UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIENCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FLAVIO ALISON SIMAS LOPES

Geometria de Fractal aplicada aos Resistores: Atividade Experimental Investigativa Baseada em Evidências

MANAUS/AM

2022

FLAVIO ALISON SIMAS LOPES

Geometria de Fractal aplicada aos Resistores: Atividade Experimental Investigativa Baseada em Evidências

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Amazonas de Manaus, como requisito para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Marcel Bruno Pereira Braga
Coorientador: Prof. Dr. David Antônio da Costa

Manaus/AM

2022

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Lopes, Flávio Alison Simas
L864g Geometria de fractal aplicada aos resistores : atividade experimental investigativa baseada em evidências / Flávio Alison Simas Lopes . 2022
280 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Marcel Bruno Pereira Braga
Coorientador: David Antônio da Costa
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas.

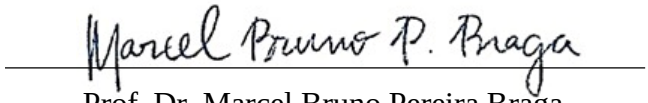
1. Teoria fundamentada. 2. Ensino investigativo. 3. Experimento. 4. Geometria de fractal. 5. Circuito elétrico. I. Braga, Marcel Bruno Pereira. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

FLÁVIO ALISON SIMAS LOPES

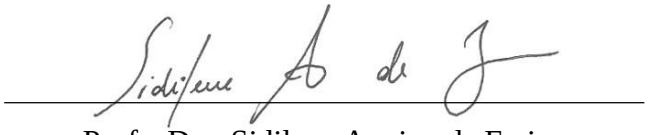
GEOMETRIA DE FRACTAL APLICADA A RESISTORES: ATIVIDADE EXPERIMENTAL INVESTIGATIVA BASEADO EM EVIDÊNCIAS.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPG-ECIM da Universidade Federal do Amazonas/UFAM, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

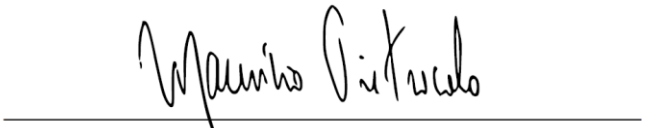
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Marcel Bruno Pereira Braga
Presidente da Banca



Profa. Dra. Sidilene Aquino de Farias
Membro Interno



Prof. Dr. Mauricio Pietrocola Pinto de Oliveira
Membro Externo

Dedico este trabalho a minha família, pelo apoio financeiro, educacional e afetivo. E principalmente, a Aquele que tomou o cuidado de elaborar um alfabeto tão maravilhoso como a matemática para a descrição de suas obras, a saber Deus.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Agradeço a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM), ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) e ao Observatório de Dificuldades na Aprendizagem Científica e Tecnológica (ODACT). Por todo apoio intelectual financeiro, teórico, cientifico, e metodológico, essenciais no fomento deste trabalho, muito obrigado.

"A ciência tem constantemente de navegar entre dois perigos: a falta e o excesso de generalidade. Entre os dois extremos é sempre necessário encontrar o ponto de equilíbrio certo, de forma a fazer as coisas corretamente. Poderá então existir um território intermédio, onde prevalece o caos geométrico «organizado» ou «ordenado», entre os extremos da ordem geométrica excessiva de Euclides e do caos geométrico das matemáticas mais gerais? A ambição da geometria fractal consiste precisamente em facultar-nos este território intermédio." (Benoit Mandelbrot)

RESUMO

O estudo teve como objetivo elaborar uma atividade experimental investigativa com base em evidências buscando solucionar uma associação de resistores em fractal triângulo de Sierpinski. A atividade foi desenvolvida por meio de uma adaptação de uma atividade experimental originalmente elaborada por Ching em 1994, no artigo *Overcoming Resistence whith Fractal*. A proposta visa contribuir no desenvolvimento de habilidades cognitivas envolvendo os conceitos básicos de corrente, tensão e resistência no âmbito do laboratório de eletricidade e magnetismo da Universidade Federal do Amazonas, tendo sido aplicada no primeiro período de 2021, aos alunos da disciplina de Laboratório de Física Geral III (N = 32). A perspectiva filosófica de Edgar Morin contribui em uma reflexão mais delimitado quanto a visão dos fenômenos explorando modelos que aproximam a realidade. A metodologia de ensino situa-se na Educação Baseada em Evidências de Thomas e Richard Pring, com um ensino investigativo que favoreça a ocorrência de uma aquisição significativa de conceitos. A otimização do *design* didático da atividade experimental apoia-se no suporte teórico do *Design-Based Research* (DBR). A pesquisa se caracteriza com uma abordagem mista, do tipo multifásica, com ênfase qualitativa, e se baseia na Teoria Fundamentada dos Dados combinando o método de entrevista por grupo focal (*software* MAXQDA20) e avaliação de desempenho (Teoria Clássica dos Testes como procedimento de análise). A construção do instrumento denominado *Conceitos Básicos de Corrente, Resistência e Tensão* (CBCRT - FRACTAL) advém da compilação de dois testes conhecidos na literatura, sendo construídos três itens originais pertinentes. O teste foi classificado como difícil e obteve-se uma consistência moderada ($\alpha = 0{,}61$). Destacam-se as dificuldades em lembrar o conceito de circuito elétrico de corrente contínua (y9, y17), compreender associação paralela (y4), compreender o conceito de resistência (y16, y18), e o comportamento da corrente elétrica (y11), principalmente no funcionamento de circuito em série (y3). O produto educacional gerado é um manual de orientações integrado a uma plataforma *online* para interação entre docentes na implementação da proposta do *re-design*, contendo informações complementares de apoio e possibilidade de compartilhamento de evidências de desempenho e boas práticas.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria fundamentada. Ensino investigativo. Experimento. Geometria de Fractal. Circuito Elétrico.

ABSTRACT

The study aimed to develop an investigative experimental activity based on evidence seeking to solve an association of resistors in a Sierpinski triangle fractal. The activity was developed through an adaptation of an experimental activity originally developed by Ching in 1994, in the article Overcoming Resistance whith Fractal. The proposal aims to contribute to the development of cognitive skills involving the basic concepts of current, voltage and resistance within the electricity and magnetism laboratory of the Federal University of Amazonas, having been applied in the first period of 2021, to students of the Physics Laboratory discipline. General III (N = 32). Edgar Morin's philosophical perspective contributes to a more delimited reflection on the vision of phenomena by exploring models that approximate reality. The teaching methodology is based on the Evidence-Based Education of Thomas and Richard Pring, with an investigative teaching that favors the occurrence of a significant acquisition of concepts. The optimization of the didactic design of the experimental activity is supported by the theoretical support of Design-Based Research (DBR). The research is characterized by a mixed approach, of the multiphase type, with a qualitative emphasis, and is based on the Grounded Theory of Data combining the focus group interview method (MAXQDA20 software) and performance evaluation (Classical Test Theory as an analysis procedure).). The construction of the instrument called Basic Concepts of Current, Resistance and Voltage (CBCRT - FRACTAL) comes from the compilation of two tests known in the literature, with three original pertinent items being constructed. The test was classified as difficult and a moderate consistency was obtained (α=0.61). The difficulties in remembering the concept of direct current electric circuit (y9, y17), understanding parallel association (y4), understanding the concept of resistance (y16, y18), and the behavior of electric current (y11), especially in series circuit operation (y3). The educational product generated is a guidance manual integrated into an online platform for interaction between teachers in the implementation of the re-design proposal, containing complementary information to support and the possibility of sharing evidence of performance and good practices.

KEYWORDS: Fundamental theory. Investigative teaching. Experiment. Fractal geometry. Electric circuit.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cadeia de montanhas geradas por processo iterativo realizado no computador.....22
Figura 2 - Exemplos de figuras e funções não diferenciáveis. 24
Figura 3 – Desafio de B. Mandelbrot em 1967 na Science Magazine. 25
Figura 4 – Interação zero e primeira interação do fractal de Sierpinsk em forma de resistores. 26
Figura 5 – Transformação triângulo-estrela. 27
Figura 6 – Transformação triângulo-estrela do fractal de Sierpinski (2ª interação).....28
Figura 7 - Análise comparativa de termos âncoras.....31
Figura 8 - Mapa de áreas relacionadas ao tópico Fractals.....34
Figura 9 - Mapa de literatura. 35
Figura 10 - Referências utilizadas no desenvolvimento e construção do caráter histórico do fractal.....37
Figura 11 - Etapas do processo de design na área educacional 51
Figura 12 - Organização hierárquica da inferência das teorias utilizadas. 51
Figura 13 - Quantidade de alunos por período do curso de bacharelado e licenciatura em física 53
Figura 14 - Design da pesquisa multifásica.....56
Figura 15 – Ordem de abrangência dos conceitos de design.....66
Figura 16 - Design Didático 69
Figura 17 - Questão inicial no Padlet. 70
Figura 18 - Apresentação das teses filosóficas de Galilei e Mandelbrot.....71
Figura 19 - Figuras apresentadas aos alunos 72
Figura 20 - Item 11. 73
Figura 21 - Dados estatísticos das respostas ao item 11.....74
Figura 22 - Simulação em ThinkerCad Circuits.....74
Figura 23 - Aplicação do experimento com triângulo de Sierpinski.....76
Figura 24 - Aplicação do experimento com triângulo de Sierpinski (2º parte).....77
Figura 25 - Processo de análise de dados pela TCT e TFD.....78
Figura 26 – Tela inicial do software MAXQDA.....91
Figura 27 - Sistematização dos códigos 95
Figura 28 - Janela de codificação criativa 96

Figura 29 – Frequência do aparecimento de códigos 98
Figura 30 - Página inicial do site Fractus Educare. 104
Figura 31 - Página de compartilhamento de dados Fractus Educare. 105
Figura 32 - Página de compartilhamento do teste Fractus Educare. 105

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Níveis de atividades experimentais. 48
Quadro 2 - Nível de cognição da atividade experimental e itens propostos aos alunos 49
Quadro 3 - Conceitos e Habilidades trabalhadas nestes testes conceituais. 59
Quadro 4 - Principais dificuldades dos respondentes dos testes conceituais DIRECT e EMCA. 61
Quadro 5 – Redefinição taxonômica das habilidades trabalhadas nos itens do teste conceitual CBCRT 63
Quadro 6 - Recursos digitais utilizados 67
Quadro 7 - Fases do design didático. 68
Quadro 8 - Perguntas feitas aos alunos na fase de Apresentação dos conceitos. 73
Quadro 9 - Perguntas feitas aos alunos na fase de Desenvolvimento do conteúdo. 75
Quadro 10 - Perguntas feitas aos alunos na fase de Desenvolvimento do conteúdo. 77
Quadro 11 - Inventário de questões para realização do brainstorm. 78
Quadro 12 - Índice de dificuldade (ID) e discriminante (DISCR) do teste CBCRT 84
Quadro 13 - Índice de dificuldade (ID) e discriminante (DISCR) do teste EMCA. 85
Quadro 14 - Índices de certeza das questões com menor ponto-bisserial. 89
Quadro 15 – Codificação pré-releitura 92
Quadro 16 – Codificação pós-releitura 93
Quadro 17 – Comparativo de ferramentas disponibilizadas no Design e no Re-design 101
Quadro 18 - Análise de funções disponíveis. 103
Quadro 19 - Página de apresentação do guia. 106

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resumo quantitativo dos filtros realizados. 33
Tabela 2 - Zona de guessing dos itens do teste CBCRT 80
Tabela 3 - Classificação do índice de dificuldade dos itens 81
Tabela 4 - Seleção de alunos para o grupo dos 27% menores 82
Tabela 5 - Classificação dos itens do teste conceitual CBCRT segundo Ebel 83
Tabela 6 - Consistência interna segundo o valor de Alfa de Cronbach. 88

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CBCRT	Conceitos Básicos de Corrente, Resistência e Tensão
CE	Circuitos Elétricos
DBR	Design-Based Research
DIRECT	Determining and Interpreting Resistive Electric Circuits Concepts Test
EMCA	Electricity and Magnetism Conceptual Assessment
FAPEAM	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas
GE	Geometria Euclidiana
GF	Geometria de Fractal
IBM	International Business Machines Corporation.
ODACT	Observatório de Dificuldades na Aprendizagem Científica e Tecnológica
ORWF	Overcoming Resistance With Fractal
PPGECIM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ensino de Ciências e Matemática
QUAL	Qualitativo
QUAN	Quantitativo
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TCLE	Termo de Consentimento Livre Esclarecido
TCT	Teoria Clássica dos Testes
TLS	Teaching-Learning Sequences
UFAM	Universidade Federal do Amazonas

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS 4

RESUMO 6

ABSTRACT 7

LISTA DE FIGURAS 8

LISTA DE QUADROS 10

LISTA DE TABELAS 11

LISTA DE ABREVIATURAS 12

SUMÁRIO 13

INTRODUÇÃO 17

HIPÓTESE 19

OBJETIVO GERAL 19

OBJETIVOS ESPECIFICOS (OE) 20

CAPÍTULO 1. 21

FRACTAL: CONCEITO, ORIGEM E ALGUMAS APLICAÇÕES 21

1.1. CONCEITO 21

1.2. HISTÓRICA DOS FRACTAIS 22

1.3. APLICAÇÕES PRÁTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 24

1.3.1. Ruído Eletrônico 24

1.3.2. Economia e Estatística 25

1.3.3. Geografia e Cartografia 25

1.3.4. Dimensão fractal X Resistência elétrica 26

CAPÍTULO 2. 30

MAPEAMENTO SISTEMÁTICO NA LITERATURA 30

2.1. ESCOLHA DOS TERMOS ÂNCORAS 30

2.2. INSERÇÃO DOS TERMOS E FILTRAGEM DOS RESULTADOS 32

2.3. EVIDÊNCIAS LITERÁRIAS NO CONTEXTO HISTÓRICO 36
2.4. PESQUISANDO DIFICULDADE CONCEITUAL EM TESTES DO PHYSPORT 38
CAPÍTULO 3. 40
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 40
3.1. O PARADIGMA FILOSÓFICO DA COMPLEXIDADE 40
3.2. EDUCAÇÃO BASEADA EM EVIDÊNCIAS 43
3.3. TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA 45
3.4. ENSINO POR INVESTIGAÇÃO 47
3.5. PESQUISA BASEADA EM DESIGN 50
CAPÍTULO 4. 53
METODOLOGIA 53
4.1. CONTEXTO DA PESQUISA 53
4.1.1. Riscos 54
4.1.2. Benefícios 55
4.2. ABORDAGEM DA PESQUISA 55
4.3. METODOS DE COLETA DE DADOS 57
4.3.1. Teste conceitual 57
4.3.1.1. : Relações das Habilidades e Competências com o Teste Conceitual Habilidades 58
4.3.1.2. Processo de seleção e compilação de questões dos testes EMCA e DIRECT 59
4.3.1.3. Conceitos Básicos de Corrente, Resistencia e Tensão (CBCRT) 61
4.3.2. Grupos Focais 63
4.4. DESIGN DIDÁTICO PARA APLICAÇÃO EM AMBIENTE DIGITAL 65
4.4.1. RECURSOS UTILIZADOS 67
4.5. ETAPAS DO DESIGN UTILIZADO 68
4.5.1. Apresentação dos conceitos 69

4.5.2. Desenvolvimento do conteúdo 73
4.5.3. Aplicação experimental 75
4.5.4. Conclusão integrativa 78
4.6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 78
4.6.1. Teoria Clássica dos Testes 79
4.6.1.1. Zona de guessing 80
4.6.1.2. Índice de dificuldade (IDi) 80
4.6.1.3. Índices de discriminação 82
4.6.1.4. Índices de homogeneidade 86
4.6.1.5. Alfa de Cronbach 88
4.6.2. Teoria Fundamentada nos Dados 89
4.6.2.1. A teoria fundamentada Straussiana 90
4.6.2.2. Codificação 91
4.6.2.2.1. Codificação Inicial 92
4.6.2.2.2. Codificação Axial 94
4.6.2.2.3. Codificação Seletiva 96
4.7. RE-DESGIN DA ATIVIDADE 99
CONCLUSÕES 107
CONSIDERAÇÕES FINAIS 108
REFERÊNCIAS 109
CRONOGRAMA 113
APÊNDICES 114
APÊNDICE A - Orçamento estimado para uma suposta implementação em modalidade presencial 114
APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO 115
APÊNDICE C – CONCEITOS BASICOS DE CORRENTE, RESISTÊNCIA E TENSÃO (CBCRT - Fractal) 118

APÊNDICE D – GRUPO FOCAL 1 127

APÊNDICE E – GRUPO FOCAL 2 128

APÊNDICE F – CALCULOS NO TRIÂNGULO DE SIERPINSKI 129

APÊNDICE G – LISTA DE CÓDIGOS 139

APÊNDICE H – SEGMENTOS CODIFICADOS 141

APÊNDICE I – MATERIAL DE APOIO AO PROFESSOR 149

APÊNDICE J – TESTE CONCEITUAL VERSÃO COMENTADA Misconceptions do teste conceitual (CBCRT) 184

APÊNDICE K – APRESENTAÇÃO ONLINE NO GOOGLE PRESENTATIONS: GEOMETRIA DE FRACTAL APLICADA AOS RESISTORES 221

APÊNDICE L – QUADRO COM INDICES DE DESEMPENHO DOS ALUNOS 271

APÊNDICE M – SITE FRACTUS EDUCARE 274

INTRODUÇÃO

Os professores são uma das principais influências na aprendizagem (HATTIE, 2012) e atualmente lidam constantemente com diversos desafios para atender necessidades e acompanhar as mudanças no paradigma educacional, e com isso, entende-se que deva favorecer preferencialmente uma aprendizagem visível, significativa, prática, e que simule e/ou aproxime da realidade preparando os alunos para a complexidade e desafios no contexto em que se vive. Nessa perspectiva, isso remete a uma compreensão mínima e satisfatória diante dos fenômenos físicos, juntamente com a capacidade de resolver problemas explorando temas inovadores dentro de tópicos modernos e contemporâneos. Entende-se que para isso, deve-se simplificar essa realidade de maneira que ela se torne tangível à compreensão dos alunos e ao mesmo tempo possibilite desenvolver a capacidade de associar a outros contextos e situações-problema.

Entretanto, um dos problemas para isso é a inadequada didatização que excessivamente simplifica o objeto de estudo, distância da realidade, e, tende a descaracterizar a natureza complexa na qual é constituído. Como forma de contemplar e aprender sobre este objeto e situação estudada em sala de aula tal como ele é, complexo, de difícil compreensão, propõe-se conduzir paulatinamente à compreensão das coisas mais simples até as mais complexas (DEWEY, 2013). Mas, afinal, em quais níveis é possível explorar os limites dessa complexidade? Para ele, o que deve ser feito é uma constante reconstrução da experiência, de forma a dar-lhe cada vez mais sentido e a habilitar as novas gerações a responder aos desafios da sociedade.

Dessa maneira, a complexidade e o nível de exigência da educação deve acompanhar os avanços tecnológicos associando as formas de compreensão a temáticas atuais que, infelizmente, ainda encontram-se marginalizados nos programas curriculares da educação básica, buscando um *status* de maior prioridade, inclusive no efetivo exercício dos planos curriculares dos cursos de nível superior, que por fim acaba influenciando numa formação profissional desatualizada e descontextualizada dentro das componentes práticas curriculares, que por fim, reflete em sua prática docentes na educação básica.

Na Física, é eminentemente natural (e necessário!) uma aproximação dos alunos com a realidade prática do fazer científico através da realização de experimentos em laboratórios (e fora dele!). Mesmo assim, nessas situações, os materiais trabalhados tendem a ser objetos e modelos simplificados, distantes do real (contexto a ser modelado), ao contrário de alguns

laboratórios mais técnicos e especializados. Obviamente que a coerência na atribuição e manipulação dos recursos devem seguir perspectivas do ideal formativo prescrito formalmente diante dos objetivos que se pretende, e que, infelizmente não se faz ou pouco se discute.

Entretanto, dentro dessa problemática, o atual estudo busca contribuir no processo formativo do profissional docente em Física, em especial, com a elaboração de uma atividade experimental em nível superior no campo da eletricidade, apesar de que, naturalmente poderá trazer implicações em diversos campos formativos pelos outros discentes de áreas afins que realizarem o experimento, bem como na contribuição e ampliação de seu domínio teórico e de sua prática profissional. Mas como construir uma atividade experimental na Física relativamente simples, e que, ao mesmo tempo não perca a profundidade teórica e aproxime dos nuances da realidade?

Nessa aproximação da realidade, entende-se que uma perspectiva física se torna gradativamente mais complexa à medida que aumenta-se suas dimensões, e por vezes, amplia-se de maneira a ignorar representações porosas, rugosas ou amorfas por serem de natureza demasiadamente complexa (CHING et al, 1994). Isso reforça a tendência de um ensino que limita a compreensão física dos fenômenos, sendo geralmente desvinculada a situações reais, ou no pior dos casos, única e exclusivamente explorando a memorização de conceitos e não na necessidade de desenvolver a capacidade dos discentes na resolução de problemas variados, de complexidade distinta e com diversas formas de resolução. Para exemplificar, dentro da Eletricidade, tem-se o caso dos *circuitos elétricos*, onde na maioria das vezes os resistores são dispostos formando elementos típicos da Geometria Euclidiana (GE): linhas, quadrados, triângulos etc. Diante disso, entende-se que a Geometria de Fractal (GF) pode constituir-se como uma alternativa a GE e como um instrumento de simplificação de objetos muito mais próximos da realidade.

Desse modo, há inovação curricular. Por explorar a apreensão de conceitos, relações e princípios fundamentais voltadas para a resolução de problemas situados na Física, tendo a GF como fundamento teórico-metodológico articulador desse processo. E há inovação metodológica, por ser explorar um ensino investigativo, flexível e dinâmico aos alunos, direcionando a aprendizagem de forma ajustada psicologicamente em diferentes atividades e ciclos investigativos, tendo como eixo estruturador e regulador uma avaliação diagnóstica combinando as respostas de questões abertas instigadoras e o desempenho em um teste conceitual. Nesse interim este trabalho alvitra a resolução da seguinte questão: “Como é

possível contribuir no Laboratório de Eletricidade e Magnetismo (EM) na aquisição significativa de conhecimentos básicos de circuitos elétricos a partir de evidências, nomeadamente, auxiliando os professores na realização de uma atividade experimental investigativa que explore a resolução de uma associação de resistores em formato de fractal?"

HIPÓTESE

Elaborando um kit, no caso, um material instrutivo combinando um manual de orientações metodológicas sobre uma proposta de ensino otimizada e um site de apoio complementar que possibilite a interação e compartilhamento de evidências de boas práticas e de desempenho de estudantes diante os conceitos básicos.

OBJETIVO GERAL

O objetivo desta pesquisa de métodos mistos do tipo multifásico, com transições entre o exploratório sequencial $(QUAL \rightarrow quan)e$ explanatório sequencial $(quan \rightarrow QUAL)$. será elaborar uma proposta experimental investigativa otimizada, que explore a GF visando favorecer uma aprendizagem significativa de conceitos básicos em circuitos elétricos lineares, mais especificamente no que tange a associação expandida de resistores em forma de fractal de Sierpinski. A primeira fase é um levantamento bibliográfico para a verificação de evidências históricas e epistemológicas. Nessa mesma fase de serão também realizadas pesquisas nos moldes do mapeamento sistemático para levantamento de evidências mais contemporâneas da utilização de fractais, bem como a pesquisa por dificuldades relacionadas a aprendizagem de circuitos elétricos. Na segunda fase, quantitativa com design qualitativo incorporado QUAN (qual), foi feito a coleta de evidências empíricas da amostra (N = 32), que são alunos do curso participantes da disciplina de laboratório de física 3 dos alunos com maiores dificuldades conceituais evidenciadas pela aplicação do teste, analisado pela Teoria Clássica dos Testes (TCT) e posteriormente pela entrevista de grupo focal. E por fim, após a aplicação da atividade experimental adaptada será realizado uma segunda entrevista grupo focal com ênfase nos procedimentos experimentais, os dados serviram de base para o *re-design* da atividade.

OBJETIVOS ESPECIFICOS (OE)

Os objetivos específicos acompanham a informação complementar sobre a ênfase na abordagem dentro design misto, essa notação utiliza "Quan" e "qual" que significam quantitativa e qualitativa, respectivamente, letras maiúsculas indicam ênfase nos dados quantitativos ou qualitativas em determinada etapa do estudo (CRESWELL, 2007).

- OE1: Identificar implicações pedagógicas com base em evidências; ($QUAL\ e\ quan$)
- OE2: Construir um *design didático* preliminar para atividade experimental investigativa. ($quan\ e\ QUAL$).
- OE3: Implementar o design experimental com propostas de problemas experimentais, não-experimentais e demonstrações ($QUAL$).
- OE4: Re-*design* da proposta didático-metodológica experimental ajustando-o para valorização de necessidades evidenciadas pelo *design* preliminar ($QUAL$).
- OE5: Elaborar um kit *online* de orientações metodológicas como ferramenta de apoio ao professor ($QUAL$).

CAPÍTULO 1.

No primeiro capítulo é desenvolvido o conceito e origem do termo fractal, sobretudo, possui a finalidade de situar o contexto histórico e epistemológico da GF apresentando discussões iniciais do estudo, bem como a sua introdução no meio educacional. Entende-se que seja necessário para inteirar o leitor dos conceitos básicos sobre o qual se constrói esta proposta didático-metodológica.

FRACTAL: CONCEITO, ORIGEM E ALGUMAS APLICAÇÕES

> A noção que serve como fio comum será designada por um dos dois neologismos sinônimos: "objeto fractal" e "fractal", termos que acabei de formar, para os fins deste livro, a partir do adjetivo latino *fractus*, que significa irregular ou quebrado
> (Benoit Mandelbrot)

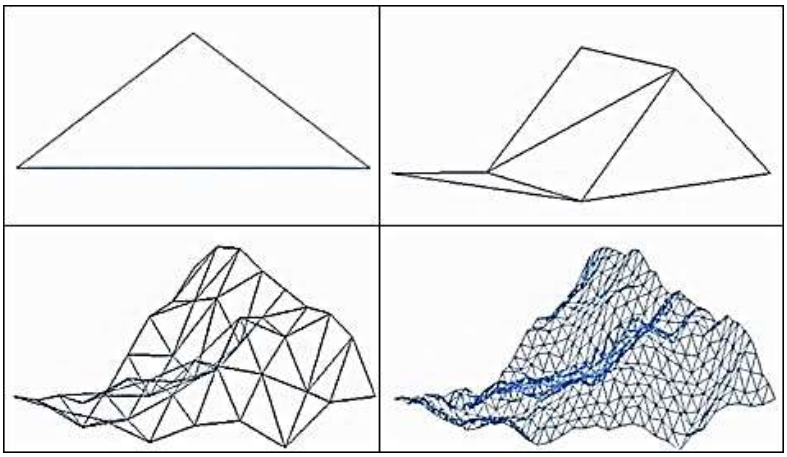
1.1. CONCEITO

Sabe-se que o termo fractal foi formalmente adotado por Mandelbrot, apesar de em 1957 já ter sido feita a catalogação de alguns objetos não-euclidianos, por vezes chamados de "demônios" pelos matemáticos (NOCENT, 2007), que na época não os consideravam de grande importância. Logo, pode-se dizer que o estudo da GF não tem mais de 62 anos. Com isso, entende-se vulgarmente o fractal como uma figura que se apresenta de forma irregular, diferente dos objetos euclidianos (Círculo, quadrado, triângulo etc.). A partir desta noção inicial, Mandelbrot projetou, desenvolveu e usou amplamente uma nova geometria da natureza, a geometria de fractal. Que teria por finalidade representar matematicamente objetos que até então eram considerados "anomalias" pelos matemáticos da época. Mas, com o passar do tempo, a ignorância daria lugar a curiosidade e avanços nesta área ajudariam a reformular novas proposições, Falconer (2005, p. 25), por exemplo, os identifica como:

> Um conjunto F é fractal se, por exemplo: - F possui alguma forma de "auto similaridade" ainda que aproximada ou estatística; - A dimensão fractal, definida de alguma forma, é maior que a sua dimensão topológica; - O conjunto F pode ser expresso através de um procedimento recursivo ou iterativo.

A respeito destas formas da natureza Mandelbrot teria observado que são por demais complexas para a geometria clássica. Por isso teria afirmado que “Montanhas não são cones, nuvens não são esferas [...] e nenhum raio cai em linha reta” (MANDELBROT, 1982, p. 1). A frase nada mais é que uma crítica a Geometria Clássica, que apesar de completa (no sentido de formalização de definições e conceitos), não é capaz de representar a maior parte das figuras da natureza, que apresentam características muito distintas.

Figura 1 - Cadeia de montanhas geradas por processo iterativo realizado no computador.



Fonte: Compilação do autor[1]

1.2. HISTÓRICA DOS FRACTAIS

Ao olhar para as origens da GF, percebe-se que sua concepção não fora nada fácil, o próprio autor teria dito ser um milagre o simples fato da geometria de fractal ter sobrevivido aos “males da infância, que devastam iniciativas intelectuais” (MANDELBROT, 1982, p. 207). E de fato é surpreendente, dadas as condições em que ela foi concebida, sendo que no século XIX muitos movimentos e correntes ideológicas prezavam por uma matemática mais rigorosa e pautada em um método menos axiomático. Mesmo grandes matemáticos como Charles Hermitte tinham aversão a assuntos que fugissem da perspectiva de uma matemática analítica fria, sem erros e absoluta. O próprio chegou a declarar: “Eu me afasto com terror e horror dessa praga lamentável das funções que não têm derivado” (HERMITTE, 1822 *apud* NOCENT,

[1] Montagem a partir de imagens coletadas do gif *Animated fractal mountain*, coletadas no site https://usuaris.tinet.cat/klunn/polyhedra.html

2007). Logo percebe-se uma aversão a aquilo que seriam as fronteiras do cálculo de fluxões (Integral e derivadas como eram conhecidos na época), considerando tudo o que feria a teoria, não como um obstáculo a ser transposto, mas como um "mal" a ser evitado.

Dentre estes movimentos, destaca-se o grupo Bourbaki (Pseudónimo coletivo), um grupo de matemáticos escritores que visava uma matemática formal e "pura" (NOCENT, 2007), onde se priorizava essencialmente o desenvolvimento do cálculo algébrico e aritmético sem correlacioná-lo com outras ciências. Não se considerava nem mesmo influências do visual geométrico, do qual alegavam poder ser enganoso. Desse modo, ao se fechar em si mesma a matemática estaria sendo isolada de situações externas que, segundo este grupo, apenas atrapalharia o seu desenvolvimento, o que seria completamente contrário aos trabalhos de Mandelbrot que visualizava os problemas de forma a poder resolvê-los sobre diferentes aspectos e pontos de vista, inclusive do ponto de vista geométrico.

Curiosamente, o grupo Bourbaki tinha como integrante Szolem Mandelbrot, tio de Benoit Mandelbrot (BARBOSA, 2005). Entretanto, ao invés de se envolver com as perspectivas puritanas de seu tio, Benoit Mandelbrot teria sido influenciado pelas obras de Jean Perrin. Dentre elas, Les Atomes (1913) – que versa sobre a natureza irregular, o reino da desordem não controlada (caos) e que levantava duras críticas a ordem excessiva encontrada nas obras de Euclides (NOCENT, 2007)

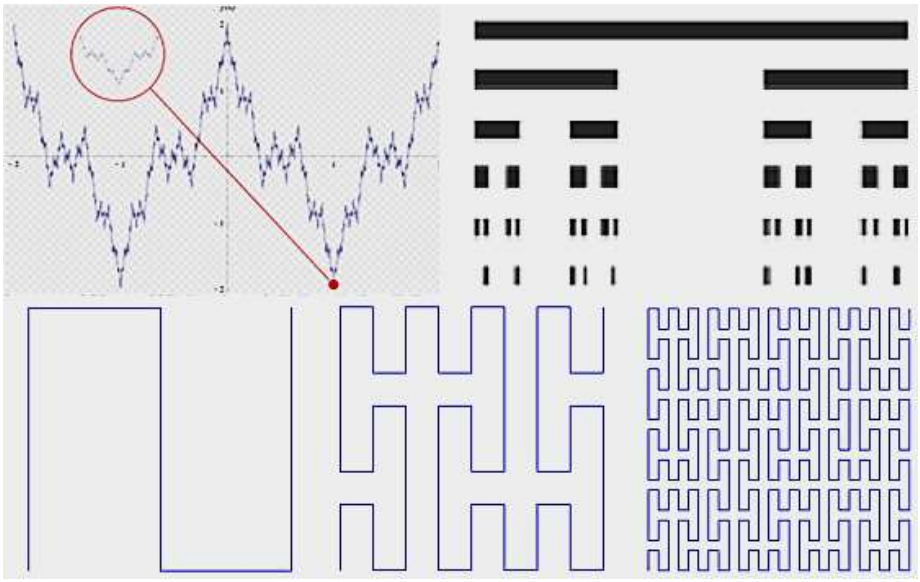
Ao sair da França, em 1948, Mandelbrot se dispôs a entrar em contato com várias áreas das ciências naturais. Nos estados unidos ele estudou ciência aeroespacial. E, após entrar na IBM[2] – Centro de pesquisas Thomas Watson (BARBOSA, 2005), passou a fazer muitas publicações que o levaram a utilizar como método de resolução e dedução de suas hipóteses estudos de outras pessoas que teriam trabalhado com estas figuras consideradas, até então, um tabu para os matemáticos mais formais. Assim, à medida que os anos foram decorrendo, diversos problemas que não pareciam relacionados, foram se interligando, dando origem a GF (QUARESMA et al, 1999).

Todos estes problemas pareciam se originar a partir de figuras e funções advindas das categorias usuais de linhas unidimensionais, planos bidimensionais e espaços tridimensionais, logo a geometria euclidiana deveria dar conta de analisa-los, o que de fato era possível até que essa visualização fosse expandida para o infinito, daí o facto pelo o qual a maioria ser vista como casos patológicos (QUARESMA et al, 1999).

[2] *International Business Machines Corporation.*

Entretanto ao analisar a dimensão dessas figuras a luz da teoria indutiva da dimensão de Hausdorff (1918), Mandelbrot verificou que as diferenças dimensionais entre uma figura euclidiana e a figura fractal, implicariam na necessidade de se fazer as análises dessas figuras patológicas sobre lentes de uma perspectiva matemática distinta a qual ele chama de GF.

Figura 2 - Exemplos de figuras e funções não diferenciáveis.



Fonte: Compilação do autor[3]

1.3. APLICAÇÕES PRÁTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A história indica que o desenvolvimento das ciências e da matemática, frequentemente estão relacionadas a necessidades específicas da época e local. Alguns exemplos disso são a trigonometria dos egípcios e a necessidade de se fazer o estabelecimento do ângulo de pirâmides egípcias, os babilônicos e seu interesse pela navegação que moveu os estudos da astronomia. Historicamente, observa-se que a geometria de fractal também foi construída mediante situações adversas, experimentadas pelo seu precursor, Mandelbrot, principalmente nas áreas da física, economia e geografia.

1.3.1. Ruído Eletrônico

[3] Compilação de figuras, Função de Weierstrass, Poeira de Cantor e Curva de Peano. de Gleria et al (2004).

A análise matemática do ruído electrónico presente nas linhas telefônicas das redes de computadores. Enquanto muitos tentavam resolver o problema eliminando o ruído, Mandelbrot ao pensar nos erros de transmissão como um dos Conjuntos de Cantor conseguiu reduzir o ruído prevendo os intervalos em que o era mais frequente (BARBOSA, 2005).

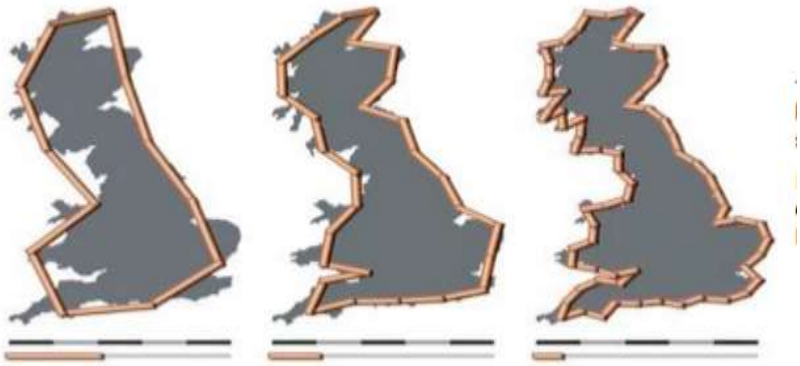
1.3.2. Economia e Estatística

Além disso, Mandelbrot também trabalhou com dados de economia. Sua fama aumentou significativamente ao relacionar alguns dados estatísticos do preço do algodão, coletados por seu colega Hendrick Houthalker, com os dados do departamento de agricultura, desde 1900. Fazendo isso descobriu que era possível encontrar uma ordem em meio a todo o caos da variação dos preços, que lhe permitia fazer previsões do preço desse material com uma margem de erro bastante aceitável, o que chamou a atenção de vários economistas do mundo.

1.3.3. Geografia e Cartografia

E por fim, o mais famoso, a questão levantada pelo próprio Mandelbrot, de qual seria o comprimento do litoral da Grã-Bretanha? Cuja resposta mais assertiva é que o mesmo é indeterminado.

Figura 3 – Desafio de B. Mandelbrot em 1967 na *Science Magazine*.



Fonte: NOCENT (2007).

Analisando o mapa da Grã-Bretanha (Figura 3) percebe-se resultados diferentes para cada escala de zoom utilizada. A cada maior escala utilizada novos detalhes da figura vão aparecendo e o comprimento da figura vai aumentando (MANDELBROT, 1967).

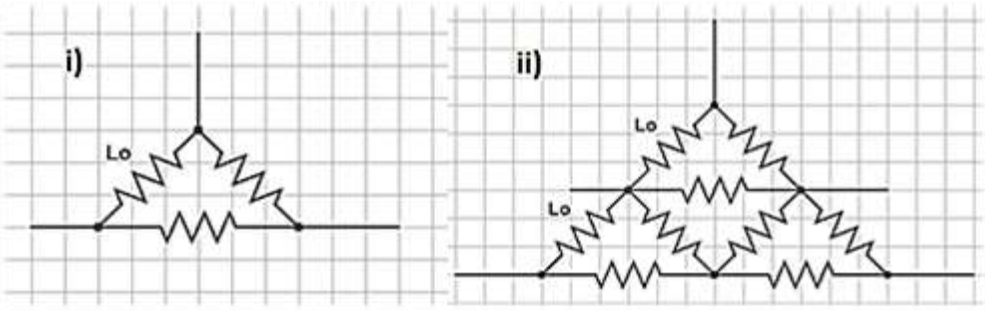
1.3.4. Dimensão fractal X Resistência elétrica

Uma das relações existentes entre a física e os fractais é a dimensão fractal de um circuito e a sua resistência elétrica. Ching et al (1994) elaborou um experimento que é aplicado nas classes 1991 e 1992 Física II em *Belmont High School*, *Belmont*. Também foi aplicado para estudantes calouros de Física em *Boston University*, 1993. O experimento foi publicado em seu artigo de 1994, denominado Overcoming Resistence with Fractal (ORWF).

Basicamente, ele se aproveita da relação existente entre as formas dos objetos e sua propriedade de resistência elétrica. Sabe-se que o cálculo das resistências de objetos euclidianos é $R = \rho \frac{L}{A}$. Mas o que dizer de objetos com uma forma mais complexa?

Tomando por base uma figura fractal tradicionalmente conhecida, o Triângulo de Sierpinski, Ching chama de interação zero (i), um triângulo equilátero de lado L_0, cujo perímetro é igual a $3L_o$. Logo: $P(L_o) = 3L_o$.

Figura 4 – Interação zero e primeira interação do fractal de Sierpinsk em forma de resistores.



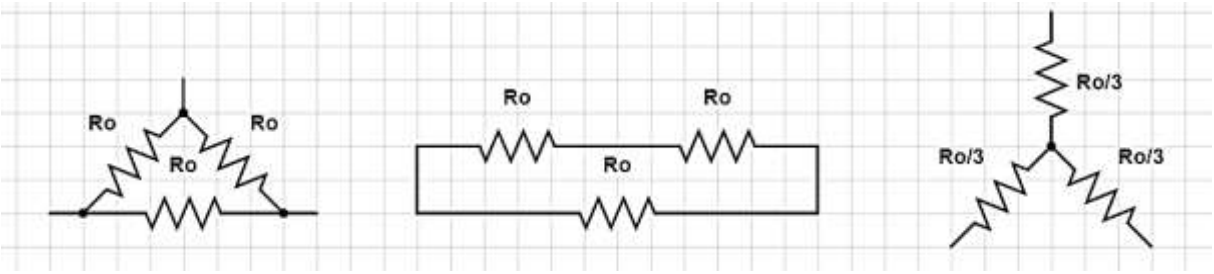
Fonte: Próprio autor.

Na primeira interação (ii), dois triângulos iguais ao anterior são conectados a sua base. De tal modo que a figura resultante seja um triângulo equilátero, cujo comprimento lateral será $2L_o$. Enquanto o perímetro será equivalente a soma das faces externas e internas de cada triângulo, nesse caso: $P(2L_o) = 9Lo$. Semelhantemente numa segunda interação, dois triângulos iguais ao triângulo da segunda interação seriam conectados a base. De tal modo que $P(4L_o) = 27L_o$. Extrapolando este resultado para n interações temos que $P(2^n L_o) = 3^n L_o$, tal que $n \in N^*$. Ou pela relação de proporcionalidade entre $L\ e\ P$ podemos também afirmar que: $P(2L) = 3P(L)$. Dessa equação, Ching et al (1994) estabelece a hipótese de relação de

dependência entre P e L da seguinte maneira: $P(L) = cL^D$. E como no bidimensional $R \sim L^0$. De maneira análoga é possível encontrar: $R(L) = \propto L^S$ (Equação 1). Onde $\propto$ é uma constante de proporcionalidade, e S é o expoente de escala.

Uma vez que não possuímos estes valores, é necessário lançar mão de mais uma relação que pode ser obtida a partir da lei de Kirchhoff e da lei de Ohm para calcular todas as corrente e tensões envolvidas no sistema.

Figura 5 – Transformação triângulo-estrela.

