisa foram 30 estudantes do 2º ano do Ensino Médio e professores da Escola Estadual "Getúlio Vargas" localizada na cidade de Beruri-Am, sendo que o foco do estudo foi sobre as metodologias utilizadas no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de geometria.

Como era o primeiro contato dos sujeitos com a modelagem matemática, foi utilizado o caso 3 de modelagem aonde o professor direciona o aluno na escolha de um tema fora do ambiente matemático, e a partir desse tema realizar a pesquisa exploratória, fazer o levantamento dos problemas através de pesquisa bibliográfica e do trabalho de campo, resolver os problemas e realizar as análises críticas das soluções encontradas, realizando assim todas as etapas do trabalho com a Modelagem.

Assim sendo, esses foram os procedimentos utilizados ao longo do estudo sobre a temática, os mesmos foram extremamente importantes para encontrar as respostas pretendidas, assim como, para o alcance dos objetivos traçados, dessa forma, os caminhos tomados pela pesquisa sempre estiveram acompanhados de excelentes procedimentos estabelecidos na metodologia aderida.

4.2 Características dos alunos participantes da pesquisa

Para uma melhor compreensão e familiarização da situação em que se encontram os sujeitos frente ao conhecimento matemático, foi realizado um questionário, aonde se abordou o perfil

dos estudantes, a sua participação nas aulas de matemática em sala de aula e a sua percepção dos conteúdos matemáticos no seu cotidiano. Essa fase de reconhecimento dos sujeitos com o qual se irá trabalhar é muito importante, pois a mesma possibilita ao pesquisador um direcionamento melhor com respeito aos trabalhos e atividades que serão realizados com esses alunos.

A partir das respostas dos alunos, foi feita a construção de gráficos para que as análises das respostas fossem feitas com mais detalhes. A seguir iremos apresentar as análises feitas e assim destacando alguns pontos importantes e fazendo alguns comentários.

4.2.1 Análise gráfica perfil do aluno

A seguir temos o gráfico 1, e a partir dele podemos perceber que a maioria dos alunos da turma em questão estão dentro da idade série correta para o 2º ano, entre 16 e 17 anos, e apenas 17% da turma se encontra fora dessa faixa.

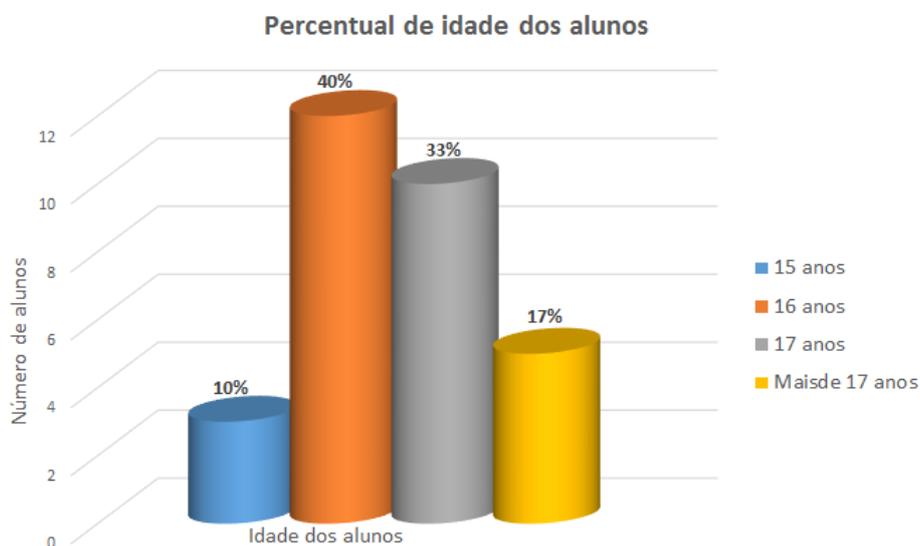


Figura 4.1: Faixa etária dos alunos

A partir do gráfico 2 tiramos uma informação muito importante que é o pouco tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula. Primeiro temos que 10% dos alunos admitiram não estudar fora da escola. E a maioria dos alunos dedicam um tempo mínimo ao estudo extra-classe, 57 dos alunos, isso significa mais da metade da turma.

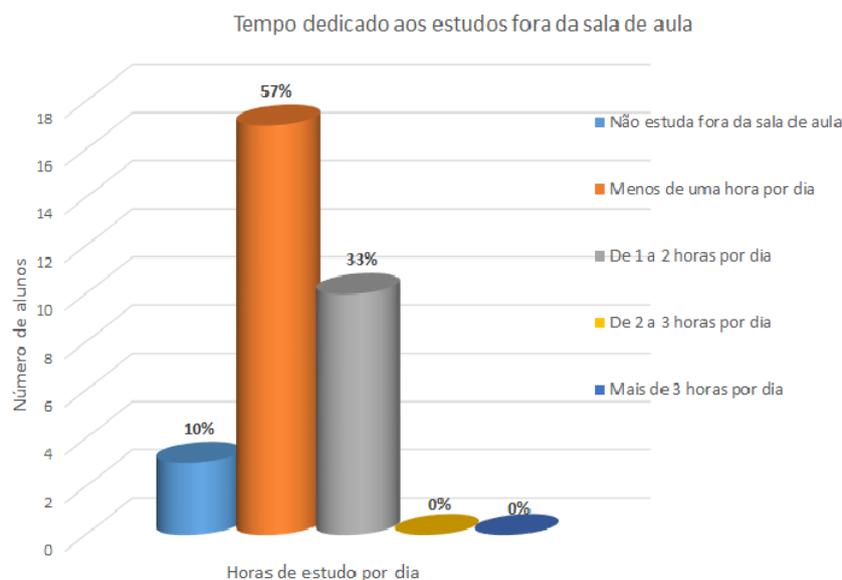


Figura 4.2: Tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula

O gráfico 3 nos mostra que a maioria dos alunos possuem um acesso facilitado as informações, pois os mesmos têm acesso a televisão, celular e internet, o que possibilita a busca por novos materiais de estudos como vídeo aulas e sites de conteúdos de matemática. Comparando com o gráfico 2, podemos descartar a possibilidade de que o pouco tempo dedicado ao estudo fora da sala de aula, estaria relacionado com a falta de fontes de informação.



Figura 4.3: Tipos de ferramentas disponíveis para o acesso de informações

4.2.2 Gráficos da participação dos alunos em sala de aula nas aulas de matemática

O gráfico 4 nos fornece que a maioria dos alunos não dedicam atenção exclusiva a explicação do professor, isso porque na maioria das vezes eles conversam com seus colegas durante a explicação. Além do mais a maioria da turma admitiu que as vezes se desconcentram com facilidade. Isso tudo acarreta numa participação mínima dos alunos com respeito a realizarem perguntas durante a aula.

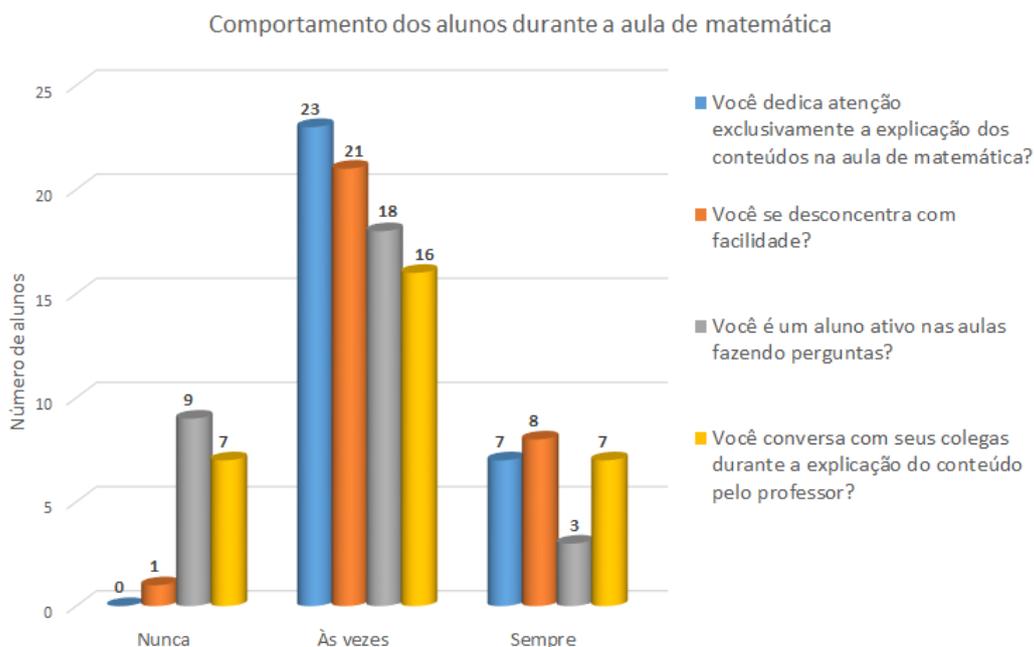


Figura 4.4: Comportamentos dos alunos durante a aula de matemática

O gráfico 5 nos mostra uma turma participativa em relação as atividades propostas pelo professor em sala de aula, e procuram está sempre realizando as tarefas repassadas para casa e mantendo assim o caderno em dia. Como foi visto no gráfico 2, embora os alunos dediquem um tempo mínimo aos estudos fora da sala de aula, os mesmos procuram nesse pouco tempo manter a disciplina atualiza, realizando as atividades propostas para casa.