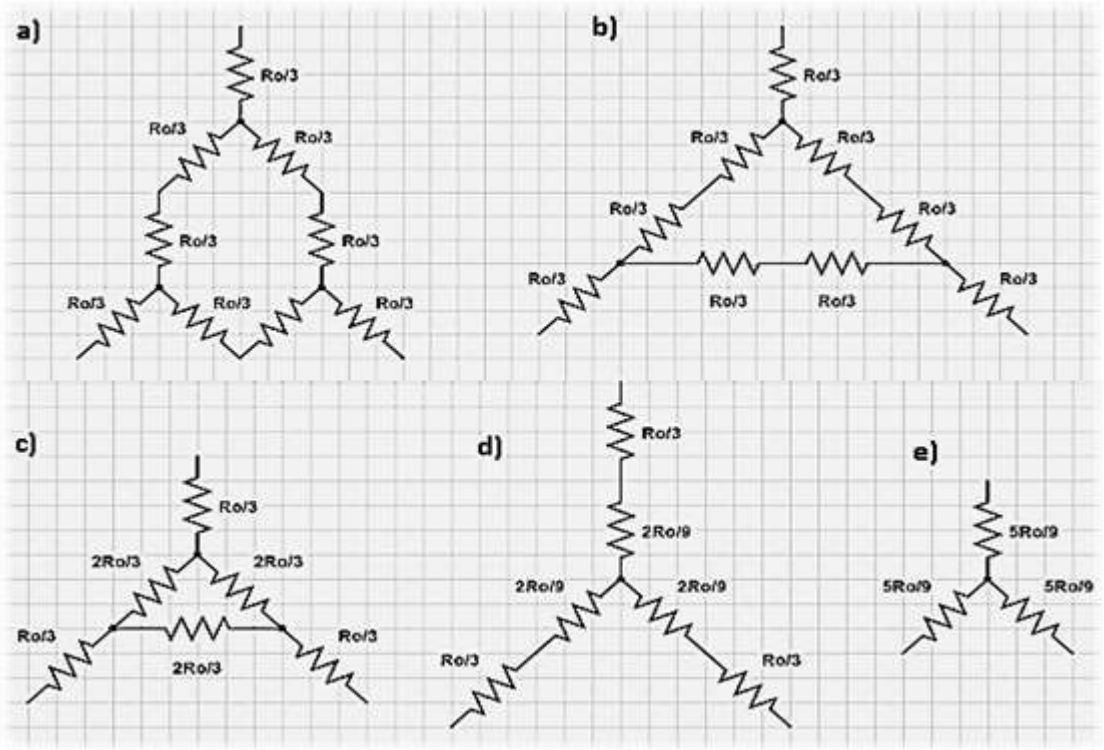


Fonte: Próprio autor

Para isso, reorganizou-se o sistema para remeter ao formato triângulo-estrela. Deste modo o arranjo externo permanece igual, enquanto o arranjo interno muda. Além disso, cada lado do triângulo de resistência R_o torna-se um filamento no formato estrela que possui um terço da resistência original. Logo para calcular a resistência dessa figura simplesmente soma-se a resistência do filamento ponta-a-ponta. Que será igual a $\frac{2R_o}{3}$.

Substituindo todos os triângulos da primeira interação de resistores por estrelas, tem-se uma transformação triângulo-estrela do fractal de Sierpinski na 2ª interação (Figura 6). Com isso pode-se simplificar o sistema calculando a resistência em paralelo. A figura volta a se assemelhar a um triângulo que é substituído novamente por uma estrela com $\frac{1}{3}$ de $\frac{2R_o}{3}$ que é igual a $\frac{2R_o}{9}$ e repetimos o processo de calcular as resistências em paralelo e obtemos a figura e, cuja resistência equivalente corresponderá ao sistema elétrico disposto em forma fractal de Sierpinski na sua segunda interação.

Figura 6 – Transformação triângulo-estrela do fractal de Sierpinski (2ª interação).



Fonte: Próprio autor

O mesmo procedimento pode ser feito para calcular as resistências do fractal em interações mais elevadas. Entretanto, para obter a relação faltante para calcular a dimensão fractal deste objeto basta observar a relação de proporcionalidade existente entre as resistências equivalentes do fractal de interação zero e primeira interação. Comparando a resistência para interação zero, um único triângulo, $\frac{2}{3}R_O$, com o triângulo da primeira interação, $\frac{10}{9}R_O$, vemos que $R(2L) = \frac{5}{3}R(L)$. Quando nós substituímos essa relação recursiva na Equação 1, obtemos:

$$R(2L) = \propto (2L)^S = \frac{5}{3}R(L) = \frac{5}{3} \propto L^S$$

Igualando o segundo com o último termo na equação a cima, descobrimos que $2^S = \frac{5}{3}$, então o transporte da dimensão fractal é $s = log\,(5\,/3\,)\,/log\,2\, = 0{,}737$. O fractal do triângulo de Sierpinski apresenta uma dimensão (d) de Hausdorff-Besicovitch aproximadamente igual a 1,6, que é diferente da dimensão apresentada pela equação. Todavia se calculado o inverso da dimensão fractal s (s^{-1}) teremos $\sim$1,36. Tal cálculo se aproxima o

suficiente da dimensão fractal de Hausdorff (1918) para afirmar que a figura está entre o bidimensional e o unidimensional.

Outra possível análise a ser feita seria com relação progressão da sua resistência e a relação com sua dimensionalidade. Por exemplo, o fractal de Sierpinski apresenta um maior crescimento da resistência em relação a outros fractais com o mesmo número de interações, como o fractal curva de Koch ou o fractal floco de neve, eles possuem uma dimensão menor que o fractal de Sierpinsk, ou seja, possui menos rugosidade, menos porosidade, menos ramificações cobrindo sua área interna, consequentemente menos resistores são necessários para a sua formação, isso implica numa menor resistência.

CAPÍTULO 2.

Uma vez entendido o conceito e a origem do termo fractal, resta saber: as figuras fractais estão sendo utilizadas dentro do processo de ensino? Se sim, como está sendo utilizado este conhecimento, atualmente, dentro do ensino de Física? Que outros os estudos que teriam tentado realizar este "*link*"? Quais as implicações disso dentro do processo de ensino e aprendizagem? O segundo capítulo visa responder estas perguntas por meio de um levantamento da literatura, do tipo mapeamento sistemático de artigos feitos entre os periódicos de 2009-2019 no portal da CAPES, Google acadêmico, *Web of Science*. Nesse levantamento, o termo fractal é associado a educação e ao ensino de física através do uso de alguns termos âncoras. Os resultados emergem algumas implicações pedagógicas promissoras, que classificamos como viabilidades educacionais, mas também foram identificados algumas dificuldades e aspectos desfavoráveis que devem ser evitados na construção da proposta. Entende-se que esses aspectos sirvam como ponto de referência ao leitor diante das necessidades e possibilidades para a proposta didático-metodológica.

MAPEAMENTO SISTEMÁTICO NA LITERATURA

2.1. ESCOLHA DOS TERMOS ÂNCORAS

Os termos âncoras são palavras chaves utilizadas na pesquisa para encontrar trabalhos de pesquisa correlacionados ao estudo vigente. Inicialmente utilizou-se na os seguintes termos "fractal"; "ensino/aprendizagem"; "Física" e "Circuitos Elétricos". Todos extraídos da própria questão de pesquisa para as quais foram considerados os seguintes significados:

Fractal: "estrutura geométrica complexa cujas propriedades, em geral, repetem-se em qualquer escala. O verbo em latim correspondente "frangere" significa quebrar: criar fragmentos irregulares, é, contudo, sabido – e como isto é apropriado para os nossos propósitos! – que, além de significar quebrado ou partido, "fractus" também significa irregular. Estes significados são preservados em fragmento" (MANDELBROT, 1982).

Educação: Entende-se educação como processo que abarca o ensino-aprendizagem: *Aprendizagem*: "Ato, processo ou efeito de aprender. Notas: 1. A aprendizagem provoca uma modificação na capacidade do homem que não pode ser atribuída apenas ao processo de crescimento biológico. 2. Mediante a aprendizagem, o sujeito adquire e desenvolve

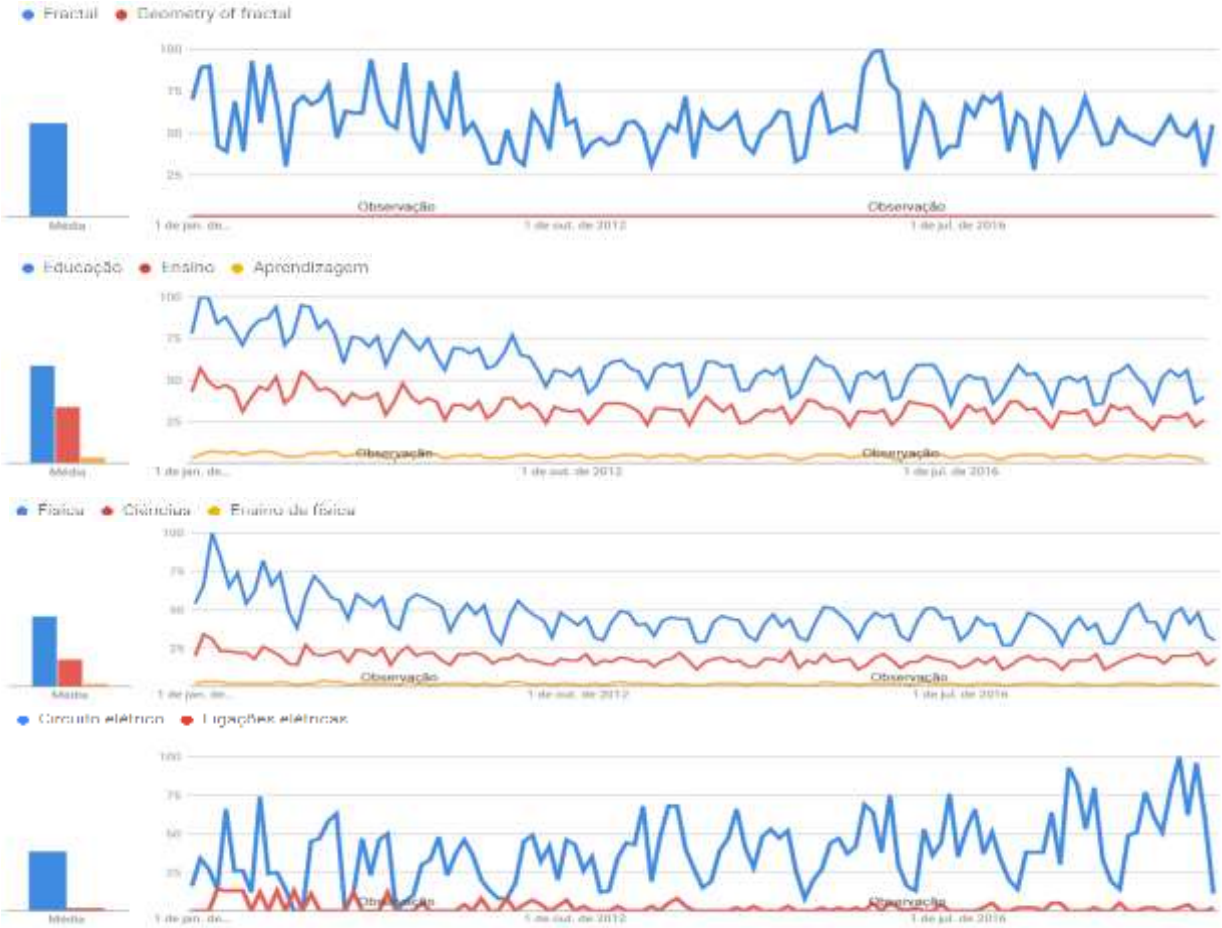
conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para compreender, melhorar e transformar seu meio (INEP, 2018). *Ensino***:** "Ato de criar uma situação de aprendizagem para transmitir conhecimentos, estimular processos de pensamento e encorajar o desenvolvimento individual" (INEP, 2018).

Física: Ciência que estuda as propriedades dos corpos, seus fenômenos e as leis que os regem, sem alterar a substância dos corpos (BUENO, 2017)

Circuitos Elétricos: Ligação de elementos, como geradores, receptores, resistores, capacitores, interruptores, feita por meio de fios condutores, formando um caminho fechado que produz uma corrente elétrica (HELERBROCK, 2019).

Também foram analisados outros possíveis termos âncoras que poderiam servir como substitutos aos termos escolhidos. A análise foi feita no Google Trends (Figura 7), comparando resultados dos termos mais pesquisados no Brasil entre o período de 2009 e 2019.

Figura 7 - Análise comparativa de termos âncoras.



Fonte: Próprio Autor.

Os números representam o interesse de pesquisa relativo ao ponto mais alto no gráfico de uma determinada região em um dado período. Um valor de 100 representa o pico de popularidade de um termo. Um valor de 50 significa que o termo teve metade da popularidade. Uma pontuação de 0 significa que não havia dados suficientes sobre o termo.

De acordo com os resultados, verificamos que os termos âncoras utilizados inicialmente foram os mais adequados para a realização do mapeamento, tendo em vista que eles representam os níveis mais altos de interesse na maior parte do período pesquisado (2009-2019).

2.2. INSERÇÃO DOS TERMOS E FILTRAGEM DOS RESULTADOS

Semelhantemente ao processo de escolha dos termos, o processo de levantamento da literatura, do tipo mapeamento sistemático foi feito entre os periódicos de 2009-2019. A pesquisa foi realizada nos portais: CAPES, Google acadêmico e *Web of Science*. As pesquisas foram realizadas analisando-se a quantidade de resultados obtidos a partir da inserção de cada palavra chave em momentos específicos do mapeamento.

- Filtro 1: O artigo deve possuir a palavra-chave: Fractal. Nesta prioridade se encaixam os artigos que trabalham fractal sem que ele seja voltado para a área de ensino ou aprendizagem.
- Filtro 2: O artigo deve possuir as duas palavras chaves Fractal; ensino ou aprendizagem (educação). Podendo versar sobre áreas distintas à Física (Matemática, Biologia, Química e etc.)
- Filtro 3: O artigo deve possuir as três palavras chaves - Fractal; ensino ou aprendizagem (educação); Física. Podendo versar sobre assuntos distintos de circuitos.
- Filtro 4: O artigo deve possuir as quatro palavras chaves - Fractal; ensino ou aprendizagem (educação); Física; Circuitos ou Circuitos Elétricos.

Quanto a última prioridade fica registrado que podem reaparecer as palavras chaves “Física” e “Circuitos elétricos”, mas sem estarem voltados ao ensino ou aprendizagem não poderão pertencer aos itens deste filtro. Além disso, sem a necessidade de serem analisados afinco, a citação dos artigos do filtro 1 tem a pretensão de mostrar a vastidão da pesquisa sobre

fractal no mundo científico como um todo, enquanto os filtros de ordem superior tratam de assuntos mais específicos. Para que assim se possa ter uma ideia de como está ocorrendo a permeação deste conceito desde o seu meio mais geral até o mais específico, que neste caso se trata do ensino e aprendizagem de Física em circuitos elétricos.

Desse modo é possível observar uma enorme lacuna teórica e prática desses conhecimentos na literatura. As análises de mapeamento sistemático feitas por artigos publicados no período de 2009 a 2019 em amplas plataformas de artigos científicos e periódicos como *Google* Acadêmico, Periódicos CAPES e *Web of Science* confirmam.

Tabela 1 - Resumo quantitativo dos filtros realizados.

Filtro	**Termos-âncora**	**Quantidade de artigos**					
		Web of Science	**%**	**Google Acadêmico**	**%**	**CAPES**	**%**
1	Fractal	25.819	100,000	352.000	100,000	71.817	100,000
2	Fractal + Educação	44	0,170	40.900	11,619	7.851	10,932
3	Fractal + Educação + Física	3	0,012	23.700	6,733	919	1,280
4	Fractal + Educação + Física + Circuito elétrico	0	0	74	0,021	0	0

Fonte: Próprio Autor.

Observa-se que os resultados da pesquisa pelo termo “Fractais” nessas plataformas indicam uma soma significante de 452.636 artigos, dissertações e teses. Entretanto, esse valor decai para menos de 20% em relação ao valor inicial quando adicionado a pesquisa o termo “Educação/Education”. Logo entende-se que os fractais ainda são pouco difundidos no âmbito educacional se comparados acerca dos 80% desse valor, que está relacionando fractais a outras áreas da ciência, mais voltadas para a aplicação industrial.

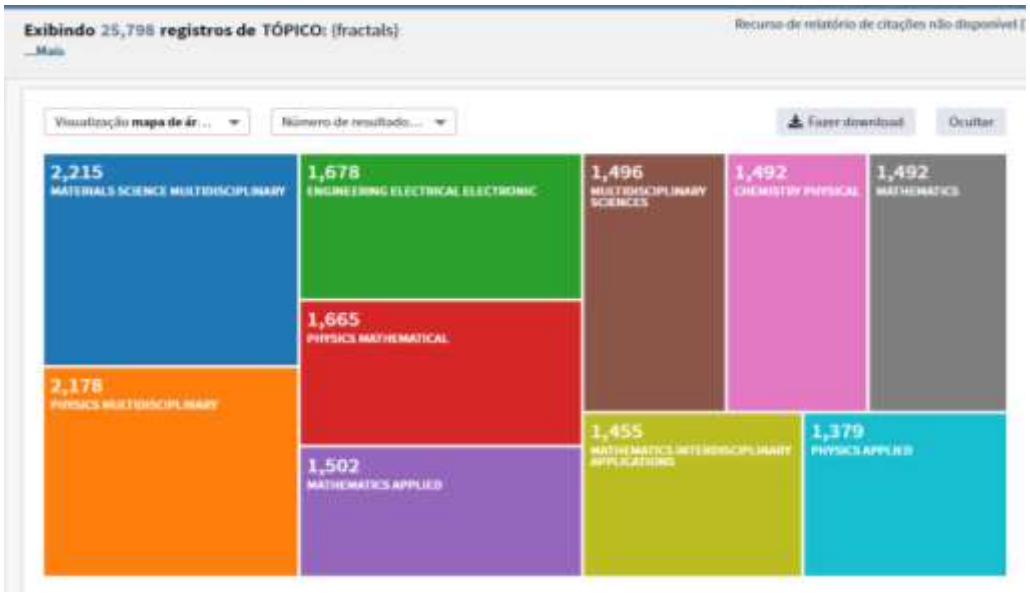
Pode-se verificar pesquisas complexas sobre fractais na resolução de problemas de programação de alta complexidade (NAKIB et al, 2018), na condutividade elétrica em meios porosos (HAN; QIAO, 2019), na infiltração de líquidos em meios porosos (REIS et al, 2018) e até mesmo para entender melhor a formação de constelações estelares (CAICEDO-ORTIZ et al, 2017). Isso indica que este tema, não apenas já é muito difundido em outras áreas da ciência, mas que também possui uma grande capacidade interdisciplinar.

Além disso, grande parte desses estudos relacionam fractais a tópicos da física, como no caso da plataforma *Web of Science* (Figura 8), que nos mostra através de um esquema representativo de paralelogramos algumas dessas temáticas correlacionadas, como: *Physics*

Multidisciplinary, Physics Mathematical, Physics Applied. Não obstante tópicos da engenharia que, obviamente, exploram concepções físicas também ocupam espaço representativo neste esquema como no caso da *Engineering Electrical Electronic*.

Essa ampla variedade de estudos científicos poderiam ser melhor explorados, de forma que pudessem ser transpostos a uma linguagem mais didática. Principalmente para alunos do ensino superior de física e engenharia, visto que estão prestes a entrar num mundo tecnológico no qual a GF já é bastante explorada.

Figura 8 - Mapa de áreas relacionadas ao tópico Fractals



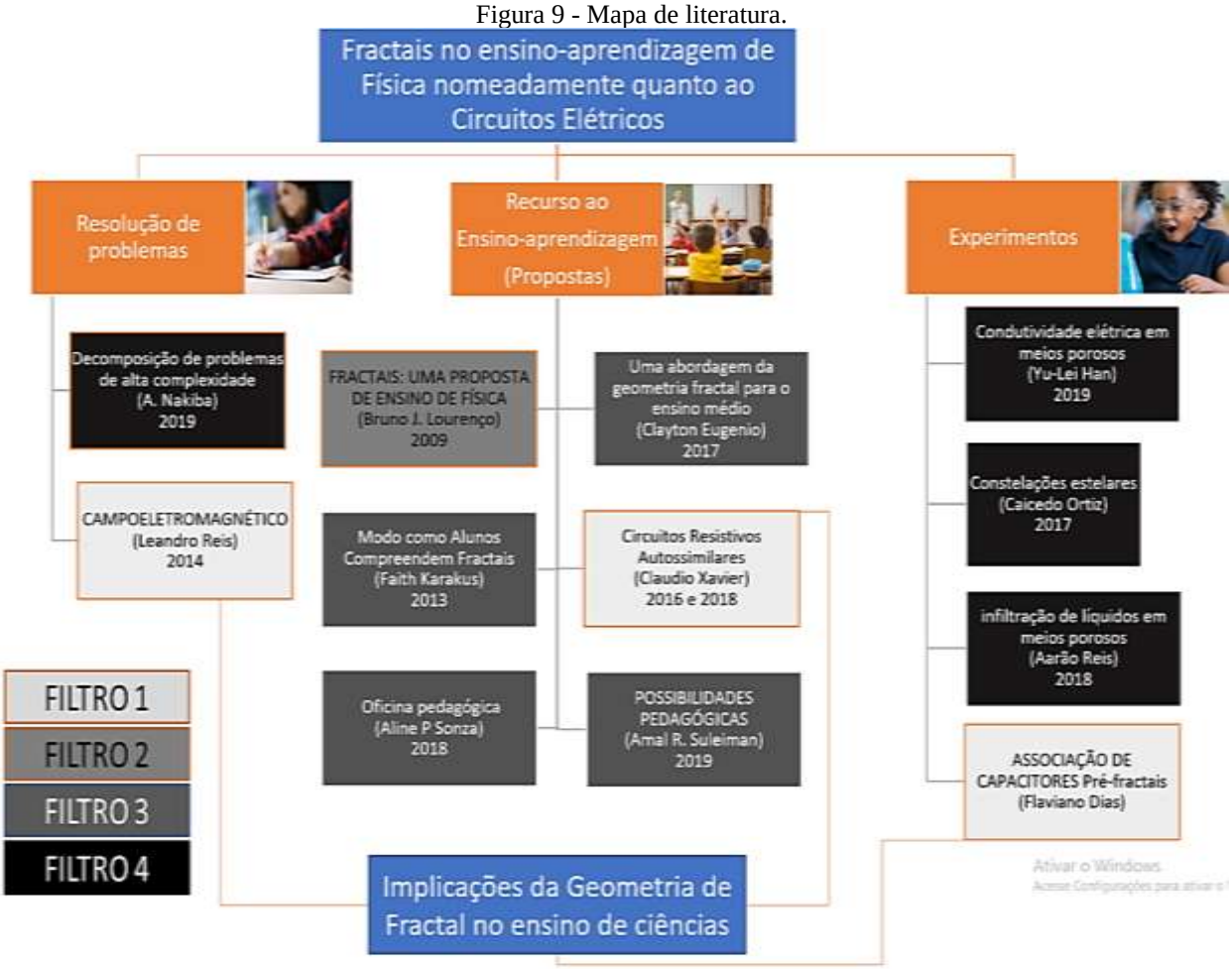
Fonte: Web of Science (2020).

Estudos como os de Ching et al (1994), Gomes (2014), e Luz et al (2015) trazem propostas de resolução de problemas simplificados dentro do estudo do campo elétrico. Entretanto, desses, três apenas Ching e Luz se aproximam da proposta de realização do escopo deste estudo, pois apresentam aplicação experimental em laboratório. Sendo que Luz sequer faz essa aplicação em sala de aula e Ching apesar de aplicar em sala de aula, há ausência de instrumentos para medir e validar qualitativamente as experiencias dos participantes da pesquisa no processo de ensino e aprendizagem.

Logo percebe-se a necessidade de desenvolver instrumentos validados experimentalmente em sala de aula. Essa ação, além de possibilitar alinhamento de tópicos tradicionais a tópicos modernos no ensino de física, possibilita o preenchimento dessa lacuna literária, que servirá de avanço para educação. Para analisar mais intrinsicamente as implicações

destes trabalhos fez-se uma seleção aleatória de trabalhos retirados de cada uma dessas etapas de filtragem constituindo o mapa de literatura (Figura 9). Estes trabalhos foram divididos em seções semelhantes a Karakuş (2013) *recursos ao ensino-aprendizagem* [4], *experimentos* [5] e *resolução de problemas*[6]

Figura 9 - Mapa de literatura.



Fonte: Próprio Autor.

Todavia, verifica-se como excelente elemento contextualizador, desperta interesse (DICKMAN; LOURENÇO, 2009; SONZA; LEIVAS, 2018; SANTOS; RODRIGUES, 2017), forte poder descritivo de objetos naturais (SANTOS; RODRIGUES, 2017; SONZA; LEIVAS, 2018; SULEIMAN, 2019), possibilita aquisição de conceitos (SONZA; LEIVAS, 2018; MENDES (2016); SANTOS; RODRIGUES, 2017; SULEIMAN, 2019) e possibilita a

[4] Atividades sobre ensino e a aprendizagem de fractais para professores que os aplicam.
[5] Estudos que descrevem as experiências de professores.
[6] O estudo dos fractais como alternativa na solução de problemas.

percepção do conhecimento construído (SANTOS; RODRIGUES, 2017; SONZA; LEIVAS, 2018).

Portanto, percebe-se que a utilização dos fractais no meio educacional possui mais vantagens que desvantagens. Ainda assim, existe uma lacuna teórica, prática e experimental da utilização de fractais dentro do contexto de ensino-aprendizagem de Física, especialmente relacionadas ao circuito elétrico. E a maioria dos assuntos dentro deste tópico, quando relacionados a proposição de recursos ao ensino-aprendizagem, não realizam aplicação experimental, ou quando estão voltados a aplicação de experimentos, eles não necessariamente estão sendo aplicados em sala de aula.

2.3. EVIDÊNCIAS LITERÁRIAS NO CONTEXTO HISTÓRICO

É comum da práxis da pesquisa cientifica educacional fazer um levantamento literário e histórico daquilo que se pretende investigar. Essa ação provê ao pesquisador a possibilidade de:

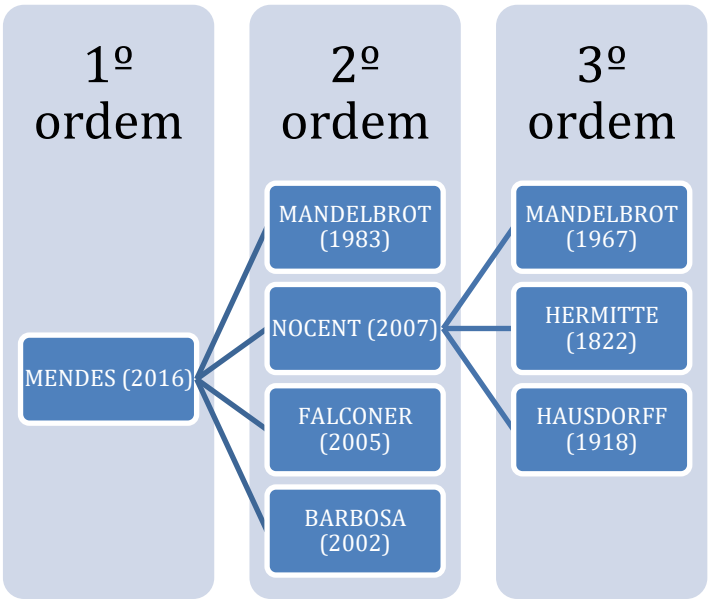
> [..] se potencializar intelectualmente com o conhecimento coletivo, para se ir além. É munir-se com condições cognitivas melhores, a fim de: evitar a duplicação de pesquisas, ou quando for de interesse, reaproveitar e replicar pesquisas em diferentes escalas e contextos; observar possíveis falhas nos estudos realizados; conhecer os recursos necessários para a construção de um estudo com características específicas; desenvolver estudos que cubram lacunas na literatura trazendo real contribuição para a área de conhecimento; propor temas, problemas, hipóteses e metodologias inovadores de pesquisa; otimizar recursos disponíveis em prol da sociedade, do campo científico, das instituições e dos governos que subsidiam a ciência. (GALVÃO, 2010, p. 1)

Nesse sentido ao invés de refazer um novo mapeamento literário, buscou-se evidências do contexto histórico nos documentos resultantes do mapeamento vigente, reaproveitando a mesma base de dados utilizada para pesquisar práticas voltadas a utilização dos fractais no meio educacional do ensino de física (Figura 10).

Suleiman (2019), Sonza e Leivas (2018), Santos e Rodrigues (2017) fazem abordagens de uma perspectiva histórica da formação do conhecimento hoje conhecido como Geometria de Fractal. Mas, dos 12 artigos selecionados, aquele que melhor desenvolve a perspectiva histórica dos fractais é Mendes (2016), por se tratar de uma dissertação de mestrado, o mesmo desenvolveu a noção de fractal a partir de uma perspectiva histórica de maneira bastante completa e aprofundada. Portanto, grande parte da construção do conceito de fractal desta

pesquisa (Capítulo 1) é feita tomando como referência este trabalho as referências de segunda ordem provindas do mesmo. Também foram utilizadas referências de segunda e terceira ordem deste estudo (Figura 10).

Figura 10 - Referências utilizadas no desenvolvimento e construção do caráter histórico do fractal



Fonte: Próprio Autor.

Os resultados dessa etapa e as considerações feitas sobre o modo resumido de formação histórica do conhecimento de Geometria Fractal pode ser visto com mais detalhes no Capítulo 1 e serve de base para o estabelecimento do conceito de fractal, bem como o entendimento da necessidade de fazer com que esse tópico possa se expandir mais no meio acadêmico educacional.

O receio de se desvincular da geometria tradicional euclidiana limitou por anos o avanço da matemática na resolução de problemas que só foram alcançados graças aos modelos de fractais. Atualmente este estudo ainda é pouco conhecido e trabalhado no meio educacional, portanto trazer conhecimentos desafiadores e aparentemente “complexos” pode ser um meio de agilizar o desenvolvimento da ciência e de aguçar o espírito científico dos jovens. Não porque se trate de um conhecimento mais difícil, na verdade, o significado de “complexo” aqui é algo muito diferente do usualmente conhecido. Falar-se-á mais a respeito desses termos, e sua importância para a pesquisa, nos capítulos subsequentes.

2.4. PESQUISANDO DIFICULDADE CONCEITUAL EM TESTES DO PHYSPORT

A plataforma de referência no levantamento das dificuldades conceituais sobre a temática foi o site https://www.physport.org/assessments/, voltado para professores de física encontrarem recursos com base na pesquisa educacional para apoiar seu ensino. Foram pesquisados trabalhos que pudessem propor ferramentas capazes de auxiliar na identificação de algumas das principais dificuldades conceituais envolvendo o ensino de circuitos elétricos.

Utilizando a ferramenta de navegação do site procurou-se por testes conceituais envolvendo o assunto de Eletricidade/Magnetismo e que estivessem no nível superior de ensino, a plataforma apresentou 10 testes conceituais diferenciados. Dos testes apresentados apenas dois testes estavam classificados com validação "Gold Star", os testes Breve Avaliação de Eletricidade e Magnetismo (Brief Electricity and Magnetism Assessment - BEMA) e Determinando e Interpretando Teste de Conceitos de Circuitos Elétricos Resistivos (Determining and Interpreting Resistive Electric Circuit Concepts Test - DIRECT).

A validação "Gold Star" é o nível mais alto de validação que uma pesquisa pode receber neste site, ela indica que todas as seguintes categorias de validação foram utilizadas para confirmar a eficácia do teste em fazer medições: Entrevistas com alunos, Avaliação de especialistas, Análise estatística apropriada, Pesquisa conduzida em várias instituições, por vários grupos de pesquisa, e a publicação foi revisada por pares.

As questões de múltipla escolha no DIRECT foram desenvolvidas com base em objetivos instrucionais, revisão de literatura e contribuição de especialistas. Versões de resposta livre das perguntas foram fornecidas aos alunos, e as respostas foram usadas para criar as respostas de múltipla escolha. O DIRECT foi concedido a mais de 1000 alunos de ensino médio e universitário em todos os Estados Unidos. Os resultados foram usados para conduzir análises estatísticas apropriadas de confiabilidade, dificuldade, discriminação e consistência interna, e alguns desses valores foram considerados acima dos limites aceitáveis. O teste foi revisado em resposta à análise estatística e às entrevistas com os alunos. Há uma diferença de gênero nas pontuações no DIRECT, com os homens superando as mulheres no ensino médio e na universidade. O DIRECT concedeu várias universidades para mais de 1800 alunos.

Todavia o BEMA não foi utilizado em análises, pois foi identificado pela própria plataforma como um teste "Upper-level", ou seja, um teste de dificuldade de altíssimo nível. Na intenção de escolher e avaliar testes com níveis de dificuldade mais amena, como o

DIRECT. Foi selecionado o teste Avaliação Conceitual de Eletricidade e Magnetismo (Electricity and Magnetism Conceptual Assessment - EMCA), que apesar de ter um nível de validação menor, teve seus itens baseados no BEMA, mas com foco em deixá-los um pouco mais fáceis de serem resolvidos.

CAPÍTULO 3.

No terceiro capítulo é abordado a fundamentação teórica do trabalho, a começar pela explanação do paradigma filosófico que instigou a pesquisa, a saber o paradigma da Complexidade trabalhado por Morin (2005) e aplicado em exemplos da natureza pelo físico Capra (2012). Esse conceito de complexidade é melhor desenvolvido nas linhas subsequentes, por hora pode-se afirmar que integrar a complexidade como parte do processo de ensino e aprendizagem encontra dificuldades ao ser realizado dentro do processo de uma única teoria específica, rígida e cheia de limitações.

Desse modo diversos métodos de ensino e aprendizagem surgem para possibilitar o desenvolvimento de uma educação mais flexível, tangível, real. Neste capitulo apresenta-se alguns desses métodos que foram selecionados para o desenvolvimento dessa pesquisa e qual a relação que se estabelece entre eles e a teoria da complexidade de Edgar Morin.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. O PARADIGMA FILOSÓFICO DA COMPLEXIDADE

O paradigma filosófico que sustenta as indagações primeiras deste trabalho é o paradigma da complexidade, pois a natureza é complexa e os modelos didáticos apresentados atualmente estão longe da realidade, pois são demasiadamente simplificados. Essa simplificação advém de um pensamento mutilante que toma um aspecto ou temática que é departamentalizado dentro de campos específicos da ciência, sem analogias ou correlações e trabalha-se com ela de maneira isolada. Edgar Morin explica esse processo:

> A simplificação aplicava-se a esses fenômenos por separação e redução. A primeira isola os objetos não só uns dos outros, mas também do seu ambiente e do seu observador. É no mesmo movimento que o pensamento separatista isola as disciplinas umas das outras e insulariza a ciência na sociedade. A redução unifica aquilo que é diverso ou múltiplo, quer àquilo que é elementar, quer àquilo que é quantificável. Assim, o pensamento redutor atribui a "verdadeira" realidade não às totalidades, mas aos elementos; não às qualidades, mas às medidas; não aos seres e aos entes, mas aos enunciados formalizáveis e matematizáveis. (MORIN, 2005, p.27)

Esse processo de simplificação é recorrente dentro do ensino de ciências, os professores tentam simplificar os assuntos trabalhados em suas disciplinas na expectativa de tornar o assunto mais compreensível, entretanto este processo gera complicações dentro do processo de aprendizagem. No ensino de física, por exemplo, não é incomum encontrar estudantes de física que conseguem calcular o coeficiente de atrito de um determinado sistema, mas não compreendem que o atrito é uma propriedade intrínseca do material e está diretamente relacionada a uma propriedade comum a todos eles, a rugosidade.

Entretanto, os modelos apresentados trazem consigo uma característica cartesiana planificada que não é a realidade dentro do espaço natural dos objetos, e mesmo em laboratório os objetos mais simples possuem superfícies rugosas quando observados microscopicamente. Essa dificuldade não se deve unicamente por parte dos professores, mas é fruto de discussão paradigmática que abrange diversas áreas da ciência e infere influência em diversos contextos sociais.

No livro O Fim das Certezas, Ilya Prigogine apresenta através de maneira sucinta, porém muito assertiva sobre a construção histórica deste debate, que vai desde o dilema de Epicuro e suas construções hipotéticas sobre ciência, inteligibilidade da natureza e o destino inevitável do homem por consequência das leis inefáveis que regem o mundo até o relativismo de Albert Einstein que põe em cheque o determinismo e lança holofotes sobre questões e paradigmas indeterministas como o caos e a desordem estrutural quântica do universo.

No caso específico da educação essas perspectivas dicotômicas entre o determinismo e o relativismo geram influência, não apenas no modo como os professores ensinam, mas em estruturas curriculares de cursos e faculdades, na formação de professores, na visualização e interpretação da realidade e do conhecimento por parte do aluno e etc.

Nesse sentido, Morin apresenta a teoria da complexidade como um paradigma que privilegia essa perspectiva indeterminista. Para tanto ele se utiliza de teóricos com perspectivas semelhantes. Gaston Bachelard, na sua obra A Formação do Espírito Científico, também citado

por Morin (2005), considerou a complexidade como um problema fundamental, já que, segundo ele, não há nada simples na natureza.

Semelhantemente ao problema do atrito há dificuldade em se aprender o princípio de Arquimedes sem que antes seja criticado e desfeito o impuro complexo de intuições primeiras, essas são geradas pelo primeiro olhar que costumeiramente as pessoas lançam a natureza e este primeiro olhar é de uma natureza complexa (BACHELARD, 1996).

Um exemplo disso seriam as estrelas e seus agrupamentos, à primeira vista elas são apenas um conglomerado disposto de maneira caótica e complexa, todavia, observando-as com maior diligência o observador é capaz de reparar uma certa organização característica de cada constelação, esse fator de organização toma proporções significativas, dignas da constituição de uma ciência responsável pela análise criteriosa desses astros e seus agrupamentos celestiais, a mesma é denominada astronomia (MORIN, 2005). Mas tudo parte do conhecimento tal qual ele é inicialmente caracterizado, complexo.

É importante ressaltar que essa complexidade não será uma solução, mas o início de um problema, o qual instiga os alunos a conhecerem melhor o sistema que está lhes sendo apresentado. É logicamente impossível querer que os professores contemplem todo o universo de significados que um assunto pode representar dentro da ciência, mas este não é o objetivo deste estudo e também não deve ser o objetivo de uma aprendizagem pautada pelos pressupostos da complexidade, pois segundo Morin:

> O primeiro mal-entendido consiste em conceber a complexidade como receita, como resposta, em vez de considerá-la como desafio e como uma motivação para pensar [...] concebemos a complexidade como o inimigo da ordem e da clareza e, nessas condições, a complexidade aparece como uma procura viciosa da obscuridade. Ora, repito, o problema da complexidade é, antes de tudo, o esforço para conceber um incontornável desafio que o real lança a nossa mente (MORIN 2005, p.27).

Mas o que seria o “complexo”? Edgar Morin apresenta a ideia de complexo não como algo difícil, mas no sentido original da palavra *complexus*, que significaria um pano ou um tecido. Logo entende-se por complexo algo análogo ao emaranhado de fios que formam um pano ou tecido, esses fios representam as múltiplas áreas da ciência que juntas formam o que é chamado de realidade. De maneira semelhante Fritjof Capra, um físico relativista, em sua obra Teia da Vida nos apresenta a realidade dos ecossistemas como uma teia de aranha onde o ser

humano seria apenas parte dessa teia, e dentro desse nesse contexto caótico a natureza é melhor representada pelos fractais.

> Com a ajuda de computadores, as iterações geométricas simples podem ser aplicadas milhares de vezes em diferentes escalas, para produzir os assim chamados forjamentos (forgeries) fractais-modelos, gerados por computador, de plantas, árvores, montanhas, linhas litorâneas e tudo aquilo que manifeste uma semelhança espantosa com formas reais encontradas na natureza (Capra, 2012, p.120)

Esses fractais encontram representatividade em diversos objetos estudados, de maneiras distintas, em várias áreas da ciência. Seu estudo poderia contribuir na desmistificação de problemas gerados pelo pensamento simplificador cartesiano, como no exemplo supracitado da relação entre o atrito e a rugosidade, pois a característica de rugosidade pode ser incomum para objetos euclidianos, mas para os fractais ela é um conceito basilar e encontra representatividade em diversos elementos da natureza.

Analogamente aos ecossistemas naturais, os espaços ensino e aprendizagem possuem sua própria complexidade que permeia e entre liga conhecimentos e experiências educacionais Morin (2005). Logo é possível conjecturar que, da mesma forma que a natureza pode ser traduzida pela complexidade de figuras fractal, um tipo de “ensino fractal”, pode ser uma forma de favorável de disposição de conteúdo, onde se sugere, não apenas de uma aprendizagem que utilize os fractais como temática, mas um estilo de apresentação de conceitos que leve em consideração as múltiplas formas de estabelecimento de correlações para favorecer a aprendizagem.

Essa forma de trabalhar com o ensino de física e também o ensino de ciência no meio educacional não deve, ou pelo menos não deveria ser algo distante do real. Visto que a atualmente a “hipótese indeterminista” é uma consequência natural da teoria moderna da instabilidade e do caos. E confere significado fundamental, sem o qual somos incapazes de compreender os principais caracteres da natureza (PRIGOGINE, 1996).

3.2. EDUCAÇÃO BASEADA EM EVIDÊNCIAS

Essa teoria traz em seu epíteto o significado de visibilidade, clareza, transparência. E remete a conclusões baseadas em resultados de estudos científicos que avaliam a causalidade e correlação entre fenômenos ligados ao processo de ensino-aprendizagem. Sob a perspectiva da

Educação Baseada em Evidências (EBE), a evidência seria “aquilo que funciona”, ou que se mostrou funcional dentro de um determinado contexto (THOMAS; PRING, 2004).

Este é um termo relativamente novo para uma prática antiga na área da educação. Esse conceito tem como princípio trazer racionalidade, através de evidências cientificas, para instruir melhor a tomada de decisões em educação. É um debate que tem se intensificado nos últimos dias, através discussões sobre pesquisas sólidas que tem trazido uma série de afirmativas polêmicas para a área.

Muitas dessas polêmicas se dão pela ocorrência de um fenômeno muito recorrente, que é a adoção cega de teorias educacionais sem que sejam observadas se as circunstâncias comtemplam tais teorias na sua completude ou pelo menos de maneira parcial.

> Outra tendência ainda muito forte no Brasil, especialmente no campo da Educação, é o alinhamento das pessoas a uma determinada teoria, autor ou autoridade. Com isso, elas se preocupam mais em saber qual é a teoria ou linha de trabalho do pesquisador e se isso se coaduna com suas crenças ou ideologia pessoal. Alinhamento ideológico ou teórico não assegura a validade dos conhecimentos (CHRISTOPHE et al, 2015, p.10).

Ao ignorar as evidências empíricas e dar ênfase apenas as teorias, os estudos acabam ignorando as possibilidades de refutações circunstanciais que agregam valor ao conhecimento e possibilitam construções de novas metodologias, novos conceitos, novas perspectivas. Por esse motivo a EBE, nos moldes do que sugere Thomas e Pring (2004), surge como paradigma educacional mais viável na flexibilização de escolha dos princípios sobre o qual suas pesquisas serão baseadas, como uma forma de dar liberdade ao pesquisador para agir de acordo com as evidências do campo de pesquisa.

Os estudos baseados em evidências vão na contramão dessa tendência. A teoria é vista como ferramenta de aplicação e também como guia para as ações do pesquisador. A ainda seria importante, mas de maneira nenhuma pode estar acima das evidências, nem limitar a capacidade de intervenção do pesquisador baseada nas observações empíricas. Como reflexo disso tem se produzido pesquisas com menor nível de abrangência que as teorias mais gerais como as de Piaget, Freud ou Skinner, mas com maior precisão (THOMAS; PRING, 2004).

Pela própria proposta é obvio que EBE prioriza os dados obtidos através de testes e entrevistas que são formas de se levantar essas evidências. Quando essas evidências se apresentam como informações prévias capazes de âncorar novos conhecimentos a estrutura

cognitiva dos alunos, pode-se dizer que essas evidências são equivalentes aos subsunçores da TAS.

Nesse sentido, o estudo apresenta uma proposta de aplicação de atividade adaptável a atender as necessidades evidenciadas pelo teste conceitual proposto. As duas entrevistas finais são para avaliação da turma e do próprio instrumento que se readapta de acordo com a perspectiva dos alunos e considerações dos professores. Dessa forma, as evidências também são uma forma de captar informações da realidade complexa da sala de aula.

3.3. TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Neste estudo não é assumida a teoria de Ausubel como referencial teórico principal na pesquisa, mas sim como um referencial secundário, com algumas implicações e contribuições no design didático. Enquanto a complexidade entra como um "fio-condutor" na visão de fazer Ciência e abordar o conteúdo, nos apropriamos de alguns conceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) para interpretar a viabilidade de assimilação desses conteúdos por parte do indivíduo.

A proposta experimental realizada abrange vários domínios da aprendizagem, além do desenvolvimento da aprendizagem cognitiva. Outros trabalhos apontam que a utilização dos fractais mexe com o domínio afetivo dos alunos, uma vez que eles despertam sentimentos de interesse e curiosidade por atividades com eles relacionada. Mas este estudo foca em analisar o domínio cognitivo conceitual.

Um dos pressupostos centrais da TAS afirma que a aprendizagem mais significativa acontece à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de um conhecimento que o aluno já detém. Caso contrário, ocorre aprendizagem mecânica, onde os conceitos são armazenados de maneira arbitraria e sem nenhuma conexão com as estruturas de conhecimento que o aluno possui (AUSUBEL, 2000), umas das consequências para esse tipo de aprendizagem mecânica é que este conhecimento, por não dispor de conexões com outros, é facilmente esquecido.

Logo, observa-se que a primazia pela necessidade de estabelecimento de relações para uma aprendizagem significativa é ponto comum entre a TAS e o paradigma da complexidade. Uma aprendizagem mecânica é uma consequência inevitável do ensino mutilante, onde as

pontes para as correlações, contextualizações são cortadas por uma obsessiva busca pela simplificação (MORIN, 2005).

Um “ensino fractal” ou um ensino que privilegie a realidade complexa deve comtemplar os assuntos de maneira que seja possível o estabelecimento de correlações com áreas diversas da ciência. Essa abordagem ampla e genérica pode favorecer ao aluno no processo de aprendizagem onde se realiza a âncoragem de novos conhecimentos a conhecimentos prévios que o aluno já possui em sua estrutura cognitiva, este tipo de conhecimento é chamado de subsunçor.

Sabe-se, no entanto, que a aprendizagem mecânica é também necessária em vários momentos da aprendizagem, principalmente quando os alunos não conhecem determinado assunto, logo a falta de subsunçores dificulta o processo de aprendizagem significativa.

A proposta didático-metodológica deste trabalho segue por uma abordagem que favorece a diferenciação progressiva, onde o processo de atribuição de novos significados a um determinado subsunçor é dado pela sucessiva utilização do mesmo para dar significado a novos conhecimentos (AUSUBEL, 2000). Neste processo acontece a rota mais comum e recomendável descrita por Ausubel no que se refere a aprendizagem significativa, onde o conhecimento mais genérico é apresentado e os alunos partem deste conhecimento genérico até assuntos mais específicos e abstratos, diferente da aprendizagem superordenada onde ocorre basicamente o processo inverso e o conhecimento parte de tópicos mais específicos para os mais gerais.

Entretanto, por muitas vezes é possível que o processo de aprendizagem superordenada tenha acontecido de maneira desapercebida e até mesmo o processo de aprendizagem mecânica foi inevitável, tendo em vista a inexperiência de muitos alunos. Inexperiência essa que não só se reflete no desconhecimento de determinado assunto, mas também no desconhecimento de ferramentas necessárias para a realização do experimento proposto, tais como os aplicativos e softwares necessários para a aplicação do experimento. Muitas funções destes elementos extremamente necessários tiveram de ser ensinadas de maneira mecânica, pela falta de tempo em elaborar uma aprendizagem significativa que envolvesse o ensino das funcionalidades básicas destes instrumentos.

Fato é que a análise se deu mais especificamente sobre a forma de ensino-aprendizagem dos conceitos de básicos de circuito elétrico e a sua absorção por parte dos alunos do que sobre

os conhecimentos paralelos relacionados aos softwares e instrumentos necessários para a realização do experimento.

Resta saber o *modos-operandi* para a realização das ações em sala de aula, a perspectiva educacional sobre a qual se desenrola as ações dos pesquisadores. E para isso utilizou-se não apenas uma, mas duas teorias educacionais, são elas a Educação Baseada em Evidências (EBE) e o Ensino por Investigação (EI). As justificativas para essa difícil tarefa serão dadas nos tópicos seguintes, seguindo essa respectiva ordem.

3.4. ENSINO POR INVESTIGAÇÃO

A proposta do ensino por investigação encontra base literária em vários pesquisadores educacionais de renome no mundo acadêmico, optou-se por seguir a perspectiva de Carvalho (2013) e suas considerações da sua obra Ensino de Ciências por Investigação: Condições para implementação em sala de aula, que entende o ensino por investigação como uma abordagem didática, na qual se propõe criar um ambiente investigativo favorável de forma que o professor consiga ensinar (Conduzir/Mediar) os alunos em um processo gradativo de crescimento da cultura e da linguagem científica.

Esse procedimento introduz os alunos numa versão simplificada do trabalho científico, essa simplificação se justifica pela intermediação do professor em condicionar a exposição do aluno ao conteúdo através de atividades com níveis de investigação que determinam o nível de liberdade e autonomia que o aluno tem na realização de uma determinada situação-problema.

Trabalhos recentes de Carvalho et al. (2010) subdividem as atividades experimentais investigativas em cinco níveis chamados de nívels de liberdade (Quadro 1): Na abordagem investigativa de nível 1 a única função do aluno (A) é adquirir os dados, todas as demais etapas do processo são dadas pelo professor (P), esse modelo de ensino é dado como tradicional e nele o professor é o centro principal que gerencia e complementa as atividades com suas interpretações. Esse modelo já é bastante criticado por muitos teóricos e não é considerado o mais adequado para o estabelecimento de um ensino significativo.

Nos níveis subsequentes o aluno vai tomando o protagonismo de suas atividades e aos poucos se torna o principal responsável pela sua aprendizagem e desenvolvimento. A começar pelas conclusões que antes eram tomadas pelo professor passam a ser deliberadas não apenas por ele mas por meio de uma integração coletiva de conhecimentos mobilizados entre aluno-

professor-classe. Aspectos importantes como a elaboração de hipóteses e a elaboração de uma proposição de procedimentos ou plano de ação também passam a ser compartilhados, sendo que no nível 2 esse ultimo papel ainda é mais desenvolvido por parte do professor, ou seja, o professor ainda terá a palavra final ao deliberar sobre as ações dos alunos para realização dos projetos. Tornando esse tipo de ensino algo mais consensual, porém ainda se trata de um ensino diretivo.

Quadro 1 - Níveis de atividades experimentais.

FUNÇÕES	**TRADICIONAL**	**DIRETIVA**	**INVESTIGATIVA**		
	Nível 1	**Nível 2**	**Nível 3**	**Nível 4**	**Nível 5**
Problema	P	P	P	P	A
Hipótese	P	P/A	P/A	A	A
Proposição dos procedimentos	P	P/A	A/P	A	A
Obtenção dos dados	A	A	A	A	A
Elaboração da conclusão	Professor	A/P/Classe	A/P/Classe	A/P/Classe	A/P/Classe

Fonte: Carvalho et al. (2010, p.55).

A terceira e a quarta colunas representam um ensino por investigação de fato, onde a os alunos terão plena capacidade de dirigir seu estudo e a elaboração de suas hipóteses com a diferença de que no terceiro o professor ainda poderá ter alguma participação nestas etapas como um instrutor, mas a palavra final e as decisões serão tomadas pelo grupo de estudantes. Já no quarto nível o professor se priva de exercer qualquer influência nessas etapas, cabendo a ele, unicamente, realizar a proposição do problema.

O nível 5, no qual o problema é escolhido e proposto pelo aluno ou grupo de alunos, é muito raro, podendo ser encontrado com mais frequência em casos e realização de Feiras de Ciências, mas para o contexto sala de aula não é tão usual (CARVALHO et al., 2010)

Portanto, essa simplificação do processo científico no ambiente escolar pelos níveis de investigação não devem ser interpretados como algo contrário do conceito de complexo de Morin (2005), visto que ela não necessariamente infere na mutilação do conteúdo, mas em um configuração do modo de exposição desses conteúdos, que pode muito bem ser permeada por correlações e contextualizações que possibilitem a conexão e mobilização de múltiplos conhecimentos de maneira concomitante, possibilitando o estabelecimento de pontes cognitivas com diversos subsunçores. Alinhado a TAS, a ideia de subsunçor também funciona bem dentro da EI, pois sabe-se que “qualquer novo conhecimento como originário de um conhecimento anterior” (CARVALHO, 2013, p. 2). Essa abordagem orienta as ações a serem tomadas no

ambiente educacional, informa as etapas necessárias para elaboração do problema experimental que desencadeia as ações dos alunos para resolvê-lo a partir dos conhecimentos prévios dos alunos.

No caso das situações-problemas apresentadas neste estudo (Tópico 5.4) grande parte dos itens são de nível 2, com exceção da atividade final que requer a elaboração de hipóteses e necessita a mobilidade de conceitos e comparações continuas, por isso, a classificamos com nível 3. Uma atividade experimental investigativa de nível 4 ou 5 demandaria muito tempo e por isso não seria viável para a pesquisa, ainda assim é importante salientar que o nível de investigação não implica necessariamente no nível de habilidade cognitiva exigido. Se consideramos os níveis de cognição estabelecidos por Suart e Marcondes (2008), veremos que atividades experimentais diretivas de nível 2 e investigativas de nível 3 já são capazes de mobilizar conhecimentos e habilidades exigidas em níveis de cognição de grau 3, como para propor hipóteses, fazer inferências, avaliar condições e generalizar.

Quadro 2 - Nível de cognição da atividade experimental e itens propostos aos alunos

Nível de cognição	Descrição
1	Requer que o estudante somente recorde uma informação partindo dos dados obtidos.
2	Requer que o estudante desenvolva atividades como sequenciar, comparar, contrastar, aplicar leis e conceitos para a resolução do problema.
3	Requer que o estudante utilize os dados obtidos para propor hipóteses, fazer inferências, avaliar condições e generalizar.

Fonte: Suart e Marcondes (2008).

Mas, independentemente do nível de cognição ou de investigação da atividade experimental proposta, são necessários alguns elementos de importantes para guiar a elaboração desse recurso educacional:

PROBLEMATIZAR – Onde ocorre a divisão da classe em grupos, proposição do problema e conferência do entendimento dos grupos sobre o problema proposto;

PREVER – que é o levantamento e teste de hipóteses por parte dos alunos;

DESCREVER – quando os terminam a atividade eles são dissolvidos e os alunos compartilham seus conhecimentos adquiridos durante a experimentação com os outros grupos;

DISCUTIR – Após socializar o conhecimento, essa parte se encarrega de fazer com que os alunos reflitam individualmente sobre a realização da atividade.

Essas etapas de realização da atividade experimental se alinham a estrutura de design desta atividade, elaborada de acordo com o livro *Conceber e Avaliar Manuais Escolares* (GERARD; ROEGIERS, 1998): Apresentação do conteúdo, Desenvolvimento do Conteúdo, Aplicação do Instrumento e Integração das aquisições.

A produção dos relatórios e comentários feitos pelos alunos foram coletados em forma de entrevistas de grupo focal e os dados foram transcritos e analisados mediante o processo de codificação da Teoria Fundamentada nos Dados, que será melhor explicado no capítulo subsequente. Mas para organizar e conciliar a articulação de todos esses recursos teóricos é necessário o estabelecimento de um *design*. Para tanto, utiliza-se a Pesquisa Baseada em Design, sobre a qual e desenvolvido o tópico seguinte.

3.5. PESQUISA BASEADA EM DESIGN

Pesquisa Baseada em Design ou Design-Based Research (DBR), como é chamada pelo manifesto DBR-Collective (2003), é um paradigma emergente para o estudo da aprendizagem por meio de um projeto sistemático e o estudo de estratégias instrucionais e ferramentas. Basicamente, é utilizada no gerenciamento e/ou desenvolvimento de processos e produtos, podendo estar relacionados a qualquer área de pesquisa (KNEUBIL e PIETROCOLA, 2017). Ela atua fazendo ligação entre a dimensão teoria e a dimensão experimental de algum processo, que é regido por princípios ligados a ela.

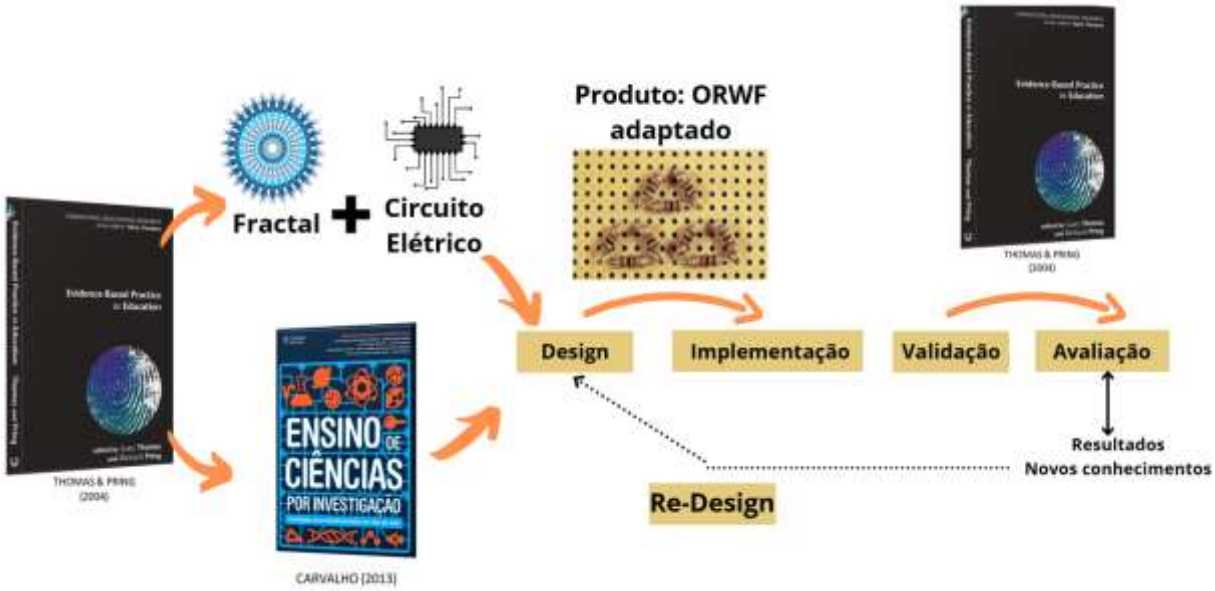
A DBR proporciona diversas contribuições para a educação, dentre as áreas principais estão quatro onde os procedimentos baseados em design fornecem (a) exploração de possibilidades para a criação de novos aprendizados adquirir experiência na condução e interpretação de novas análises ambientes de aprendizagem e ensino, (b) desenvolvimento de teorias e técnicas de ensino e instrução que são contextualmente baseados, (c) consolidação de conhecimento de design e (d) aumento da capacidade para a inovação educacional (DBR-Collective, 2003).

No caso específico desta pesquisa, os princípios fundamentais são os da EBE e EI e o produto gerado é a proposta didático-metodológica experimental que é disponibilizado aos professores do laboratório de física da UFAM. Os resultados foram indicados pela análise e cruzamento dos códigos gerados pela teoria fundamentada nos dados.

O processo de desenvolvimento da DBR, dentro no processo educacional é chamado

de Sequências de Ensino-Aprendizagem (Teaching-Learning Sequences - TLS) e depende de algumas etapas de realização da pesquisa (Figura 11). Tais etapas foram baseados em evidências literárias que serviram de base para uma construção de um design preliminar de atividade experimental para o ensino de conceitos básicos de Circuito Elétrico. A atividade experimental adaptada e implementada foi a Superando a Resistência com Fractal (Overcoming Resistence with Fractal - ORWF), uma atividade antiga, criada para ser aplicada de maneira presencial (CHING et al, 1994).

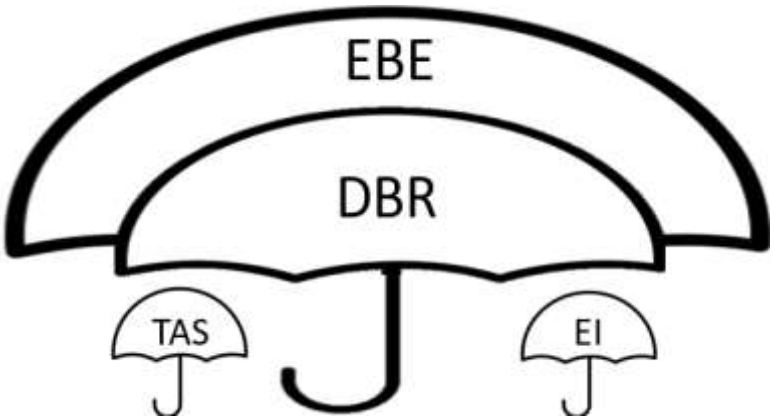
Figura 11 - Etapas do processo de design na área educacional



Fonte: Adaptado de Kneubil e Pietrocola (2017).

O desafio proposto foi adaptar este instrumento para ser utilizado virtualmente durante a pandemia do COVID-19 e, para tanto, foi necessário modificar a proposta utilizando de artifícios teórico-metodológicos que possibilitassem uma aprendizagem mais significativa. A TAS de AUSUBEL (2000) e a complexidade de Morin (2005) também estão presentes como planos de fundo. Elaborando hierarquicamente o nível de inferência das teorias umas com as outras (Figura 12), podemos dizer que a DBR é aquela que gerencia o desenvolvimento prático e condiciona seus efeitos ao domínio teórico das atividades, a mesma é tomada como a teoria principal.

Figura 12 - Organização hierárquica da inferência das teorias utilizadas.



Fonte: Próprio Autor.

Desse modo, a EI e a TAS estão debaixo do "guarda-chuva teórico" da DBR, a base de sustentação argumentativa da DBR, por sua vez, se encontra nos preceitos e da EBE, que sugere a utilização dos dados como parte substancial das evidências que condicionam as ações dos pesquisadores, enquanto a Teoria da Complexidade é a perspectiva filosófica que instiga o processo.

CAPÍTULO 4.

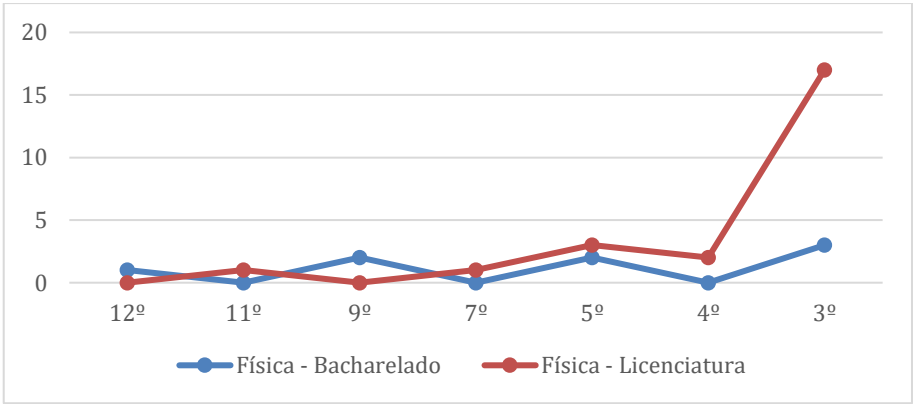
No quarto capítulo aborda-se as perspectivas metodológicas. São situadas a abordagem metodológica, o tipo de pesquisa e os procedimentos de análise. Também são apresentados os instrumentos de coleta de dados: Teste Conceitos Básicos de Corrente Resistência e Tensão (CBCRT) e roteiro de grupo focal 1 que funcionaram conjuntamente para coletar dados referentes ao conhecimento prévio conceitual dos alunos, e roteiro grupo focal 2 com foco em coletar dados referentes ao processo. Os resultados desses instrumentos foram codificados e posteriormente analisados mediante a teoria fundamentada. Ao final deste capítulo, são tratados as análises e as discussões de alguns desses resultados da pesquisa.

METODOLOGIA

4.1. CONTEXTO DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa que fizeram parte da amostra (N = 32) deste projeto foram alunos da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), participantes da disciplina de Laboratório de Física Geral III no primeiro período do ano de 2021. Estes alunos são todos do curso de bacharelado e licenciatura em Física (Figura 13).

Figura 13 - Quantidade de alunos por período do curso de bacharelado e licenciatura em física



Fonte: Próprio Autor

Quanto ao perfil dos sujeitos da pesquisa, a grande maioria dos alunos está no 3º período do seu curso, indicando que são uma turma de estudantes majoritariamente periodizados (Figura 12). A faixa etária dos participantes varia dos 45 aos 19 anos idade, apesar do público jovem ainda ser majoritariamente maior, sendo 71% da turma composto por alunos possuindo entre 19 e 23 anos de idade

Os alunos e professores da disciplina foram expressamente convidados pelos autores desta pesquisa através do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice A, p. 57) que segundo a resolução CNS nº 466/2012, é o documento que garante ao sujeito da pesquisa o respeito aos seus direitos. Por anuência dos professores e também dos alunos a atividade experimental proposta compôs parcialmente a nota da disciplina.

O número de Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE), que identifica este projeto perante o comitê de ética é 36895420.4.0000.5020. E segundo o parecer consubstanciado do Comitê de Ética e Pesquisa da UFAM, nº 4.247.012, não foram observados óbices éticos.

4.1.1. Riscos

Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa os riscos foram a divulgação de dados (registrados no TCLE), tomar o tempo do sujeito ao responder ao questionário/entrevista, considera-se risco a divulgação do áudio gravado pelos participantes, embaraço de interagir com estranhos, medo de repercussões eventuais. Mas, para a redução desses riscos serão utilizados alguns métodos, como:

- A codificação dos participantes da pesquisa, para que os leitores não relacionem os dados fornecidos pelos registros de áudio, questionários e testes ao sujeito em item;
- Os autores também se comprometem em uma vez solicitados pelos participantes, garantir o acesso aos resultados individuais e coletivos;
- Minimizar desconfortos, garantindo local reservado e liberdade para não responder itens que os participantes julguem como constrangedoras;
- Garantir que os pesquisadores sejam habilitados ao método de coleta dos dados, estarem atentos aos sinais verbais e não verbais de desconforto;
- Garantir a não violação e a integridade dos documentos (danos físicos, cópias, rasuras);

- Assegurar a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem e a não estigmatização, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades, inclusive em termos de autoestima, de prestígio e/ou econômico – financeiro;
- Garantir que o estudo será suspenso imediatamente ao perceber algum risco ou danos à saúde do sujeito participante da pesquisa, consequente à mesma, não previsto no termo de consentimento.

4.1.2. Benefícios

Também são esperados benefícios para os participantes desta pesquisa. Além da possibilidade de gerar o aprendizado de circuitos, resistores e fractais de maneira prática e não-usual, esta atividade também possibilita um ambiente ideal para o desenvolvimento de algumas habilidades essenciais, como:

- A utilização matemática como uma linguagem para a expressão de um fenômeno natural, dominação de uma forma de resolução de um problema experimental, desde seu reconhecimento e a realização de medições, até a análise de resultados;
- Reconhecimento das relações do desenvolvimento da Física com um conhecimento contemporâneo.

Enquanto para os professores participantes desta disciplina existe o benefício extra de terem contribuido para o desenvolvimento de uma proposta de ensino com atividade experimental investigativa para ser amplamente explorada em suas aulas futuras dentro da universidade.

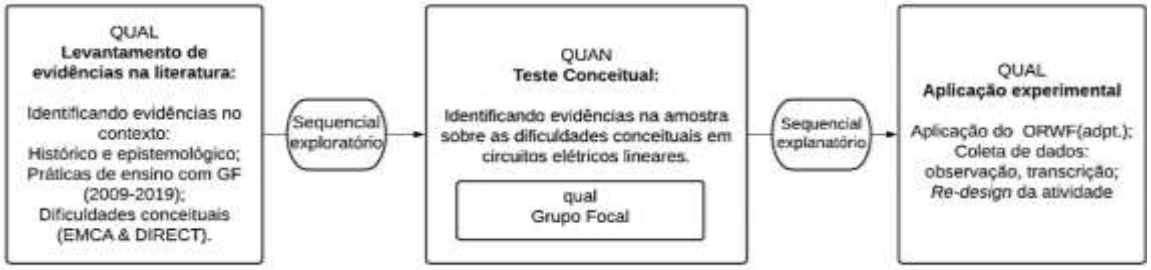
4.2. ABORDAGEM DA PESQUISA

Essa pesquisa assume uma abordagem mista do tipo multifásica, com transições entre sequencial exploratório ($QUAL \rightarrow quan$) e sequencial explanatório ($quan \rightarrow QUAL$), visto que seu enfoque não está tão somente na criação de um instrumento, mas principalmente em identificar os efeitos e implicações dentro do processo de ensino e aprendizagem da aplicação de um experimento baseado na GF para o ensino de resistores. (CRESWELL, 2007)

A **etapa inicial** deste projeto passa pela busca de evidências históricas e epistemológicas referentes aos fractais e a utilização contemporânea dos fractais no ensino de física, mais

especificamente o assunto de circuitos elétricos lineares. Além disso houve também a necessidade de se verificar as dificuldades conceituais relacionadas ao conhecimento de circuitos elétricos para poder prever possíveis intervenções através da utilização da geometria de fractal. Essas evidências serviram de base para o levantamento de categorias que indiquem dificuldades e viabilidades na utilização dos fractais para o ensino de física, evidências que foram posteriormente confirmadas na codificação dos dados da aplicação experimental investigativa.

Figura 14 - Design da pesquisa multifásica.



Fonte: Próprio autor.

Uma vez que as evidências mais importantes para a mediação educacional são aquelas retiradas do próprio contexto da pesquisa, foi necessário fazer a identificação das dificuldades conceituais dos alunos aplicando um teste conceitual. Em detrimento dessa necessidade utilizou-se a transição de pesquisa $QUAL \rightarrow QUAN$, uma típica sequencial exploratória, onde os dados qualitativos são confirmados empiricamente pela aplicação de testes conceituais.

Nessa **segunda fase** da pesquisa utilizou-se um teste conceitual adaptado, formado a partir de itens de testes analisados no levantamento de evidências da literatura para poder coletar dados empíricos da amostra. Para complementar, os dados quantitativos coletados do teste conceitual também foram analisados através de perguntas abertas feitas através de uma entrevista de grupo focal com ênfase nos conceitos explorados pelos itens. Com isso foi feito o levantamento de possíveis dificuldades e subsunçores capazes de proporcionar uma aprendizagem significativa, essa etapa foi aplicada de maneira assíncrona e o teste conceitual demorou, em média, uma hora e meia para ser respondido pelos participantes.

Na **última fase**, fase qualitativa experimental, foi realizado uma última entrevista em grupo focal, que tem o foco em avaliar exclusivamente a parte procedimental. Os roteiros das

entrevistas foram estabelecidos não para ser seguidos à risca, mas para guiar o entrevistador neste momento de coleta de dados o (Apêndice D e E).

4.3. METODOS DE COLETA DE DADOS

Os métodos de recolha de dados que foram utilizados na pesquisa foram um teste conceitual (Apêndice B) e duas entrevistas de grupo focal (Apêndice D e E), realizável online pelo *Google Forms* (link de acesso: https://bityli.com/a812iq), foi disponibilizado via e-mail a alunos do bacharelado e licenciatura e através da performance destes sujeitos possa-se estar testando e reavaliando o material, medindo o *índice de dificuldade, índice de discriminação, coeficiente bisserial, coeficiente de Pearson e o alfa de Cronbach*.

4.3.1. Teste conceitual

O instrumento utilizado para realizar a coleta de dados quantitativos foi a aplicação de teste conceitual. Dentre os três domínios da aprendizagem a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), elaborada por Ausubel (1968), é focada na compreensão do domínio cognitivo, abrangendo a aprendizagem intelectual. Em síntese, o pensamento ausebeliano é construído em torno da constatação da necessidade de diagnosticar aquilo que o aluno já sabe para fomentar uma coordenação entre os materiais e os conhecimentos trabalhados pelas tarefas a serem realizadas pelos alunos, para que sejam lógicas e significativas dentro desse processo de ensino-aprendizagem, nisso é justificado o uso do teste conceitual para realizar a coleta desses dados em forma de estatística descritiva e inferencial.

Dentro desse campo de pesquisa o avanço da Psicometria Clássica (Teoria Clássica dos Testes – TCT) foi muito proveitoso. Em meados do início do século XX, as pesquisas pelo campo da cognição geraram trabalhos importantes como os de Charles Spermann e o fator g (ou teoria g) em 1904, e de Binet em 1908, mostravam a necessidade de fator predominante de inteligência que indicaria provável domínio de conteúdo por parte dos participantes quando estes estivessem bem acima de 50%, estes estudos embasaram a objeto recursivo que hoje chamamos de teste conceitual.

Comparando alguns instrumentos de investigação em 1929, Jean Piaget, destacou que os testes possuem vantagens indiscutíveis em diagnósticos, ressalvando algumas dificuldades

como a falta de contextualização e a inclinação mental em crianças (Braga, 2018) o que dificulta a aplicação deste tipo de instrumento nos grupos de menor faixas etárias. Todavia o cenário premeditado para a aplicação desta pesquisa não desfavorece o uso do teste conceitual, tendo em vista que elaboramos o mesmo para ser aplicado a alunos do ensino superior. Além disso, testes que exploram conceitos básicos como estes que estamos analisando ajudam o professor ou pesquisador educacional a identificar em quais aspectos pode-se melhorar um determinado processo educacional.

4.3.1.1. : Relações das Habilidades e Competências com o Teste Conceitual Habilidades

No que tange a importância do assunto, o entendimento de resistência dos materiais, da influência que a forma desses corpos tem sobre este valor, dos conceitos de corrente e como ela se comporta ou se manifesta em situações adversas, é básico e essencial para que o aluno tenha domínio das habilidades que já deveriam estar bem fixadas no ensino médio, tais como a habilidade EM13CNT107, onde é citada a necessidade de realizar previsões sobre diversos componentes eletrônicos (bobinas, transformadores, pilhas, baterias).

> Realizar previsões qualitativas e quantitativas sobre o funcionamento de geradores, motores elétricos e seus componentes, bobinas, transformadores, pilhas, baterias e dispositivos eletrônicos, com base na análise dos processos de transformação e condução de energia envolvidos – com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais –, para propor ações que visem a sustentabilidade (BRASIL, 2018, p. 555)

Também vale ressaltar que um dos problemas mais atuais da humanidade está relacionado ao consumo de energia. O domínio do comportamento dessa energia em um circuito elétrico é o que dá vida aos aparelhos eletrônicos e digitais, que ainda imperam sobre a era pós-contemporânea. Logo a compreensão desses sistemas pode dar ao estudante a capacidade olhar com propriedade para o mundo que o cerca e compreender o funcionamento de boa parte dos aparelhos que utiliza.

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é bastante ousada. Ela vai além do campo da compreensão e sugere que o aluno, uma vez que seja capaz de investigar e avaliar esse tipo de conhecimento, o mesmo também deve propor soluções. Como comenta a competência especifica 3 da área de ciências da natureza e suas tecnologias, o aluno deve:

> Investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) (BRASIL, 2018, p. 558)

Em todas as questões selecionadas é verificado, sob diversas situações, o comportamento da corrente elétrica em circuitos elétricos de corrente contínua. Dessa forma pode-se ter uma perspectiva bem definida dos conceitos, que envolvem este processo, e que deverão estar sob o domínio do aluno para que o mesmo esteja pronto para abstrair de maneira mais proveitosa os conhecimentos propostos pelo experimento, cujo objetivo está para além da fixação destes conceitos, mas, visa a reconstrução deles.

E para isso é necessário que estes alunos sejam apresentados a conhecimentos cada vês mais atualizados. No caso específico do projeto que está sendo desenvolvido a implementação de fractais como forma de representação também atende a este quesito, visto que é muito utilizado nos estudos mais recentes da ciência e da tecnologia. Possibilitando ao aluno ter em suas mãos mais uma ferramenta, aumentando, portanto, seu conhecimento teórico e metodológico na resolução de problemas

4.3.1.2. Processo de seleção e compilação de questões dos testes EMCA e DIRECT

Após a pesquisa por dificuldades relacionadas ao tópico de circuitos elétricos em testes conceituais do PhysPort, foram consultados os testes conceituais EMCA e DIRECT. As questões de múltipla escolha do EMCA foram desenvolvidas por um grupo de cinco membros do corpo docente com base em sua experiência no ensino de tópicos relevantes. O EMCA foi dado a mais de 200 alunos introdutórios de física do segundo semestre baseados em álgebra e cálculos, e análises estatísticas apropriadas de confiabilidade, dificuldade e discriminação foram conduzidas. Valores razoáveis foram encontrados. As pontuações para homens e mulheres foram semelhantes. Os itens de ambos os testes foram agrupados e analisados quanto a mobilização de conceitos e habilidades trabalhadas em cada um (Quadro 3).

Quadro 3 - Conceitos e Habilidades trabalhadas nestes testes conceituais.

	Itens/Alternativa	

Mobilização de conceitos	DIRECT	EMCA	Habilidades trabalhadas pelos itens do EMCA e DIRECT
Cargas elétricas	1D, 6E, 20D, 25A	1C, 2E, 3D, 5C, 20E	Comparar condutores e distribuição de cargas induzidas
Potencial elétrico	2B, 7A, 12D, 15C, 16C, 24D, 26D, 28D, 29B	-----	Aplicar o conceito de potencial elétrico (trabalho realizado por unidade de tempo) a uma variedade de circuitos.
Conservação de energia elétrica	3C, 8C, 17D, 21D,	-----	Aplicar uma compreensão conceitual da conservação de energia
Circuito Elétrico	9D, 18C	-----	Compreender a dualidade funcional dos elementos dos circuitos (dois pontos possíveis para fazer conexão).
			Identificar um circuito completo e entender a necessidade de um circuito completo para que a corrente flua no estado estacionário.
Campo Elétrico	11A	7A, 8B, 21D, 28	Comparar campo elétrico em contextos diferentes
Corrente/ Resistência	10E, 19C, 27B	-----	Identificar e explicar um curto-circuito (maior corrente segue o caminho de menor resistência),
Circuito em série e paralelo	4D, 13A, 22B	11A, 12C, 13D, 14C, 15B, 16A	Interprete figuras e diagramas da variedade de circuitos e incluindo modelos em serie e paralelo e a combinação dos dois
	5B, 14B, 23C	18B, 19A	Reconhecer a resistência como uma propriedade do objeto
Campo Magnético	-----	22C, 24C, 25D, 26A, 27D, 28B,	Revisar a compreensão de indução magnética
			Entender o comportamento de cargas em campos magnéticos
			Comparar a lei da força de Lorentz para cargas móveis versus fios condutores de corrente

Fonte: Compilado de McColgan et al (2017) eEngelhardt; Beichner (2004)

Notou-se que, em ambos os testes, houve uma certa dificuldade dos alunos em trabalhar itens que fizessem correlação de dois tópicos, principalmente os que correlacionavam Corrente/Resistência. Além disso, os alunos também apresentaram dificuldades em trabalhar itens que envolvem a diferenciação de conceitos importantes em casos aleatórios de aplicação, tais como as classificações de circuito em série e em paralelo em contextos diferentes de aplicação.

Verificando o índice de acerto dos itens de cada teste montamos um quadro com os principais erros conceituais indicados pelos autores (Quadro 4). Podemos verificar que, em ambos os testes, os alunos possuem maior dificuldade quando existe a necessidade de relacionar conceitos, como é o caso do DIRECT que indica que 28% dos alunos apresentaram confusão ao realizar itens que correlacionam corrente e tensão. No EMCA, uma dificuldade semelhante de correlação é identificada, mas dessa vez os alunos apresentam dificuldade na correlação entre o valor resistência e as propriedades do material. Essa dificuldade de estabelecimento de

correlações entre conceitos diversos dentro ou fora de um mesmo assunto é uma característica clássica de um ensino mutilante, onde as definições e conceitos são simplificados de maneira que os estudantes, mesmo que consigam aprender, carregam dificuldades de reconhecer este conhecimento dentro de contextos de maior complexidade (MORIN, 2005).

Quadro 4 - Principais dificuldades dos respondentes dos testes conceituais DIRECT e EMCA.

DIREC	**%**	**EMCA**	**%**
Identificar um curto em um circuito e / ou determinar qual o efeito do curto no circuito	17%	Analisar circuitos em série	62%
Analisar os contatos de uma lâmpada	10%	Analisar circuitos em paralelo	58%
Identificar um circuito completo	6%	Correlacionar a resistência com as propriedades dimensionais do material	63%
Diferenciar corrente e tensão	28%		

Fonte: Próprio Autor.

Tendo em vista essas dificuldades dos respondentes focamos elaboração de uma atividade experimental investigativa que fosse capaz de atender a essas dificuldades conceituais. Acredita-se que a realização de experimentos que envolvam trabalhar essas habilidades possa ser efetiva, uma vez que estejam alinhadas com uma metodologia capaz desenvolver conhecimentos potencialmente significativos.

4.3.1.3. Conceitos Básicos de Corrente, Resistencia e Tensão (CBCRT)

Baseado na pesquisa e identificação de dificuldades conceituais do EMCA e DIRECT foi elaborado um teste composto, em grande parte, pela compilação de itens pertencentes há eles. Este novo teste conceitual se constitui como o primeiro instrumento a ser utilizado para a implementação do experimento. Nele verificar-se-á os conhecimentos básicos que envolvem o assunto de circuito elétrico.

Será possível traçar o perfil da turma, analisando suas repostas e verificando se eles possuem de fato, conhecimento conceitual de termos, dos quais foca-se principalmente nos de corrente, resistência e tensão. Deste modo denominou-se o teste de CBCRTF (Conceitos Básicos de Corrente, Resistência e Tensão através de Fractais). Este teste está disponível no Google *Forms* – Link: https://forms.gle/VZiLfzUit7f8f4wr6. Para a aplicação com os alunos que, além de responderem o teste, serão também participantes do experimento ORWF.

Obviamente o teste não se limita a trabalhar apenas estes três conceitos, mas entende-se estes como focos principais, uma vez que funcionarão como subsunçores necessários para o âncoramento de novos conhecimentos potencialmente significativos, dos quais tem-se a compreensão da associação expandida de resistores do fractal Triângulo-Estrela e a relação Resistência x Dimensão Fractal.

Os itens escolhidos de cada teste visam de maneira mais especifica abordar tópicos sobre dificuldades e complicações mais comuns dos alunos. Analisando as principais dificuldades dos respondentes dos testes conceituais DIRECT e EMCA (Quadro 4), são esses os assuntos voltados a definição de: corrente e resistência elétrica, além dos tipos de circuito.

Observa-se que os tópicos básicos que compõe o assunto de circuitos elétricos foram escolhidos para abarcar a proposta do teste CBCRT. Ainda que a ordem das questões esteja organizada de maneira aleatória, o teste possui uma gradação intrínseca dos conteúdos abordados que vai de conceitos básicos e condições simples de funcionamento de um circuito até tipos específicos circuitos e a compreensão do funcionamento da corrente, resistência e tensão.

Foi feita uma redefinição taxonômica (Quadro 6) das habilidades trabalhadas pelos itens de acordo com a Taxonomia de Bloom (KRATHWOHL, 2010), esses itens foram agrupadas em processos cognitivos dos quais definimos como sendo alguns dos processos mais básicos que compõem a Taxonomia de Bloom, *Lembrar* e *Compreender*.

Os itens 11A, 12C, 13D, 14C, 15B, 16A, 18B, 19A do teste EMCA correspondem as questões 1A, 2C, 3D, 4C, 5B, 6A, 7B, 8A do teste CBCRT. E os itens 4D, 5B, 10E, 13A, 14B, 19C, 22B, 23C, 27B do teste DIRECT correspondem as questões 9D, 10B, 11E, 12A, 13B ,14C, 15B, 16C, 17B.

Os itens 18A, 19D e 20B foram elaboradas pelo próprio autor, foram implementados com o objetivo de poder trabalhar de maneira indireta o conceito de fractal e fazer relação ao assunto de circuitos elétricos, sendo reconhecido que esses três itens se encaixam no grupo de itens que trabalham de maneira geral o assunto de resistência, sendo que o item 18A especificamente trabalha também as habilidades com cálculos dos alunos. Os itens 19D e 20B, por sua vez, são ideais para o desenvolvimento do experimento, pois trabalham com as interações do fractal de Sierpinski, elas são basilares para poder dar início a fase experimental.