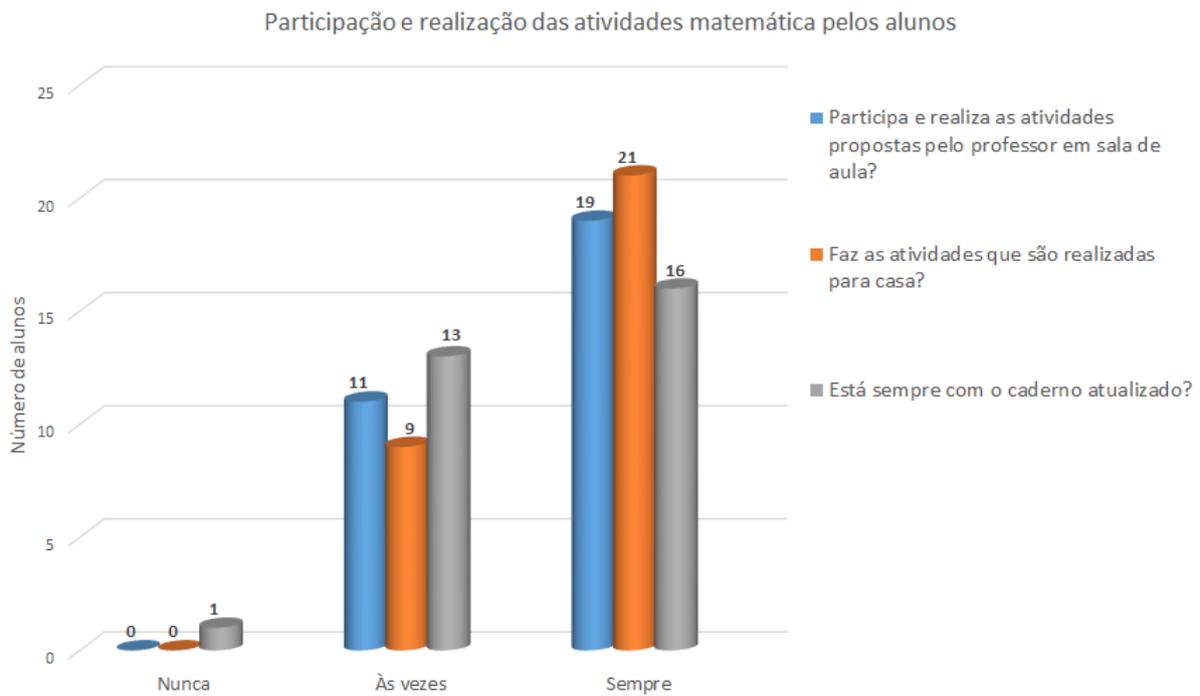


Figura 4.5: Participação dos alunos nas tarefas propostas pelo professor

Analisando o gráfico 6, podemos notar que 80% da turma gosta de matemática, porém, mais da metade desse percentual possuem muita dificuldade em aprender a mesma. Boa parte dessa dificuldade está relacionada com a falta de atenção dos alunos à explicação do professor em sala de aula como demonstra o gráfico 4, mas também vale ressaltar aqui que a metodologia inadequada utilizada pelo professor pode contribuir diretamente para que essa dificuldade de aprendizado aconteça.

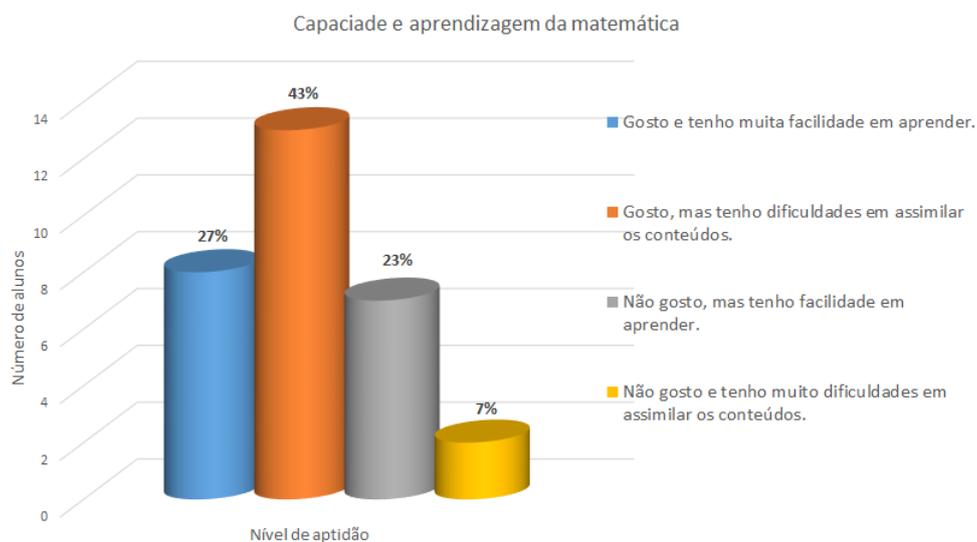


Figura 4.6: Desempenho do aluno frente ao conhecimento matemático

Nesse questionário foi perguntado aos alunos sobre a sua percepção acerca da utilização da matemática no seu cotidiano, e como podemos ver no gráfico 7, apenas 57% dos alunos admitiram fazer uso no seu dia-a-dia do conhecimento matemático concebido em sala de aula. E quase a metade da turma não encontra nenhuma utilidade para o conhecimento matemático fora da sala de aula.

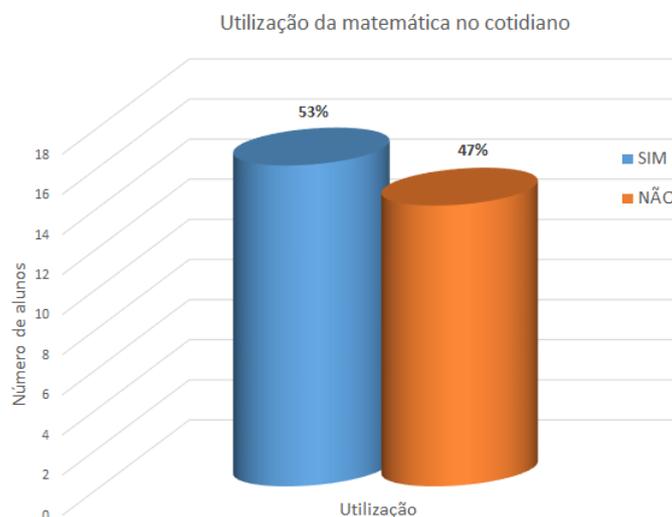


Figura 4.7: Desempenho do aluno frente ao conhecimento matemático

Dos alunos que reconheceram a utilização da matemática no seu cotidiano, foi pedido que eles indicassem aonde eles utilizavam com mais frequência a matemática adquirida no ambiente escolar, a maioria respondeu que utilizavam a mesma com maior frequência em suas casas, como matemática financeira na hora das compras e no trabalho, e também em quantidade de massa na preparação das refeições diárias.

Mesmo tendo as suas dificuldades, foi possível visualizar no gráfico 6 que 80% da turma gosta de matemática, então, nesse questionário foi perguntado a eles qual o conteúdo de matemática que eles estudaram e mais gostaram de aprender. Como mostra o gráfico 8, a maioria da turma demonstrou ter gostado dos conteúdos provenientes da Álgebra, como monômios, polinômios e equações algébricas; e também conteúdos da aritmética: multiplicação, potenciação e MMC. Mas apenas 7 alunos disseram gostar de algum conteúdo da geometria, o que corresponde apenas a 23% da turma.



Figura 4.8: Conteúdos que os alunos mais gostaram e aprenderam

Com isso, os alunos foram questionados sobre quais seriam os principais motivos responsáveis pelo baixo índice de aprendizagem da matemática, e o gráfico 9, nos mostra que a maioria deles admitiram que o pouco tempo dedicado ao estudo, e o fato de não saberem alguma das quatro operações básicas é o que mais dificulta o aprendizado dessa disciplina. Também é possível notar no gráfico que, 26% dos alunos admitiram que o não gostar da disciplina e a falta de preparação do professor também contribuem para o baixo índice de assimilação dos conteúdos de matemática.