Quadro 5 – Redefinição taxonômica das habilidades trabalhadas nos itens do teste conceitual CBCRT

Processo cognitivo	**Teste de origem**	**Item/Alternativa CBCRT**	**Habilidades a serem trabalhadas**
Lembrar o conceito de circuito elétrico de corrente contínua	DIRECT	09D, 12A, 15B, 17B	H01 - Identificar um circuito elétrico como um caminho fechado, que permite a movimentação de cargas elétricas H02 - Reconhecer como devem estar conectados fio, pilha e lâmpada em um circuito elétrico, para que a lâmpada acenda.
Lembrar o funcionamento de circuito em série	EMCA	01A, 02C, 03D	H03 - Relembrar o comportamento da corrente elétrica em uma associação em série H04 - Identificar a diferença de potencial elétrico em cada lâmpada do circuito elétrico de uma associação em série H05 – Reconhecer o funcionamento das lâmpadas em uma associação em série
Lembrar o funcionamento do circuito em paralelo	EMCA	04C, 05B, 06A	H06 - Relembrar o comportamento da corrente elétrica em uma associação em paralelo H07 - Identificar a diferença de potencial elétrico em cada lâmpada do circuito elétrico de uma associação em paralelo H08 – Reconhecer o funcionamento das lâmpadas em uma associação em paralelo
Compreender o conceito de resistência	EMCA	07B, 08A	H09 - Associar as propriedades da resistência elétrica as propriedades do objeto H10 – Prever a resistência elétrica do material para situações diversas
	DIRECT	10B, 13B, 16C	
	CBCRT	18A, 19D, 20B	
Compreender o comportamento da corrente elétrica	DIRECT	11E, 14C.	H11 - Prever o funcionamento da corrente elétrica em diferentes disposições do circuito H12 - Associar a intensidade do brilho das lâmpadas a passagem de corrente elétrica

Fonte: Próprio Autor

As dificuldades evidenciadas foram utilizadas na elaboração do design que tem foco no tratamento correlação da resistência com as propriedades dimensionais do material e na relação corrente e tensão. Sabemos, entretanto, que sequências didáticas de ensino-aprendizagem são mutáveis, pois uma mesma sequência didática pode ser continuamente aplicada (RODRIGUES et al, 2012) e avaliada em um mesmo contexto escolar ou em situações distintas (grupos, locais ou épocas distintas). Deste modo, sabemos que aplicação deste teste pode gerar dúvidas conceituais distintas e por isso estabelecemos grupos focais para fazer a verificação dessas dúvidas.

4.3.2. Grupos Focais

Esse instrumento de pesquisa não-diretiva coleta dados por meio da análise das interações grupais, onde o pesquisador faz e lança as questões para o grupo que é respondida

durante uma discussão. É um dos instrumentos mais utilizados para entender o processo de constituições de percepções, atitudes e representações sociais.

Os grupos focais são preferencialmente adotados em pesquisas exploratívas ou avaliativas. Mas também podem ser utilizados com propósitos de caráter mais específico, dos quais, os principais para realização da pesquisa são o subsídio a elaboração de instrumentos de pesquisa e a orientação do pesquisador para um campo de investigação (CRESWELL e CLARK, 2015).

Como comentado anteriormente a entrevista grupo focal foi aplicada após a realização do teste conceitual. Funcionou como instrumento complementar ao teste. Onde foi explorado um pouco mais das percepções dos alunos a respeito dos itens do teste e do seu entendimento sobre o assunto físico.

Considerando que os alunos não chutaram o teste, as repostas erradas estão sendo permeadas por concepções erradas, sobre as quais o instrumento experimental pode exercer o papel de desconstruir essas concepções para que assim o aluno possa dar lugar ao conhecimento científico, que só poderá ser construído quando o professor desconstruir o conhecimento cultural comum.

Esse tipo de percepção pode ser explorado através da entrevista grupo focal, que se adequa perfeitamente ao trabalho por ser um modelo de entrevista prático e reajustável. Logo, o roteiro desta entrevista proposta no apêndice D e E, não deve ser entendido como um roteiro engessado, ele apenas traz questões pré-definidas, sendo adaptável de acordo com os rumos do diálogo entre o entrevistador e o entrevistado.

Sendo que, no apêndice E, tem-se uma entrevista de grupo focal voltada a exploração de assuntos procedimentais relacionados atividade experimental. Em ambos as entrevistas os alunos serão mediante o desenvolvimento que tiveram na realização do teste conceitual CBCRT.

Os dados fomentados pelas entrevistas serão analisados pelo processo de codificação da Teoria Fundamentada nos Dados (TFD). Comumente, os pesquisadores precisam adaptar a análise de dados a partir dos métodos mais genéricos para especificar tipos de estratégia de pesquisa qualitativa (CRESWELL, 2007). No caso de pesquisas sustentadas pela Teoria Fundamentada nos Dados, ela já prevê etapas de que envolvem a análise dos materiais mediante a codificação, para isso os dados coletados da pesquisa foram transcritos em forma de texto.

Os passos para a realização desta codificação envolvem três etapas. A codificação aberta, codificação axial e a codificação seletiva. A primeira consiste em gerar categorias de informações, para posterior codificação, esses dados serão armazenados no *software* MAXQDA20 que é próprio, não apenas para o armazenamento, mas também para o cruzamento de dados, necessário na segunda etapa. Nesta segunda etapa é feita a seleção de uma das categorias para posteriormente posicioná-la dentro de um modelo teórico, e por último é narrado uma história da interconexão entre essas categorias (codificação seletiva).

Todo esse processo se debruça sobre os dados qualitativos gerados pelo método de recolha do grupo focal, esses dados não chegam a fazer uma mixagem com os dados quantitativos dos testes conceituais, mas servem para complementa-los.

4.4. DESIGN DIDÁTICO PARA APLICAÇÃO EM AMBIENTE DIGITAL

Esta pesquisa foi inicialmente projetada para desenvolvimento predominante na modalidade de ensino presencial, mas como o Ensino Remoto Emergencial (ERE) ocorreu durante todo o ano de 2021, a pesquisa teve que se desdobrar integralmente *online*. Para este caso, mudou-se a atividade de grupo para uma atividade individual, onde foi utilizado o *ThinkerCad*, uma ferramenta de captura esquemática e simulação de circuitos no navegador, para ajudar os alunos a projetar e analisar rapidamente os sistemas eletrônicos propostos. Cabe destacar que a proposta é flexível, podendo ser híbrido, remoto ou presencial, na descrição da mesma serão apresentadas algumas alternativas.

O termo *design didático*, *design da pesquisa* e *design instrucional* a que se refere este estudo é diferente do design comumente utilizado por aqueles que são da área de design ou design gráfico. O design da instrucional tem relação com o design para métodos ágeis de aprendizagem. Algo idealizado e introduzido durante a Segunda Guerra Mundial, quando soldados precisavam aprender tarefas complexas de maneira rápida. A ideia era dividir em etapas o processo de aprendizagem para facilitá-lo e aperfeiçoá-lo. Esta abordagem foi modificada e aperfeiçoada, permitindo o nascimento do design instrucional, que combina aspectos de diversas áreas (Educação, psicologia, design, comunicações, marketing digital) para favorecer uma aprendizagem mais significativa e adaptável a grupos específicos de alunos.

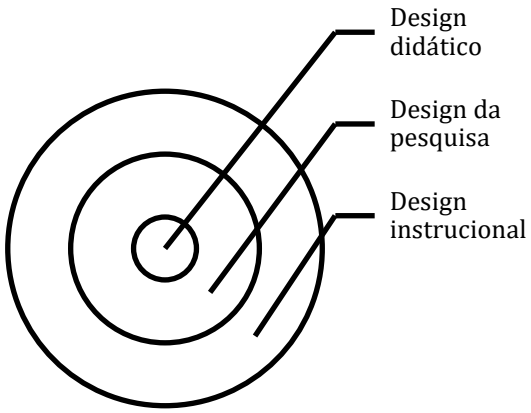
Atualmente, existem diversos métodos de design utilizados pela área do marketing digital que são reutilizados na área do ensino e vice-versa. Um dos métodos de design

instrucional mais famosos é ADDIE, desenvolvido pela Florida State University com foco no aprendizado de forças especiais do Exército Norte Americano, que fornece aos designers instrucionais procedimentos específicos para o aperfeiçoamento do design educacional (GUSTAFSON; BRANCH, 2002).

Entretanto o método ADDIE, por diversas vezes, foi criticado por ser muito sistemático, linear e inflexível, tornando-se um instrumento demasiadamente restritivo, além de demorado para implementar. Tais características dificultam a sua implementação em designs educacionais voltados para cenários mais simples da educação brasileira, que frequentemente lidam com casualidades adversas e condições de trabalho que exigem maior flexibilidade de aplicação em sala de aula e, principalmente, em ambientes de educação virtual.

Como uma alternativa a e esse método tradicional, optou-se por utilizar os princípios de design instrucional da Pesquisa Baseada em Design para aperfeiçoar o re-design do projeto educacional vigente e gerenciar o design da pesquisa que é o modo de desenvolvimento da pesquisa. E no meio de todo esse processo está o design didático que versa sobre o modo como é conduzida as ações do professor em uma aula (Figura 15).

Figura 15 – Ordem de abrangência dos conceitos de design.



Fonte: Próprio Autor.

Desse modo, podemos dizer que o design instrucional é gênero do que o design da pesquisa é espécie. O design didático, por sua vez, é a parte estrutural que se concentra nas realizações mais práticas e empíricas do desenvolvimento da pesquisa educacional, é formado por dispositivos que estruturam e orientam as ações do pesquisador-aplicador e/ou professor: Planos de Aula, roteiro de atividades, guias instrucionais e etc.

4.4.1. RECURSOS UTILIZADOS

Este modelo de aula laboratorial apresentado como um protótipo, foi aplicado e desenvolvido, porém pode ser ainda aperfeiçoado e tem a finalidade de explorar a resolução de problemas relacionados a associações fractais de resistores, ficando indissociável desenvolver a compreensão sobre os conceitos básicos de circuitos elétricos.

A utilização do Teste Conceitual CBCRT, que compõem parte da estratégia metodológica da atividade, para contribuir na orientação ou auxiliar o modo de atuação do professor, através da aplicação da atividade experimental ORWF adaptada. O experimento proposto faz uso de diversos recursos digitais, de uso gratuito e intuitivo para que o professor possa maximizar o nível de interação com a turma. Além disso, com esses recursos tem sistema de armazenamento automático e online, facilitando o gerenciamento e a organização das atividades.

Quadro 6 - Recursos digitais utilizados

Recursos digitais	Finalidade	Potencialidade	Limitações
Google Presentation (GP)	*Apresentação de slides	*Apresentação rápida de conteúdos	*Não possui extensão para utilização dos demais recursos na mesma plataforma
Google Forms (GF)	*Aplicativo de gerenciamento de pesquisas e aplicação de testes	*Útil na sondagem de turmas. *Auxilia na visualização e análise de dados estatísticos descritivos.	*Não apresenta resultados em tempo real.
Padlet	*Criação de um mural ou quadro virtual dinâmico e interativa	*Útil na sondagem de turmas. *Útil na promoção de interação da turma.	*Não apresenta dados estatísticos.
Mentimeter	*Criar apresentações com feedbaak em tempo real	*Útil na sondagem de turmas. *Útil na promoção de interação da turma *Auxilia na visualização e análise de dados estatísticos descritivos.	*Compartilhamento de matérias limitados para não assinantes da versão paga.
ThinkerCad Circuits (TC)	*Simular circuitos elétricos de maneira interativa e online	*Capacidade para aplicação de experimentos práticos em meio digital.	*Compartilhamento de matérias limitados para não assinantes da versão paga.

Fonte: Próprio Autor.

Dentre eles, foi proposto para serem utilizados o **Google Forms**, **Padlet**, **Mentimeter** e **ThinkerCad**. Todos são plataformas online, não requerem *download,* e podem ser utilizados em computadores, notebooks e celulares. Alguns deles apresentam limitações que podem ser

removidas caso o usuário queira comprar a versão paga dos aplicativos, mas é possível desenvolver as atividades desse design didático com as versões gratuitas dos aplicativos.

4.5. ETAPAS DO DESIGN UTILIZADO

O design desta atividade se estabeleceu em torno da resolução e simulação de problemas envolvendo **circuitos elétricos** dispostos de maneira fractal, a saber o **Triângulo de Sierpinsk**, como uma forma de trabalhar conhecimentos envolvendo os conceitos básicos de circuitos elétricos de corrente contínua, o assunto é apresentado de maneira paulatina e progressiva, tentando estabelecer conexões entre esses dois objetos físico e matemático (Quadro 7).

Quadro 7 - Fases do design didático.

Fases:	Apresentação	Desenvolvimento	Aplicação	Integração
Conteúdo abordado:	Fractais	Circuitos/Fractais	Circuitos/Fractais	Circuitos/Fractais
Tempo:	1 hora	1 hora	1 hora	1 hora
Habilidades/ competências:	Debater; Discutir; Comparar	Aplicar; Testar; Comparar	Aplicar; Desenvolver; Avaliar	Debater; Discutir; Provar
Finalidade:	Assimilação do conceito de fractal	Assimilação do conceito de circuitos e fractais	Aplicar conhecimentos	Compartilhar conhecimentos
Recursos:	Imagens da natureza	Teste conceitual	Teste conceitual	Entrevista grupo focal
Instrumentos:	Padlet; Mentimeter; GP	Mentimeter; GP; TC	Mentimeter; GP; TC	GP
Conhecimentos prévios:	Perspectivas particulares sobre (Matemática/natureza)	Representação grafa dos circuitos	Progressão; Corrente; Resistencia; Tensão	Progressão; Corrente; Resistencia; Tensão
Forma organizacional:	Individual	Individual	Individual	Grupo

Fonte: Próprio Autor.

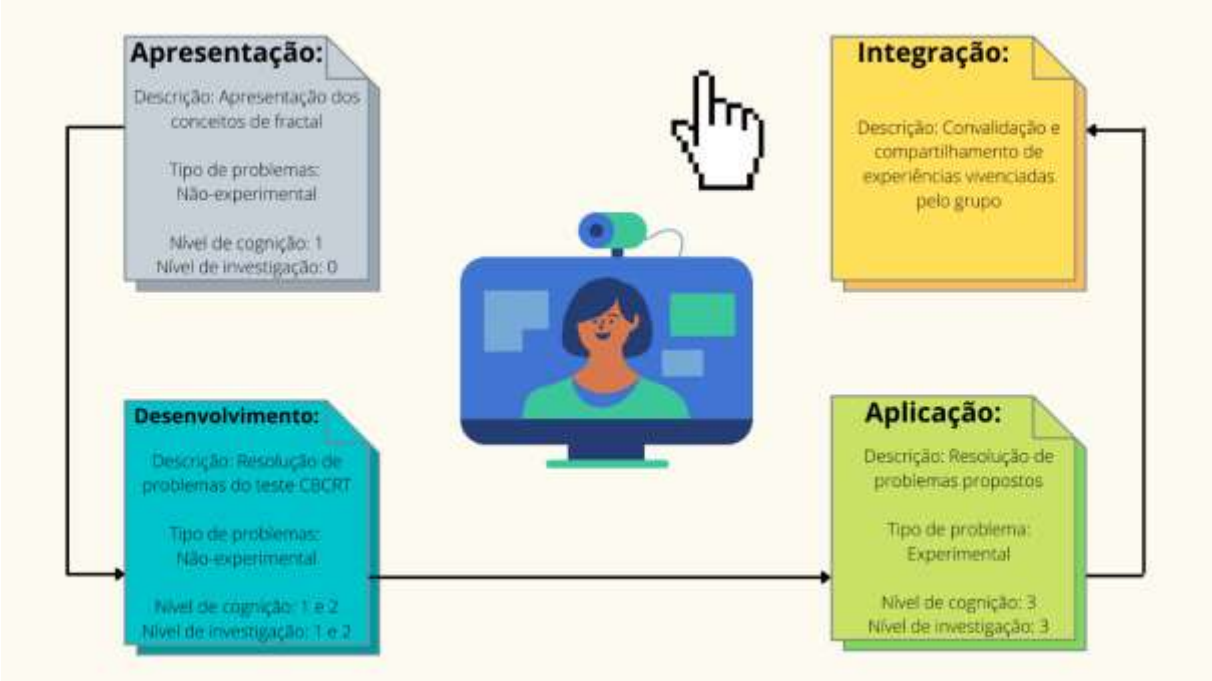
A estrutura desta atividade foi elaborada de acordo com o livro *Conceber e Avaliar Manuais Escolares* (GERARD; ROEGIERS, 1998): **Apresentação do conteúdo**, **Desenvolvimento do Conteúdo**, **Aplicação do Instrumento** e **Integração das aquisições** (Quadro 9).

Cada uma dessas fases (Figura 16) envolve um conjunto de atividades com problemas não-experimentais, comumente utilizados no início de sequencias didáticas (CARVALHO,

2013), e experimentais, problemas elaborados dentro de um contexto experimental organizado para o desenvolvimento de conhecimentos.

Como explicado anteriormente, não houve atividade com nível de investigação 4, todavia o nível de cognição exigido da aplicação foi 3 pela necessidade da elaboração de hipóteses e constantes comparações dos alunos com as próprias respostas e observações, essas atividades serão melhor explicadas nos tópicos seguintes.

Figura 16 - Design Didático



Fonte: Próprio autor.

4.5.1. Apresentação dos conceitos

Antes de apresentar de fato os conceitos, o professor deve sondar os conhecimentos dos alunos, algo que já foi feito com a aplicação do teste conceitual, mas não quanto ao conhecimento deles sobre fractal. Logo, foi feita uma sondagem inicial dos alunos com o Padlet (Figura 17). Com isso, vários conceitos puderam ser aproveitados durante a aula na parte desenvolvimento, pelo uso de algumas palavras que são chaves no entendimento de fractal. Tais como “Padrão”, “Fracionar”, “Fração”, “Partes”.

Figura 17 - Questão inicial no Padlet.

Fonte: Próprio Autor.

Em seguida foi utilizado o Mentimeter para a apresentação de uma discussão filosófica, que na realidade nunca existiu pela diferença de época dos personagens, mais que foi figurada colocando lado-a-lado duas visões de mundo aparentemente antagônicas, uma de Galileu Galilei em paralelo com a visão de Benoit Mandelbrout (Figura 18).

Ainda que tenha sido indicado o nível de investigação zero, ou seja não se trata de um problema investigativo, mas de uma exposição, essa fase inicial depende de algumas habilidades do aluno que se assemelham a de um pesquisador, uma vez que ele será inicialmente apresentado a duas hipóteses, duas visões aparentemente opostas, sobre a qual o aluno deverá opinar, debater, discutir, comparar sobre elas, dizendo porque concorda ou discorda, baseado nos seus conhecimentos prévios, que serão suas próprias concepções e percepções da matemática e como ela se apresenta na natureza.

Para Galileu a matemática é a linguagem do "UNIVERSO", enquanto Benoit Mandelbrot lança uma crítica a capacidade de representação visual das figuras euclidianas. Os dois estão certos. A matemática tem essa capacidade descritiva, porém suas limitações são sanadas através de outras figuras de representação, os fractais são uma alternativa.

A maioria dos alunos tendem a responder de acordo com Galileu, defendendo portanto uma visão mais cartesiana, e geometricamente euclidiana de mundo, o que não é errado, mas em determinados casos não é tão conveniente quanto os fractais como no caso descrito na página 14. O limiar de domínio dessa pergunta fica em torno dos 75%, todavia os alunos ficaram 55% abaixo desse valor esperado.

Figura 18 - Apresentação das teses filosóficas de Galilei e Mandelbrot.

Fonte: Próprio Autor.

Ao realizar essa discussão inicial o professor poderá levantar conhecimentos prévios do aluno com relação ao seu pensamento científico e ao modo como ele vê os objetos matemáticos e físicos presentes na natureza. A maioria dos alunos optaram por concordar com Galileu e discordar de Mandelbrot, o que já era esperado, tendo em vista a fama de Galileu Galilei nos cursos de exatas. Mas a ideia aqui é promover uma visão disruptiva do pensamento comum nos cursos superiores, mostrando que dependendo da perspectiva e do objeto analisado, nem sempre a geometria euclidiana será soberana de suas respostas.

Ainda nessa fase inicial, o professor apresentou algumas imagens aos alunos. Essas imagens foram acompanhadas da seguinte pergunta: “Que elementos matemáticos podemos identificar nessas imagens?”. A ideia é que uma vez que os alunos concordem com a presença e importância da física e da matemática no meio natural, eles devem ser capazes de encontrar

ou indicar elementos que representem a presença dessas matérias na observação dessas figuras. Mas como esse procedimento é muito difícil de se realizar espera-se que os alunos testem e análisem a outra teoria, criando espaço para um novo conhecimento, e assim possa estar ocorrendo o processo de diferenciação progressiva (AUSUBEL, 2000)

Figura 19 - Figuras apresentadas aos alunos

Fonte: Compilação feita pelo próprio autor, imagens retiradas do www.shutterstock.com.

Como possíveis respostas os alunos puderam comentar a respeito de fatores dimensionais das imagens, como suas medidas de altura, comprimento etc., trazendo, portanto, elementos algébricos e aritméticos. O professor trousse a atenção dos alunos para elementos geométricos.

Uma vez que nenhum deles comente nenhum elemento geométrico da figura o professor deverá perguntar. “Que figuras geométricas podem ser identificadas nessas imagens?”. Em seguida o professor deverá apresentar os fractais de arvore e fractal de montanha. E perguntar aos alunos: “Como poderíamos construir o fractal de nuvem com figuras geométricas?”. Vários alunos ficavam com o microfone desligado a maior parte do tempo, a pré-formulação das perguntas ajudou a dinamizar a aula.

Desse modo os alunos começaram a definir processos simples de traçados de riscos, pontos e curvas de maneiras padronizadas o que levou a turma paulatinamente ao conceito fractal por funções interativas (técnica de se construir figuras fractais através da repetição em escala de uma mesma figura), que é diferente de fractal natural (fractais formados pela natureza e possuem o elemento da aleatoriedade, o que os diferencia dos outros).

Quadro 8 - Perguntas feitas aos alunos na fase de Apresentação dos conceitos.

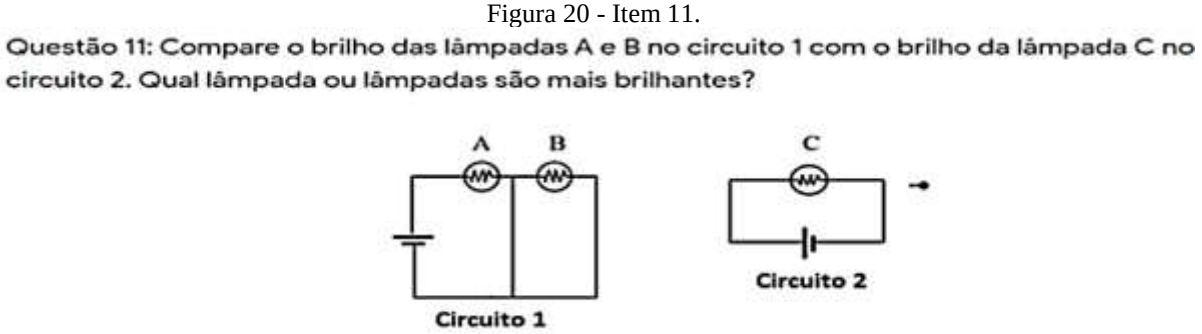
Perguntas	**Objetivo**
Na sua opinião, quem está correto?	Comparar perspectivas filosóficas (Mandelbrot e Galileu)
Que figuras geométricas podem ser identificadas nessas imagens?	Visualizar figuras geométricas em imagens da natureza
Como poderíamos construir o fractal de nuvem com figuras geométricas?	
Que elementos matemáticos podemos identificar nessas imagens?	
Existe algum padrão na repetição dessas imagens?	Identificar a propriedade de autorrepetição dos fractais

Fonte: Próprio autor.

4.5.2. Desenvolvimento do conteúdo

O nível de investigação das atividades dessa faze dependem da habilidade do professor em percepção do nível de compreensão dos alunos. Uma vez que os alunos estiverem compreendendo o conteúdo e participando ativamente da aula, poderá aumentar o nível de investigação colocando os alunos para analisarem os problemas propostas no teste conceitual através do ThinkerCad Circuits para testar suas respostas anteriores e criarem hipóteses de porque estavam errados ou certos.

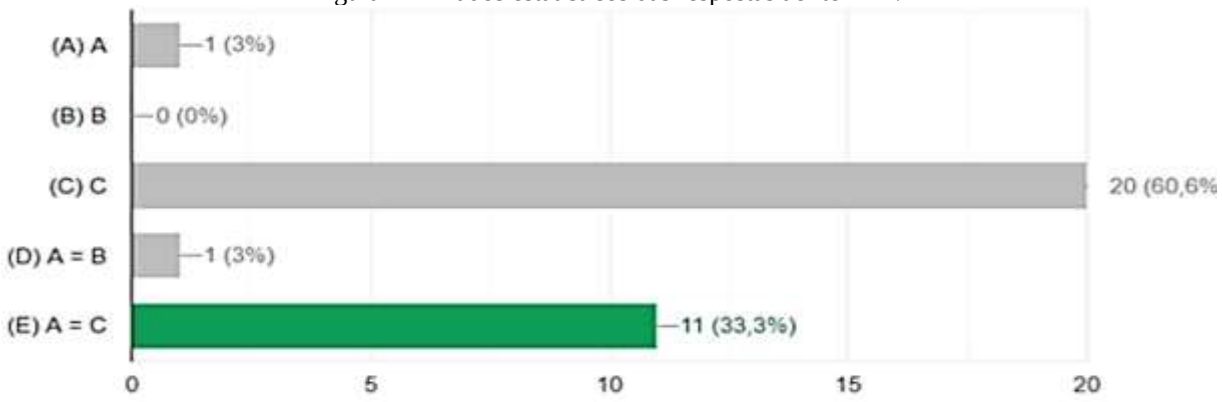
Figura 20 - Item 11.



Fonte: Próprio autor.

No entanto, como os alunos ainda estavam pouco participativos, o professor apresentou demonstrações experimentais utilizando o ThinkerCad, uma ferramenta de simulação de circuitos elétricos online, para apresentar a resolução dos circuitos apresentados no Teste conceitual CBCRT, privilegiando as questões que os alunos tiveram maiores dificuldades.

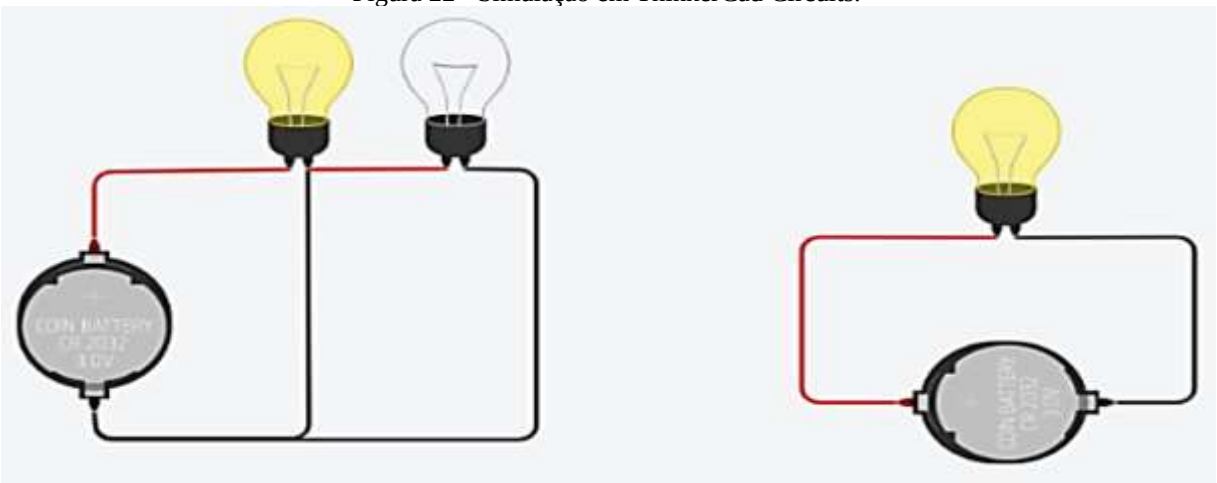
Figura 21 - Dados estatísticos das respostas ao item 11.



Fonte: Próprio Autor.

Uma das questões em que os alunos tiveram maiores dificuldades foi na questão 11, Na aba de respostas do Google Forms o professor pôde consultar os valores estatísticos dos resultados das respostas dos alunos e checar a zona de domínio (TRIOLA, 2004) dos alunos da sala que corresponde a (90% das respostas) o que fica muito distante da taxa de acerto, que na situação apresentada ficou em 33% das pessoas.

Figura 22 - Simulação em ThinkerCad Circuits.



Fonte: Próprio Autor.

Foi valido aproveitar a própria questão para falar do comportamento da corrente elétrica e sobre o que define um circuito completo, apresentando o funcionamento do circuito no ThinkerCad Circuits. No Google Presentation, elaboramos uma apresentação, com todos os dados estáticos dos resultados das questões e das suas simulações em ThinkerCad para que os futuros professores possam ter como fazer a aplicação deste instrumento de maneira análoga em todas as questões do teste. Após isso fica fácil o aluno observar que a resposta correta seria a letra E. Mas é interessante o professor utilizar esse momento para questionar o aluno:

Quadro 9 - Perguntas feitas aos alunos na fase de Desenvolvimento do conteúdo.

Perguntas	**Objetivo**
Porque a lâmpada B não acendeu?	Desenvolver hipóteses para o não funcionamento da lâmpada.
O qual foi a sua resposta anteriormente a simulação?	Comparar perspectivas anteriores as perspectivas anteriores a simulação e assim eliminar conceitos errados.
O que está acontecendo com a corrente elétrica do circuito, em que direção ela se movimenta?	Relembrar o comportamento da corrente elétrica
Ela (A corrente elétrica) está passando pela lâmpada B?	
Qual lâmpada brilha mais intensamente?	

Fonte: Próprio autor.

4.5.3. Aplicação experimental

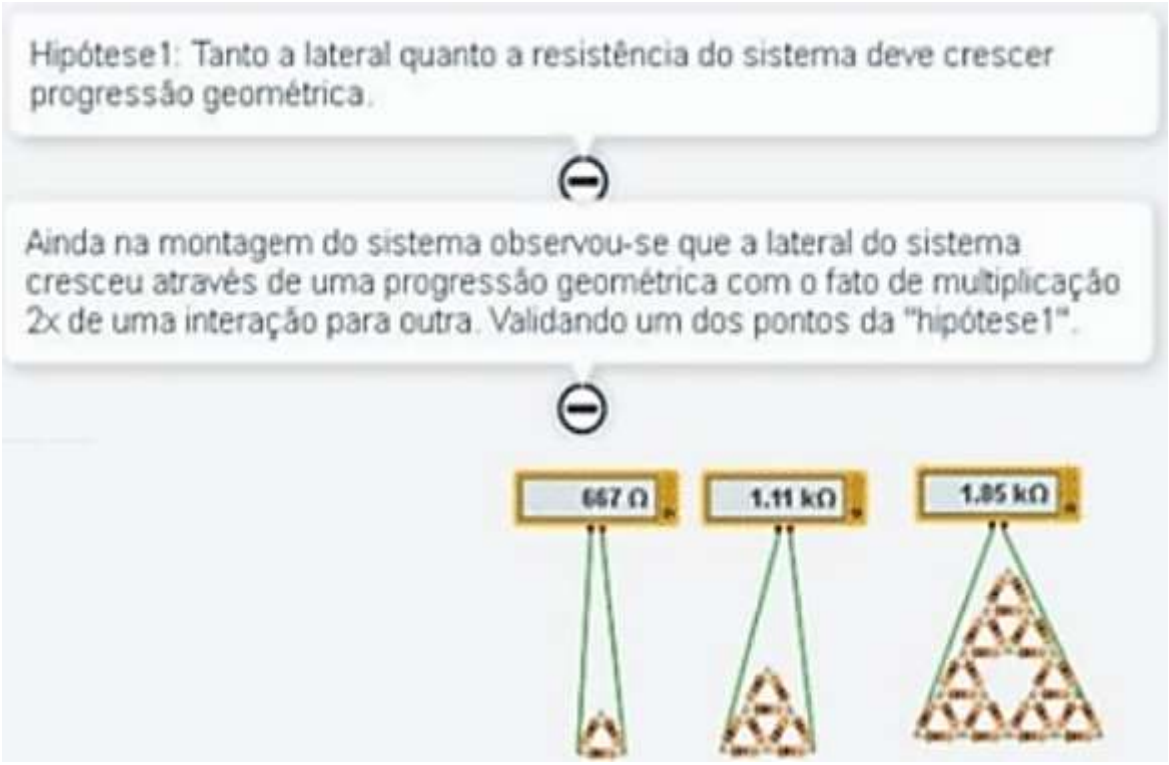
Na fase da experimentação o professor realizou uma atividade experimental ORWF adaptada para atender as especificidades da turma. As últimas duas questões do teste foram desenvolvidas para este momento de aplicação experimental. Sendo a primeira questão (Questão 23) a criação da interação inicial (ou interação zero) do fractal do Triangulo de Sierpinski. E a segunda questão (Questão 24) a extrapolação desse fractal para a terceira interação.

Para o experimento, o professor pediu aos alunos que prosseguissem com a criação de novas interações desse fractal no ThinkerCad Circuits, assim como nas questões realizados na fase de desenvolvimento do conteúdo, ficando a critério do professor escolher o número de interações que ele desejar que os alunos façam, foi pedido para que os alunos fizessem até a quinta interação. Os alunos deveriam fazer predições sobre esses circuitos e testar estes resultados no multímetro digital do ThinkerCad.

Deveriam acessar os modelos pré-prontos das questões 19, estender a interação do fractal até a questão 20 e respondê-la, estender o efeito até a quinta interação. Fazer análises

quanto a resistência do circuito elétrico em forma de fractal de interação; reconhecer padrões progressivos de aumento ou redução dos índices de corrente, resistência e tensão em cada interação.

Figura 23 - Aplicação do experimento com triângulo de Sierpinski.

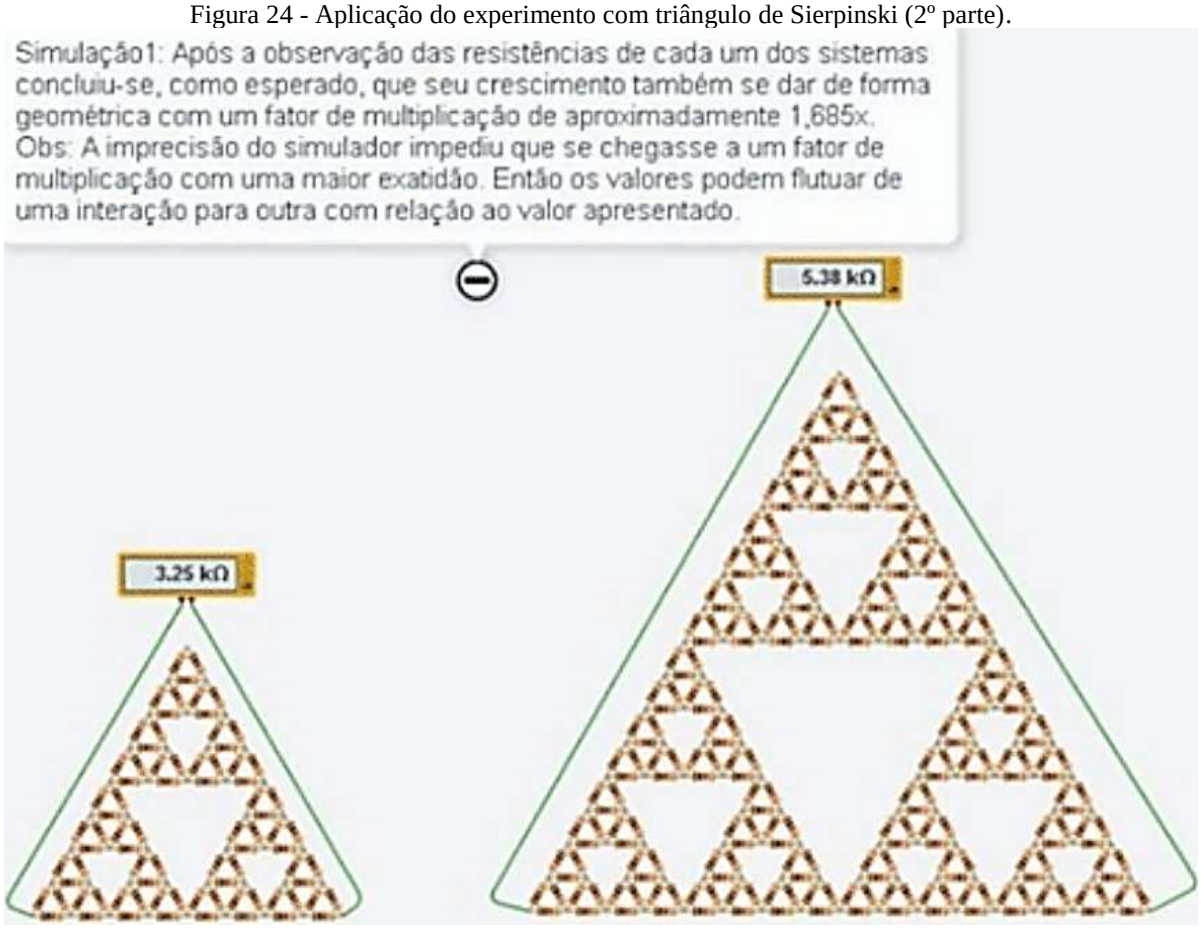


Fonte: Próprio Autor.

Na figura acima temos o exemplo de uma aplicação onde o aluno fez até a quinta interação de fractal. Fica a critério do professor escolher quais tipos de predições o aluno deve fazer. Aconselhamos que o professor peça justamente aquele conhecimento cujo teste conceitual demonstrou ser mais deficitário. No caso em questão, foi pedido que os alunos analisassem como progride a resistência elétrica do sistema no decorrer da construção do fractal do triângulo de Sierpinski.

O valor correto seria de 1,71 ohm, mas é sabido que o software do ThinkerCad Circuits apresenta oscilações de valores quando os circuitos são mistos. Mas para avaliar o constructo montamos um sistema de avaliação onde sugerimos aos professores que avaliassem as resoluções dos alunos dando feedback das suas atividades.

Figura 24 - Aplicação do experimento com triângulo de Sierpinski (2º parte).



Fonte: Próprio Autor.

Visivelmente a maior dificuldade dos alunos foi com relação a construção sistema no simulador, cerca de 12,5% dos alunos não conseguiram realizar a simulação. Muitos deles preferiram responder ao problema proposto realizando os cálculos de meramente de maneira matemática. Logo, observa-se uma dificuldade em utilizar o instrumento que seria sanada com mais tempo para a realização de instrução com relação aos recursos digitais.

Quadro 10 - Perguntas feitas aos alunos na fase de Desenvolvimento do conteúdo.

Critérios de Avaliação dos alunos:
O aluno respondeu corretamente à questão?
O aluno conseguiu fazer uma simulação correta?
O aluno conseguiu organizar bem a sua simulação?
O aluno descreveu bem o seu procedimento de teste?

Fonte: Próprio autor.

4.5.4. Conclusão integrativa

E por fim, a conclusão integrativa das aquisições conceituais, são mediante a realização de *brainstorm*. Semelhantemente a Santos e Rodrigues (2017), apresentou-se uma série de perguntas aos alunos, onde são ouvidas suas opiniões e discutidas a razoabilidade dessas respostas. Possíveis perguntas para esse momento seriam:

Quadro 11 - Inventário de questões para realização do brainstorm.

Questões	**Justificativa**
O que vocês perceberam com o desenvolvimento das interações de fractal?	Avaliar e compartilhar potenciais conhecimentos adquiridos com a turma
Qual o comportamento da resistência (corrente ou tensão) em detrimento do aumento das interações?	
Qual propriedade da resistência (corrente ou tensão) justifica essa observação?	
Existem variações dos valores demonstrados pelo simulador e dos valores demonstrados pelo cálculo? A que se deve essa variação?	Verificar a capacidade de diferenciar os resultados dos simuladores dos resultados calculados.
Qual as principais dificuldades que vocês tiveram na realização deste experimento?	Identificar dificuldades na realização do processo educacional
A ideia da utilização de fractais ajudou na resolução?	Verificar se o formato de design didático com que foi apresentado o conteúdo teve algum efeito na impressão dos alunos.
Em que outras aplicações podemos pensar a utilização dos fractais?	Projetar futuras aplicações e verificar o interesse dos alunos pelo estudo

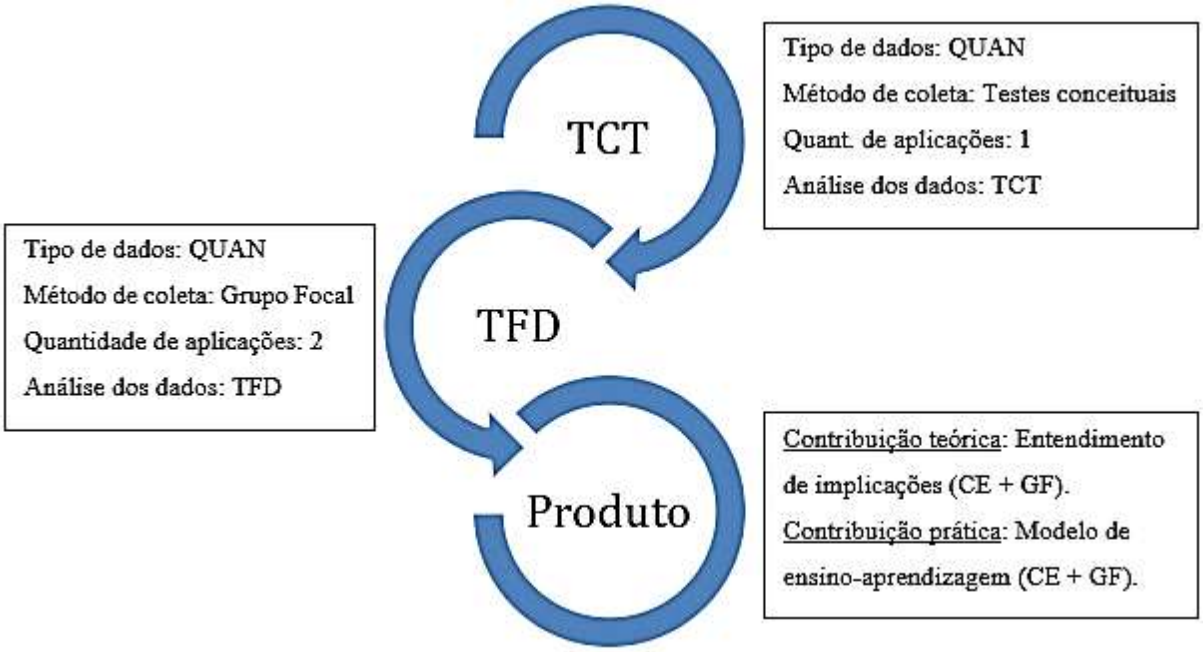
Fonte: Próprio Autor.

Desta forma, espera-se que o conhecimento assimilado por uma parte da turma seja socializado com os demais e as ideias discutidas nessas entrevistas serviram de base para o *re-design* da atividade e do experimento, como instrumento educacional.

4.6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O processo de análise é composto por dois momentos complementares: análise dos conhecimentos definidos pelo teste conceitual, que será feito com auxílio da Teoria Clássica dos Testes (TCT), buscando se identificar tendências e padrões de respostas para analisar o perfil do conhecimento da turma e fomentar bases solidas para a criação de uma proposta de impacto no conhecimento.

Figura 25 - Processo de análise de dados pela TCT e TFD



Fonte: Próprio Autor.

E, por fim, a análise dos códigos gerados pela Teoria Fundamentada nos Dados (TFD). Nesse sentido, pode-se dizer que não há mixagem entre os dados QUAN da TCT e os dados QUAL da TFD, mas as análises de ambos atuam de maneira complementar na busca pelo estabelecimento de um novo modelo de ensino-aprendizagem que possa ajudar no desenvolvimento das experimentações que envolvem conceitos de relacionados ao Circuito Elétrico (CE) e Geometria Fractal (GF) e no entendimento das implicações resultantes de pesquisas realizadas de maneira semelhante. Logo, percebe-se aqui a aspiração pela concepção de um produto final com dupla possibilidade de contribuição, uma teórica e outra prática, característica clássica de pesquisas guiadas pela DBR.

4.6.1. Teoria Clássica dos Testes

Mediante o uso da Teoria Clássica dos Testes foi feita análise do teste conceitual através dos seguintes parâmetros: o guessing do item/teste, o índice de dificuldade» do item (ID), percentual de acerto superior e inferior, índice de discriminação (DISCR), coeficiente bisserial. e alpha de Cronbach. Cada uma desses elementos colabora na análise dos conhecimentos dos alunos e da turma, dando capacidade aos professores de estabelecerem comparações com outros estudos e inferências qualitativas e quantitativas na determinação dos saberes e estabelecimento de condições de contorno em atividades.

4.6.1.1. Zona de guessing

O “guessing rate” do item é inversamente proporcional ao número de alternativas “k” do item, isso significa que quanto maior o número de alternativas maior a zona de *quessing* daquele item. Logo, dizemos que o *guessing* do item é igual a $\frac{1}{k}$.

Tabela 2 - Zona de guessing dos itens do teste CBCRT

Número de alternativas (K)	Itens	Guessing do item ou Probabilidade do acerto aleatório do item [P(Aa)]=1/k	Probabilidade do erro [P(e)]=1-1/k
3	y10, y13	0,33	0,67
4	y1, y2, y4, y5, y7, y8, y16, y17, y18, y19, y20	0,25	0,75
5	y3, y6, y9, y11, y12, y14, y15	0,20	0,80

Fonte: Próprio autor

O teste conceitual CBCRT possui 20 itens, sendo que dois (2) itens possuem $k = 3$, onze (11) com $k = 4$ e sete (7) com $k = 5$. O *Guessing* do teste corresponde a soma do *guessing* de cada um destes itens ($2 \cdot 0{,}33 + 11 \cdot 0{,}25 + 7 \cdot 0{,}2 = 4{,}817 \sim \mathbf{5}\ \boldsymbol{itens}$), correspondendo a 25% do teste, e entende-se que o desempenho mínimo esperado seria a metade do caminho para o alcance máximo além do acerto aleatório do teste, ou seja: $(5 + 20)/2$=12,5~$\mathbf{13}\boldsymbol{itens}$, correspondendo a 65% do teste, sendo essa uma linha de corte para a zona de domínio (TRIOLA, 2004).

Apenas três desses alunos (9% da turma) conseguiram ultrapassar essa zona de *guessing*, demonstrando assim terem um conhecimento mediano dos conceitos e habilidades trabalhadas nesse teste conceitual. Enquanto o restante da turma não apresenta domínio desses conhecimentos.

4.6.1.2. Índice de dificuldade (IDi)

O «índice de dificuldade» (IDi) mede o percentual de acerto em um determinado item. Este índice é calculado pela divisão do total de acertos divididos pelo total de respondentes.

$$ID_i = \frac{total\ de\ acertos}{total\ de\ respondentes} = \frac{A}{n}$$

Sendo:

- A - Total de indivíduos que acertaram ou total de respostas certas de um item;
- B - Tamanho da amostra ou total de respostas válidas (todos os que erraram/acertaram).

Para uma melhor leitura deste índice propõe-se a seguinte tabela, a qual é reutilizada por diversos autores como modo de apresentação dos itens em um teste heterogêneo (ERTHAL, 2009) e sua interpretação (CERDÁ, 1984). Outrossim, pesquisadores educacionais como Braga e Silva (2020) tem a utilizado como forma de análise de testes conceituais voltados ao ensino-aprendizagem de física. Após a aplicação do teste conceitual foi possível adaptar a mesma tabela com a inserção de uma coluna com os itens do teste conceitual que se enquadram nas vigentes tipologias.

Tabela 3 - Classificação do índice de dificuldade dos itens

Tipologia do Item	**Limite aproximado dos itens de dificuldade**	**Classificação dos itens do teste conceitual CBCRT**
Muito fáceis	de 0,75 a 0,95	y12
Fáceis	de 0,55 a 0,74	y1, y2, y7, y8, y10, y14
Normais	de 0,45 a 0,54	y5, y6
Difíceis	de 0,25 a 0,44	y4, y9, y11, y13, y15, y16, y17, y18, y20
Muito difíceis	de 0,05 a 0,24	y3, y19

Fonte: Adaptado de Cerdá (1984)

Vimos que essa dificuldade já era prevista (Quadro 13) por pesquisadores que já teriam aplicado o teste anteriormente. Entretanto, por estar sendo aplicado a uma turma de nível superior, e no final do curso de Laboratório de Física Geral III, pensou-se que os itens não teriam um índice de dificuldade baixo. E, de fato, a maioria dos itens subiu da classificação de "Muito difíceis" para "Difíceis". Mas ainda assim, significa dizer que os alunos tiveram dificuldades.

Todavia, é cedo dizer que pelo fato dos itens serem difíceis o teste não era ideal para avaliar a turma. O índice de dificuldade apesar de dar uma visão ampla da dificuldade dos alunos em relação a cada item/alternativa não permite que sejam distinguidas variáveis igualmente importantes, como a coerência interna do teste, o perfil da turma que está respondendo ao teste e etc. Para tanto, os índices de discriminação e de homogeneidade são ferramentas indispensáveis.

4.6.1.3. Índices de discriminação

Os Índices Percentuais de Discriminação representam indicadores de consistência interna dos itens com relação ao teste como um todo, podendo ser a diferença entre o grupo de desempenho superior e inferior dentro dos 27% (DISCR), o «coeficiente de correlação bisserial» (r_{biss}), e o «coeficiente de correlação bisserial pontual», por pontos ou ponto-bisserial (r_{pb}), sendo esses dois últimos variando entre -1 a +1 (BRAGA; SILVA, 2020, p.165).

Tabela 4 - Seleção de alunos para o grupo dos 27% menores

NOTA (0 A 10)	COD. DO ALUNO	ORDEM ORDINAL	GRUPO $A_{\bar{27}\%}$
1,5	25	1º	1
2,5	1	2º	2
2,5	10	3º	3
3	2	4º	4
3	9	5º	5
3	19	6º	6
3	20	7º	7
3,5	11	8º	8
3,5	12	9º	9
3,5	27	10º	10
4	5	11º	
4	26	12º	

Fonte: Próprio Autor

Os grupos dos 27% superiores e dos 27% inferiores não é formado exatamente neste valor percentual tendo em vista que o cálculo considera como parte do grupo, todos os alunos que obtiveram a mesma nota que o aluno último colocado aluno da lista dos 27% superiores, semelhantemente considera-se como parte do grupo todos os alunos que obtiveram mesma nota que o primeiro colocado da lista dos 27% inferiores.

A seleção do grupo inferior feita a partir das notas do teste conceitual CBCRT dos alunos participantes das aulas de Laboratório de Física Geral III – IEF816, no primeiro período do ano de 2021 teve um total de 8 participantes (27% × 32 participantes = 8 participantes). Todavia, o participante da ordem de número nove (9) e dez (10) também possuem a mesma nota que o participante da ordem de número oito (8), logo eles também entram na contagem do grupo.

Utilizando o mesmo método podemos identificar o grupo dos 27% com maior rendimento no teste. E, uma vez identificado o grupo dos 27% participantes com o menor

rendimento e os 27% com maior rendimento, podemos calcular índice de discriminação (DISCR), através da diferença entre a média de acertos dos dois grupos.

$$IPD = \frac{A^{-}_{27\%} + A^{+}_{27\%}}{\frac{n^{-} + n^{+}}{2}}$$

Deste modo, tem-se a diferença entre o grupo superior (ACIM) e o inferior (ABAIX), em outras palavras, do percentual de acertos entre os indivíduos nos 27% com maior desempenho ($A^{+}_{27\%}$) menos o percentual de acertos entre os indivíduos nos 27% com menor desempenho ($A^{-}_{27\%}$). Pesquisadores educacionais e estatísticos consideram uma boa discriminação quando a diferença fica maior ou igual a 30%. Podemos classificar nossos itens do seguinte modo:

Tabela 5 - Classificação dos itens do teste conceitual CBCRT segundo Ebel

Valores	Tipologia do item	Classificação de Ebel (1965)	Itens assim classificados
DISCR > 0,4	**Adequado** (Favorável a replicação)	Discrimina **muito bem**	y1, y2, y4, y6, y7, y8, y9, y14, y16
0,3 < DISCR < 0,4	**Bom** (Sujeito a aprimoramento)	Discrimina **bem**	y3, y11, y17, y18, y20
0,2 < DISCR < 0,3	**Marginal** (Sujeito a reelaboração)	Discrimina **pouco**	y5, y12
0,2 < DISCR	**Inadequado** (Sujeito a rejeição)	0,1 < DISCR < 0,2: Item limite. **Se deve melhorar** DISCR < 0,1: Item **sem utilidade para discriminar**	y10, y13, y15, y19

Fonte: Adaptado de Rabelo (2013, p. 136) e (Ebel 1965, citado por Braga, 2018, p.167)

Observa-se que 14 dos 20 itens do teste CBCRT (70% do teste) estão classificados como itens que discriminam bem e muito bem (Braga, 2018, p.167). O que significa que apesar da dificuldade identificada pela maioria da turma, os alunos com maior rendimento ($A^{+}_{27\%}$) no teste estão conseguindo fazer os itens.

Se comparados estes resultados (Quadro 12) com o índice de discriminação do teste EMCA (Quadro 13) é possível verificar que houve uma grande melhoria da consistência interna do teste EMCA para o teste CBCRT, apesar da dificuldade se manter aproximadamente a mesma.

Quadro 12 - Índice de dificuldade (ID) e discriminante (DISCR) do teste CBCRT

DISCR \ ID	**Muito fáceis** (de 0,75 a 0,95)	**Fáceis** (de 0,55 a 0,74)	**Normais** (de 0,45 a 0,54)	**Difíceis** (de 0,25 a 0,44)	**Muito difíceis** (de 0,55 a 0,24)
Muito bom $DISCR \geq 0{,}4$	y1, y2	y7, y8, y14	y6	y9, y4, y16	
Bom $(sujeito\ a\ aprimoramento)$ $0{,}3 \leq DISCR \leq 0{,}4$	-	-	-	y11, y17, y18	y3
Marginal $(sujeito\ a\ reelaboração)$ $0{,}2 \leq DISCR \leq 0{,}3$	y12	-	y5		
Inadequado (sujeito a rejeição) $DISCR \leq 0{,}2$	y10	-	-	y13, y15	y19

Fonte: Adaptado de Braga; Silva (2020)

Muitos fatores podem ocasionar essa mudança de variáveis de uma aplicação para outro, uma delas poderia ser o fato de que o CBCRT é formado por uma mescla de questões do teste EMCA com o teste DIRECT, que possui questões de dificuldade mais amena. Além disso, a dificuldade das perguntas do teste EMCA, como previram Braga (2018) e Silva (2020), talvez se enquadre melhor aos alunos do ensino superior que aos alunos do ensino médio.

O EMCA, por sua vez, apresentou resultados bem adequados para o cumprimento do seu propósito, apresentando índices de dificuldade acima de 0,55 o que indica uma certa facilidade das questões, índices de discriminação acima de 0,32 o que indica que os itens são favoráveis a reaplicação sendo necessário alguns poucos aprimoramentos, além disso apresenta ponto-bisserial dos itens com cerce de 0,42 com baixíssima variância de 0,10, dando a ideia de um teste com uma coerência e homogeneidade interna perfeitamente aceitável. Todavia tanto o DIRECT quanto o EMCA apresentam resultados bem diferentes quando aplicados em universidades e escolas brasileiras.

Um exemplo disso seria a aplicação feita por BRAGA e SILVA (2020), a pesquisa decorreu no município de Manaus entre os meses de maio a junho de 2019. Foram incluídas duas escolas estaduais da rede pública do Ensino Médio(EM), tendo como amostra no pré-teste ($n_{pré} = 92$) alunos do1º ($n_1 = 37$), 2º ($n_2 = 22$) e 3º ano ($n_3 = 33$), bem como discentes da disciplina de Física no Ensino Superior(ES) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM) como parte da amostra do pós-teste ($n_{pós} = 35$). Sendo que os respondentes do ES se caracterizaram em níveis e cursos diversificados.

Quadro 13 - Índice de dificuldade (ID) e discriminante (DISCR) do teste EMCA.

ID / DISCR	**Muito fáceis** (de 0,75 a 0,95)	**Fáceis** (de 0,55 a 0,74)	**Normais** (de 0,45 a 0,54)	**Difíceis** (de 0,25 a 0,44)	**Muito difíceis** (de 0,55 a 0,24)
Muito bom $DISCR \geq 0{,}4$	-	-	-	**y4**	
Bom $(sujeito\ a\ aprimoramento)$ $0{,}3 \leq DISCR \leq 0{,}4$	-	-	-	**y16, y19**	
Marginal $(sujeito\ a\ reelaboração)$ $0{,}2 \leq DISCR \leq 0{,}3$	-	-	-	**y9**	**y2**
Inadequado (sujeito a rejeição) $DISCR \leq 0{,}2$	-	-	-	y1, y6, y7, y10, y11, y12, y13, y15, y30	y3, y5, y8, y14, y17, y18, y20, y21, y22, y23, y24, y25, y26, y27, y28, y29

Fonte: Próprio Autor.

Ao observarmos o quadro de análise do índice de dificuldade (ID) e discriminação (DISCR) do teste EMCA (Quadro 13) vemos que os itens do teste foram classificados de maneira bem diferente do esperado, sendo a maioria dos itens classificados como “Muito difíceis”, falhando portanto com a proposta original do teste, e “Inadequados”, indicando uma impropriedade dos itens para aplicação que pode ser originada da forma de aplicação do teste, de falhas conceituais das questões ou de inadequação do teste para com o público que fora comtemplado.

De fato, os próprios autores argumentam que “é importante destacar que parte dos respondentes são de âmbito universitário e seus respectivos escores foram superiores aos demais. Situação parecida abordada Madsen et al (2015) que diz sobre estudantes de Física possuírem escores mais elevados devido ao desenvolvimento do pensamento físico durante o Ensino Básico” (BRAGA & SILVA, 2020). Logo, acredita-se que os resultados podem ser melhores para uma amostra composta especialmente de alunos do ES. O teste DIRECT também apresentou diferenças de desempenho nas versões do DIRECT, com alunos universitários com desempenho superior aos alunos do ensino médio.

Todavia, para elaborar um teste conceitual que atende-se tópicos mais específicos da ementa do curso de Laboratório de Física Geral III, da Universidade Federal do Amazonas, foram descartados alguns tópicos abordados pelo teste EMCA e compiladas as questões dos tópicos escolhidos com algumas questões do DIRECT, pois apesar do deste ser uma versão anterior ao EMCA, o mesmo traz questões muito mais qualitativas, avaliando mais a lógica por trás dos circuitos elétricos e o comportamento da corrente elétrica. Além disso, as questões do

DIRECT costumam abrir muito mais espaço para experimentação, tendo em vista que todas elas são baseadas em figuras e imagens únicas de sua representação.

Podemos notar que existe uma maior quantidade de questões com boa discriminação e que estão variando bastante em questão de níveis de dificuldade, o que segundo Braga e Silva (2018), significa dizer que enquanto os itens mais fáceis permitem discriminar bem entre os sujeitos com posição mais desfavorecida no traço latente que mede o teste, os itens mais difíceis vão discriminar melhor entre aquelas mais capacitadas na variável apresentada para a medida. Ou seja, apesar da falta de itens de dificuldade média, o bom balanço entre itens difíceis e fáceis ajudam a discriminar os extremos da distribuição.

4.6.1.4. Índices de homogeneidade

O coeficiente bisserial (r_{biss}) e ponto-bisserial (ou item- teste) também são Índices Percentuais de Discriminação (IPD), todavia são baseados na correlação e são considerados os principais índices de homogeneidade, são medidas de associação entre item/prova.

No caso coeficiente ponto bisserial (r_{pb}) a variável analisa se os indivíduos de bom desempenho estão errando o teste, o que indica uma possível necessidade de revisão do item ou até mesmo eliminação, caso ele esteja dando um valor igual ou abaixo de zero, pois o item está gerando confusão entre alunos que deveriam tê-lo acertado. Sua expressão é dada por:

$$r_{pb} = \frac{\bar{X}_p - \bar{X}_q}{\sigma_x} \cdot \sqrt{p \cdot q} = \frac{\bar{X}_p - \bar{X}_q}{\sigma_x} \cdot \sqrt{\frac{p}{q}}$$

Sendo:

- $\bar{X}_p$ ou M^+: Média da medida de desempenho (Acerto ao item);
- $\bar{X}_q$ ou M^-: Média da medida de desempenho (Erro do item);
- σ: Desvio padrão;
- p : Percentual de respostas corretas;
- q: Percentual de respostas aos distratores
- $h(p)$: Valor da densidade da distribuição normal.

O coeficiente bisserial se relaciona com o coeficiente ponto-bisserial (r_{pb}), que se refere à correlação linear de Pearson entre as respostas dos itens e seus respectivos escores no teste. A correlação bisserial informa o perfil do grupo que esta sendo avaliado, podendo atender, os seguintes perfis:

- $0 < r_{biss} \leq -1$: Perfil com predomínio de sujeitos com baixo desempenho
- $r_{biss} \cong 0$: Perfil de composição mista
- $-1 \leq r_{biss} < 0$: Perfil com predomínio de sujeitos de alto desempenho

As equações utilizadas para obter estes valores são as seguintes, e são obtidas por García et al (2000, p. 44):

$$r_{biss} = \frac{M^{+} - M^{-}}{\sigma_x} \cdot \frac{p \cdot (1-p)}{h(p)}$$

Podemos também combinar a equação que versa sobre o ponto-bisserial com a equação bisserial, visto que ambas utilizam as mesmas variáveis para obtenção de seus valores obtendo assim a seguinte equação:

$$r_{biss} = \frac{r_{pb} \cdot \sqrt{p \cdot q}}{\sigma_x}$$

Na aplicação do teste conceitual CBCRT verificou-se que todos os itens, com exceção do item 19, tem um coeficiente bisserial acima de uma média dos itens com coeficiente bisserial atingindo aproximadamente o valor de 0,41, o que indica que o perfil da turma é de composição mista, tendendo para o alto desempenho. Enquanto o ponto-bisserial estava em torno de 0,30, o que indica que média dos itens estava de acordo com o esperado.

A única exceção foi o item 19, que teve tanto o ponto-bisserial quanto bisserial dando aproximadamente -0,1 o que indica que o item além ser desenvolvido com baixa performance pelos alunos, estava levemente deslocado do que estava sendo avaliado no teste como um todo. Acredita-se que esse resultado se deva ao fato de que a item 19 estava avaliando um conhecimento a mais dos alunos, que era o cálculo de circuitos triângulo-estrela, que foi pouco

trabalhado na disciplina de Laboratório de Física Geral III. Todavia o item ainda pôde ser aproveitado na fase experimental de aplicação do estudo.

4.6.1.5. Alfa de Cronbach

Uma medida interessante, desenvolvida por Lee Cronbach (1951) para avaliar a consistência e a fidelidade do teste. Basicamente essa variável estima a confiabilidade de um questionário aplicado em uma pesquisa medindo a correlação média entre fornecidas pelos respondentes e a correlação média entre as perguntas. O coeficiente Alfa de Cronbach (α) é calculado através da variância dos itens individuais com a variância da soma dos itens de cada avaliador de todos os itens de um questionário que utilizem a mesma escala de medição.

As opiniões em torno do que seria o valor ideal para o Alfa de Cronbach de um teste conceitual variam bastante. Landis & Koch (1977) consideram moderados testes conceituais com Alfa de Cronbach entre 0,41 e 0,60, sendo tidos como "substanciais" testes que ultrapassam esse valor. Engelhardt (2009), considera aceitáveis para medidas de grupo apenas testes conceituais com valores acima de 0,70.

Tabela 6 - Consistência interna segundo o valor de Alfa de Cronbach.

Valor de alfa	**Consistência interna**
Maior do que 0,80	Quase perfeito
De 0,80 a 0,61	Substancial
De 0,60 a 0,41	Moderado
De 0,40 a 0,21	Razoável
Menor do que 0,21	Pequeno

Fonte: Próprio Autor.

O teste CBRT ficou em torno de 0,45. Este valor é considerado muito baixo e pouco confiável. Todavia, após limpar os dados, eliminando os itens com correlação ponto-bisserial (correspondente ao coeficiente de Pearson) próximo de zero ou negativos o valor do Alfa de Cronbach subiu para 0,61 verificando um aumento na consistência do teste. Isso ocorre porque o baixo índice do ponto-bisserial pode estar indicando uma questão com grandes números de chute, no teste CBCRT essas questões são as questões 19D, 15B, 13B e 10B. Essa hipótese é justificada quando olhamos para os índices de certeza das repostas dos alunos para essas questões.

Quadro 14 - Índices de certeza das questões com menor ponto-bisserial.

Questão-Item / **Índice de certeza**	19D	15B	13B	10B
Totalmente uma adivinhação	19%	0%	6%	6%
Quase uma adivinhação	6%	0%	6%	3%
Não tenho certeza	**41%**	**34%**	**41%**	**53%**
Certeza	19%	22%	28%	19%
Quase convicto	13%	16%	13%	9%
Totalmente convicto	3%	28%	6%	9%

Fonte: Próprio Autor.

A aplicação do teste conceitual do feita por Braga e Silva (2019) ficou com o Alfa de Cronbach em 0,25 no pré-teste e 0,60 no pós-teste, ambos abaixo do valor conseguido logo na primeira aplicação do teste CBCRT. O que indica que o teste obteve uma melhora no seu nível de confiabilidade e consistência.

4.6.2. Teoria Fundamentada nos Dados

Sempre se busca entender os porquês para as questões emergentes de aspectos humanos e seus significados. Com auxílio da *Teoria Fundamentada* como metodologia da pesquisa busca-se fazer emergir estes aspectos, efeitos e implicações da aplicação experimental através da análise dos dados retiradas dos testes e principalmente de entrevistas com grupos focais.

Glaser e Strauss, desenvolveram e apresentaram em 1967 a *Teoria Fundamentada*, a qual utilizaram na elaboração do seu estudo social sobre pacientes em estado terminal em hospitais, o *Awareness of Dying* em 1965. Esse estudo foi e até hoje é muito bem reconhecido por pesquisadores da área dos estudos sociais. Em seu artigo de 2007, o sociólogo *Stefan Timmermans* chamou o livro de "marco", uma vez que, na época em que fora desenvolvido, não havia muito reconhecimento por parte dos cientistas a respeito dos estudos qualitativos.

A pergunta que teria dado o "*start*" para este estudo seria: "O que está acontecendo aqui?". Glauser e Strauss queriam entender a influência que o sentimento de "expectativa de morte" tinha sobre os pacientes e seus familiares. O que lhe permitiu, não apenas criar uma teoria sobre o assunto, mas também classificar os tipos de consciência em consciência fechada, suspeita, decepção mútua e consciência aberta.

Do mesmo modo, este estudo visa entender de maneira mais abrangente as implicações para o ensino de resistência elétrica a partir dos fractais. Que apesar de não ser uma temática tão impactante quanto a morte, pode gerar teorias úteis para o campo da educação, que nos atestem com maior nível de segurança o uso destes objetos, cujo papel exercido pode evoluir sobre a interpretação deles como de simples gatilhos motivacionais que despertem interesse e curiosidade até ferramentas poderosas para resolução de problemas.

4.6.2.1. A teoria fundamentada Straussiana

Apesar de ser desenvolvida por Glauser e Strauss, ambos não concordavam em todos os pontos deste método. A teoria fundamentada Glausseriana é mais rígida por se pautar em um positivismo moderado, onde o pesquisador é limitado de realizar certas ações, como por exemplo, a impossibilidade de se consultar a literatura no início dos estudos. Esta seria uma forma de privar o pesquisador de sofrer influências externas na elaboração de seus códigos.

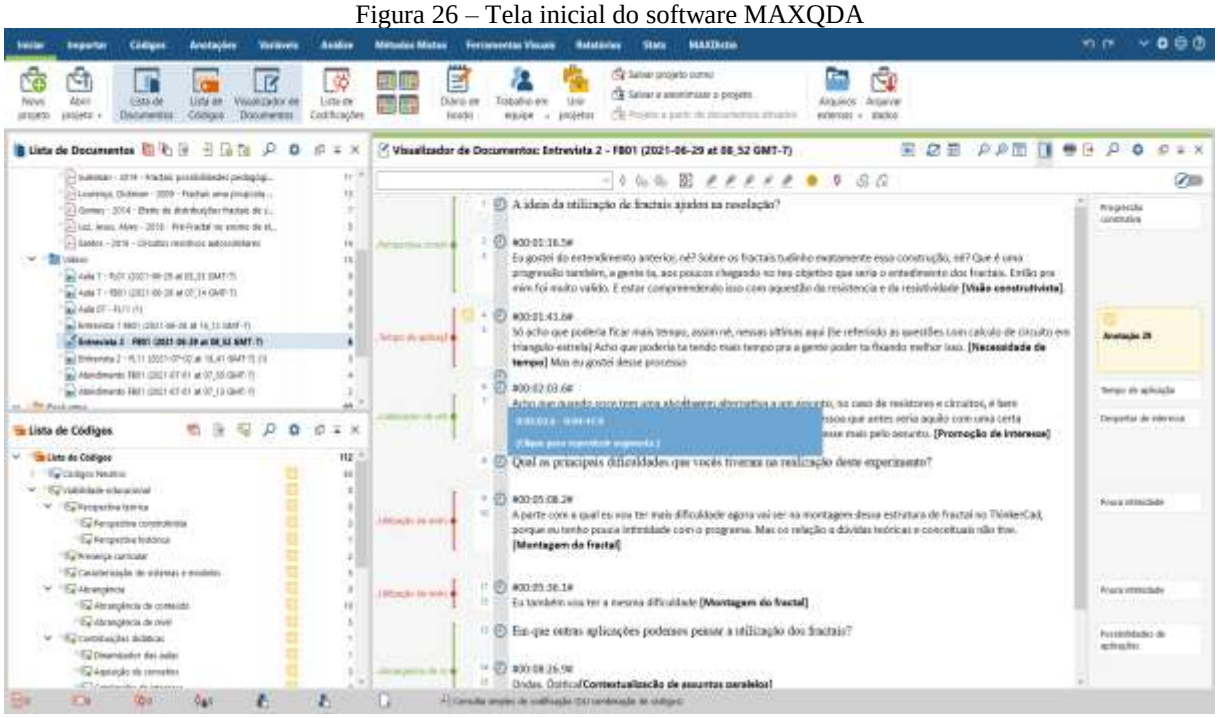
A teoria fundamentada Straussiana, por sua vez, possui uma maior flexibilidade na consulta de materiais paralelos e na forma de coleta dos dados, podendo ser feito das mais variadas formas, desde que o padrão de repetição seja observado para o estabelecimento de códigos. Por esta razão, teóricos inserem a teoria fundamentada Straussiana dentro de um espectro de teorias mais pragmática e interacionistas, o que se encaixa de maneira muito mais satisfatória dentro da perspectiva teórica deste trabalho.

As três etapas fundamentais da Teoria Fundamentada são a amostragem (Inicial/Teórica) a coleta de dados e a produção de dados. A amostragem teórica é implementada na fase da codificação axial, ou seja, nessa etapa o pesquisador já obtém uma série de dados que foram coletados durante o processo de codificação. Isso dá ao pesquisador a possibilidade de voltar a análise de sua amostragem e refazer suas codificações a depender da necessidade que surgir durante a coleta de dados. Já a amostragem inicial dá ao pesquisador os critérios que ele precisa para fazer a filtragem dos dados que ele quer e necessita logo no início da pesquisa. No caso da pesquisa vigente optou-se por realizar a amostragem inicial e coletar dados históricos, epistemológicos e literários que nos dessem a possibilidade de estabelecer esses critérios. Dos critérios foram escolhidos o foco em dados referentes a dificuldade conceitual e a viabilidade de aprendizagem.

4.6.2.2. Codificação

A codificação é uma forma de definição e organização dos dados. Este processo ocorre pela identificação, seguido do registro de passagens do texto ou outros itens nos dados que exprimam significados. O processo comparativo dessas passagens produz os códigos. Logo, pode-se dizer que toda passagem que se refere à mesma coisa é codificada da mesma forma. A codificação é uma forma de indexar ou categorizar o texto para estabelecer uma estrutura de ideias temáticas em relação a ele.

Figura 26 – Tela inicial do software MAXQDA



Fonte: Próprio autor, extraído do MAXQDA (VERBI Software, 2020)

É muito conhecido o processo de codificação linha-a-linha, todavia a codificação inicial pode ser realizada pela análise linha a linha, frase a frase, parágrafo a parágrafo ou de documentos inteiros, tudo depende da questão de pesquisa, intenção do pesquisador, da fase em que a pesquisa se encontra e principalmente do estilo do pesquisador. Independente do procedimento escolhido o mais importante é que o pesquisador tenha como produto final dessa etapa uma lista de códigos e categorias que deve ser complementada pelas notas em código (um tipo de memorando) criadas para explicar e definir o conteúdo dos códigos e categorias (STRAUSS; CORBIN, 1998). Esse procedimento foi realizado com o MaxQDA20 (Figura 26).

4.6.2.2.1. Codificação Inicial

A codificação inicial aconteceu primeiramente através da análise na literatura, analisando parágrafos e sentenças de autores e seus respectivos participantes em trabalhos relacionados a esta temática, “Geometria dos Fractais”. Foi dado foco especial sobre as afirmativas conclusivas e impressões sobre as perspectivas de autores, alunos e professores participantes da pesquisa.

Nesta etapa, utilizam-se as perguntas e comparações em busca de similaridade e diferenças entre cada incidente, evento ou situação: "O que é isto? O que representa?" (STRAUSS; CORBIN, 1998, p.63). Para responder a estas perguntas iniciou-se o processo de codificação com a simples classificação a priori de códigos entre o que era tido como “Viabilidade Educacional” - para agrupar afirmações positivas, indicações de usabilidade e contribuições práticas relacionadas a utilização dessa temática fractal no ensino de física; e o que era “Dificuldades Evidenciadas” - para classificar aquelas afirmações relacionadas aos aspectos negativos da utilização dessa temática, inviabilidades, incongruências, complicações genéricas na implementação encontradas mediante o experimento realizado. A definição desses códigos foi elaborada no intuito de gerar informações capazes de guiar os autores na elaboração do design preliminar (OE3), do re-*design* (OE4) e do guia instrucional para a aplicação desse experimento (OE5). O quadro 10 é exemplificativo, ele mostra alguns desses segmentos argumentativos, inicialmente retirados da literatura, e como eles foram classificados.

Essa classificação inicial buscou fazer essa definição na tentativa de estreitar o caminho na busca por uma atividade experimental que possibilite uma aproximação da realidade valorizando evidências empíricas de ensino-aprendizado e contribuindo na aquisição significativa de conceitos básicos.

Quadro 15 – Codificação pré-releitura

Código	**Segmento**
Viabilidade educacional	Em relação à Educação Matemática, Fassarella, Luz et al (2015, p. 2), salientam que a Geometria Fractal coloca em perspectiva as seguintes possibilidades que justificam sua abordagem na Educação Básica: Discutir um fragmento interessante da história da Matemática, a história da descoberta e dos descobridores dos fractais.
	E é necessário que os professores promovam uma visão da matemática como uma ciência em evolução, não algo pronto e definitivo, levando o aluno a construir e se apropriar do conhecimento que servirá para transformar sua realidade.
	Além de ter proporcionado uma visão dinâmica da Matemática como uma ciência que avança, e não como um corpo de conhecimentos prontos e acabados.”

Dificuldades evidenciadas	Isso mostra que em todas as séries, os alunos podem ter falta de conhecimento e incompreensão sobre fractais
	Contudo, [a geometria de fractal] ainda não faz parte do currículo da escola básica
	Embora haja um desejo de incluir fractais no currículo de matemática, há pouco conhecimento de como os alunos aprenderiam o conteúdo e reagiriam a ele. Revelar o conhecimento e a compreensão dos alunos sobre fractais no currículo de matemática atual é importante para determinar possíveis dificuldades do sujeito e superação das dificuldades.

Fonte: Próprio Autor

Entretanto, verificou-se que estas codificações iniciais eram muito abrangentes, e logo houve a necessidade de estabelecer códigos mais específicos para cada segmento afirmativo (quadro 11). Nesse interim, foi feita a releitura desses fichamentos definindo códigos mais específicos para cada uma das afirmações, e os códigos Dificuldades evidenciadas e Viabilidade educacional se tornaram categorias.

Quadro 16 – Codificação pós-releitura

Categoria	**Código**	**Segmento**
Viabilidade educacional	Perspectiva Histórica	Em relação à Educação Matemática, Fassarella, Luz et al (2015, p. 2), salientam que a Geometria Fractal coloca em perspectiva as seguintes possibilidades que justificam sua abordagem na Educação Básica: Discutir um fragmento interessante da história da Matemática, a história da descoberta e dos descobridores dos fractais.
	Perspectiva construtivista	E é necessário que os professores promovam uma visão da matemática como uma ciência em evolução, não algo pronto e definitivo, levando o aluno a construir e se apropriar do conhecimento que servirá para transformar sua realidade.
	Perspectiva construtivista	Além de ter proporcionado uma visão dinâmica da Matemática como uma ciência que avança, e não como um corpo de conhecimentos prontos e acabados.
Dificuldades evidenciadas	Incompreensão multinível	Isso mostra que, em todas as séries, os alunos podem ter falta de conhecimento e incompreensão sobre fractais
	Ausência do currículo	Contudo, [a geometria de fractal] ainda não faz parte do currículo da escola básica
	Lacuna literária	Embora haja um desejo de incluir fractais no currículo de matemática, há pouco conhecimento de como os alunos aprenderiam o conteúdo e reagiriam a ele. Revelar o conhecimento e a compreensão dos alunos sobre fractais no currículo de matemática atual é importante para determinar possíveis dificuldades do sujeito e superação das dificuldades.

Fonte: Próprio Autor

Cada dificuldade apresenta uma especificidade, uma razão ou motivo expresso na própria fala do autor que justificam a situação apresentada. Os códigos foram escolhidos de maneira que fosse possível identificar estes significados intrínsecos ou extrínsecos da fala dos

autores, formando uma lista de códigos[11] completa com 25 códigos e 69 segmentos codificados[12].

A exemplo dos códigos de Viabilidade educacional temos os autores trabalhando a possibilidade da aplicação dos fractais sob uma perspectiva construtivista, onde os fractais são vistos como contributivos na construção do conhecimento por parte do aluno. E também um segmento que valoriza a utilização dos fractais como uma forma de discussão histórica da matemática. Semelhantemente temos atribuições de códigos específicos que caracterizam o tipo de "dificuldade evidenciadas" na categoria subsequente.

4.6.2.2.2. Codificação Axial

Na codificação axial o pesquisador deve buscar respostas para perguntas do tipo: Por quê? De que forma? Onde? Quando? e Como? Para isso, deve-se realizar uma análise que demanda conhecimento e sensibilidade reflexiva do pesquisador. Os dados que foram separados na codificação aberta são reagrupados, a fim de formar explicações sobre os fenômenos em investigação e possibilitar a emergência de categorias.

Os códigos que apresentam semelhanças semânticas e morfológicas foram agrupados em novas categorias. E assim o processo de codificação da teoria fundamentada tende a levar o pesquisador de códigos meramente interpretativos, para códigos mais analíticos e teóricos, estes apresentam um nível de abstração um pouco maior pois são mais genéricos e tendem a abarcar um gama de significados. Vale ressaltar que a regressão para códigos gerados na codificação inicial também é válida, dependendo apenas da reflexão realizada pelo pesquisador.

Essas categorias são regidas pelo paradigma da codificação, que segundo (STRAUSS; CORBIN, 1998, p.99), podem ser sistematizados de acordo com: Condições Causais, Fenômeno, Contexto, Condições intermediárias, Estratégias de ações/interação e Consequências. Esses elementos são definidos de acordo com o tipo de relação encontrada entre os códigos. O fenômeno é a ideia/evento/acontecimento aos quais as ações e interações estão relacionadas; as condições causais são os elementos/situações que viabilizam a insurgência de um dado fenômeno; o contexto é determinado por especificidades que circundam o fenômeno e o que condiciona a ação/interação; as condições intervenientes são constituídas pelo tempo,

[11] Na página 106 tem-se a lista completa dos de todos os códigos e seus respectivos significados (Apêndice G).
[12] Na página 127 tem-se a lista completa dos de todos os segmentos codificados (Apêndice H).

espaço, cultura, situação econômica e tecnológica, história, biografia pessoal, dentre outros; as estratégias de ação/interação são identificadas com o caráter processual (sequências, movimento, mudanças, dentre outros), com um propósito, uma finalidade, sendo importantes também as não ações; e as consequências devem ser consideradas como o resultado/resposta (SILVA; KALHIL, 2017).

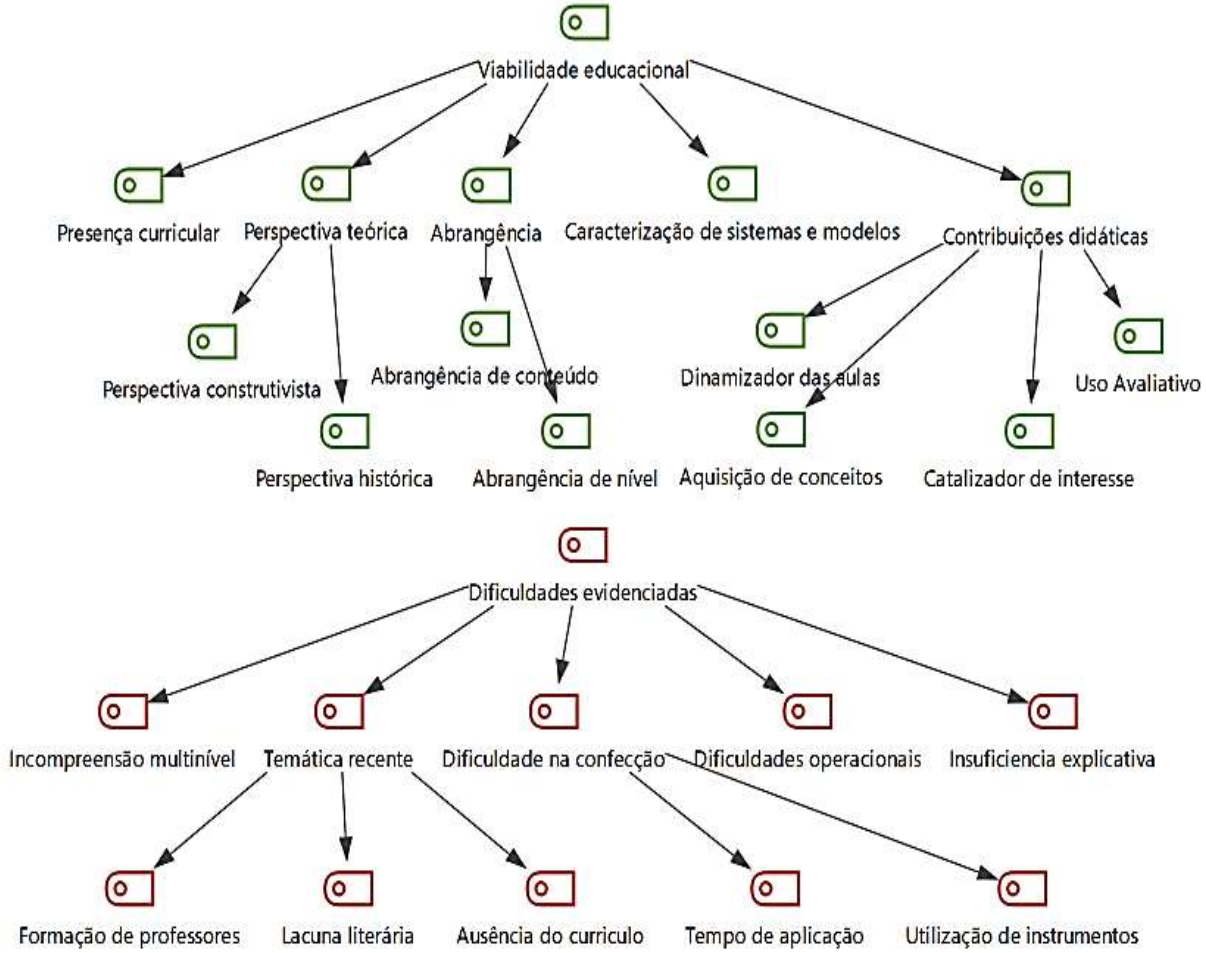
Ainda se utilizando dos exemplos citados anteriormente (Quadros 15 e 16) temos a formação da sistematização desses códigos respeitando o paradigma da codificação (Figura 27). Observa-se a criação de uma subcategoria definida pelo agrupamento de códigos semelhantes chamada de Perspectiva teórica. Esses códigos estão ligados pela relação de Estratégias de ações/interação, ou seja, são ações e interações planejadas e desenvolvidas para lidar com o fenômeno a fim de resolver o problema.

Figura 27 - Sistematização dos códigos

Fonte: Próprio autor, extraído do MAXQDA (VERBI Software, 2020)

De igual forma temos a formação de novas subcategorias das quais a Dificuldade evidenciada é o código primordial. A exemplo tem-se a Temática recente como código que compila Formação de professores e Lacuna literária. Estes códigos estão ligados pela relação causa-efeito, onde a Temática recente é a fator que desencadeia ou influência os códigos subsequentes, portanto correspondem as Condições. Na figura 13 temos a janela de codificação criativa gerada automaticamente no software MaxQDA. Ele permite uma melhor visualização dessa sistematização dos códigos e suas categorias. Aqui temos todas as codificações presentes no apêndice G e H, onde encontram-se respectivamente toda a Lista de códigos e seus Segmentos codificados.

Figura 28 - Janela de codificação criativa



Fonte: Próprio autor, extraído do MAXQDA (VERBI Software, 2020)

Cada uma dessas conexões busca respeitar uma das possíveis condições estabelecidas pelo paradigma da codificação. Como a dificuldade na confecção possui ligação com a Utilização de instrumentos e tempo de aplicação por serem condições que modificam ou alteram o impacto de um determinado fenômeno. O que implica dizer que essa dificuldade pode ser regulada por estas duas variáveis. Essa e outras interpretações são feitas no processo de Codificação Seletiva.