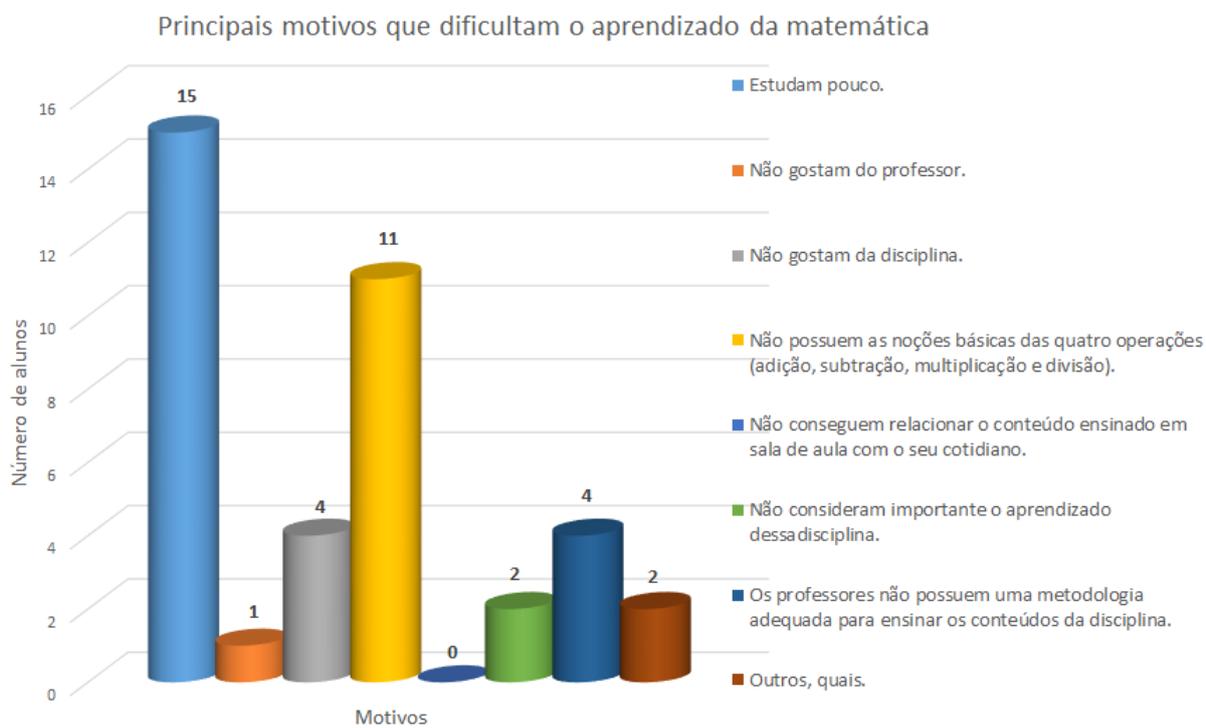


Figura 4.9: Principais motivos que dificultam o aprendizado da matemática

Capítulo 5

Aplicação da Modelagem Matemática

Para o trabalho com a modelagem matemática foram realizados alguns encontros com a turma, aonde o primeiro encontro se deu em sala de aula. Nesse encontro foi passado aos alunos uma explicação do que era e do que se tratava a modelagem matemática, para isso foi utilizado slides aonde estavam contidas algumas referências a respeito da modelagem, como, por exemplo, Bassanezi, que afirma que: "a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". (Bassanezi 2011, p. 16) [3].

Foi também através desses slides, que foi passado aos alunos uma breve explicação a respeito das fases de desenvolvimento do trabalho com a modelagem: Escolha do tema? Pesquisa exploratória? Levantamento dos problemas? Resolução dos problemas? Análise crítica das soluções. Neles estavam contidas algumas imagens de trabalho e atividades feitas utilizando a modelagem matemática. Com isso, já foi possível notar um certo interesse dos alunos pela realização dessa atividade.

Partindo desse interesse inicial dos alunos, no primeiro encontro foi pedido a eles que dessem sugestões de temas a serem trabalhados utilizando a modelagem matemática. Mas foi notório a dificuldades que eles tiveram em colocar as suas opiniões e sugestões de temas, o que já era esperado, pois são alunos que não estão adequados em sala de aula a serem sujeitos ativos, participantes nas aulas de matemática. Sendo assim, foi pedido que eles trouxessem somente no segundo encontro suas ideias de temas.

No segundo encontro, foi indagado aos alunos sobre as suas sugestões de temas, dando assim início a realização do trabalho com a modelagem matemática, mas os mesmos se sentiram um pouco envergonhados em falar. Com isso, os mesmos foram instruídos a escreverem os temas em um papel e em seguida colocar em cima da mesa do professor, isso tirou deles o peso do incomodo que eles estavam sentindo naquele momento e assim começaram a escrever os seus temas e depositarem em cima da mesa.

Coletados os papéis com as ideias de temas dos educandos, o professor leu e foi muito interessante, pois foram colocados vários temas, como: saneamento básico, agricultura, pesca, abastecimento de água, fornecimento de energia, comércio, transporte fluvial, campeonato de

futsal, escola, atendimento nas UBS, alimentação, gasto com combustível.

De posse dos temas, o professor colocou os mesmos no quadrado branco, para que assim fosse feita uma votação de modo a delimitar essa quantidade de tema. Depois da votação, foram escolhidos os três temas mais votados, e foram esses: abastecimento de água, pescaria e campeonato de futsal.

A partir desses três temas os alunos foram orientados a escolher apenas um, e que nessa escolha fosse levado em consideração aquele tema que mais tivesse haver com o conteúdo que o professor titular estava trabalhando em sala de aula. Então a maioria da turma optou pelo tema abastecimento de água, pois o conteúdo que eles estavam estudando era sólidos geométricos, e os dois reservatórios de água da cidade é feito um em forma de cilindro e o outro em forma de paralelepípedo, o que levou eles a se identificarem com o tema escolhido.

A escolha do tema é algo muito importante no andamento do trabalho com modelagem matemática e ele deve surgir da relação do aluno com o seu cotidiano. E é muito importante que se permita ao aluno fazer parte dessa escolha, pois os mesmos se sentiram importantes dentro desse processo de construção do conhecimento matemático, e isso é recomendado por vários escritores que trabalham com a modelagem matemática, conforme destaca Jacobini: "a opção pela escolha do tema pelos próprios alunos é recomendada por muitos autores, pois re?etem interesses, ansiedades e relações dos alunos com seu cotidiano". (Jacobini 2004, p.55) [3].

No terceiro encontro, foi o momento de adentrar na segunda etapa da modelagem matemática, a pesquisa exploratória. De posse do tema escolhido, os alunos foram direcionados a realizar uma pesquisa, essa fase é de suma importância pois a mesma fornece informações para que se compreenda mais o tema escolhido e os sujeitos possam se aprofundar em conhecimento a respeito do mesmo.

Foi dada a liberdade aos alunos em relação a pesquisa, mas os mesmos se sentiram um pouco incomodados com a liberdade, pois não sabiam ao certo o que se pesquisar e aonde fazer a pesquisa a respeito do tema. De forma a amenizar essa dificuldade o professor forneceu aos alunos algumas fontes de pesquisas, tais como: empresa responsável pelo abastecimento de água da cidade, secretaria de infraestrutura e meio ambiente, moradores de alguns bairros da cidade e também a pesquisa através da internet.

Com isso, os alunos se sentiram mais à vontade a realizarem a pesquisa, e os mesmos foram divididos em cinco grupos pelo professor, cada grupo foi direcionado a uma das fontes de pesquisas citadas pelo educador. De forma a disponibilizar um tempo confortável para a realização da pesquisa, o professor deu aos alunos três dias para desenvolverem as coletas de dados da sua investigação e depois realizarem uma apresentação em sala de aula para o professor.

No dia marcado para a apresentação dos dados da pesquisa, apenas três grupos apresentaram os seus resultados, as demais equipes não realizaram a atividade por alguns fatores citados pelos mesmos, como a falta de acesso à internet e o pouco tempo para realizarem o trabalho. Mas como alguns integrantes da equipe relataram, o que faltou mesmo, foi união do grupo e comprometimento com o trabalho que o professor pediu a eles. Mas como já foi relatado nesse

trabalho, era de se espera esse resultado negativo, pois os alunos estão acostumados ao ensino tradicional, e não têm o habito de realizarem atividades do tipo que foi exigido a eles pelo professor.

Mesmo com esse ponto negativo, os outros três grupos realizaram uma pesquisa muito boa e fizeram uma excelente apresentação em sala de aula. E a partir dessa pesquisa foram levantadas algumas indagações como: a quantidade de reservatórios de água existentes na cidade; se todas as pessoas da cidade recebiam água encanada, qual a quantidade de pessoas e com que frequência elas utilizam essa água; qual a média do volume de água utilizada por pessoa; qual a capacidade de cada reservatório.

Depois da realização da pesquisa exploratória, vimos que algumas questões foram levantadas pelos alunos. Então no quinto encontro foi dado início a realização da terceira etapa da modelagem matemática, etapa essa intitulada por "levantamentos dos problemas".

Com o intuito de trazer algumas respostas para os questionamentos feitos pelos alunos na fase da pesquisa exploratória, foi realizada uma pesquisa estatística tendo como amostra as famílias dos alunos da turma. Essa pesquisa foi feita de forma a responder as questões: com que frequência as pessoas utilizam a água encanada e qual a média do volume de água utilizada por pessoa?

Com isso, os estudantes receberam uma ficha para realizarem a pesquisa nas suas casas, nelas estavam contidas algumas perguntas que os alunos deveriam realizar com os seus familiares e posteriormente organizar os dados coletados para serem apresentados individualmente em sala de aula; para a realização dessa tarefa, o professor disponibilizou aos alunos dois dias. Realizada a apresentação em sala de aula, o professor recolheu todos os dados das entrevistas dos alunos, para junto com eles elaborarem um quadro apresentando o resultado geral da pesquisa realizada com os seus familiares.