4.6.2.2.3. Codificação Seletiva

O último processo analítico, a codificação seletiva, é a fase na qual é desenvolvida a teoria que justifica e condensa as informações adquiridas nas etapas de anteriores. Inicialmente ocorre o processo de integração de dados, onde o pesquisador, através de análises e releituras, faz a identificação de uma categoria central ou medular.

Essa categoria central deve ser um conceito amplo e abstrato. Ela descreve de maneira resumida, utilizando poucas palavras, aquilo que o pesquisador considera como tema principal do estudo. Uma vez feita essa identificação, o pesquisador deve construir um texto relacionando essa categoria central com as outras categorias, o tipo de relação é estabelecido através do paradigma da codificação. Essa condensação de códigos e categorias relacionadas deve dar origem a um texto capaz de responder as inquietações do pesquisador.

De acordo com a vertente straussiana, para fazer essa análise e identificar a categoria central devemos verificar a existência de algumas características. A primeira e mais importante seria a frequência de aparecimento dessa categoria nos segmentos analisados. Utilizou-se o MAXQDA para identificar graficamente essa frequência.

Como a análise envolve requisitos para construção de uma atividade experimental que estimule a aprendizagem significativa de conceitos, é necessário entender (1) o que é educacionalmente viável para a construção de uma atividade experimental que envolva os fractais? e (2) quais são as dificuldades evidenciadas pelo uso dos fractais como atividade experimental? Logo, como a pergunta é dupla, a resposta dentro da Teoria fundamentada nos Dados também será dupla, sendo necessário a busca por duas categorias centrais, dentro do espectro daquilo que seria Viabilidade educacional e Dificuldade evidenciada (Figura 29).

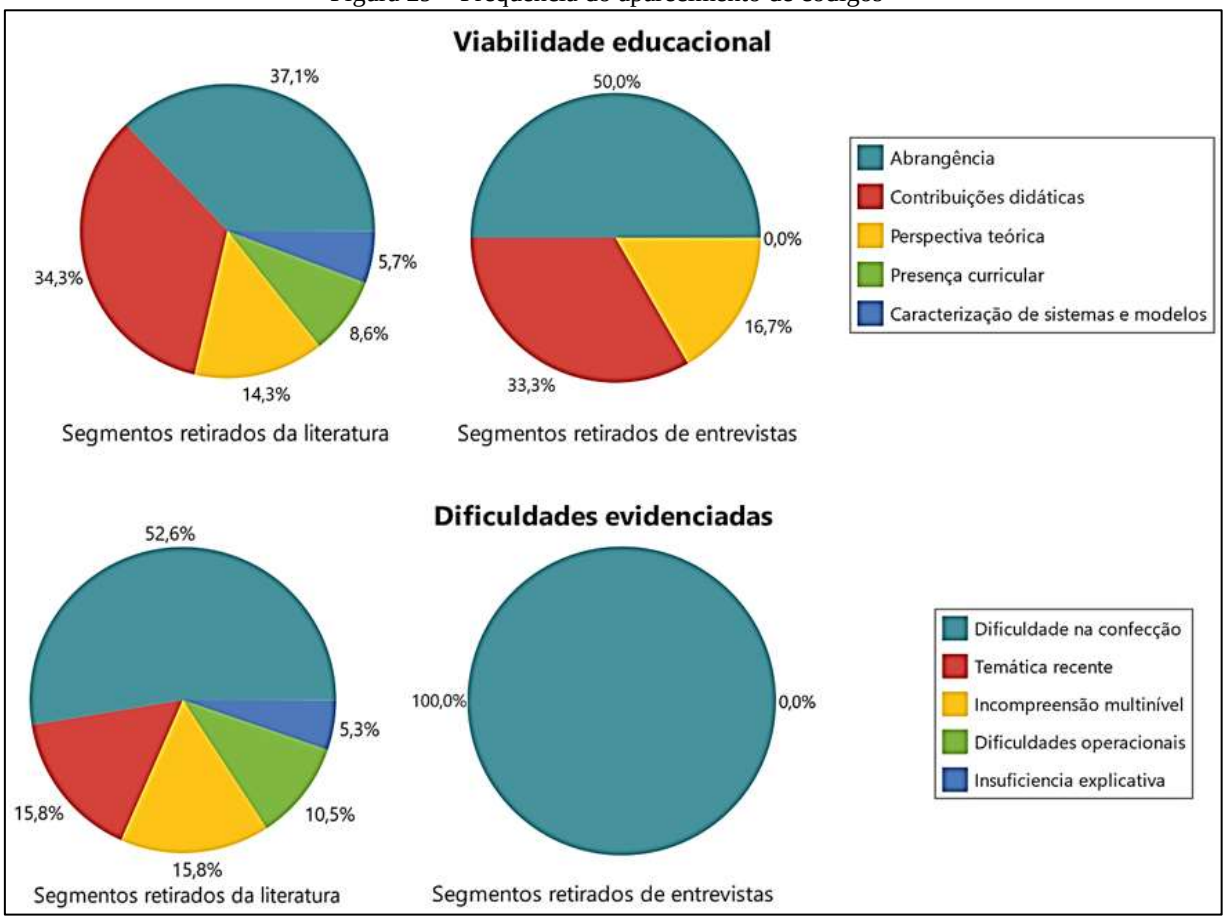
Dentro do espectro da viabilidade educacional vemos que presença curricular e caracterização de sistemas e modelos estão mais presentes na literatura estrangeira. Visto que o assunto de fractais ainda não é muito trabalhado no contexto nacional. Fato este que pode justificar a ausência destes códigos nas entrevistas.

Por outro lado, o código mais recorrente, tanto nas entrevistas quanto na literatura, é o da Abrangência. Esse código indica a capacidade que o tema tem de envolver diversos assuntos e contextos educacionais variados. Os outros dois códigos mais frequentes são Contribuições didáticas e Perspectiva teórica. Ambos também estão relacionados em algum nível com a Abrangência. Um exemplo disso, é o fato de que um dos principais subtópicos das Contribuições didáticas é a capacidade que os fractais têm de catalisar o interesse e a curiosidade dos assuntos contextualizados. Podemos utilizar o seguimento abaixo como exemplo:

> Em meio a tanta desmotivação no ensino e aprendizagem da matemática, a utilização dos fractais pode tornar a matemática mais instigante e mais real dentro da sala de aula, despertando o interesse, a curiosidade e criatividade dos alunos devido ao forte apelo estético (SANTOS; RODRIGUES, 2017, p. 136).

O Santos e Rodrigues (2017) defendem a ideia da utilização dos fractais como um recurso contra a desmotivação educacional por parte dos alunos. E atribui-se esse efeito ao apelo estético dos modelos em fractal. Esta estética pode ser implementada em vários conteúdos dentro ou fora do ensino de ciências. Atividades com Geometria Fractal fazem ampla utilização do apelo estético de figuras, que podem contribuir significativamente na (re) aquisição de conceitos matemáticos necessários à resolução correta dos itens propostos (CARVALHO, 2005).

Figura 29 – Frequência do aparecimento de códigos



Fonte: Próprio autor, extraído do MAXQDA (VERBI Software, 2020)

O parágrafo supracitado de Santos e Rodrigues (2017) também cita o desenvolvimento da criatividade como algo muito recorrente nas atividades que envolvem fractal, pois a grande maioria delas envolve a realização de constructos. Logo vemos o prevalecimento de uma perspectiva construtivista em aplicações dentro de sala de aula. Deste modo, podemos classificar a "Abrangência" como categoria central dentro da dos códigos que representam Viabilidade educacional.

Enquanto, nas Dificuldades evidenciadas, a mais latente na literatura e única dificuldade apontada pelos alunos em suas entrevistas foi a Dificuldade de confecção. Um código muitíssimo recorrente nas falas de autores, professores e alunos que se envolvem no processo de ensino-aprendizagem com contextualização da Geometria Fractal.

O manuseio de ferramentas de maneira correta e precisa é fundamental para a realização de constructos de fractais. Tesoura, cola, régua, esquadro, são materiais simples, mas que os alunos não têm o bom costume de utilizar. Acreditou-se que a realização de uma atividade experimental *online*, em modalidade de ensino remoto, faria com que a frequência deste código descaísse, no entanto ele aumentou expressivamente tendo em vista os resultados das entrevistas com os alunos da turma de Laboratório de Física III.

As dificuldades de confecção se manifestaram no uso dos *softwares*, no caso em destaque foram detectadas muitas dificuldades na utilização do *ThinkerCad* Circuits (plataforma online de montagem simulada de circuitos elétricos) e das suas ferramentas cibernéticas como o multímetro digital, conexões e afiações digitais. Logo a dificuldade da confecção é a categoria central dentro do espectro do que seriam as dificuldades conceituais.

Uma vez em posse das categorias centrais, elas tiveram de ser relacionadas em um texto, utilizando o paradigma da codificação. Foram estabelecidos códigos e categorias periféricas que fossem capazes de assumir a posição de Condições, Ação-interação e Consequências que expliquem como podemos construir uma atividade experimental na Física em nível superior que possibilite uma aproximação da realidade valorizando evidências empíricas de ensino-aprendizado e contribuindo na aquisição significativa de conceitos básicos de circuitos elétricos. Esse texto é descrito nas conclusões deste estudo.

4.7. RE-DESGIN DA ATIVIDADE

Vários processos dentro do design foram readaptados e aperfeiçoados de acordo com as evidências coletadas pelo teste conceitual e dos dados estatísticos dos códigos no MAXQDA20. A primeira percepção que tem-se é de que as evidências de viabilidade educacional foram atestadas, confirmando as constatações feitas pela literatura de os fractais realmente despertam interesse (DICKMAN; LOURENÇO, 2009; SONZA; LEIVAS, 2018; SANTOS; RODRIGUES, 2017), possuem forte poder descritivo de objetos naturais (SANTOS; RODRIGUES, 2017; SONZA; LEIVAS, 2018; SULEIMAN, 2019), e possibilitam aquisição

de conceitos (SONZA; LEIVAS, 2018; MENDES (2016); SANTOS; RODRIGUES, 2017; SULEIMAN, 2019)

Todavia as evidências de dificuldade da literatura também se fizeram presentes. Principalmente no que tange a confecção dos objetos fractais. Tanto que, como o aluno cita em seu relato foi necessária a utilização de horas fora da disciplina para tirar dúvidas quanto ao manuseio dos *softwares*. Houve também dificuldade de introdução do assunto por ser uma temática recente e incompreensão multinível da utilização dos recursos. Observa-se que cada uma dessas dificuldades se relaciona uma com a outra em certos níveis de interação professor ↔ aluno ↔ ferramentas educacionais.

A dificuldade do aluno em operar as ferramentas educacionais para construção dos fractais pode ser atenuada pela dificuldade de compreensão do conteúdo que é expressivamente caracterizado na literatura por ser uma temática recente.

A operação de *softwares* como simuladores de circuitos, por sua vez, são grande maioria das vezes projetados para operar sistemas mais simples e que formem figuras mais cartesianas. A operação de softwares para modelos fractais pode gerar incompreensão multinível. O termo multinível se refere a uma dificuldade tanto por parte dos alunos, quanto professores em entender estes aplicativos.

Soma-se a isso a dificuldade natural de um professor ter que adaptar-se a um aplicativo que pode não ser tão usual e pode estar fora do seu conhecimento comum. A multiplicidade de ferramentas disponíveis pode se tornar uma "faca de dois gumes", por um lado acessibilidade a novos recursos é ampliada e pode melhorar e variar a forma do professor apresentar suas aulas (HATTIE 2017), por outro lado a multiplicidade de recursos pode dificultar a compreensão e a segurança do professor em adotar determinada metodologia, tendo em vista que cada software destinado a operação de uma determinada tarefa pode operar a mesma função de diferentes formas (Garcia et al, 2020).

Mas é algo a ser superado, inclusive é o que revela a real necessidade deste estudo. E para tanto, foi estipulado a adição de alguns recursos para melhorar a acessibilidade da atividade experimental por parte do professor. Pois, entende-se que, uma vez que o mesmo consiga compreender bem a forma de utilização das ferramentas, as dificuldades técnicas na utilização dos instrumentos por parte dos alunos poderão ser supridas e temática também poderá ser melhor compreendida,

Estes recursos alternativos foram o Padlet e o Google forms. O Padlet é um mural interativo no qual os alunos podem estipular as mesmas perguntas que antes eram feitas no Mentimeter, mas por ser uma ferramenta menos repleta de recursos estatísticos pode ser uma melhor alternativa para uma sala de aula com poucos alunos, cujos dados estáticos não sejam tão necessários para fazer predições de grupo com amostras reduzidas.

Já o Google Forms é uma ferramenta que já foi proposta para ser utilizada na implementação do teste conceitual. Todavia a mesma pode ser utilizada na aplicação das demais etapas da aplicação da atividade. Sendo sua única desvantagem o fato de não dar respostas tão rápidas quanto o Mentimeter e o Padlet, que operam em respostas de tempo real, mas que ainda assim pode ser uma vantagem para o professor e os alunos que estão mais habituados a aulas assíncronas.

Além disso, outras versões do teste conceitual foram criadas para dar ao professor melhores possibilidades de fazer essa sondagem inicial de maneira mais facilitada. Uma das versões dispõe o teste conceitual com base de dados ao professor para que o mesmo possa repensar o design educacional.

Quadro 17 – Comparativo de ferramentas disponibilizadas no Design e no Re-design

Etapas de aprendizagem	**Design**		**Re-design preliminar**	
Sondagem inicial	Teste com base de dados;	✓	Teste com base de dados;	✓
	Teste sem base de dados;	✗	Teste sem base de dados;	✓
	Teste comentados.	✗	Teste comentados.	✓
Apresentação dos conceitos	Mentimeter	✓	Mentimeter	✓
	Padlet	✗	Padlet	✓
	Google Forms	✗	Google Forms	✓
Desenvolvimento do conteúdo	Mentimeter	✓	Mentimeter	✓
	ThinkerCad Circuits	✓	ThinkerCad Circuits	✓
Aplicação experimental	ThinkerCad Circuits	✓	ThinkerCad Circuits	✓
Conclusão integrativa	Tempestade de ideias	✓	Tempestade de ideias	✓
	Sistema de recompensas	✓	Sistema de recompensas	✓
	Múltiplas propostas de atividades educacionais em plataforma digital	✗	Múltiplas propostas de atividades educacionais em plataforma digital	✓

Fonte: Próprio Autor

Outrossim o compartilhamento de dados é um pilar da Educação Baseada em Evidências (EBE) essencial para o progresso no desenvolvimento de designs educacionais cada vez mais aprimorados e adaptados a situações especificas (DBR-Collective, 2003).

Para facilitar o acesso a estes materiais e condensar em uma única plataforma digital todos os materiais confeccionados deste *re-design* foi elaborado o site Fractus Educare, uma plataforma digital que apresenta estes recursos educacionais e as propostas de outros docentes

desenvolvedores de processos educacionais semelhantes e está disponível no endereço eletrônico: https://fractuseducare.wixsite.com/website.

Fractus vem do latim e significa "partido", dividido, fracionado ou quebrado (do verbo frangere: "quebrar"). Enquanto a palavra *Educare* também vem do latim e significa literalmente “conduzir para fora” ou “direcionar para fora”. O significado do termo traz o sentido de preparar as pessoas para o mundo, ou seja, conduzi-las para fora de si mesmas mostrando-lhes a realidade. Uma realidade complexa que se traduz em objetos difíceis de serem definidos pela geometria euclidiana, pois nuvens não são esferas, as montanhas não são cones, as árvores não são lisas, e os raios não se deslocam em linha reta (MANDELBROT, 1982).

As únicas etapas que não foram modificadas para outras plataformas foram a etapa de aplicação de experimental, que está disponível apenas no aplicativo de simulação de circuitos elétricos ThinkerCad Circuits e a sondagem inicial, que está disponível apenas em Google Forms. Todavia, a sondagem inicial é constituída de testes conceituais com versões que apresentam recursos diferentes.

Nas demais etapas, cada uma possui pelo menos duas formas de aplicação em plataformas digitais diferentes, podendo ser utilizado o Mentimeter, Padlet e Google Forms como ferramentas para apresentação e/ou desenvolvimento de conteúdo.

E por fim, a conclusão integrativa das aquisições conceituais que na primeira etapa de design era feito apenas mediante a realização de *brainstorm*. Todavia com a quantidade exorbitante de materiais encontrados através da literatura, disponibilizou-se acesso outros materiais gratuitos para o professor poder encerrar a atividade da maneira que achar mais conveniente.

Foram estabelecidos os requisitos do sistema para o *re-design* deste site educacional como princípios de design baseados no objetivo de disponibilizar e divulgar recursos educacionais e integrar pessoas numa temática em comum, o ensino-aprendizado de física através da geometria de fractal. Logo, os requisitos desse sistema são: (1) Disponibilizar gratuitamente todas as ferramentas para aplicação da atividade experimental; (2) Divulgar atualizações feitas na atividade experimental e (3) Ter cadastro e login para conectar e integrar pessoas interessadas na proposta.

Baseados nestes princípios reutilizou-se a base de dados apresentada no mapeamento sistemático da literatura para avaliar sites semelhantes, com a mesma proposta de ensino e a reutilizou-se para adaptar o site com algumas funções encontradas em cada um desses sites

(Quadro 18), os sites encontrados foram: Fractarte, Complexos, Teoria da Complexidade e Fractalize.

Quadro 18 - Análise de funções disponíveis.

Websites / Funções	Fractarte	Complexos	Teoria da Complexidade	Fractalize
Artigos (1)	1	1	1	1
Grupos (3)	1	0	0	0
Chat (3)	0	0	0	0
Feed notícias (2)	1	1	1	1
Fórum (3)	0	0	0	0
Tutoriais (1)	0	0	0	1
TOTAL	3	2	2	3

Fonte: Próprio Autor

Baseados nessas funções readaptou-se o site Fractus Educare incluindo aba de artigos. A aba de artigos é uma função clássica presente em todos os sites relacionados a esta temática, trata-se de uma de divulgação dos assuntos pesquisados (Princípio 1), geralmente está juntamente associada ao feed notícias onde os pesquisadores comunicam novidades (Princípio 2) relacionadas as suas pesquisas. Estas funções básicas estão presentes em todos os sites pesquisados, principalmente no site Complexos e no site Teoria da Complexidade.

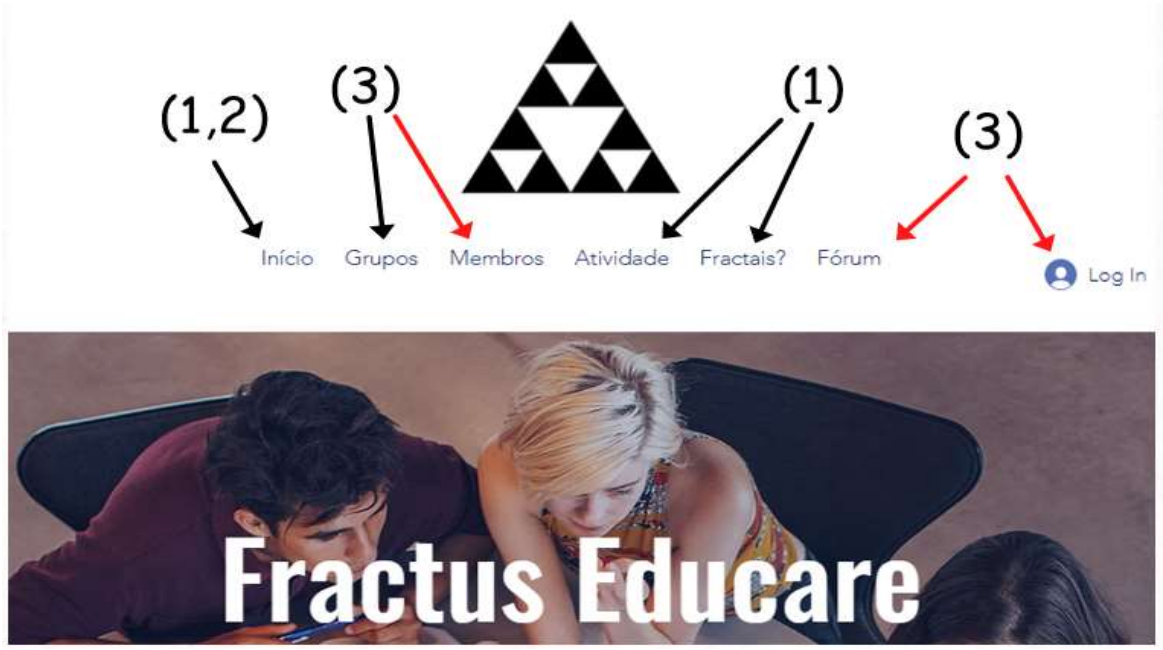
O site Fractarte tem como diferencial a aba de grupos que integra os participantes das pesquisas numa plataforma específica para eles se comunicarem. É uma ferramenta muito útil para a comunicação entre os componentes da equipe de pesquisa (Princípio 3). O site Fractalize é o único dentre os sites pesquisados que predispõe de tutoriais para a aplicação e desenvolvimento de fractais (Princípio 1).

Baseado nos princípios/requisitos de design do sistema (Página 5), foram adicionadas todas as funções e requisitos de sistemas semelhantes (Quadro 18) com algumas nomenclaturas diferentes. No painel de navegação da *homepage* do site (Figura 30) é possível visualizar algumas dessas funções principais com uma numeração indicando o princípio sobre o qual esta função está baseada.

Foram colocados funções que não foram comtempladas por nenhum site analisado (Chat e Fórum). A função chat ficou disponível para membros (Princípio 3) que se cadastraram na plataforma e, tendo a possibilidade de fazer *login* (Princípio 3), podem utilizar do chat para falar a com quaisquer outros membros.

Para melhor layout da página os artigos e os feeds notícias são disponibilizados no mesmo ambiente da página inicial (Princípio 1 e 2), para facilitar a visualização do leitor. Além das abas de Atividade (Princípio 1) e Fractais (Princípio 1) que tem um teor informativo e de disponibilizar todas as ferramentas para a aplicação da atividade experimental (Link de acesso: https://fractuseducare.wixsite.com/website/my-services).

Figura 30 - Página inicial do site Fractus Educare.



Fonte: Próprio Autor

Na aba de atividades (Figura 30) é possível encontrar algumas ferramentas para a aplicação da atividade experimental, são elas: O teste conceitual – disponível na aba Coletando Evidências; O Guia prático de aplicação da atividade – disponível em Aplicação em sala de aula e o acesso ao fórum – disponível em Discutindo os resultados. Falar-se-á brevemente a respeito de cada uma delas e sua importância para a aplicação da atividade.

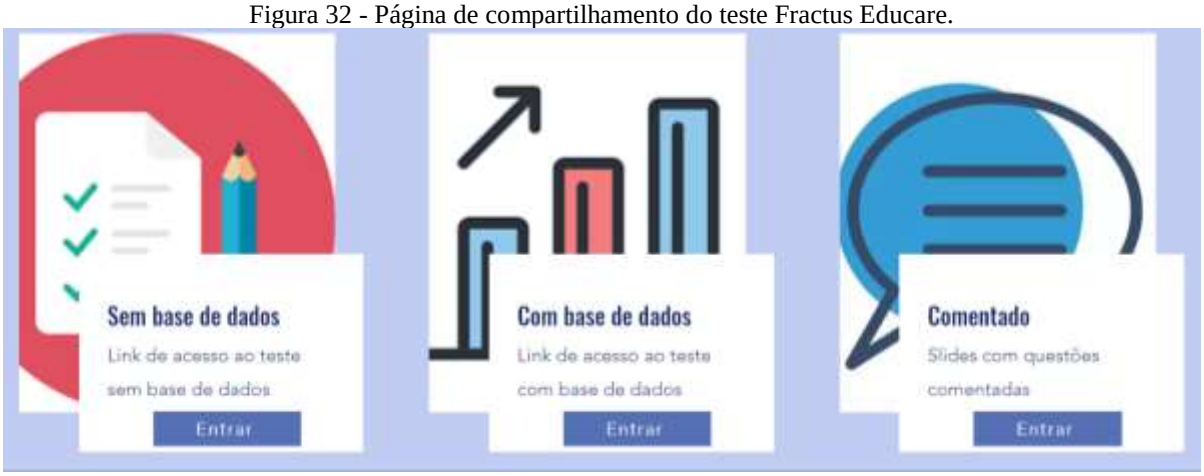
Figura 31 - Página de compartilhamento de dados Fractus Educare.

Fonte: Próprio Autor.

Evidências empíricas são essenciais e servem de base para o levantamento de categorias que indiquem subsunçores e déficits cognitivos que podem indicar aos professores possibilidades de ação-intervenção de impacto mais significativo. (HATTIE, 2012).

Desse modo, é sugerido a aplicação do teste Conceitos Básicos de Corrente, Resistência e Tensão (CBCRT), um instrumento elaborado para aplicação virtual, disponível na aba Coletando Evidencias, nela é possível acessar três versões do teste conceitual (Figura 32) uma sem base de dados, onde o professor poderá ter acesso a um teste sem nenhuma base de dados para consulta ao análise que não for as respostas dos seus próprios alunos (Link de acesso: https://fractuseducare.wixsite.com/website/services-4).

Figura 32 - Página de compartilhamento do teste Fractus Educare.



Fonte: Próprio autor.

Entretanto, os tutoriais são voltados apenas para a criação de fractais. Seria interessante incluir nesses tutoriais a utilização de ferramentas paralelas para além dos simuladores, tais como plataformas de apoio para apresentação do conteúdo, extremamente útil para professores. Nenhum dos sites apresentou recursos como chats e fóruns de discussão sobre o assunto, são ferramentas úteis na comunicação em tempo real e assíncronas. São consideradas ferramentas que permitem maior interatividade entre alunos e professores, chegando a serem apontadas em pesquisas de opinião como as ferramentas educacionais mais interativas por 69,2% dos alunos (BARROS e CARVALHO, 2011). Por este motivo tem-se trabalhado para fazer da plataforma Fractus Educare um website capaz de incentivar aprimorar a interação entre professores e alunos interessados pela pesquisa e seus resultados.

O site disponibiliza um guia prático na aba de aplicação, desenvolvido para auxiliar na aplicação da atividade experimental virtual, construída com foco em alunos do ensino superior, mais especificamente aos alunos do Laboratório de Eletricidade e Magnetismo do departamento de física do Instituto de Ciências Exatas (ICE).

Quadro 19 - Página de apresentação do guia.

Fonte: Próprio Autor.

Este material é intitulado: Associação de Resistores em Fractal Triângulo de Sierpinski: Atividade Experimental Investigativa, e está disponível na plataforma do site Fractus Educare para o auxílio no desenvolvimento da proposta didático metodológica.

O material dispõe de vários hiperlinks e QRcodes para rápida navegação do leitor. Esse material tem por objetivo atingir o princípio de design de número de número 1, informar e orientar disponibilizando ferramentas para aplicação da atividade.

Além disso tem-se também o fórum para engajar os alunos e professores interessados nessa temática criou-se o fórum baseados no princípio 3. A ideia é fomentar múltiplos debates que podem ser propostos por qualquer membro do site, seja aluno ou professor. Além disso, os professore ou alunos também podem usar essa ferramenta para tirar suas dúvidas sobre qualquer etapa de aplicação da atividade experimental, ou qualquer ferramenta utilizada no processo

CONCLUSÕES

Existem evidências que a utilização da geometria fractais para o ensino-aprendizagem oferece condições de muito favoráveis de **viabilidade educacional**, dentre as quais se destacam a **abrangência** de vários conteúdos que podem ser abordados e os vários níveis de ensino que podem ser contemplados, logo o *re-design* de uma atividade experimental adequada supostamente deve explorar essa abrangência conteudista dos fractais de maneira que contemple outros assuntos. Além disso, também se oferecem diversas **contribuições didáticas**, das quais se destacam a possibilidade funcionar como: um **catalizador de interesse** e auxiliar na **aquisição de conceitos** aumentando o nível de curiosidade pelo assunto; **dinamizador das aulas,** tornando-as mais fluidas e interativas; bem como auxiliar o professor no **uso avaliativo**, dessas figuras em atividades que corroborem para a construção do conhecimento. Em contraste com essas qualidades existem algumas **dificuldades evidenciadas**, onde talvez a mais difícil de ser superada pelos professores que tentam fazer uso dessa temática é a **dificuldade de confecção** dos sistemas e modelos de fractal, por parte dos alunos. O aluno, raramente, detém conhecimento prévio do uso das múltiplas ferramentas necessárias para elaboração de uma figura em forma de fractal, seja essa ferramenta um material físico, como constatado na literatura consultada, como também do uso de materiais digitais, softwares, aplicativos e etc. Logo, é mister a inserção de tutoriais explicativos, sejam em formato de vídeos gravados de maneira assíncrona, ou aulas explicativas síncronas para sanar as dúvidas dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de desenvolvimento de uma pesquisa baseada em design é cíclico e, por isso, pode ser um pouco equivocado falar que estas considerações finais "encerram esta pesquisa". No mínimo, pode-se afirmar que este tópico encerra o processo grafo dissertativo dos resultados dessa aplicação.

Vários resultados já foram comentados ao longo da descrição das etapas em cada capítulo, mas o foco desta etapa da dissertação é fazer uma condensação dos resultados e considerações finais da aplicação, com foco em definir perspectivas para a adaptação do instrumento e do processo de ensino.

É sabido que a proposta ainda não está completa. Poucas modificações foram feitas no sentido de criação de tutorias para auxiliar o professor e principalmente o aluno participante da pesquisa. É necessário a criação de mais conteúdos voltados para este sentido. Além disso, toda elaboração deste *re-design* ainda é reconhecida apenas como uma proposta, pois a mesma ainda não foi implementada em nenhuma turma ou mesmo avaliada.

Também a etapa de avaliação do sistema ainda não foi desenvolvida, devido ao baixo nível de tráfego de pessoas pelo sistema. Ainda assim, é estuda a possibilidade de utilizar o método de Think Aloud, um método clássico de avaliação, coletando dados em testes de usabilidade em design e desenvolvimento de produtos e sistemas. Seria uma forma de testar o re-design do site educacional e verificar a fluidez e o comportamento interativo dos visitantes com o site educacional.

Outra proposta para complementação do trabalho é a convalidação a partir de outras aplicações em outros contextos de ensino, a identificação de alguns padrões de resposta pode ajudar na consolidação dos itens e do procedimento experimental como um todo. Além disso uma implementação de pós-teste com avaliação do ponto de articulação geral (the overall hinge-point), com um valor acima de 0.40 poderia ser mais uma contribuição na avaliação do instrumento, podendo classificá-lo como um material potencialmente e visivelmente significativo (HATTIE, 2012).

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2000.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: Contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. 1º ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARBOSA, R. M. **Descobrindo a geometria fractal - para a sala de aula**. 2º ed. 2005.

BRAGA, M. **Escala de Proficiências em Concepções Térmicas:**, 2018a. Universidade de Coimbra.

BRAGA, M. **Escala de Proficiências em Concepções Térmicas: Diagnóstico Psicométrico de Estudantes em Portugal e Brasil**, 2018b. Universidade de Coimbra.

BRAGA, M. B. P.; SILVA, I. R. C. Como contribuir no Ensino do eletromagnetismo a partir das dificuldades conceituais dos alunos? **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, v. 8, n. 1, p. 211–229, 2020. Revista REAMEC. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/9724>. Acesso em: 6/8/2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BUENO, SI. **Minidicionário da Língua Portuguesa**. 1º ed. São Paulo, 2017.

CAICEDO-ORTIZ, H. E.; CASTAÑEDA, H. O.; SANTIAGO-CORTÉS, E. Fractalidad en regiones de Formación Estelar. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 39, n. 3, 2017. FapUNIFESP (SciELO).

CAPRA, F. **A Teia da Vida: Uma nova compreensão científica dos seres vivos**. 1º ed. São Paulo: CULTRIX, 2012.

CARVALHO, A. M. P. DE. **Ensino de Ciências por investigaçao: Condições para implementação em sala de aula**. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

CARVALHO, A. M. P. DE; RICARDO, E. C.; SASSERON, L. H.; ABIB, M. L. V. DOS S.; PIETROCOLA, M. **Ensino de Física**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

CARVALHO, H. **Geometria Fractal: Perspectivas e possibilidades para o ensino de Matemática**, 2005. Universidade Federal do Pará. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/1857/1/Dissertacao_GeometriaFractalPerpectivas.pdf>. Acesso em: 4/12/2021.

CERDÁ, E. **Psicometría general**. 3a. ed. ed. Barcelona: Herder, 1984.

CHING, W. K.; ERICKSON, M.; GARIK, P.; et al. Overcoming resistance with fractals—A new way to teach elementary circuits. **The Physics Teacher**, v. 32, n. 9, p. 546–551, 1994a. Disponível em: <https://doi.org/10.1119/1.2344109>. .

CHING, W. K.; ERICKSON, M.; GARIK, P.; et al. Overcoming resistance with fractals—A new way to teach elementary circuits. **The Physics Teacher**, v. 32, n. 9, p. 546–551, 1994b. American Association of Physics Teachers (AAPT). Disponível em: <https://doi.org/10.1119/1.2344109>. Acesso em: 24/9/2019.

CHRISTOPHE, M.; ELACQUA, G.; MARTINEZ, M.; OLIVEIRA, J. B. A. E. **EDUCAÇÃO BASEADA EM EVIDÊNCIAS: Como saber o que funciona em educação**. Brasília, DF, 2015.

COLLECTIVE, D. Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 5–8, 2003. Disponível em: <http://edr.sagepub.com/content/32/1/5http://www.sagepublications.comhttp://er.aera.netDownloadedfrom>. Acesso em: 30/3/2021.

CRESWELL, J.; CLARK, V. **Pesquisa de Métodos Mistos**. 2º ed. Porto Alegre: Penso, 2015.

CRESWELL, JOHN W. **Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 2ª edição ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
CRESWELL, JONH W. **PROJETO DE PESQUISA: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 2º ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
CRONBACH, L. Coefficient alpha and the internal structure of tests. **Springer**, v. 16, n. 3, p. 1951, 1951. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/bf02310555>. Acesso em: 27/11/2021.
DEWEY, J. **The School and Society and The Child and the Curriculum**. 2013.
DICKMAN, A.; LOURENÇO, B. J. FRACTAIS: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FÍSICA. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xviii/sys/resumos/T0603-1.pdf>. Acesso em: 25/10/2019.
ENGELHARDT, P. An introduction to classical test theory as applied to conceptual multiple-choice tests. **cper.pbworks.com**, v. 1, p. 40, 2009. Disponível em: <http://cper.pbworks.com/w/file/fetch/50844451/Classica Conceptual TestTheory.pdf>. Acesso em: 27/11/2021.
ENGELHARDT, P. V.; BEICHNER, R. J. Students' understanding of direct current resistive electrical circuits. **American journal of physics**, v. 72, p. 50, 2004. Disponível em: <https://aapt.scitation.org/doi/abs/10.1119/1.1614813>. Acesso em: 5/12/2021.
ERTHAL, T. C. Manual de psicometria. , p. 150, 2009. Jorge Zahar Editor.
FALCONER, K. **Fractal Geometry**. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2005.
GALVÃO, M. C. B. O levantamento bibliográfico e a pesquisa científica. **Fundamentos de epidemiologia**, v. 398, p. 1–377, 2010. Disponível em: <http://www2.eerp.usp.br/nepien/DisponibilizarArquivos/Levantamento_bibliografico_CristianeGalv.pdf>. Acesso em: 8/1/2022.
GARCÍA, M. I. B.; ABAD, E. V.; ARA, M. J. N. Formulario de psicometría e tablas estadísticas. **Universidad Nacional de Educación a Distancia**, p. 50, 2000. Disponível em: <https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5&q=Formulario+de+psicometría+e+tablas+estadísticas&btnG=>. Acesso em: 5/12/2021.
GARCIA, T.; MORAIS, I.; ZAROS, L.; RÊGO, M. CARMEM. **Ensino Remoto Emergencial: Proposta de design para organização de aulas**. Natal, 2020.
GERARD, F.-M.; ROEGIERS, X. **Conceber e Avaliar Manuais Escolares**. São Paulo, 1998.
GOMES, L. DOS R. B. **Efeito de distribuições fractais de carga e corrente no campo eletromagnético**. Manaus, 2014.
HAN, Y.-L.; QIAO, Z.-H. Universal conductance fluctuations in Sierpinski carpets. **Frontiers of Physics**, v. 14, n. 6, 2019. Springer Science and Business Media LLC.
HATTIE, J. **Visable learning for teachers maximizing impact on learning**. New York, NY: Routledge, 2012.
HATTIE, J. Aprendizagem visível para professores: como maximizar o impacto da aprendizagem. , 2017.
HAUSDORFF, F. Dimensão e medida externa. **Mathematische Annalen**, v. 79, n. 1–2, p. 157–179, 1918. Springer-Verlag.
HELERBROCK, R. Circuitos elétricos. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/fisica/circuitos-eletricos.htm>. Acesso em: 14/12/2019.
INEP. Thesaurus Brasileiro da Educação - INEP. Disponível em: <http://inep.gov.br/thesaurus-brasileiro-da-educacao>. Acesso em: 12/12/2019.
KARAKUŞ, F. A cross-age study of students' understanding of fractals. **Bolema -**

Mathematics Education Bulletin, v. 27, n. 47, p. 829–846, 2013. BOLEMA Departamento de Matematica.

KNEUBIL, F. B.; PIETROCOLA, M. A PESQUISA BASEADA EM DESIGN: VISÃO GERAL E CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 22, n. 2, p. 01, 2017. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/310/pdf>. .

KRATHWOHL, D. R. A revision of Bloom's taxonomy: An overview. **Taylor & Francis**, v. 41, n. 4, p. 212–218, 2010. Ohio State University Press. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1207/s15430421tip4104_2?casa_token=HnjSzzXQYdoAAAAA:TxsYMZk90EcgCkkRisx0b1eM67n31OUTJGCZS8m8v5ZRaI2rE6hSfD9wXj3SIsJSqaRdI2hFgJpzRuwq>. Acesso em: 31/12/2021.

LANDIS, J. R.; KOCH, G. G. The measurement of observer agreement for categorical data. **biometria**, v. 33, n. 1, p. 159–174, 1977. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2529310>. Acesso em: 27/11/2021.

LUZ, F. D.; OLIVEIRA DE JESUS, J. C.; SANTOS ALVES, Á. PRÉ-FRACTAIS NO ENSINO DE ELETRICIDADE: A "ESCADA DO DIABO" DE UMA ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES. | Luz | Anais Seminário de Iniciação Científica. , 2015. Disponível em: <http://periodicos.uefs.br/index.php/semic/article/view/3547/2854>. Acesso em: 25/10/2019.

MADSEN, A.; MCKAGAN, S. B.; SAYRE, E. C. How physics instruction impacts students' beliefs about learning physics: A meta-analysis of 24 studies. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**, v. 11, n. 1, 2015.

MANDELBROT, B. **How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension**. 1967.

MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. New York, NY, 1982.

MCCOLGAN, M. W.; FINN, R. A.; BRODER, D. L.; HASSEL, G. E. Assessing students' conceptual knowledge of electricity and magnetism. **Physical Review Physics Education Research**, v. 13, n. 2, p. 1–19, 2017.

MENDES, C. X. **Circuitos resistivos autossimilares**. São Carlos, 2016.

MORIN, E. **Ciência com Consciência**. 8º ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2005.

NAKIB, A.; SOUQUET, L.; TALBI, E. G. Parallel fractal decomposition based algorithm for big continuous optimization problems. **Journal of Parallel and Distributed Computing**, 1. nov. 2018. Academic Press Inc.

NOCENT, O. Les Objets Fractals : vers une géométrie de la nature. Centre culturel Saint-Exupéry. **Anais...** . p.35, 2007. Champagne. Disponível em: <http://www.planetside.co.uk/terragen/>. Acesso em: 16/12/2019.

PRIGOGINE, I.; STENGERS, I. **O fim das certezas - Tempo, caos e as leis da natureza**. São Paulo, 1996.

QUARESMA, I. M. M.; OLIVEIRA, J. M. D.; FARIA, P. C. R. O mundo dos fractais. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm14/cronologia.htm>. Acesso em: 10/1/2020.

RABELO, M. L. Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro. **Sociedade Brasileira de Matemática**, p. 260, 2013.

REIS, F. D. A.; BOLSTER, D.; VOLLER, V. R. Anomalous behaviors during infiltration into heterogeneous porous media. **Advances in Water Resources**, v. 113, p. 180–188, 2018. Elsevier Ltd.

RODRIGUES, A. G.; PIETROCOLA, M.; PIQUEIRA, J. R. C. **ELABORAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE ENSINO-APRENDIZAGEM COM TÓPICOS DE MECÂNICA QUÂNTICA PARA CURSOS DE ENGENHARIA**. Belém, 2012.

SANTOS, C. E.; RODRIGUES, T. M. Uma abordagem da geometria fractal para o ensino médio. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 10, 2017. Disponível em: <http://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/>. Acesso em: 25/10/2019.

SILVA, C. C. DA; KALHIL, J. B. A aprendizagem de genética à luz da Teoria Fundamentada: um ensaio preliminar. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 23, n. 1, p. 125–140, 2017. FapUNIFESP (SciELO).

SONZA, A. P.; LEIVAS, J. C. P. Explorando a Geometria Fractal no Ensino Médio por meio de uma Oficina Pedagógica. **Revista Thema**, v. 15, n. 4, p. 1549–1561, 2018. Instituto Federal de Educacao, Ciencia e Tecnologia Sul-Rio-Grandense.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Basics of Qualitative Research: Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory**. 2º ed. Thousand Oaks: Sage Publications, Inc, 1998.

SUART, R. DE C.; MARCONDES, M. E. R. As habilidades cognitivas manifestadas por alunos do ensino médio de química em uma atividade experimental investigativa. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 8, n. 2, 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4022>. Acesso em: 7/1/2022.

SULEIMAN, A. R. FRACTAIS: possibilidades pedagógicas na escola básica. **Ensino da Matemática em Debate (ISSN 2358-4122)**, v. 6, n. 1, p. 53–71, 2019. Disponível em: <http://ken.pucsp.br/emd/article/view/41093/28317>. Acesso em: 25/10/2019.

THOMAS, G.; PRING, R. **Edcation-Based Practice in Education**. New York, NY: Harry Torrance, 2004.

TRIOLA, M. **Introdução à Estatística**. 7º ed. São Paulo: JC, 2004.

CRONOGRAMA

2019												
Atividades	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Desenvolvimento histórico da geometria de fractal										X	X	
Debate e discussão a respeito dos materiais analisados											X	X
2020												
Atividades	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Desenvolvimento epistemológico geometria de fractal	X	X										
Debate e discussão a respeito dos materiais analisados			X	X								
Desenvolvimento epistemológico geometria de fractal					X	X	X					
Debate e discussão a respeito dos materiais analisados							X					
Aplicações da geometria de fractal no contexto da Física							X					
Debate e discussão a respeito dos materiais analisados								X	X			
Elaboração da fundamentação teórica baseada nos materiais analisados e discutidos										X	X	X
2021												
Atividades	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Leitura e discussão a partir dos registros	X	X									-	-
Aferição de parâmetros psicométricos		X									-	-
Levantamento das vantagens educacionais			X									
Inserção destes dados no trabalho				X								
Sondagem da turma					X							
Aplicação do teste					X							
Correção, avaliação e aferição de dificuldades conceituais encontradas					X							
Preestabelecimento de um design ajustado para a o desenvolvimento da atividade						X						
Aplicação do experimento						X	X					
Leitura e discussão a partir dos registros							X	X	X			
Redação dos Final										X	X	X
2022												
Atividades	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Entrega da dissertação	X										-	-
Defesa da Dissertação		X									-	-

APÊNDICES

APÊNDICE A - ORÇAMENTO ESTIMADO PARA UMA SUPOSTA IMPLEMENTAÇÃO EM MODALIDADE PRESENCIAL

Identificação do Material	Quantidade	Valor total em Reais (R$)	Sites com Hiperlink	Média dos valores encontrados de cada produto
Xapadur Perfurado 2750x1220x2,5mm Eucatex	1	R$ 46,54	Leo Madeiras	R$ 45,18
		R$ 32,09	Portal da Acústica	
		R$ 56,90	Mercado livre	
Resistor 1K 5% (1/4W)	729	R$ 29,16	Bau da Eletrônica	R$ 77,52
		R$ 79,46	Usina Info	
		R$ 123,93	Proesi	
Multímetro Digital Minipa Et-1002	4	R$ 76,90	Americanas	R$ 72,01
		R$ 74,24	Amazon	
		R$ 64,90	Loja do Mecânico	
VALOR MÉDIO TOTAL DOS GASTOS:				R$ 194,71

Possíveis fontes de recursos: PROCAD ou PPGECIM

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(A) Sr(a) está sendo convidado a participar do projeto de pesquisa Geometria de Fractal aplicada aos Resistores: Inovação e Possibilidades Educacionais na Aquisição de Conceitos, cujo pesquisador responsável é Flávio Alison Simas Lopes**.** O objetivo geral deste projeto é a construção didático-metodológica otimizada para o ensino dos resistores elétricos com base na geometria de fractal de um instrumento experimental, para tanto tem-se como objetivos específicos da pesquisa (1)fazer uma pesquisa do desenvolvimento histórico da teoria da geometria de fractal e suas aplicações no contexto da Física, (2)verificar na literatura as implicações da utilização da geometria de fractal no ensino de física, onde foi realizado um estudo exploratório de Revisão na Literatura com abordagem qualitativa, especificamente caracterizado como Mapeamento Sistemático da Literatura (também chamado de estudo de escopo) de produções literárias feitas entre os periódicos de 2009-2019 no portal da CAPES, Google acadêmico, Web of Science. (3) Verificar dificuldades conceituais típicas entre os estudantes em circuitos elétricos, em especial sobre resistores através de testes/reteste de sondagem. E, por fim, (4) testar uma proposta didático-metodológica experimental otimizada e construída a partir dos estudos anteriores. O(A) Sr(a) está sendo convidado por que é maior de idade e faz parte do quadro de alunos da disciplina Laboratório de Física 3.

O(A) Sr(a). tem de plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que recebe neste serviço a ser realizado no laboratório de física da Universidade Federal do Amazonas.

Caso aceite participar sua participação consiste em responder os testes conceituais, questionários e entrevistas realizados pelo autor, para que o mesmo possa avaliar as dificuldades conceituais e identificar as impressões da turma em relação ao experimento. Para o caso das entrevistas será utilizado como recurso o registro de áudio dos participantes sendo assegurado a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem e a não estigmatização dos participantes da pesquisa, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades, inclusive em termos de autoestima, de prestígio e/ou de aspectos econômico-financeiros (item II.2.i, Res 466/2012/CNS e Constituição Federal Brasileira de 1988, artigo 5°, incisos V, X e XXVIII).

Toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa os riscos para o(a) Sr.(a) são divulgação de dados (registrados no TCLE), tomar o tempo do sujeito ao responder ao questionário/entrevista, considera-se risco a divulgação do áudio gravado pelos participantes, embaraço de interagir com estranhos, medo de repercussões eventuais. Devido ao cenário mundial de propagação do vírus COVID-19, também se considera a possível contaminação do participante. Mas, para a redução desses riscos serão utilizados alguns métodos. Como a codificação dos participantes da pesquisa, para que os leitores não relacionem os dados fornecidos pelos registros de áudio, questionários e testes ao sujeito em questão; os autores também se comprometem em, uma vez solicitados pelos participantes, garantir o acesso aos resultados individuais e coletivos; minimizar desconfortos, garantindo local reservado e liberdade para não responder itens/questões que os participantes julguem como constrangedoras;

Também são esperados benefícios para os participantes desta pesquisa. Além da possibilidade de gerar o aprendizado de circuitos, resistores e fractais de maneira prática e não-usual, esta atividade também possibilita um ambiente ideal para o desenvolvimento de algumas habilidades essenciais, como: a utilização matemática como uma linguagem para a expressão de um fenômeno natural, dominação de uma forma de resolução de um problema experimental, desde seu reconhecimento e a realização de medições, até a análise de resultados; reconhecimento das relações do desenvolvimento da Física com um conhecimento contemporâneo. Enquanto que para os professores participantes desta disciplina existe o benefício extra de estarem contribuindo para o desenvolvimento de uma proposta de ensino com atividade experimental investigativa para ser amplamente explorada em suas aulas futuras dentro da universidade.

Se julgar necessário, o(a) Sr(a) dispõe de tempo para que possa refletir sobre sua participação, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida. (Res. 466/2012-CNS, IV.I.c)

O(A) Sr(a). pode entrar com contato com o pesquisador responsável Flávio Alison Simas Lopes a qualquer tempo para informação adicional no endereço Av. General Rodrigo Octavio Jordão Ramos, 1200 - Coroado I, Manaus - AM, 69067-005, ou via email: <alisonsimas_lopes@hotmail.com>.

O(A) Sr(a). também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão

Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM) - Sala 07, Rua Teresina, 495 – Adrianópolis – Manaus – AM, Fone: (92) 3305-1181 Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Li e concordo em participar da pesquisa.

Manaus-AM, ____/_____/_____

Assinatura do Participante

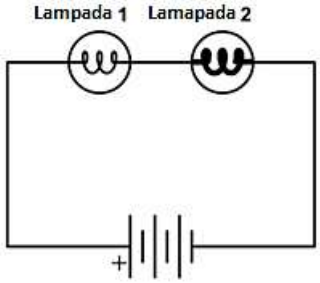
Assinatura do Pesquisador Responsável

APÊNDICE C – CONCEITOS BASICOS DE CORRENTE, RESISTÊNCIA E TENSÃO (CBCRT - FRACTAL)

Link de acesso no google forms: https://bityli.com/a812iq

Nome: Data de nascimento: ____/____/____
Curso: Período:_____
Horário: Matutino ( ); Vespertino ( ); Noturno ( )
Já fez a disciplina de Laboratório III: SIM( ); NÃO( )
OBS: Lembre-se de marcar com um "X" o quadro abaixo de cada item, indicando o nível de certeza que você tem da resposta.

Figura 1). No circuito abaixo, a resistência da lâmpada 1 é maior do que a resistência da lâmpada 2.



Questão 1. Compare a diferença de potencial entre as lâmpadas.
(A) A diferença de potencial no bulbo 1 é maior do que a diferença de potencial no bulbo 2.
(B) A diferença de potencial no bulbo 1 é menor do que a diferença de potencial no bulbo 2.
(C) A diferença de potencial no bulbo 1 é a mesma que a diferença de potencial no bulbo 2.
(D) Não é possível comparar a diferença de potencial entre as lâmpadas.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

Questão 2 (Fig. 1): Compare a corrente através das lâmpadas.
(A) A corrente através da lâmpada 1 é maior do que a corrente através da lâmpada 2.
(B) A corrente através da lâmpada 1 é menor do que a corrente através da lâmpada 2.
(C) A corrente através da lâmpada 1 é igual à corrente através da lâmpada 2.
(D) Não é possível comparar a corrente pelas lâmpadas.

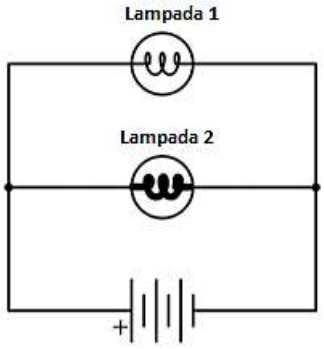
Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

Questão 3 (Fig. 1): Se a lâmpada 1 for removida de seu soquete, a lâmpada 2 irá
(A) mantém aproximadamente o mesmo brilho.
(B) tornam-se aproximadamente metade do brilho.

(C) tornam-se aproximadamente duas vezes mais brilhantes.
(D) não acende.
(E) Não é possível determinar o que acontecerá com a lâmpada 2 se a lâmpada 1 for removida de seu soquete.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

(Fig. 2). No circuito abaixo, a resistência da lâmpada 1 é maior do que a resistência da lâmpada 2.



Questão 4 (Fig. 2): Compare a diferença de potencial entre as lâmpadas.
(A) A diferença de potencial no bulbo 1 é maior do que a diferença de potencial no bulbo 2.
(B) A diferença de potencial no bulbo 1 é menor do que a diferença de potencial no bulbo 2.
(C) A diferença de potencial no bulbo 1 é a mesma que a diferença de potencial no bulbo 2.
(D) Não é possível comparar a diferença de potencial entre as lâmpadas.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

Questão 5 (Fig. 2): Compare a corrente através das lâmpadas.
(A) A corrente através da lâmpada 1 é maior do que a corrente através da lâmpada 2.
(B) A corrente através da lâmpada 1 é menor do que a corrente através da lâmpada 2.
(C) A corrente através da lâmpada 1 é igual à corrente através da lâmpada 2.
(D) Não é possível comparar a corrente pelas lâmpadas

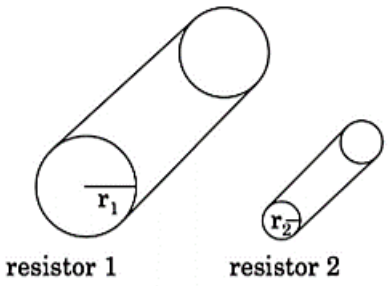
Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

Questão 6 (Fig. 2): Se a lâmpada 1 for removida de seu soquete, a lâmpada 2 irá
(A) manter-se aproximadamente o mesmo brilho.
(B) tornam-se aproximadamente metade do brilho.
(C) tornam-se aproximadamente duas vezes mais brilhantes.

(D) não acende.
(E) Não é possível determinar o que acontecerá com a lâmpada 2 se a lâmpada 1 for removida de seu soquete.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

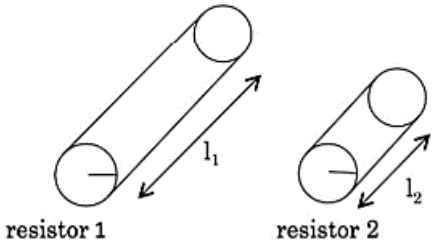
Questão 7. Os resistores mostrados no diagrama abaixo são idênticos em todos os sentidos, exceto que o raio do resistor 1 é maior do que o raio do resistor 2 ($r_1 > r_2$) . Compare a resistência dos dois resistores.



(A) A resistência do resistor 1 é maior que a resistência do resistor 2.
(B) A resistência do resistor 1 é menor que a resistência do resistor 2.
(C) A resistência do resistor 1 é igual à resistência do resistor 2.
(D) Não é possível comparar a resistência dos resistores.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

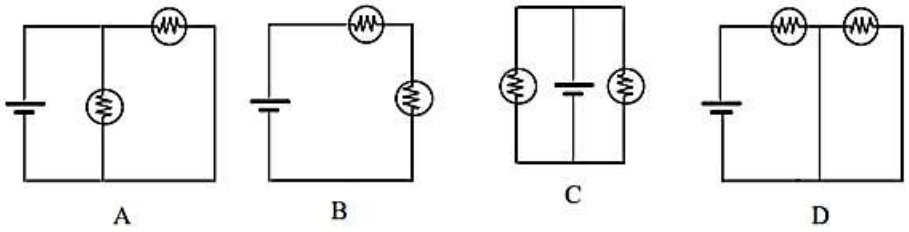
Questão 8: Os resistores mostrados no diagrama abaixo são idênticos em todos os sentidos, exceto que o comprimento do resistor 1 é maior do que o comprimento do resistor 2 ($l_1 > l_2$).



(A) A resistência do resistor 1 é maior do que a resistência do resistor 2.
(B) A resistência do resistor 1 é menor que a resistência do resistor 2.
Qual seta se aproxima melhor da direção do campo magnético no ponto P?
(C) A resistência do resistor 1 é igual à resistência do resistor 2.
(D) Não é possível comparar a resistência dos resistores.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

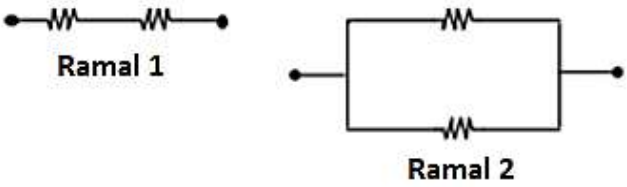
Questão 9. Considere os seguintes circuitos



Qual (is) circuito (s) acima representam um circuito que consiste em duas lâmpadas em paralelo com uma bateria?
(A) A
(B) B
(C) C
(D) A e C
(E) A, C e D

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

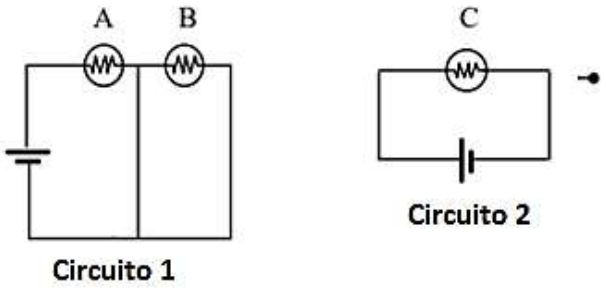
Questão 10. Compare a resistência do ramal 1 com a do ramal 2. Um ramal é uma seção de um circuito. Qual tem menos resistência?



(A) Ramal 1
(B) Ramal 2
(C) Nenhum, eles são os mesmos

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

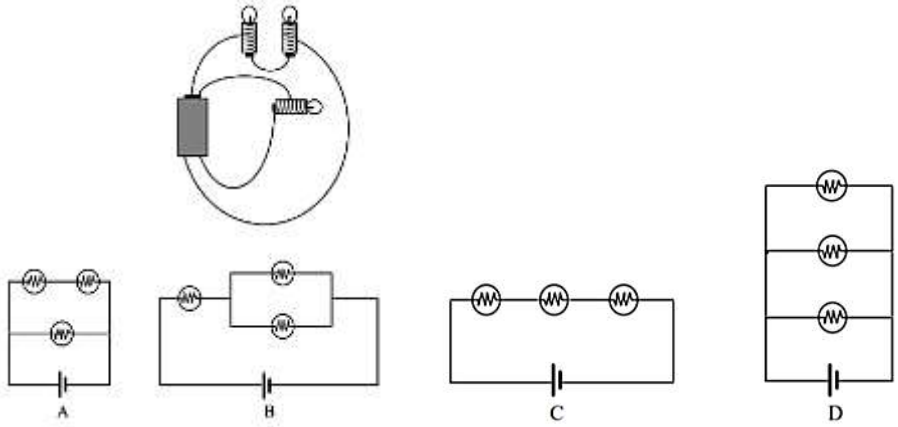
Questão 11. Compare o brilho das lâmpadas A e B no circuito 1 com o brilho da lâmpada C no circuito 2. Qual lâmpada ou lâmpadas são mais brilhantes?



(A) A
(B) B
(C) C
(D) A = B
(E) A = C

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

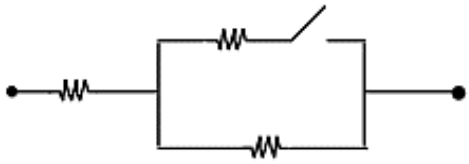
Questão 12. Qual diagrama esquemático melhor representa o circuito realista mostrado abaixo?



(A) A
(B) B
(C) C
(D) D
(E) Nenhuma das anteriores

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

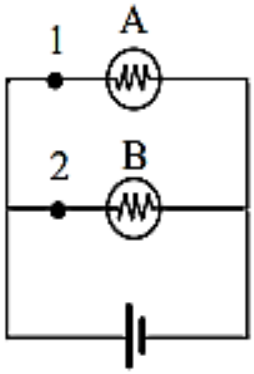
Questão 13. Como a resistência entre os pontos finais muda quando a chave é fechada?



(A) Aumenta
(B) diminui
(C) permanece o mesmo

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

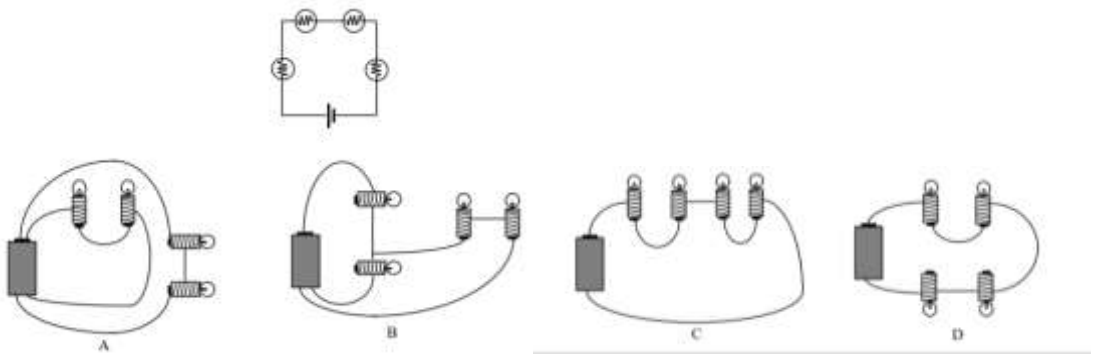
Questão 14. O que acontece com o brilho das lâmpadas A e B quando um fio é conectado entre os pontos 1 e 2?



(A) Aumenta
(B) diminui
(C) permanece o mesmo
(D) A se torna mais brilhante do que B
(E) Nenhuma lâmpada acende

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

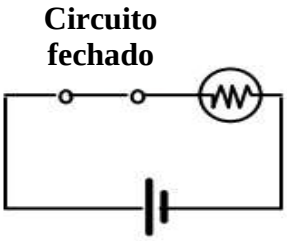
Questão 15. Qual (is) circuito (s) representa (m) o diagrama esquemático mostrado abaixo?



(A) B
(B) C
(C) D
(D) A e B
(E) C e D

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

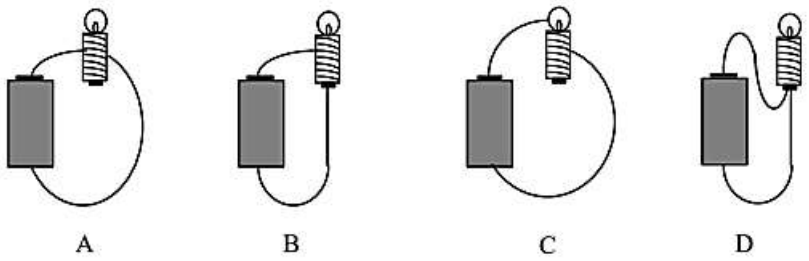
Questão 16. Imediatamente após a abertura do interruptor, o que acontece com a resistência da lâmpada?



(A) A resistência aumenta.
(B) A resistência diminui.
(C) A resistência permanece a mesma.
(D) A resistência vai para zero.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

Questão 17. Todas as lâmpadas terão o mesmo brilho?

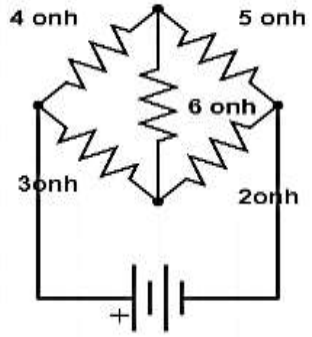


(A) Sim, porque todos têm o mesmo tipo de fiação de circuito.
(B) Não, porque apenas B acenderá. As conexões para A, C e D não estão corretas.
(C) Não, porque apenas D acenderá. D é o único circuito completo.
(D) Não, C não acenderá, mas A, B e D acenderão.

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

Questão 18. Calcule a resistência equivalente do sistema abaixo:

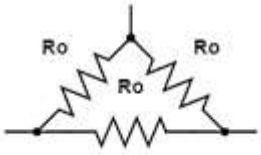
(A) 3,2 onh
(B) 2,42 onh
(C) 1 onh
(D) 5,5 onh



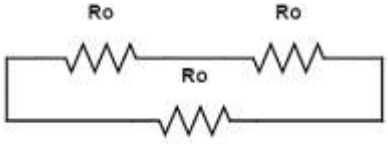
Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

Questão 19. Assinale a alternativa verdadeira.

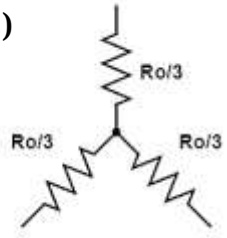
A)



B)



C)

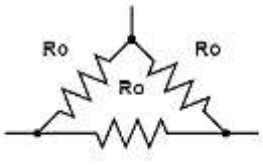


(A) A resistência em A é maior que B
(B) A resistência em B é menor que C
(C) Os únicos sistemas que possuem a mesma resistência são A e B

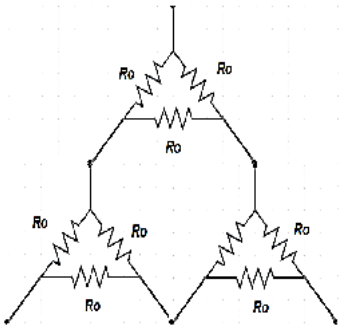
(D) As resistências equivalentes dos sistemas A, B e C são iguais

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

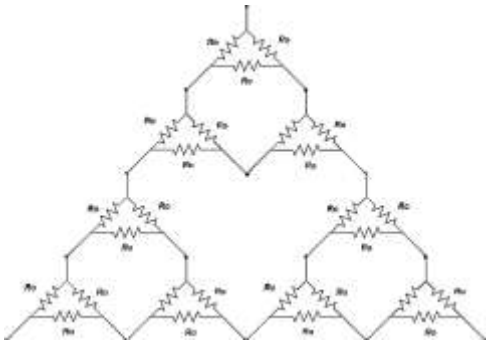
Questão 20. Sabendo que todos os circuitos possuem resistores com o mesmo valor R_o e são fisicamente idênticos. Ao observarmos os circuitos A, B e C podemos afirmar que:



A)



B)



C)

(A) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética, assim como a resistência
(B) A lateral do sistema aumenta em progressão geométrica e a resistência em progressão aritmética
(C) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética e a resistência em progressão geométrica
(D) O tamanho da lateral do sistema não influencia em nada o valor da resistência

Totalmente uma adivinhação	Quase uma adivinhação	Não tenho certeza	Certeza	Quase convicto	Totalmente convicto

APÊNDICE D – GRUPO FOCAL 1

ROTEIRO DE ENTREVISTA

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO:

Nome:
Data de nascimento: ____/____/____
Curso: Período:

INSTRUÇÕES PARA O ENTREVISTADOR:
Consultar primeiramente as questões falso positivas
Segundo questões falso negativas

Ler a questão com calma

Começar pelas questões que o grupo mais errou

ENTREVISTA:

Pergunta 1: Você teve dúvidas na hora de responder essa questão? Ou marcou com segurança a resposta?
Pergunta 2: Se você pudesse marcar outra alternativa qual seria? E porquê?
Pergunta 3: O que te levou a marcar essa reposta, qual o seu raciocínio para responder essa questão?
Pergunta 4: O que você achou do teste?

APÊNDICE E – GRUPO FOCAL 2

ROTEIRO DE ENTREVISTA

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO:

Nome:

Data de nascimento: ____/____/____

Curso: Período:

OBJETIVOS:

- Analisar a influência dos fractais como modelos utilizados para a elaboração do experimento
- Constatar a percepção dos estudantes sobre o conhecimento adquirido por eles através da atividade prática laboratorial realizada
- Identificar as percepções e impressões dos alunos sobre as possíveis dificuldades envolvendo o processo de experimental

TEMAS: Fractais; prática laboratorial; dificuldades no processo de ensino-aprendizagem.

ENTREVISTA:

Pergunta 1: Qual as principais dificuldades que vocês tiveram na realização deste experimento?

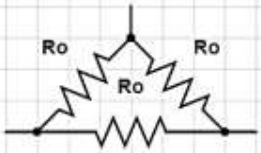
Pergunta 2: A ideia da utilização de fractais ajudou na resolução?

Pergunta 3: Em que outras aplicações podemos pensar a utilização dos fractais?

APÊNDICE F – CALCULOS NO TRIÂNGULO DE SIERPINSKI

Interação zero

A0)

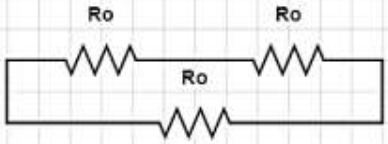


$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{2R_o} + \frac{1}{R_o}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{R_o + 2R_o}{2R_o} = \frac{3R_o}{2R_o^2}$$

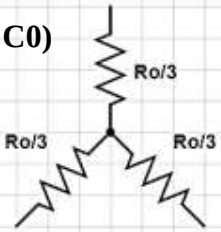
$$Req = \frac{2R_o}{3}$$

B0)



Ou

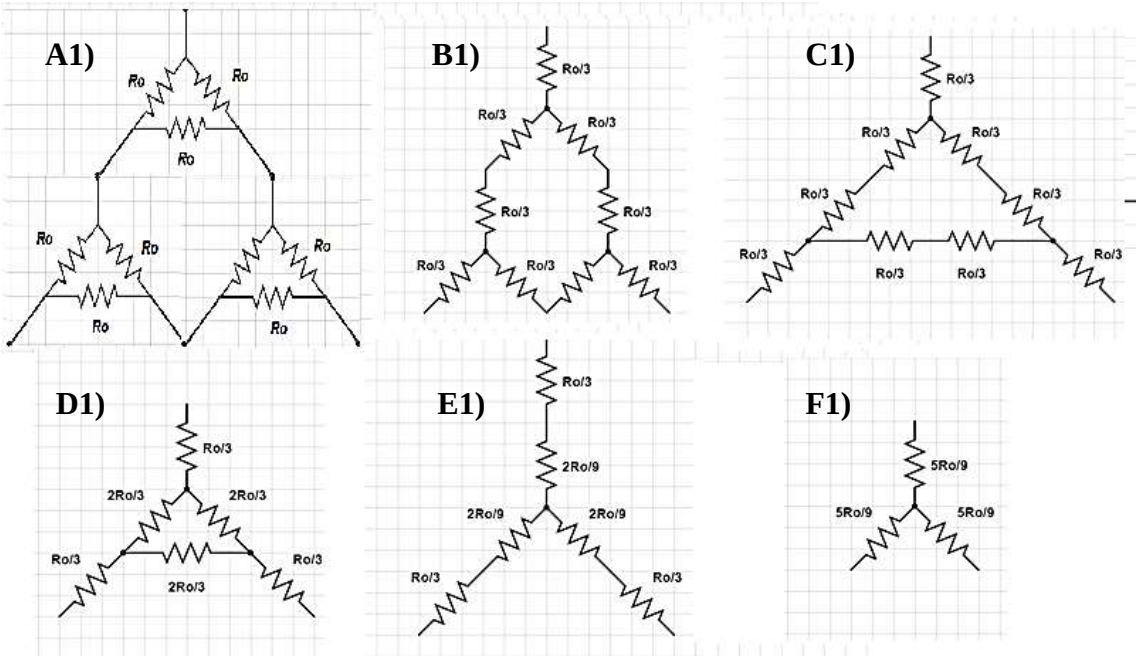
C0)



$$Req = \frac{R_o}{3} + \frac{R_o}{3}$$

$$Req = \frac{2R_o}{3}$$

1º Interação



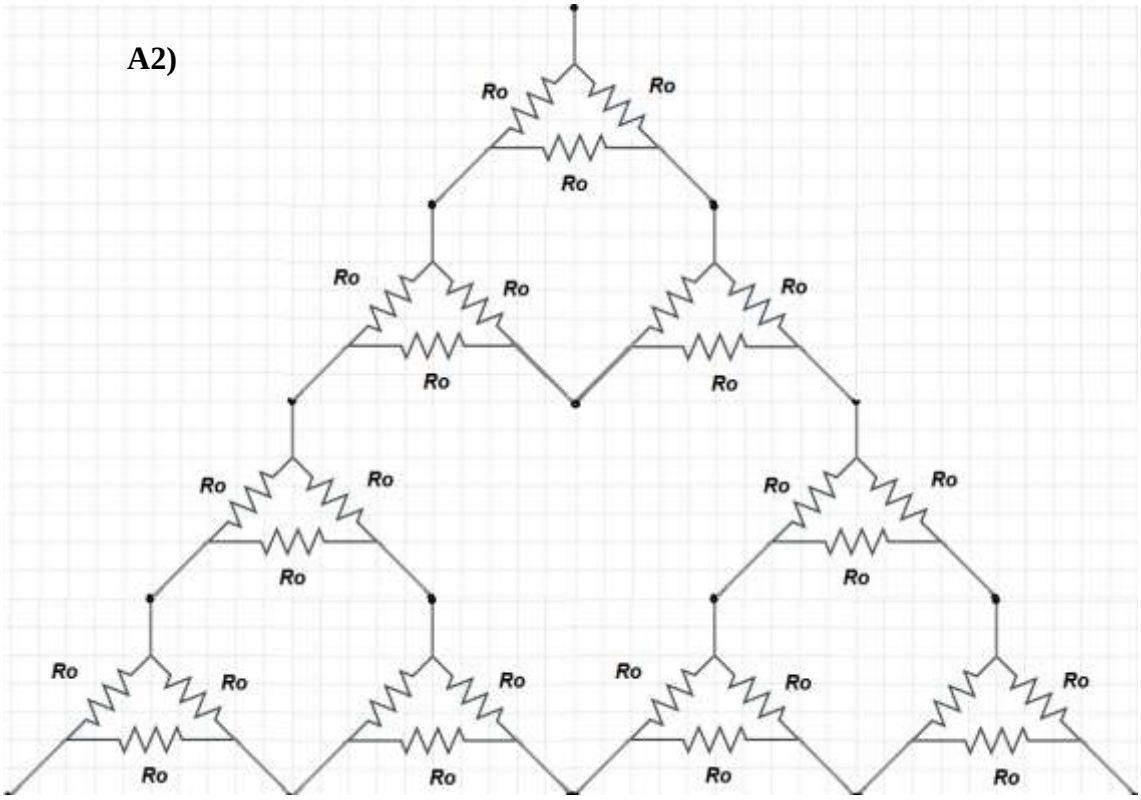
Substituindo os triângulos de A1 pelas estrelas correspondentes (C0), temos um a formação de um novo triângulo, cujas laterais serão $\frac{R_o}{3} + \frac{R_o}{3} = \frac{2R_o}{3}$. Transformamos este novo triângulo interno em uma estrela, cujas ramificações (l_1) serão calculadas da seguinte forma:

Ao substituirmos os triângulos de laterais $\frac{2R_0}{3}$ pela estrela de ramificações $\frac{2R_0}{9}$. Temos a figura E1, cujos ramos internos ficam em série com os ramos externos. Calculando a resistência equivalente entre eles temos: $\frac{R_o}{3} + \frac{2R_o}{9} = \frac{9R_o+6R_o}{18} = \frac{15R_o}{18} = \frac{5R_o}{9}$ (F1). Logo, a resistência equivalente a esse sistema é calculada de ponta-a-ponta dessa estrela do seguinte modo:

$$Req_1 = \frac{5R_o}{9} + \frac{5R_o}{9} = \frac{10R_o}{9}$$

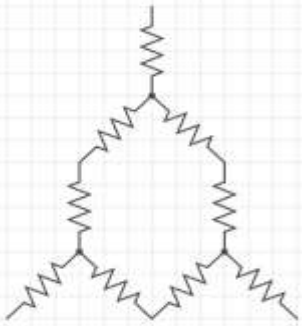
2º Interação

A2)

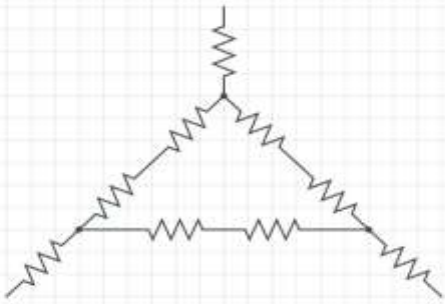


Observa-se que na interação dois a figura A2 é formada por uma junção de três figuras da A1. Segundo a interação anterior, A1 é tem resistência equivalente a figura F1. Então podemos substituir essas figuras na A2.

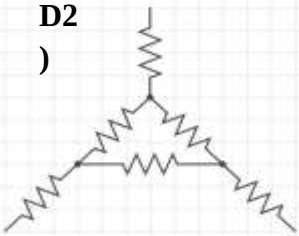
B2)



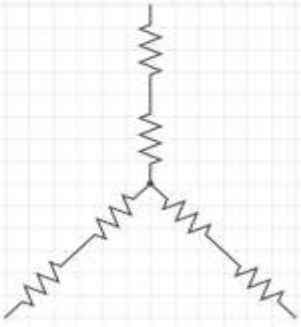
C2)



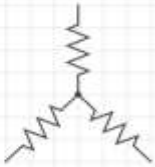
D2)



E2)



F2)



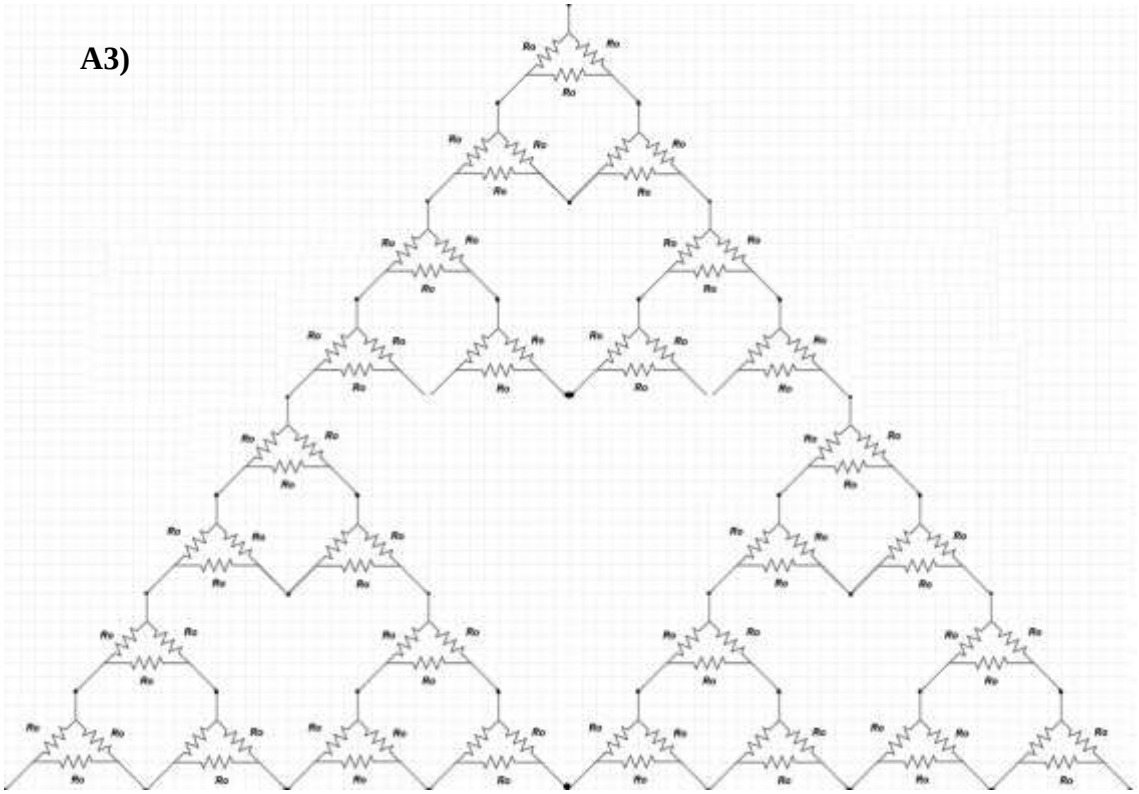
Portanto, temos um a formação de um novo triângulo (C2), cujas laterais serão $\frac{5R_o}{9} + \frac{5R_o}{9} = \frac{10R_o}{9}$ (D2). Transformamos este novo triângulo interno em uma estrela, cujas ramificações (l_2) serão calculadas da seguinte forma:

Ao substituirmos os triângulos de laterais $\frac{10R_0}{9}$ pela estrela de ramificações $\frac{10R_0}{27}$. Temos a figura E2, cujos ramos internos ficam em série com os ramos externos. Calculando a resistência equivalente entre eles temos: $\frac{10R_o}{27} + \frac{5R_o}{9} = \frac{90R_o + 135R_o}{243} = \frac{225R_o}{243} = \frac{25R_o}{27}$ (F2). Logo, a resistência equivalente a esse sistema é calculada de ponta-a-ponta dessa estrela do seguinte modo:

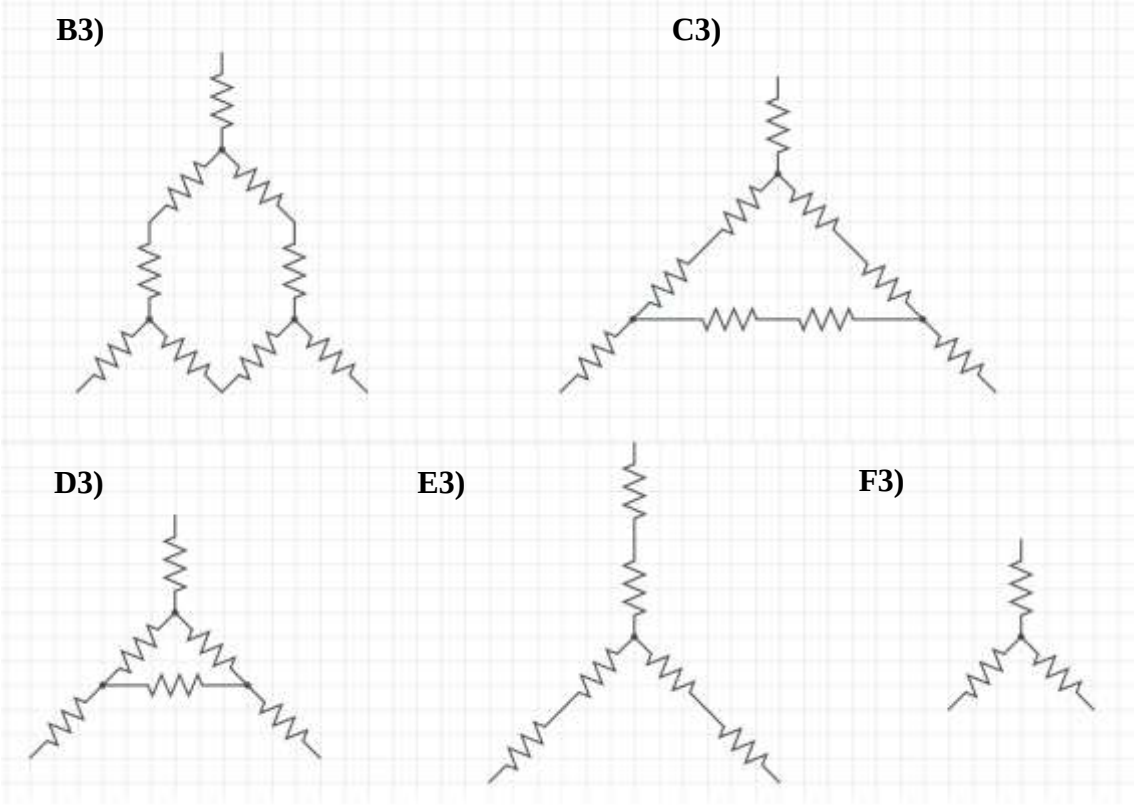
$$Req_2 = \frac{25R_o}{27} + \frac{25R_o}{27} = \frac{50R_o}{27}$$

3º Interação

A3)



Assim como as anteriores, observa-se que na interação três a figura A3 é formada por uma junção de três figuras da A2. Segundo a interação anterior, A2 é tem resistência equivalente a figura F2. Então podemos substituir essas figuras na A3.