Ainda trabalhando na etapa dos levantamentos dos problemas, no sexto encontro, os alunos foram incentivados pelo professor a fazer um trabalho de campo, afim de colher mais informações para responder as demais problemáticas levantadas na pesquisa exploratória: a quantidade de reservatórios de água existentes na cidade; se todas as pessoas da cidade recebiam água encanada; qual a capacidade de cada reservatório?

Dos 30 alunos da turma, foram ao trabalho de campo apenas 9 alunos junto com o professor, os demais ficaram em sala de aula para participarem da aula das outras disciplinas. O trabalho foi realizado dessa forma, ou seja, no mesmo turno em que os alunos estudavam porque os mesmos não quiseram participar da atividade no contra turno, que seria pela manhã. Nesse trabalho, a disponibilidade dos alunos para trabalharem no contra turno, foi citado como um dos obstáculos enfrentados pelos professores no desenvolvimento das atividades com a modelagem matemática.

No sétimo encontro, junto com os alunos o professor se deslocou até ao local aonde fica localizado a empresa que fornece água encanada na cidade.



Figura 5.1: Professor e alunos na empresa de abastecimento de água.

No local foi possível observar que existem dois reservatórios, um em formato de prisma e o outro em formato de cilindro, sendo que o que possui o formato de prisma é o reservatório com a maior capacidade de armazenamento de água, conforme foi informado pelos trabalhadores da empresa. Esses reservatórios são responsáveis pelo abastecimento de água em cinco bairros da cidade, aonde todos os moradores desses bairros recebem água encanada.



Figura 5.2: Reservatórios de água

A fim de responder alguns questionamentos como: a capacidade de água suportada pelo reservatório. Os alunos direcionados pelo professor coletaram algumas medidas do reservatório, sendo que os alunos, orientados pelo professor, optaram por aplicar a atividade apenas no que possuía o formato de cilindro, pois o mesmo estaria sendo trabalhado pelo professor titular em sala de aula.



Figura 5.3: Reservatórios de água

De posse de uma fita métrica, foram realizadas as medidas do reservatório. Primeiramente foi realizada a medida do contorno do reservatório, para que através desta informação pudéssemos calcular a área da sua base, e medida fornecida foi de 7,52m.



Figura 5.4: Alunos medindo o contorno do reservatório

Era também necessário medir a altura do reservatório para ser utilizada no cálculo do volume. Como era um pouco perigoso subir com a fita métrica até ao topo do reservatório, os alunos pensaram em perguntar de algum funcionário da empresa qual seria a altura, mas, o professor os indagou com uma pergunta: se não tivesse quem informasse a altura e visto o perigo de subir até ao topo para medir, será que não existiria algum artifício matemático que possibilitasse o cálculo dessa altura?

Então o professor relatou a eles a história de Tales de Mileto, que mediu a altura de uma pirâmide sem ter que subir com uma fita métrica até o seu topo. Então o professor pediu aos alunos que naquele momento conseguissem alguma vara mais reta possível, então lá mesmo com os trabalhadores do local eles conseguiram um cabo de vassoura. Então o professor enfiou a vara perpendicular ao solo e paralela ao reservatório, pois o mesmo é também construído perpendicular ao solo.

Para que a vara ficasse perpendicular ao solo foi utilizado dois esquadros, e a vara foi enfiada de forma que a sua parte fora do solo ficou medindo 1m de altura.



Figura 5.5: Aluno posicionando a vara no solo

Em seguida o professor junto com os alunos realizou a medida da sombra da vara e também da sombra do reservatório, e cujo os valores das medidas observadas na fita métrica são respectivamente 0,52m e 9,34m.

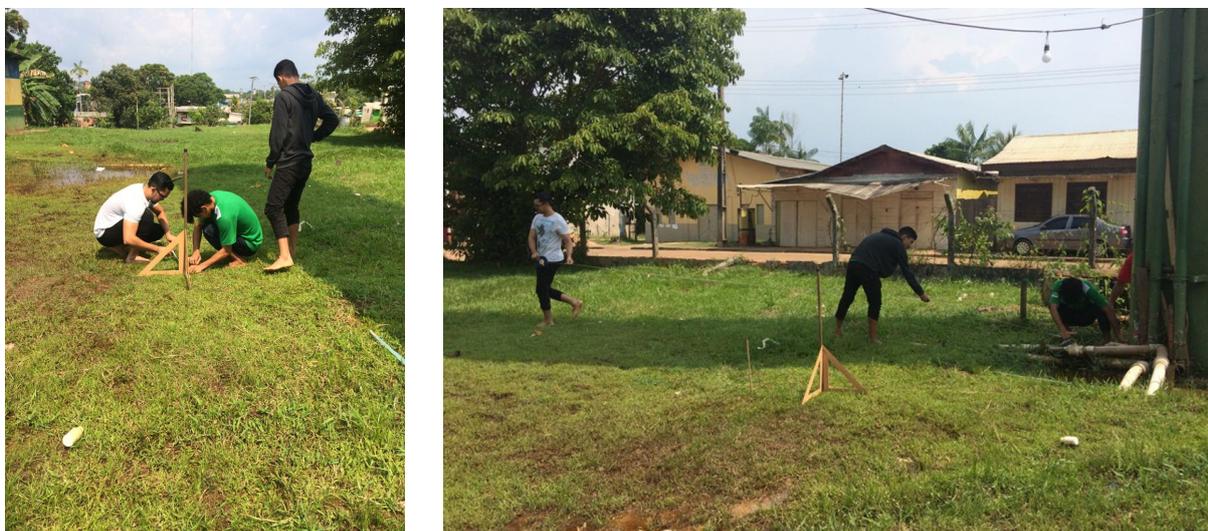


Figura 5.6: Alunos medindo a sombra da vara e a sombra do reservatório

Enquanto estávamos realizando as medidas, um dos trabalhadores nos questionou o motivo de estarmos realizando as medidas, então o professor lhe respondeu que era para calcular o

volume de água que o reservatório suportava. Sabendo disso, o funcionário nos forneceu um dado muito importante para que os nossos calculo se aproximassem o máximo possível da capacidade real do reservatório.

Ele nos informou que o reservatório não era cheio por completo, que uma parte medida a partir do solo ficava vazia e, que essa parte correspondia a parte do reservatório pintada de verde. Com isso, realizamos a medida da altura da parte verde que correspondeu a 6,94m, para que no cálculo do volume pudéssemos eliminar essa parte.



Figura 5.7: Alunos medindo a altura da parte vazia da caixa

Enquanto realizávamos as medidas, um dos alunos estava tomando nota dessas informações no caderno para que na sala de aula fossem realizados os cálculos necessários para responder a capacidade de água suportada pelo reservatório, ou seja, o seu volume.



Figura 5.8: Aluno fazendo as anotações

Coletadas todas as medidas e informações, encerramos o trabalho de campo e retornamos para a escola, aonde foram organizados os dados para serem apresentados aos demais alunos no próximo encontro e assim começamos a trabalhar os cálculos matemáticos para encontrarmos o volume do reservatório e responder as demais perguntas que surgiram no local do reservatório: uma vez cheio o reservatório, ele conseguiria suprir a necessidade do consumo médio de água de quantas pessoas? Quantas vezes era necessário encher o reservatório por dia para suprir a necessidade do consumo médio de todos os moradores da cidade?

Realizado o levantamento dos problemas, no encontro seguinte em sala de aula foi dado o início a quarta etapa da modelagem, etapa essa intitulada por "Resolução dos problemas". Antes de resolvermos as questões levantadas na etapa anterior, foi feita em sala de aula com os alunos uma revisão dos temas "Circunferência" e "Semelhança de triângulos", pois os mesmos seriam de fundamental importância no cálculo do volume do reservatório de água. A figura a seguir mostra imagens dessa revisão.

Uma das questões levantadas no trabalho de campo foi a de encontrar a altura do reservatório, para isso utilizamos a semelhança de triângulos. Foi observado que o reservatório é perpendicular ao solo e com a sua sombra e o raio solar forma um triângulo retângulo, com isso inserimos uma vara perpendicular ao solo, essa vara com a sua sombra e o raio solar também forma um triângulo retângulo.

Tanto o reservatório quanto a vara são perpendiculares ao solo, sendo assim ambas formam

com o solo um ângulo de 90° , também foi possível notar que o raio solar e a sombra sempre irão formar o mesmo ângulo, logo esses dois triângulos são semelhantes pelo caso ângulo-ângulo, conforme nos mostra a figura abaixo.

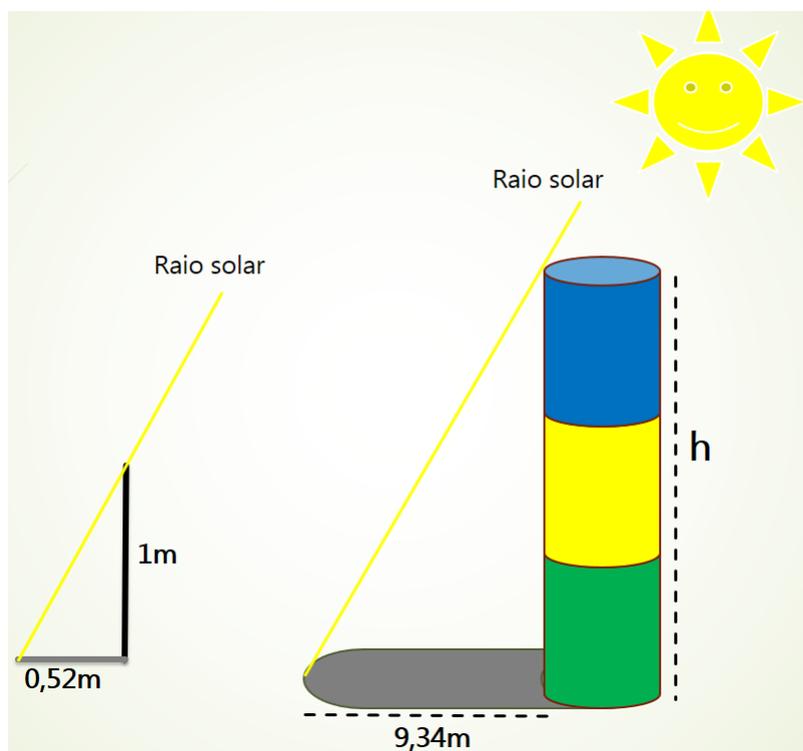


Figura 5.9: Imagem para o cálculo da altura

A partir daí aplicamos a proporcionalidade entre as medidas dos lados correspondentes dos triângulos retângulos em questão. Sendo assim, temos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{0,52} &= \frac{h}{9,34} \\ 0,52h &= 9,34 \\ h &= \frac{9,34}{0,52} \\ h &\cong 17,96m \end{aligned}$$

O cálculo da altura do reservatório foi feito pelos alunos direcionados pelo professor a partir dos exemplos dados na revisão do conteúdo semelhança de triângulos.

Nesse cálculo o valor encontrado para a altura h que é de 17,96m, é muito próximo do valor real do reservatório que segundo os trabalhadores do local média 18m. Com isso os alunos indagaram, porque o resultado encontrado em sala de aula não foi exatamente igual ao valor real da altura, então o professor explicou que isso teria acontecido devido não termos uma medida do tamanho exato das sombras, pois era necessário que a iluminação solar estivesse

muito forte para que tivéssemos uma sombra perfeita, mas, mesmo com isso o valor encontrado tinha sido muito próximo, com apenas 4cm de diferença do tamanho real.

A seguir temos as imagens de alguns cálculos realizados pelos alunos para determinar a altura do reservatório.

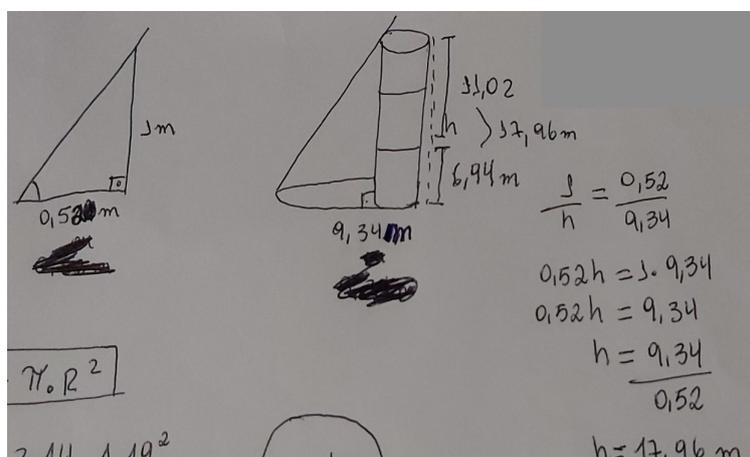


Figura 5.10: Cálculo da altura feito pelos alunos

Também para encontrarmos o volume do reservatório, foi necessário calcular a área de sua base que possuía um formato circular. Mas para o cálculo da área era necessário ter o raio da base do reservatório, com isso, no dia do trabalho de campo os alunos foram direcionados a medir o contorno do reservatório, o que seria correspondente ao comprimento da circunferência que forma a base do mesmo, e a medida registrada foi de 7,52m.

Em seguida, a partir das explicações dadas pelo professor a respeito de circunferência e círculo, os alunos foram direcionados a realizarem os cálculos para encontrarem a medida do raio da base. Conforme temos abaixo:

$$C = 2 \times \pi \times R$$

$$7,52 = 2 \times 3,14 \times R$$

$$7,52 = 6,28 \times R$$

$$R = \frac{7,52}{6,28}$$

$$R \cong 1,19m$$

A baixo temos o cálculo da medida do raio feito pelos alunos.

centro
raio

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$C = 7,52 \text{ m}$$

$$7,52 = 2 \cdot 3,14 \cdot R$$

$$7,52 = 6,28 \cdot R$$

$$R = \frac{7,52}{6,28}$$

$$R = 1,19 \text{ metros}$$

Figura 5.11: Cálculo da medida do raio feito pelos alunos

Realizado os cálculos pelos alunos, o resultado encontrado para o raio foi de $1,19\text{m}$. De posse dessa informação realizamos o cálculo da área da base do reservatório, que como já foi dito aqui, possui a forma de um cilindro e, portanto, tem como base um círculo de raio igual a $1,19\text{m}$.

$$A = \pi \times R^2$$

$$A = 3,14 \times 1,19^2$$

$$A = 3,14 \times 1,4161$$

$$A \cong 4,44\text{m}^2$$

Realizando as operações matemáticas encontramos o valor da medida da área da base que corresponde a $4,44\text{m}^2$, a seguir temos a imagem desses cálculos feitos pelos alunos:

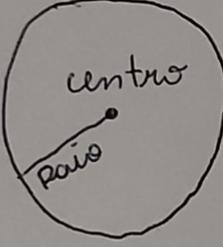
$$A = \pi \cdot R^2$$
$$A = 3,14 \cdot 1,19^2$$
$$A = 3,14 \cdot 1,41$$
$$A = 3,57$$
$$A = 3,14 \cdot 3,59^2$$
$$A = 3,14 \cdot 3,4369$$
$$A = 41,44 \text{ m}^2$$


Figura 5.12: Cálculo da área da base feito pelos alunos

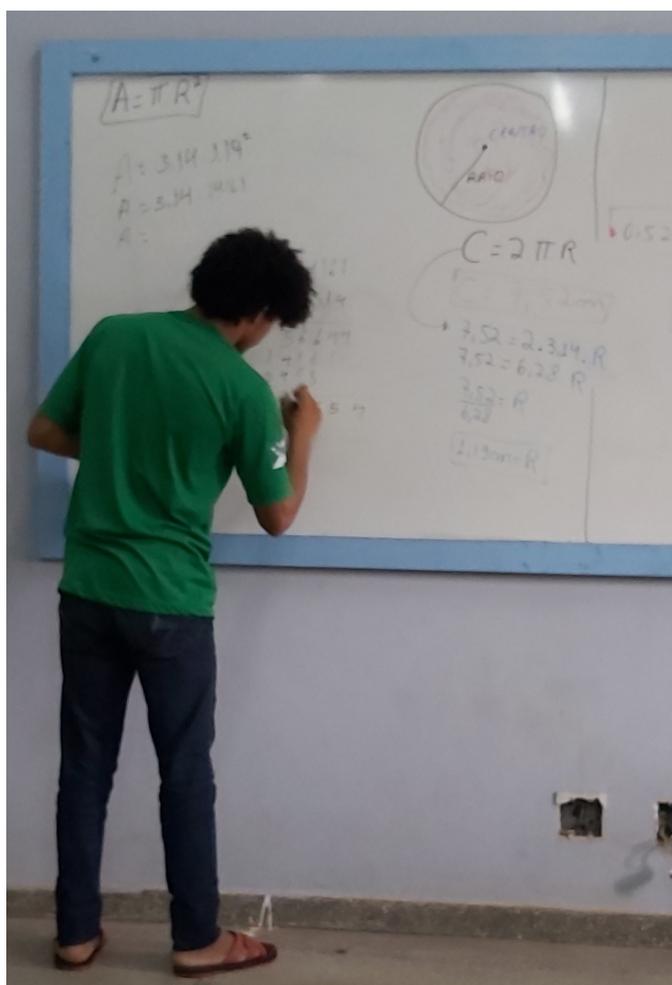


Figura 5.13: Aluno realizando os cálculos da medida do raio e da área da base no quadro branco

Com isso, agora já temos os valores das medidas da altura e da área da base, restando assim aplicar esses valores na fórmula do cálculo do volume e daí descobrir a capacidade de água suportada pelo reservatório. Então o professor explicou aos alunos que para isso bastava realizar o produto entre a área da base e a altura.

Mas antes disso ser feito, o professor lembrou aos alunos que o reservatório não era cheio por completo e que era necessário retirar a parte do reservatório que ficava vazia, então os alunos realizaram a subtração entre a altura total do reservatório e altura que correspondia a parte verde que ficava vazia, restando assim somente a altura da parte do reservatório que era abastecida por água e cuja medida resultante foi de $11,02m$. E com isso, foi feito o cálculo do volume do reservatório.

$$V = A \times h$$

$$V = 4,44 \times 11,02$$

$$V \cong 48,93m^3$$

O resultado encontrado para a medida do volume foi de $48,93m^3$. Cada metro cúbico corresponde a 1000 litros de água, sendo assim para converter o valor encontrado para litros, basta multiplicar 48,93 por 1000. Portanto, temos:

$$48,93 \times 1000 = 48.930l$$

Encontrado os valores da altura e do volume do reservatório, partimos para a quinta etapa do trabalho com a modelagem, essa etapa é intitulada como Análise Crítica das Soluções. Essa etapa é caracterizada pela criticidade, aonde compararemos as soluções encontradas com os valores reais, mas não apenas para verificar a eficácia da matemática aplicada nessa resolução, porém, entender de que forma esse conteúdo matemático junto com suas fórmulas poderão ser úteis na vida cotidiana do aluno dentro e fora da escola.

Com isso, encontramos nos cálculos aqui realizados o valor para a altura do reservatório que foi de 17,96m. Foi nos informado na empresa de abastecimento de água que a altura real do reservatório é de 18m, o que está bem próximo do valor aqui encontrado, com uma diferença de 4cm.

Também foi nos informado que a parte do reservatório que era abastecida por água tinha um volume de 50.000l. Nos cálculos realizados em sala de aula encontramos o volume de 48.930l, aonde podemos observar uma diferença 1.070l para o valor real.

Podemos notar que tanto para a altura quanto para o volume, a diferença entre o valor aqui calculado e o valor real são bem pequenas. Foi possível explicar aos alunos o porquê dessa diferença entre os valores. Então o professor em sala de aula explicou que, essa diferença é aceitável, levando em conta que usamos nesse cálculo uma vara como artifício para calcular a altura do reservatório, e também que não levamos em conta a espessura tanto da base quanto do contorno do reservatório, já que realizamos as medidas do mesmo na parte exterior.

Com isso, a matemática aqui aplicada nessa situação foi muito eficaz, pois as diferenças foram muito pequenas, e assim podemos notar a grande importância de se demonstrar a utilidade da matemática ensinada na sala de, na vida cotidiana do educando. Mostrando a eles que na falta de equipamentos tecnológicos, podemos calcular área, perímetro e volume de superfícies planas ou sólidos geométricos apenas utilizando alguns artifícios matemáticos os quais nos forneceram valores exatos ou muito próximo dos valores originais.

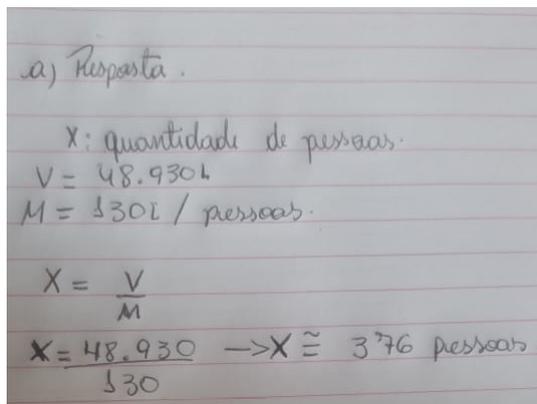
A partir do entendimento que a matemática aqui aplicada foi muito eficaz no cálculo do volume do reservatório, foi possível também resolver outras questões levantadas durante essa atividade de modelagem, como temos a seguir:

1. Uma vez cheio, o reservatório consegue suprir a necessidade de água diária de quantas pessoas?

Para resolver essa questão foi utilizada as informações coletadas na pesquisa estatística, a qual nos forneceu que a média diária de água utilizada por uma pessoa é de 130 litros.

Sendo assim, basta realizar a divisão do volume do reservatório pela média do consumo diário de água, com isso teremos a resposta solicitada nessa questão.

A seguir temos o resultado calculado pelos alunos para essa questão.



a) Resposta.

X: quantidade de pessoas.

$V = 48.930$

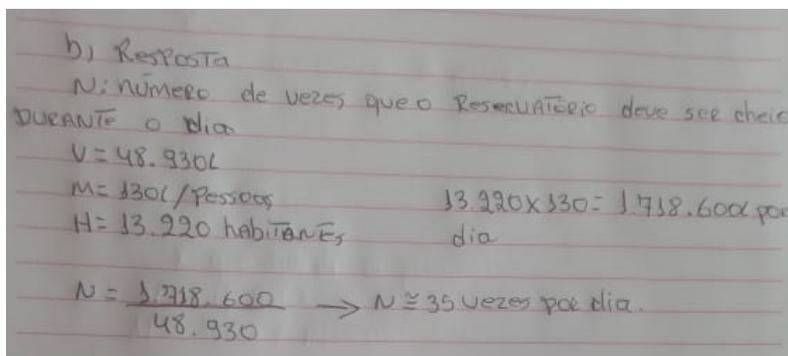
$M = 330 \text{ L / pessoas}$

$$X = \frac{V}{M}$$
$$X = \frac{48.930}{330} \rightarrow X \approx 376 \text{ pessoas.}$$

Figura 5.14: Cálculo do item 1 feito pelos alunos

2. Supondo que exista somente esse reservatório na cidade, quantas vezes durante o dia é necessário abastecer o reservatório para suprir a necessidade diária da população de Beruri?

Na pesquisa estatística os alunos coletaram que a população de Beruri é de aproximadamente 13.220 habitantes. A partir dessa informação os alunos realizaram os cálculos para encontrarem a resposta desse questionamento, conforme temos abaixo:



b) Resposta

N: número de vezes que o Reservatório deve ser cheio DURANTE o dia

$V = 48.930$

$M = 330 \text{ L / Pessoas}$

$H = 13.220 \text{ habitantes}$

$$13.220 \times 330 = 1.718.600 \text{ por dia}$$
$$N = \frac{1.718.600}{48.930} \rightarrow N \approx 35 \text{ vezes por dia.}$$

Figura 5.15: Cálculo do item 2 feito pelos alunos

Com isso, encerramos as atividades concluindo assim cada uma das etapas do trabalho de modelagem matemática com êxito.

E como foi a primeira experiência do trabalho com modelagem na referida escola, foi notável alguns pontos negativos que dificultaram que a atividade ocorresse naturalmente.

Um desses pontos foi a falta de habilidade dos alunos em fazer pesquisas, e isso levou alguns alunos a realizarem o trabalho de qualquer forma ou nem realizarem, como acon-

teceu na etapa da pesquisa exploratória, aonde dois dos cinco grupos não entregaram o trabalho de pesquisa solicitado pelo professor.

Também a falta de comprometimento de alguns alunos em se tratando em trabalho em equipe foi outro obstáculo percebido durante este projeto. Como foi relatado nesse trabalho, durante a etapa da pesquisa exploratória, dois grupos não realizaram a pesquisa devido à falta de colaboração de alguns componentes dos grupos que não compareceram no dia combinado entre eles para realizarem o trabalho. E no trabalho com modelagem é muito importante a interação entre os alunos para que haja o compartilhamento de saberes entre eles.

A falta de tempo foi outro obstáculo na realização da atividade, principalmente na etapa do trabalho de campo, pois os alunos não compareceram no contra turno para realizarem a coleta de informações na empresa de abastecimento de água, aonde teríamos mais tempo. Então tivemos que realizar essa etapa durante o tempo de aula que é de apenas 50 minutos, o que é muito pouco. A modelagem matemática durante seu processo exige uma disponibilidade de tempo maior na realização de algumas de suas etapas, e ter a participação dos alunos no contra turno e de fundamental importância.

Foi notório perceber que os alunos não estão acostumados a realizarem atividades desse tipo, no qual eles tem que sair da sala de aula e muitas das vezes participarem de atividades fora do seu horário de aula. Isso devido a hereditariedade do ensino tradicional aonde os alunos são sujeitos passivos que apenas decoram fórmulas e reproduzem exercícios repassados pelo professor no quadro branco dentro de sala de aula.

E a falta de participação dos alunos no desenvolvimento de cada uma das etapas da modelagem é sem dúvida alguma o maior obstáculo encontrado nesse trabalho. Por isso a importância de se trabalhar a modelagem no ensino de matemática dentro de nossas escolas, pois a mesma cria possibilidades para os alunos terem uma participação ativa na construção do seu próprio conhecimento, deixando de serem meros espectadores em sala de aula, para se tornarem colaboradores dentro do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Mas mesmo com tantos pontos contra, foi possível realizar a atividade com êxito, e também notar que ficou claro aos alunos a importância de se aplicar no nosso cotidiano o conhecimento matemático adquirido em sala de aula. Quebrando assim a paradigma que os alunos carregavam de que a matemática é um bicho de sete cabeças formada por um montão de fórmulas e sem utilidade para suas vidas. A partir do projeto de modelagem os alunos poderão perceber a aplicabilidade da matemática nas mais variadas formas do nosso cotidiano.

Capítulo 6

Considerações Finais

Esse trabalho teve como intuito investigar os principais fatores que estavam inviabilizando a aprendizagem significativa da matemática, bem como destacar a importância da modelagem no ensino dessa disciplina, visando expandir essa metodologia que vem para contribuir para a melhoria do ensino de matemática dentro e fora da sala de aula. Sendo assim esse trabalho se iniciou com uma vasta pesquisa bibliográfica que buscava entender qual o foco principal da modelagem, e nessa pesquisa pode-se perceber que a modelagem tem como objetivo principal o aluno e sua participação ativa dentro do processo de ensino-aprendizado.

E quando se analisa os textos realizados pelos pesquisadores dessa metodologia (Bienbengut e Hein, D'Ambrosio, Bassanezi, Bean, Kluber, Skovsmose, Sadovsky, entre outros pesquisadores), percebemos que a modelagem se apresenta de várias formas, mas uma delas se destaca mais: a Modelagem Matemática como Metodologia ou estratégia de ensino, focada mais no processo de ensino e sempre buscando despertar o senso reflexivo dos alunos e educadores tanto no contexto social quanto no ambiente matemático, tratando a matemática não apenas como uma disciplina a ser compreendida, mas como uma ferramenta capaz de desenvolver a autonomia dos educandos e os tornando seres participativos dentro da sua sociedade.

Nessa pesquisa também foi possível notar a grande dificuldade dos alunos no que se trata da utilização da matemática no seu cotidiano, e partindo dessa necessidade foi realizado uma atividade direcionada para o trabalho com a modelagem matemática em uma escola estadual da cidade de Beruri-Am.

Com isso, partindo da ideia de que era necessária uma metodologia que facilitasse o ensino e aprendizado da matemática, foi utilizada a modelagem, pois a mesma possui como uma das suas principais características a investigação, e assim através da atividade realizada na escola foi possível conduzir os alunos a uma aprendizagem que possuísse significado real na sua vida cotidiana. Além do mais esse trabalho desmitifica a ideia de que trabalhar a modelagem, significa deixar de lado o conteúdo matemático, mas, pelo contrário, a mesma constrói uma ponte entre o cotidiano do educando e o conteúdo ensinado em sala de aula.

Sendo assim, era necessário antes de se trabalhar a modelagem, conhecer os sujeitos que participariam dessa atividade, para isso foi aplicado um questionário relacionado ao perfil dos

alunos. A partir dessa sondagem de informações podemos concluir que algumas atitudes tomadas por parte dos alunos contribuíam para que os mesmos não aprendessem a matemática, atitudes como o pouco tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula, conversas durante a explicação do professor e as dificuldades existentes em conteúdos de séries anteriores como, por exemplo, a dificuldade na utilização das quatro operações básicas.

Através do questionário também foi possível identificar que a maioria dos sujeitos entrevistados não compreenderam algum conteúdo advindo da geometria, como também conteúdos relacionados a grandezas e medidas. O que nos deu um incentivo maior nesse trabalho de poder utilizar a modelagem como estratégia que conduzissem os alunos a assimilação desses conteúdos de forma diferente e agradável.

De posse dessas informações foi lançado aos alunos o projeto de modelagem matemática que visava estudar o abastecimento de água encanada na cidade de Beruri fazendo uso dos conteúdos de geometria e grandezas e medidas nos quais os alunos possuíam dificuldades em aprender. Através desta proposta os alunos se sentiram bastante animados em começar esse trabalho e curiosos em saber de como ocorreria esse projeto que trazia a matemática de uma forma diferente do habitual. E por se tratar de uma forma diferente de se ensinar a matemática, a modelagem vai na contramão do ensino tradicional, e nisso tivemos uma certa dificuldade, pois, os alunos não estavam acostumados a serem ativos nas aulas de matemática e a modelagem exige isso dos sujeitos que estão inseridos nela, causando assim um certo incomodo nos educandos.

Tendo em vista esse obstáculo e sabendo que era necessário mudar essa realidade, o professor teve que intermediar cada fase da modelagem matemática aos alunos. Essa participação do educador é de fundamental importância nesse primeiro contato dos alunos com a modelagem, pois ele precisa fazer com que os mesmos se sintam à vontade nesse ambiente de descobertas, encaminhando cada uma das etapas da atividade proposta e trabalhando junto com os alunos no desenvolvimento desse projeto, para que o mesmo ocorra sem maiores dificuldades.

Assim como os demais trabalhos sobre estratégias de ensino para a matemática demonstram que a metodologia que predomina em sala de aula atualmente é a tradicional, na escola aonde foi aplicada o projeto de modelagem, não era diferente. Com isso vale ressaltar que a modelagem não trará resultados imediatos, promovendo um aprendizado relâmpago; pois como já foi citado aqui nesse trabalho, essa estratégia tem como um dos principais objetivos a participação ativa dos educandos. E para quem está habituado a ser um sujeito passivo em um ambiente de ensino, estratégias como a modelagem geram grandes desconfortos, com isso é necessário que o educador seja persistente nesse trabalho e que não desista no primeiro problema que surgir quando se utilizar a modelagem no ensino de matemática.

Embora apareçam obstáculos no seu desenvolvimento, a modelagem em si se torna uma grande motivadora quando se trata de criar um espaço de aprendizagem criativo e agradável, pois a mesma traz para os educandos um ambiente de investigação e descoberta, gerando curiosidade e prazer em se trabalhar a matemática tanto para os alunos quanto para os professores.

Durante o desenvolvimento do trabalho com a modelagem, seguimos algumas etapas que

eram de fundamental importância para que tivéssemos um aproveitamento positivo com essa metodologia, etapas essas descritas por Burak(2004). E o interessante foi que com o decorrer de cada uma dessas etapas era notório ver que os alunos que no início estavam se sentindo constrangidos em participar, começaram aos poucos a se interessar em contribuir com a atividade, pois em cada uma dessas etapas surgia algo novo a ser investigado, e esse ambiente investigativo e de descoberta começou a chamar a atenção dos alunos.

Observou-se que em cada uma das etapas os alunos iam transformando sua maneira de lidar com a matemática, agora a matemática passava a ter um significado real na sua vida cotidiana. Quando se trabalha a modelagem cumprindo cada uma dessas etapas ela possibilita aos educandos desenvolver habilidades matemáticas que os tornam capazes de resolver situações-problemas que antes eram impossíveis para eles; e não só isso, mas a mesma desperta nos alunos o senso investigativo e outras habilidades que possibilitaram a eles, a não só ter um aprendizado significativo em sala de aula, mas também de resolver problemas que envolvam situações reais da sua vida diária, sendo um agente ativo e participativo na sociedade na qual está inserido.

Durante o trabalho também notei uma certa insegurança dos professores em relação ao domínio do conteúdo e a resolução de questões sem o uso das formulas prontas; buscando aproveitar mais a matemática envolvida nas situações que envolvem o estudo de área, perímetro e volume, bem como aproveitar conceitos e conteúdos de series anteriores, para que haja uma ligação entre o que se está sendo ensinado e o que já se foi ensinado.

E essa insegurança dos professores foi respondida nas pesquisas bibliográficas quando se buscava descobrir a importância do professor dentro do processo de ensino da matemática, os trabalhos sempre destacam o apego do professor com o ensino tradicional, fazendo com que os alunos se tornem meros espectadores em sala de aula, reproduzindo somente aquilo que ele coloca no quadro. O professor apegado nessa maneira de ensinar se fecha para as novas metodologias e impedi os alunos de realmente estudar e aprender uma matemática que faça sentido para sua vida escolar e social.

Com isso era notório que se apresentasse uma ferramenta metodológica diferente do ensino tradicional, que possibilitasse ao aluno ter uma participação mais ativa contribuindo para o crescimento da sua vida estudantil, bem como o crescimento da sua vida fora do ambiente escolar. A modelagem surgiu assim como essa ferramenta que visa contribuir para uma mudança de postura do professor e também do aluno frente ao conhecimento matemático.

E dentro do trabalho com a modelagem, o professor é uma peça muito importante, pois ele será um mediador entre esse ambiente de ensino e o educando. Por isso requer que ele tenha uma mente aberta a novas formas de se ensinar a matemática, além do mais a modelagem exige empenho e esforço para que o trabalho ocorra naturalmente contribuindo tanto para o crescimento do professor quanto para o crescimento do aluno.

Frente as adversidades encontradas no processo de ensino e aprendizagem da matemática, se faz necessário a utilização de formas que venham quebrar esse paradigma que roda o meio estudantil que a matemática é um bicho de sete cabeças, difícil e muitas das vezes impossível

de se aprender. E como já foi descrito até aqui, é possível encontrar ferramentas que quando utilizadas da forma correta, venham agregar valor e sentido real a matemática ensinada em sala de aula, despertando o interesse e o gosto dos alunos em aprender essa disciplina.

E a partir da utilização da modelagem matemática foi notório ver a mudança de posturas dos educandos diante do conhecimento matemático, que agora estava sendo ensinado a eles com aplicação em situações da sua vida cotidiana, mostrando que é possível utilizar a matemática fora da sala de aula, e não só isso, mas também demonstrar que é possível correlacionar conteúdos já estudados com o conteúdo que se está estudando, contribuindo para uma melhora gradativa no ensino e produzindo assim uma aprendizagem significativa aos educandos.

Frente aos obstáculos encontrados e a forma tradicionalista em que se ensina a matemática no contexto atual, podemos concluir que a modelagem matemática se torna uma importante ferramenta dentro do processo de ensino-aprendizagem, pois ela contribuiu para uma mudança positiva na postura dos alunos dentro e fora da sala de aula; contribuindo também para que o mesmo desenvolvesse a curiosidade, capacidades investigativas e habilidades matemáticas que os tornaram capazes de investigar e procurar solucionar situações reais da seu cotidiano.

Vale destacar aqui, que a situação em que se foi trabalhada a modelagem se trata de apenas uma turma de trinta alunos de uma escola pública, portanto não temos uma situação única e válida para todas as escolas. Mas podemos afirmar que, toda a pesquisa e as contribuições que aqui foram colocadas podem ajudar e muito o professor que almeja uma melhoria na forma de se ensinar e ter a participação ativa dos alunos em suas aulas, principalmente os educadores que trabalham com a disciplina de matemática.

Ainda em relação ao professor, almeja-se que o mesmo ao ter contato com esse trabalho e participar de um ambiente de aprendizagem composto pela modelagem, se sinta incentivado e encorajado a procurar novas situações para trabalhar a modelagem matemática em suas aulas; e com isso, abrir a sua mente para as novas metodologias que assim como a modelagem visam um ensino e aprendo significativos.

O professor como o principal responsável por inserir a modelagem nas suas aulas, tem que parar para analisar a sua postura, prática e direcionamento diante do conhecimento matemático antes de usar esta ferramenta, para que assim, se sinta encorajado e incentivado a trabalhar com a mesma junto com os seus alunos.

Almeja-se também trazer mais adeptos para essa metodologia e fazer com que a modelagem seja mais conhecida e utilizada nas aulas de matemática. Também que nas demais pesquisas possam dar um enfoque maior para essa ferramenta, produzindo assim trabalhos que possam auxiliar o professor-pesquisador na preparação das suas aulas e na melhoria do ensino-aprendizagem através da Modelagem Matemática.

Referências Bibliográficas

- [1] Alcía Bonamino and Silvia Alcía Martínez. Diretrizes e parâmetros curriculares nacionais para o ensino fundamental: a participação das instâncias políticas do estado. *Educação & Sociedade*, 23(80):371–388, 2002.
- [2] PCNs Brasil. Parâmetros curriculares nacionais: Meio ambiente, 1998.
- [3] Cleuza Eunice Pereira Brumano et al. A modelagem matemática como metodologia para o estudo de análise combinatória. 2014.
- [4] Dionísio Burak and Tiago Emanuel Kluber. Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de educação matemática. *Revista Margens Interdisciplinar*, 7(8):33–50, 2016.
- [5] Valdinei Cardoso and Juliano Ciebre dos Santos. As dificuldades no ensino aprendizagem da matemática. *Nativa-Revista de Ciências Sociais do Norte de Mato Grosso*, 1(2), 2014.
- [6] Francisca Marlene da Silva, UECE Déborah Almeida Cunha, UECE Aline Araújo da Silva, and Keila Andrade Haisashida. O uso do material concreto no ensino da matemática. In *Anais do VIII Forum Internacional de Pedagogia*, 2016.
- [7] Luciana Verêda da Silva and Clenilson Panta Angelim. O lúdico como ferramenta no ensino da matemática. *ID ON LINE REVISTA MULTIDISCIPLINAR E DE PSICOLOGIA*, 11(38):897–909, 2017.
- [8] Amélia Domingues de Castro, Anna Maria Pessoa de Carvalho, and Daniel Gil Pérez. Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média. 2001.
- [9] Maria Rafaela de Oliveira, Géssica Cryslânia da Silva, Janete Rodrigues de Lima, and José Derivaldo Gomes dos Santos. As contribuições da teoria piagetiana para o processo de ensino-aprendizagem.
- [10] Ednilson Sergio Ramalho de Souza and Adilson Oliveira do Espírito Santo. A modelagem matemática como metodologia para o ensino-aprendizagem de física. 2008.
- [11] Simone Deperon Eccheli. A motivação como prevenção da indisciplina. *Educar em revista*, (32):199–213, 2008.

- [12] AC Faria, Ana Lima, Danielle Vargas, Indianara Gonçalves, Kândice Stopa, and Livia Brugger. Método montessoriano: a importância do ambiente e do lúdico na educação infantil. *Revista Eletrônica da Faculdade Metodista Granbery*, (12), 2012.
- [13] Gessé Pereira FERREIRA, IFF-Campus Cabo Frio, Alexis SILVEIRA, and Leonardo Andrade DA SILVA. A modelagem matemática ao longo da história e o surgimento da modelação matemática no Brasil. *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 11, 2013.
- [14] Paulo Freire. Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.
- [15] Paulo FREIRE. Educação ?bancária? e educação libertadora. *Introdução à*, 1983.
- [16] Paulo FREIRE. Paulo. educação como prática da liberdade. *Rio de Janeiro. Paz e Terra*, 1983.
- [17] Paulo Freire. Carta de paulo freire aos professores. *Estudos avançados*, 15(42):259–268, 2001.
- [18] Paulo Freire. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e terra, 1996. *Coleção leitura*, page 21, 2005.
- [19] Moacir Gadotti. Perspectivas atuais da educação. *São Paulo em perspectiva*, 14(2):03–11, 2000.
- [20] Arlida Schmidt Godoy. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de administração de empresas*, 35(2):57–63, 1995.
- [21] Fabiane Hunhoff. O uso de softwares no processo de ensino e aprendizagem da matemática no 6º ano do ensino fundamental da emef padre antonio michels. 2011.
- [22] Arthur Gonçalves Machado Junior and Adílson Oliveira do Espírito Santo. O ambiente de modelagem matemática como promotor de mudanças de concepções tradicionalistas do professor de matemática. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 5:28–36, 2009.
- [23] Isabel Cristina Machado LARA. Jogando com a matemática na educação infantil e séries iniciais. *São Paulo: Rêspel*, 2003.
- [24] Mauricio Ramos Lutz and José Carlos Pinto Leivas. Desafios com palitos: Uma proposta lúdica para o ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Ciências & Ideias ISSN: 2176-1477*, 10(1):101–117, 2019.

- [25] Arthur Gonçalves MACHADO JÚNIOR et al. Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados. 2005.
- [26] Maria Carolina Machado Magnus et al. Modelagem matemática em sala de aula: principais obstáculos e dificuldades em sua implementação. 2012.
- [27] BRÍGIDA KRAUSE MARCON. Teorias do conhecimento: Metodologias de ensino-aprendizagem, 2008.
- [28] Thaisa Rodbard Mileo and Maria Cristina Kogut. A importância da formação continuada do professor de educação física e a influência na prática pedagógica. 2009.
- [29] Paula Cristina Moura and Ana Júlia Viamonte. Jogos matemáticos como recurso didático. *Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa*, 2006.
- [30] José Adson D Pacheco and Janaina V BARROS. O uso de softwares educativos no ensino de matemática. *Revista de Estudos Culturais e da Contemporaneidade, Garanhuns*, (8):5–13, 2013.
- [31] Cármen Lúcia Brancaglioni Passos, Adair Mendes Nacarato, Dario Fiorentini, Rosana Giarretta Sguerra Miskulin, Regina Célia Grando, Renata Prenstteter Gama, MABA Megid, Maria Teresa Menezes Freitas, and MV de Melo. Desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. *Quadrante*, 15(1):193–219, 2006.
- [32] Carla Vargas Pedroso. A gestão educacional e as políticas públicas no ensino superior: uma análise no curso de ciências biológicas da ufsm. 2011.
- [33] Francisco Douglas Lira Pereira and Helisângela Ramos da Costa Teixeira. Ludicidade e resolução de problemas contextualizados: Uma alternativa para o ensino e aprendizagem de matemática no 7º e 9º ano do ensino fundamental ii.
- [34] IRENE CÉLIA BIANCHINI PÉRIGO. Concepções de ensino aprendizagem de matemática e os projetos pedagógicos no ensino médio inovador.
- [35] Shirley Suene Eloy dos Santos. As dificuldades de ensino aprendizagem na matemática: Soluções significativas para o processo ensino aprendizagem. 2016.
- [36] Fernanda Saraiva. Um novo olhar para o espaço físico nas instituições de educação infantil em navegantes/sc. *Pedagogia-Unisul Virtual*, 2017.
- [37] Clarice Lúcia Schneider. Matemática: o processo de ensino-aprendizagem, 2004.
- [38] Jacyara Quintela Vieira Silva. *Contribuições do processo de criação e construção de jogos para o ensino e aprendizagem da matemática*. PhD thesis, 2017.

- [39] Ana Luiza B SMOLKA et al. A atividade da leitura e o desenvolvimento das crianças: considerações sobre a constituição de sujeitos leitores. _____; e outros. *Leitura e desenvolvimento da linguagem*. Porto Alegre: Mercado Aberto, pages 23–41, 1989.
- [40] Claudenor Silva Torres. O ensino de geometria: Um relato de construção de conceitos geométricos com o uso de material manipulável. 2016.
- [41] Emerson Tortola and Lourdes Maria Werle de Almeida. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 94(237), 2013.
- [42] Eliza Reverso Vieira. A reorganização do espaço da sala de educação infantil: uma experiência concreta à luz da teoria histórico-cultural. 2009.
- [43] Maria Aparecida Trevisan Zamberlan, Simone I Stroka Basani, and Marizete Araldi. Organização do espaço e qualidade de vida: pesquisa sobre configuração espacial em uma instituição de educação infantil. *Educere et educare*, 2(4):245–260, 2007.