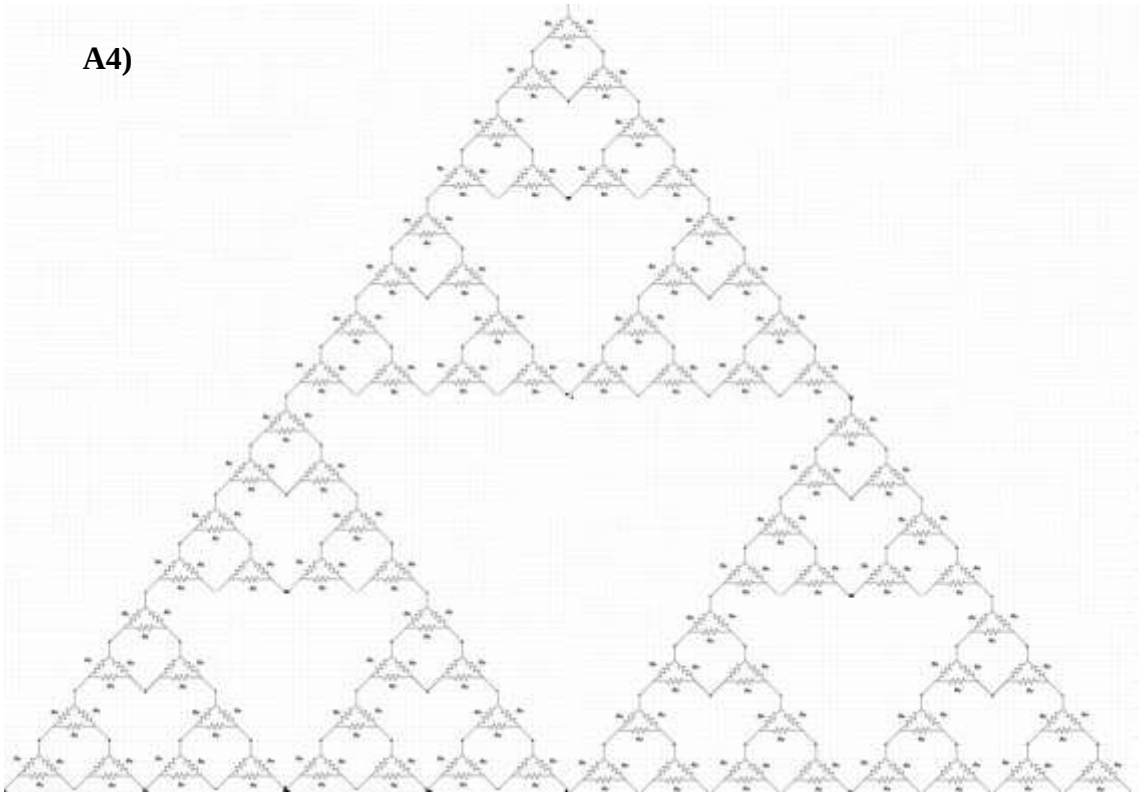
Portanto, temos um a formação de um novo triângulo (C3), cujas laterais serão $\frac{25R_o}{27} + \frac{25R_o}{27} = \frac{50R_o}{27}$ (D3). Transformamos este novo triângulo interno em uma estrela, cujas ramificações (l_3) serão calculadas da seguinte forma:

Ao substituirmos os triângulos de laterais $\frac{50R_0}{27}$ pela estrela de ramificações $\frac{50R_0}{81}$. Temos a figura E3, cujos ramos internos ficam em série com os ramos externos. Calculando a resistência equivalente entre eles temos: $\frac{25R_o}{27} + \frac{50R_o}{81} = \frac{2025R_o + 1350R_o}{2187} = \frac{3375R_o}{2187} = \frac{125R_o}{81}$ (F3). Logo, a resistência equivalente a esse sistema é calculada de ponta-a-ponta dessa estrela do seguinte modo:

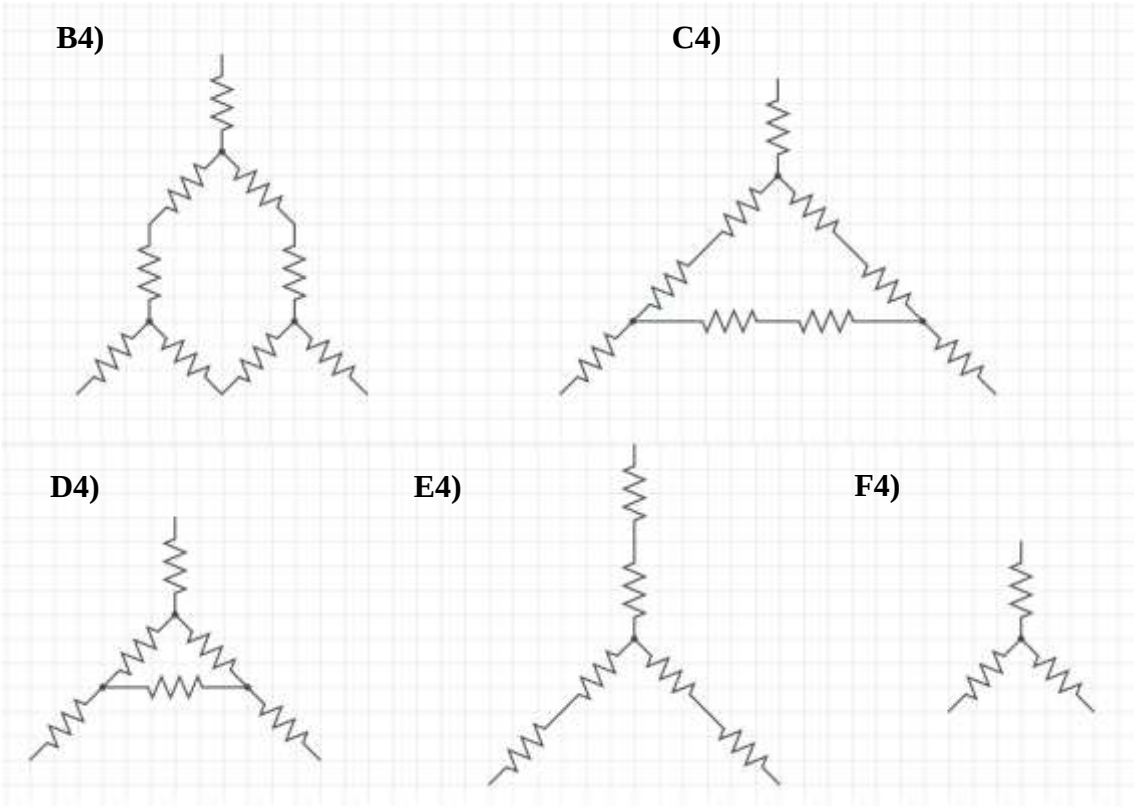
$$Req_3 = \frac{125R_o}{81} + \frac{125R_o}{81} = \frac{250R_o}{81}$$

4º Interação

A4)



Assim como as anteriores, observa-se que na interação três a figura A4 é formada por uma junção de três figuras da A3. Segundo a interação anterior, A3 é tem resistência equivalente a figura F3. Então podemos substituir essas figuras na A4.



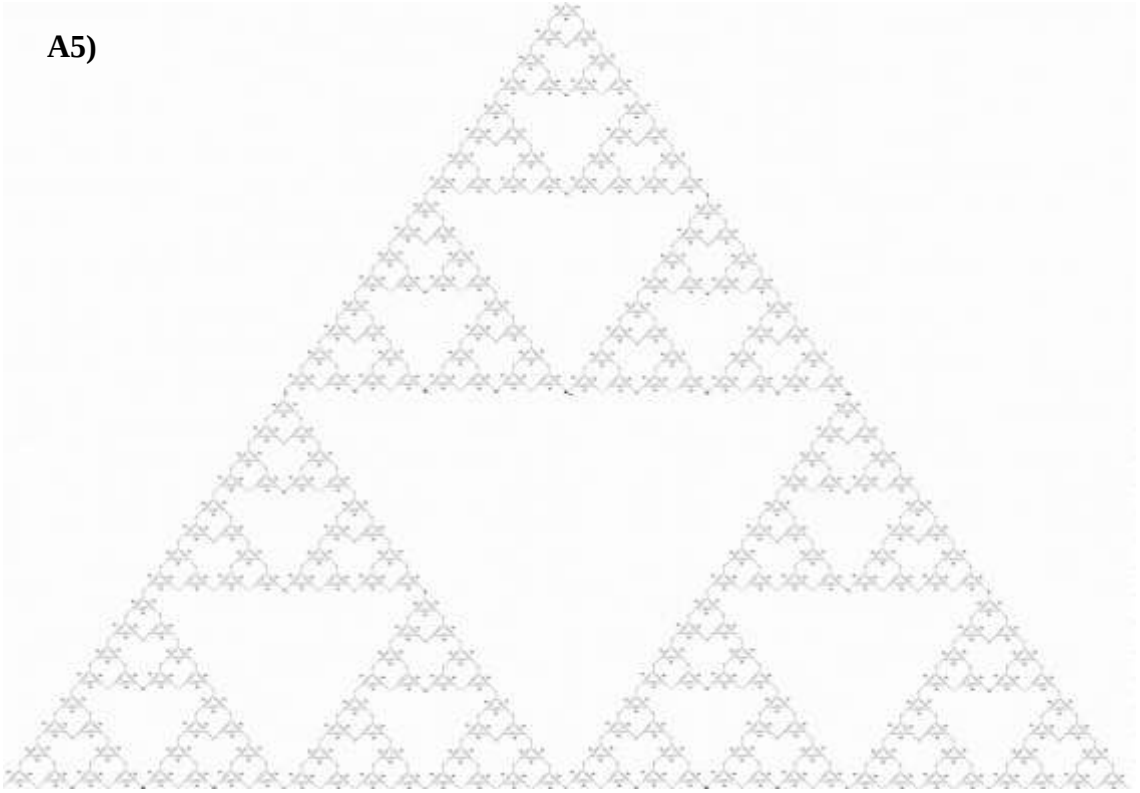
Portanto, temos um a formação de um novo triângulo (C4), cujas laterais serão $\frac{125R_o}{81} + \frac{125R_o}{81} = \frac{250R_o}{81}$ (D4). Transformamos este novo triângulo interno em uma estrela, cujas ramificações (l_4) serão calculadas da seguinte forma:

Ao substituirmos os triângulos de laterais $\frac{250R_0}{81}$ pela estrela de ramificações $\frac{250R_0}{243}$. Temos a figura E4, cujos ramos internos ficam em série com os ramos externos. Calculando a resistência equivalente entre eles temos: $\frac{125R_o}{81} + \frac{250R_o}{243} = \frac{20250R_o + 30375R_o}{19683} = \frac{50625R_o}{19683} = \frac{625R_o}{243}$ (F4). Logo, a resistência equivalente a esse sistema é calculada de ponta-a-ponta dessa estrela do seguinte modo:

$$Req_4 = \frac{625R_o}{243} + \frac{625R_o}{243} = \frac{1250R_o}{243}$$

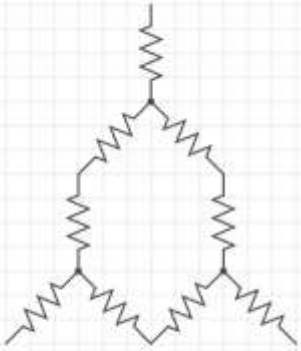
5º Interação

A5)

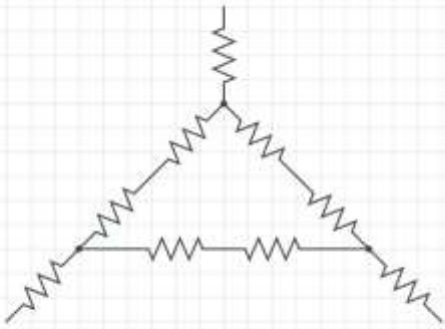


Assim como as anteriores, observa-se que na interação três a figura A5 é formada por uma junção de três figuras da A4. Segundo a interação anterior, A4 é tem resistência equivalente a figura F4. Então podemos substituir essas figuras na A5.

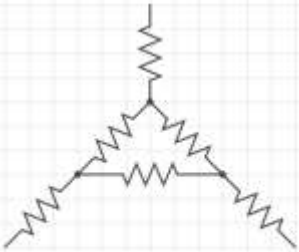
B5)



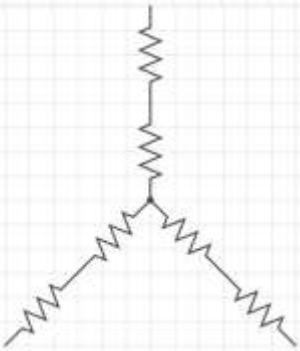
C5)



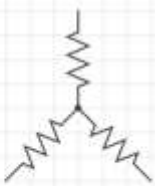
D5)



E5)



F5)



Portanto, temos um a formação de um novo triângulo (C5), cujas laterais serão $\frac{625R_o}{243} + \frac{625R_o}{243} = \frac{1250R_o}{243}$ (D5). Transformamos este novo triângulo interno em uma estrela, cujas ramificações (l_5) serão calculadas da seguinte forma:

Ao substituirmos os triângulos de laterais $\frac{1250R_0}{243}$ pela estrela de ramificações $\frac{1250R_0}{729}$. Temos a figura E5, cujos ramos internos ficam em série com os ramos externos. Calculando a resistência equivalente entre eles temos: $\frac{625R_o}{243} + \frac{1250R_o}{729} = \frac{303750R_o + 455625R_o}{177147} = \frac{759375R_o}{177147} = \frac{3125R_o}{729}$ (F5). Logo, a resistência equivalente a esse sistema é calculada de ponta-a-ponta dessa estrela do seguinte modo:

$$Req_5 = \frac{3125R_o}{729} + \frac{3125R_o}{729} = \frac{6250R_o}{729}$$

APÊNDICE G – LISTA DE CÓDIGOS

Lista de Códigos	Descrição
Viabilidade educacional	Efeitos proveitosos, pontos positivos e eficientes da utilização da temática fractal para o ensino de circuitos elétricos
Perspectiva teórica	Segmentos argumentativos que comentam as possibilidades de ponto de vista que a temática fractal pode proporcionar ao ensino
Construtivismo	Estabelecimento do conhecimento pela construção pessoal do aluno
História da matemática	Abordagem do conteúdo pelo meio histórico de desenvolvimento da matemática
Presença curricular	Segmentos argumentativos que ressaltam o quanto os fractais já são presentes em currículos escolares nacionais ou estrangeiros. NOTA: Observou-se que os fractais ainda estão presentes nos currículos escolares internacionais
Caracterização de sistemas e modelos	Representação de formas, objetos e/ou processos interativos que ocorrem respeitando funções interadas de fractais.
Formas da natureza	Objetos na natureza que são definidos por fractais
Abrangência	Segmentos afirmativos que infererem sobre a capacidade que a temática dos Fractais tem de envolver e contextualizar conteúdos diversos em níveis variados de ensino
Abrangência de conteúdo	Identificação de casos em que o fractal auxiliou no ensino de qualquer conteúdo educacional
Abrangência de nível	Identificação de casos em que fractal auxilia no processo de ensino e aprendizagem de diversas fases da educação, seja ela fundamental, ensino médio ou superior.
Contribuições didáticas	Aperfeiçoamento de toda e qualquer variável que auxilie direta ou indiretamente no processo de ensino-aprendizagem
Dinamizador das aulas	Caso em que o uso de fractal esteve relacionado a aplicação de uma aula fluida, interativa e/ou de curta duração
Aquisição de conceitos	Casos ou segmentos argumentativos que revelam o quanto o uso dos fractais ajudou na obtenção de novos conhecimentos
Catalizador de interesse	Casos ou segmentos argumentativos que mostram o quanto as figuras fractais puderam estimular os alunos na aprendizagem de determinado conteúdo.
Uso Avaliativo	Segmentos argumentativos que ressaltam o quanto os fractais já são usados de maneira avaliativa, inclusive em provas de âmbito nacional como o ENEM
Dificuldades evidenciadas	Efeitos contrários, pontos negativos ou pouco eficazes na utilização da temática fractal para o ensino de circuitos elétricos
Abrangência de níveis	Segmentos argumentativos que indicam que assim como a viabilidade educacional permite a utilização dos fractais em vários níveis de ensino, as dificuldades evidenciadas por essa aplicação acontecem em todos os níveis ensino também
Conhecimento novo	Evidenciações de que a temática fractal é recente
Ausência do currículo	Segmentos argumentativos que ressaltam o quanto os fractais ainda não estão presentes em currículos escolares nacionais ou estrangeiros. NOTA: Observou-se que os fractais ainda não estão presentes nos currículos escolares nacionais
Formação de professores	Passagens que revelem a falta do conhecimento sobre Geometria dos Fractais na formação de professores

Lacuna literária	Ausência da temática fractal nas literaturas educacionais
Dificuldade na confecção	Indícios de dificuldade na construção dos objetos fractais por parte dos alunos participantes das pesquisas
Tempo de aplicação	Segmentos argumentativos que mostram a dificuldade de confecção correlacionada ao tempo atribuído para realização da atividade
Utilização de instrumentos	Dificuldade na confecção de fractais por desconhecimento dos equipamentos necessários
Dificuldades operacionais	Dificuldades em realizar operações matemáticas envolvendo fractais
Insuficiência explicativa	Incapacidade da temática fractal de exaurir o significado do conteúdo contextualizado

APÊNDICE H – SEGMENTOS CODIFICADOS

Grupo de documentos	Nome do documento	Código	Segmento
Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Incompreensão Multinível	Isso mostra que em todas as séries, os alunos podem ter falta de conhecimento e incompreensão sobre fractais
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Abrangência de nível	A Geometria Fractal pode ser trabalhada em qualquer nível de ensino, pois ela vai de uma simples dobradura de papel até os entes matemáticos modernos que envolvem números complexos, modelagem, etc
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Utilização de instrumentos	Inicialmente, alguns queriam fazer os recortes sem medir, outros acabaram fazendo os cortes em posições equivocadas, mas o momento de maior ansiedade demonstrado foi na finalização, onde deveria se desdobrar todos os recortes e puxar as figuras que estavam em relevo.
Vídeos	Entrevista 2 - FL11 (2021-07-02 at 18_41 GMT-7) (1)	Abrangência de conteúdo	#00:06:52.4# Num primeiro momento, como o colega falou, deu pra compreender. Mas assim, no caso de nós estudarmos para começar, seria para ser focando em uma coisa mais ampla pra ter um maior entendimento. Por exemplo... o colega deu o exemplo ali do pneu do carro que na minha cabeça ele era... na verdade, ele é um isolante, só que no caso ele não funcionou como tal. É basicamente isso, um estudo mais amplo, uma aula bem mais ampla já dá pra ter um melhor entendimento e dá pra ter uma melhor ferramenta pra ensinar outras pessoas.
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Abrangência de nível	Por este motivo, o trabalho tem como objetivo levar o estudo da Geometria Fractal para alunos do Ensino Médio
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Abrangência de nível	Em breve pesquisa na internet, pode-se encontrar muitos relatos referentes a aplicações de fractais no Ensino Básico
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Abrangência de conteúdo	Utilizando a Geometria Fractal os alunos podem aprender conteúdos como: contagem, perímetros, áreas, volumes, relações entre figuras geométricas, estudo entre relações de grandezas, exponenciais, logaritmos, sequências, figuras tridimensionais, funções, limites, podem analisar algoritmos e progressão aritmética e geométrica, entre outros. Por meio da Geometria Fractal é possível integrar as ferramentas matemáticas essenciais à formação adequada dos alunos, além de mostrar que a matemática é uma ciência que possui amplas e diversas aplicações no cotidiano.
Artigos	Gomes - 2014 - Efeito de	Abrangência de conteúdo	oposta em apresentar métodos matemáticos mais sofisticados para soluções de campos elétricos envolvendo as geometrias

	distribuições fractais de carga		
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Aquisição de conceitos	Afirma, ainda, que "As atividades com Geometria Fractal puderam contribuir significativamente na (re) aquisição de conceitos matemáticos necessários à resolução correta das questões propostas." (CARVALHO, 2005, p. 79)
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Dinamizador das aulas	verificaram que as atividades curtas foram de fundamental importância ao desenvolvimento do conhecimento, pois elas permitiram um dinamismo nas aulas sem perder o foco e a atenção dos alunos.
Artigos	Suleiman - 2019 - Fractais possibilidades pedagógicas	Ausência do currículo	Contudo, [a geometria fractal] ainda não faz parte do currículo da escola básica paulista.
Artigos	Suleiman - 2019 - Fractais possibilidades pedagógicas	Ausência do currículo	Ainda supomos ausente [a geometria fractal] do currículo do ensino da escola básica
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Aquisição de conceitos	Auxilia na compreensão de conteúdos e conceitos matemáticos;
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Caracterização de sistemas e modelos	Mostra aplicações notáveis da Matemática numa variedade de situações tecnológicas ou não, tais como a modelagem de formas da natureza e a criações artísticas
Vídeos	Entrevista 2 - FL11 (2021-07-02 at 18_41 GMT-7) (1)	Aquisição de conceitos	#00:06:41.0# Acho que deu pra compreender professor
Artigos	Suleiman - 2019 - Fractais possibilidades pedagógicas	Temática recente	Conforme retratam Pereira e Borges (2017): A temática Fractal é extremamente nova no cenário educacional brasileiro, sendo trazida a tona significativamente apenas na última década (anos 2000), especialmente em nosso Estado, o Paraná. Em 2008, a mesma foi considerada na formulação do documento Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná – DCE – (PARANÁ, 2008) como um tópico das Geometrias não Euclidianas, inserida ainda no conteúdo estruturante Geometrias. (PEREIRA e BORGES, 2017, p. 564).
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Catalizador de interesse	Constataram interesse dos alunos pelo assunto
Artigos	Luz, Jesus, Alves - 2018 - Pré-Fractal no ensino de eletricidad	Contribuições didáticas	Esforços de introdução de fractais no ensino médio (Jesus, Pinto, Alves, Zebende, 2005; Sallum, 2005) e no ensino superior têm resultado em contribuições didáticas significativas (Assis et al, 2008; Backes e Bruno, 2005).

Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Abrangência de conteúdo	Entre as inúmeras aplicações da Geometria Fractal, pode-se destacar algumas contribuições em diferentes áreas do conhecimento, tais como: a compreensão do crescimento das plantas para a biologia, o estudo de superfícies irregulares na física, o maior detalhamento da anatomia interna do corpo humano e análise de alguns tipos de câncer para a Medicina, dentre outras. Além de todas as aplicações nas Ciências, os fractais podem ser vistos como importantes aliados no ensino de Matemática.
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Catalizador de interesse	Os alunos se mostraram mais interessados e motivados com relação à matemática. Pois, o estudo dos fractais faz-se interessante como uma forma mais precisa de representação do nosso mundo, permitindo trabalhar a matemática de uma maneira mais instigante, inventiva e assim despertar a curiosidade e estimular a criatividade dos alunos.
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Temática recente	O primeiro questionário (antes de aplicar a aula) era perguntado se eles já tinham ouvido falar sobre fractais e o que achavam que fosse um fractal. Dos 29 alunos, 93% não tinham ouvido falar e os restantes que já ouviram falar sobre fractais, porém não souberam explicar. O que nos mostra que embora ao nosso redor estejamos cercados por esses objetos, o assunto não é conhecido
Artigos	Suleiman - 2019 - Fractais possibilidades pedagógicas	Caracterização de sistemas e modelos	“A Geometria Fractal é uma linguagem matemática que descreve, analisa e modela as formas encontradas na natureza.”
Vídeos	Entrevista 2 - FB01 (2021-06-29 at 08_52 GMT-7)	Catalizador de interesse	Acho que quando você tem uma abordagem alternativa a um assunto, no caso de resistores e circuitos, é bem interessante. Desperta a curiosidade, né? Pra um aluno, pra uma pessoa que antes veria aquilo com uma certa estranheza, né? Ai vê uma abordagem alternativa, ai talvez se interesse mais pelo assunto.
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Utilização de instrumentos	A Atividade 1D: construção da Árvore Bifurcada. Novamente, identificou-se a dificuldade em utilizar os instrumentos esquadro, transferidor e compasso e medir os ângulos necessários.
Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Dificuldades operacionais	This finding shows that they have deficiencies in understanding how a fractal is built. Therefore, having a formal way to form a fractal, such as initiator-generator-iteration, may be effective in overcoming this difficulty.
Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Dificuldades operacionais	The results show that carrying out mathematical operations with fractals was the most problematic subject in all grades. More in-depth studies on this subject can contribute to determining students’ proficiencies about finding patterns and formulating them.

Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Dificuldades operacionais	The results of this study showed that students generally determine fractals intuitively. However, there are also common problems with respect to the definition of fractals, finding the rules for patterns and mathematical operations with fractals in all grades. For this reason, some changes to the content of the courses should be made. The definition of fractals can be included in each grade by expanding the content of the definition
Vídeos	Atendimento FB01 (2021-07-01 at 07_50 GMT-7)	Utilização de instrumentos	#00:00:11.2# Então Flávio, minha dúvida foi no último circuito. Fiquei com dúvida nas ligações, quando eu estava fazendo as simulações.
Vídeos	Atendimento FB01 (2021-07-01 at 07_50 GMT-7)	Utilização de instrumentos	Então, com aquela aula a ideia do fractal deu realmente pra entender como montar aqui, só fiquei na dúvida na hora de colocar esse multímetro aí, qual a posição que seria.
Vídeos	Atendimento FB01 (2021-07-01 at 07_50 GMT-7)	Utilização de instrumentos	Aqui eu fiz a primeira parte, fiz a segunda. Só que fiz a segunda pensando um pouco na primeira e vendo a imagem do circuito. Só que na terceira comecei a prestar atenção aos valores indicados no multímetro, se os valores estariam certos. Porque na primeira eu coloquei nessa posição, na segunda eu coloquei nessa posição, que ai eu fiquei na dúvida porque quando coloquei na outra [...] deu outra coisa, totalmente diferente.
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Catalizador de interesse	Entretanto, percebeu-se a enorme euforia e admiração quando viram suas construções prontas. Novamente, as características dos fractais foram identificadas e percebidas pelos próprios alunos empolgados com suas construções.
Vídeos	Atendimento FB01 (2021-07-01 at 07_13 GMT-7)	Utilização de instrumentos	#00:02:21.9# Quando eu vou engatar a segunda malha pra completar o circuito engatar o circuito, eu não sei como engatar, não dá pra engatar.
Artigos	Santos - 2016 - Circuitos resistivos autossimilares	Abrangência de conteúdo	Tais fractais possibilitam a exploração do conteúdo matemático como noções de limites fundamentais
Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Lacuna literária	Embora haja um desejo de incluir fractais no currículo de matemática, há pouco conhecimento de como os alunos aprenderiam o conteúdo e reagiriam a ele. Revelar o conhecimento e a compreensão dos alunos sobre fractais no currículo de matemática atual é importante para determinar possíveis dificuldades do sujeito e superação das dificuldades.
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Catalizador de interesse	As conclusões dos trabalhos, em sua maioria, mostram que a utilização dos fractais pode favorecer a aprendizagem dos alunos além de trazer para a sala de aula uma Matemática associada ao belo e desafiador.
Artigos	Suleiman - 2019 - Fractais possibilidades pedagógicas	Formação de professores	A Geometria de fractal é um conhecimento que ainda supomos ausente na formação dos futuros educadores matemáticos.

Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Catalizador de interesse	Carvalho (2005, p. 5) relata que “a Geometria Fractal pode proporcionar aos alunos uma relação mais forte entre os saberes do cotidiano e o escolar
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Abrangência de nível	Esse é um bom exemplo da possível importância que o assunto “fractais” pode ter no ensino básico, trazendo resultados satisfatórios.
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Utilização de instrumentos	A tarefa Atividade 1B: construção do Floco de Neve de Koch. Novamente percebeu- se que os alunos não são habituados a utilizar os instrumentos esquadro, transferidor e compasso, por isso, a maior dificuldade foi fazer a representação da figura no papel.
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Abrangência de nível	Com a aplicação desta oficina verificou-se que é possível inserir o estudo dos Fractais nas aulas de Matemática do Ensino Médio, principalmente relacionando tópicos que já fazem parte das ementas da disciplina como sequências, progressões e a própria geometria espacial.
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Catalizador de interesse	Em meio a tanta desmotivação no ensino e aprendizagem da matemática, a utilização dos fractais pode tornar a matemática mais instigante e mais real dentro da sala de aula, despertando o interesse, a curiosidade e criatividade dos alunos devido ao forte apelo estético.
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Insuficiência explicativa	É importante salientar que nem sempre um modelo explica um fenômeno, às vezes o modelo apenas o caracteriza
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Insuficiencia explicativa	Na maioria dos casos, essa caracterização do sistema não explica os processos ou mecanismos que regem o desenvolvimento de um dado fenômeno da natureza.
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Catalizador de interesse	Já no segundo questionário (após o término da aula) os alunos foram questionados com base no que foi visto sobre fractais, se eles gostariam que a Geometria Fractal fosse ensinada nas escolas. E, por unanimidade, todos responderam positivamente. Dentre as justificativas, é um assunto legal e interessante, desenvolve a criatividade, envolve outros conteúdos.
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Catalizador de interesse	Um primeiro aspecto que merece ser considerado é o fato de que o tópico fractais provoca a curiosidade dos alunos. Percebeu-se isso no momento da divulgação da oficina em que foi apresentado o infográfico produzido para a realização do convite. Os alunos demonstraram um interesse instantâneo, principalmente pelas imagens mostradas e pelas curiosidades a respeito dos fractais. Segundo o relato dos próprios alunos, esse foi um dos motivos pelos quais eles decidiram participar da realização da oficina no turno inverso ao das suas aulas regulares.

Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Temática recente	A teoria dos fractais não é, a nosso ver, um assunto muito abordado em s ala de aula
Vídeos	Atendimento FB01 (2021-07-01 at 07_13 GMT-7)	Utilização de instrumentos	#00:08:57.1# Nos nossos relatórios eu ficava com a parte experimental e ela ficava com as simulações
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Perspectiva Histórica	Em relação à Educação Matemática, Fassarella, Luz et al (2015, p. 2), salientam que a Geometria Fractal coloca em perspectiva as seguintes possibilidades que justificam sua abordagem na Educação Básica: - Discutir um fragmento interessante da história da Matemática, a história da descoberta e dos descobridores dos fractais.
Vídeos	Atendimento FB01 (2021-07-01 at 07_50 GMT-7)	Utilização de instrumentos	O multímetro tem que ficar em baixo? Mas eu achei meio estranho porque o valor deu muito baixo
Vídeos	Entrevista 2 - FL11 (2021-07-02 at 18_41 GMT-7) (1)	Abrangência de conteúdo	Teve uma aula do professor Wanderlay ano passado, na qual tive que gravar uma aula e enviar para ele. Ele viu a aula, depois me retornou pedindo que eu usa-se as figuras geométricas com aplicações na realidade. Então acho que quanto mais possibilidades de abordar um conhecimento fica mais amplo o raciocínio.
Vídeos	Entrevista 2 - FB01 (2021-06-29 at 08_52 GMT-7)	Abrangência de conteúdo	Em que outras aplicações podemos pensar a utilização dos fractais? #00:08:26.9# Ondas, Ópitica #00:09:29.8# Física Nuclear
Artigos	Suleiman - 2019 - Fractais possibilidades pedagógicas	Abrangência de conteúdo	Dessa maneira, percebemos que a Geometria Fractal se encontra inserida em muitas possibilidades dos conteúdos da Matemática escolar e seus elementos estão sendo fartamente aplicados no mundo contemporâneo.
Vídeos	Entrevista 2 - FB01 (2021-06-29 at 08_52 GMT-7)	Utilização de instrumentos	#00:05:08.2# A parte com a qual eu vou ter mais dificuldade agora vai ser na montagem dessa estrutura de fractal no ThinkerCad, porque eu tenho pouca intimidade com o programa. Mas com relação a dúvidas teóricas e conceituais, não tive.
Vídeos	Entrevista 2 - FB01 (2021-06-29 at 08_52 GMT-7)	Utilização de instrumentos	#00:05:36.1# Eu também vou ter a mesma dificuldade
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Lacuna literária	Principalmente no Ensino Médio, possuindo relativamente poucas publicações na área de ensino de Física
Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Lacuna literária	No entanto, há pouco conhecimento de como os alunos aprenderiam essas matérias, que tipo de conhecimento e compreensão eles têm e que tipo de dificuldades eles têm.

Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Presença curricular	No sistema educacional turco, o ensino de fractais começa com uma introdução aos fractais na idade de 13-14 anos na 8ª série. O currículo de matemática da 8ª série inclui uma meta sobre fractais “Construir padrões a partir de modelos de linha, polígono e círculo, para desenhar e determinar fractais a partir desses padrões” (TURQUIA, 2008, p. 316).
Artigos	Karakuş - 2013 - A cross-age study of students' understanding	Presença curricular	Em conclusão, nos currículos de matemática e geometria turcos, os fractais são estudados da seguinte forma; reconhecimento de fractais no 8º ano, encontrando padrões e operações matemáticas com eles no 9º e 10º ano.
Vídeos	Entrevista 2 - FB01 (2021-06-29 at 08_52 GMT-7)	Perspectiva construtivista	A ideia da utilização de fractais ajudou na resolução? #00:01:16.5# Eu gostei do entendimento anterior, né? Sobre os fractais tudinho exatamente essa construção, né? Que é uma progressão também, a gente ta, aos poucos chegando no teu objetivo que seria o entendimento dos fractais. Então pra mim foi muito valido. E estar compreendendo isso com a questão da resistência e da resistividade
Artigos	Luz, Jesus, Alves - 2018 - Pré-Fractal no ensino de eletricidade	Abrangência de conteúdo	Encontramos uma relação analítica entre a capacitância e a dimensão fractal para uma frequência pré-fractal da Poeira de Cantor
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Abrangência de conteúdo	Suas aplicações estão relacionadas a outras ciências, como por exemplo, a biologia (lei de crescimento), ciência da computação (Meio-tom digital), entre outras.
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Caracterização de sistemas e modelos	Em geral, a dimensão fractal é um parâmetro utilizado para caracterização de um sistema, por exemplo, o crescimento de superfícies
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Caracterização de sistemas e modelos	Segundo Niedermeyer, Koefender e Roos (2009, p. 8), alguns motivos para trabalhar fractais na escola são: Trabalhar conteúdo a partir de exemplos encontrados na natureza estimula a criatividade, o raciocínio lógico, motiva o educando
Vídeos	Entrevista 2 - FB01 (2021-06-29 at 08_52 GMT-7)	Tempo de aplicação	#00:01:41.6# Só acho que poderia ficar mais tempo, assim né, nessas ultimas aqui [Se referindo as questões com cálculo de circuito em triângulo-estrela]. Acho que poderia está tendo mais tempo pra a gente poder estar fixando melhor isso
Artigos	Lourenço, Dickman - 2009 - Fractais uma proposta de ensino	Uso Avaliativo	“Fractais” também foi tema de uma questão constituinte do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) realizado no mês de agosto de 2008. O Enem é um dos principais instrumentos do Governo para avaliação dos estudantes, cujo resultado também serve como critério de classificação em processos seletivos de várias instituições superiores do Brasil.
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma	Perspectiva construtivista	E é necessário que os professores promovam uma visão da matemática como uma ciência em evolução, não algo

	abordagem da geometria fractal		pronto e definitivo, levando o aluno a construir e se apropriar do conhecimento que servirá para transformar sua realidade.
Artigos	Paula, Souza - 2017 - Uma abordagem da geometria fractal	Caracterização de sistemas e modelos	E é necessário que os professores promovam uma visão da matemática como uma ciência em evolução, não algo pronto e definitivo, levando o aluno a construir e se apropriar do conhecimento que servirá para transformar sua realidade.
Artigos	Suleiman - 2019 - Fractais possibilidades pedagógicas	Temática recente	Quando buscamos a Geometria Fractal como chave de um ensino contextualizado, moderno e tecnológico, estamos dando valoração a um conhecimento novo;
Artigos	Sonza, Leivas - 2018 - Explorando a Geometria Fractal	Perspectiva construtivista	Além de ter proporcionado uma visão dinâmica da Matemática como uma ciência que avança, e não como um corpo de conhecimentos prontos e acabados

APÊNDICE I – MATERIAL DE APOIO AO PROFESSOR

ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES EM FRACTAL TRIÂNGULO DE SIERPINSKI:

Atividade Experimental Investigativa

Link de acesso ao guia online: https://bit.ly/3KsZTIX

MATERIAL DE APOIO AO PROFESSOR

UFAM

ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES EM FRACTAL TRIÂNGULO DE SIERPINSKI

UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL INVESTIGATIVA

Flavio Alison Simas Lopes
Marcel Bruno Pereira Braga

1º edição 2022

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO **2**
INTRODUÇÃO **3**

1. RECURSOS UTILIZADOS **4**
2. SONDAGEM INICIAL **6**
2.1 MICRO-COMPETENCIAS E HABILIDADES 7
2.2 MISCONCEPTIONS DO TESTE CONCEITUAL 8
2.3 CONSULTANDO E DISTRIBUINDO O TESTE CONCEITUAL 9
3. APRESENTAÇÃO DOS CONCEITOS **10**
3.1 ALGUMAS CONFIGURAÇÕES DO PADLET 11
3.2 DISCUTINDO PARADIGMAS COM O MENTIMETER 12
3.2 ALTERNATIVAS AO USO DO MENTIMETER 13
3.3 PRIMEIRO EXEMPLO NO MENTIMETER 15
3.4 OUTROS EXEMPLOS DE FRACTAL 17
3.5 PERGUNTAS SIMILARES 18

4. DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO **19**
4.1 ITEM ONZE 20
4.2 ITEM NOVE 24
4.3 ITEM DEZESSEIS 26
5. APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO **29**
5.1 APLICAÇÃO EXPERIMENTAL COM THINKERCAD 30
6. CONCLUSÃO INTEGRATIVA **32**

RFERÊNCIAS **33**

APRESENTAÇÃO

Saudações professor! Este material foi desenvolvido para auxiliá-lo na aplicação de uma atividade experimental virtual, construída com foco em alunos do **ensino superior**, mais especificamente aos alunos do Laboratório de Eletricidade e Magnetismo do departamento de física do Instituto de Ciências Exatas (ICE), localizado na Universidade Federal do Amazonas. Os professores a quem destinamos este material são os professores das disciplinas de **Laboratório de Física Geral III** e **Laboratório de Físca IIE**.

Para aplicação da atividade são recomendáveis as utilizações de algumas plataformas digitais disponíveis na internet, são elas: **Padlet**, **Mentimeter**, **Google Forms** e **ThinkerCad Circuits**. Falaremos um pouco mais a respeito delas no decorrer do material, mas é importante frisar que os recursos aqui apresentados podem ser substituídos por outros de finalidades semelhantes, ficando a cargo do professor responsável pela disciplina a livre escolha de seus materiais.

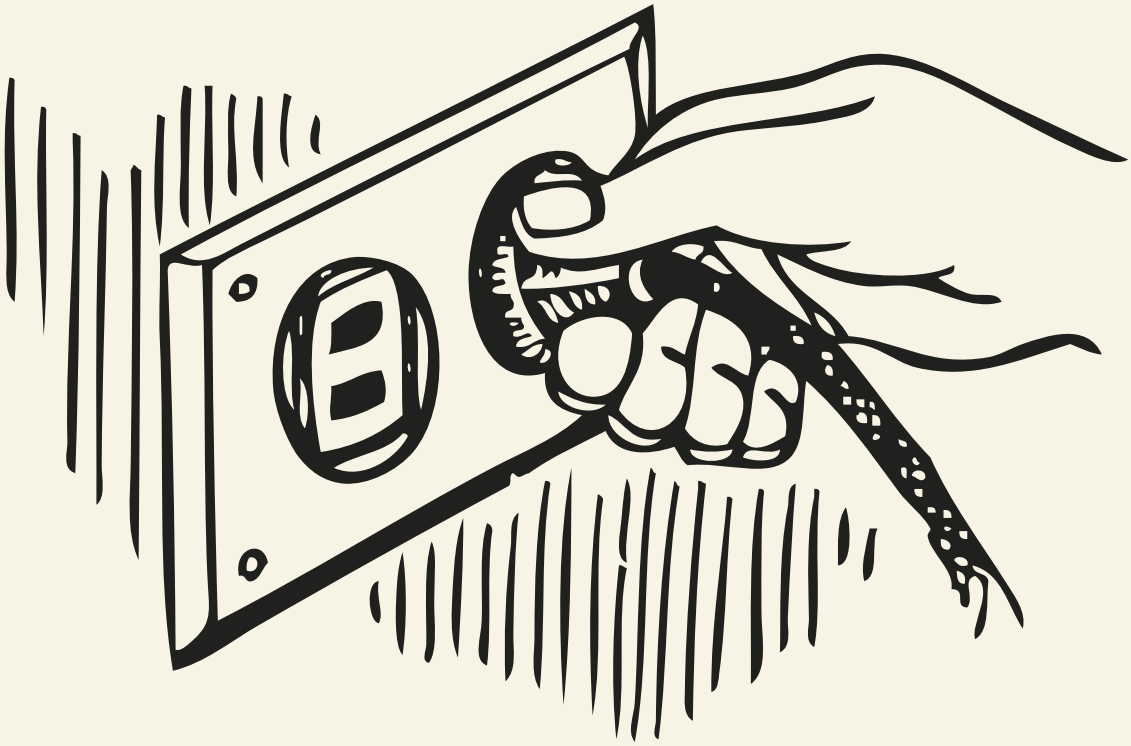
A atividade experimental é projetada para ser aplicada de maneira virtual, todavia também apresentamos formas de aplicação da atividade de maneira presencial no último capitulo deste material.

INTRODUÇÃO

O design desta atividade se estabelece em torno da resolução e simulação de problemas envolvendo **circuitos elétricos** dispostos de maneira fractal, a saber o **Triângulo de Sierpinsk**, como uma forma de trabalhar conhecimentos envolvendo os conceitos básicos de circuitos elétricos de corrente contínua.

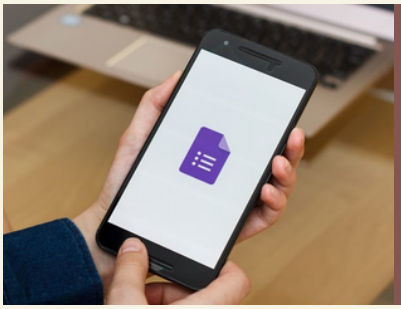
A estrutura desta atividade foi elaborada de acordo com o livro *Conceber e Avaliar Manuais Escolares* de François-Marie Gérard e Xavier Roegiers, são elas: **Apresentação dos Conceitos**, **Desenvolvimento do Conteúdo**, **Aplicação do Instrumento** e **Conclusão Integrativa**. Adicionamos também uma etapa inicial intitulada **Sondagem inicial**, que envolve a aplicação de um teste conceitual criado e desenvolvido especialmente para a identificação de subsunçores que auxiliem o professor na tomada de decisões que compõem as etapas desta aplicação.

Na fase inicial, a proposta trabalha competências de dimensões mais básicas do processo cognitivo, tais como **Lembrar** e **Entender**. Todavia no decorrer da aplicação é requerido do aluno a extrapolação para competências de ordem superior tais como **Aplicar** e **Analisar**.



1. RECURSOS UTILIZADOS

O experimento proposto faz uso de diversos recursos digitais online, de uso gratuito e intuitivo para que o professor possa maximizar o nível de interação com a turma. Dentre eles, sugerimos: **Google Forms**, **Padlet**, **Mentimeter** e **ThinkerCad**. Todos são plataformas online que não requerem download e podem ser utilizados em computadores, notebooks e celulares. Caso você nunca tenha ouvido falar em nenhum desses recursos, um vídeo rápido e explicativo pode ser acessado ao clicar nos links ou imagens abaixo:



Nome: Google Forms

Utilidade: aplicativo de gerenciamento de pesquisas e aplicação de testes

Vídeo sobre: https://bit.ly/3wJYUNP

Nome: Padlet

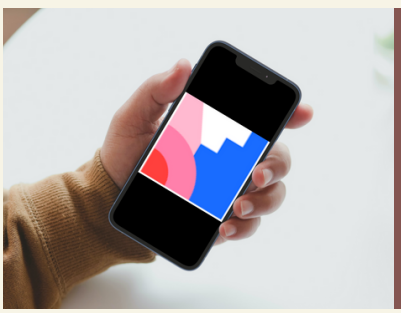
Utilidade: Criação de um mural ou quadro virtual dinâmico e interativo

Vídeo sobre: https://bit.ly/3ne7hye

Nome: ThinkerCad Circuits

Utilidade: Simular circuitos elétricos de maneira interativa e online

Vídeo sobre: https://bit.ly/3wQB5UM



Nome: Mentimeter

Utilidade: Criar apresentações com feedbaak em tempo real

Vídeo sobre: https://bit.ly/3Dl21OY

Todos essas ferramentas digitais, apresentam possibilidades de exploração muito mais abrangentes do que o apresentado nesta proposta, entretanto, nos limitamos a utilizar as funções mais básicas de cada uma deles para facilitar a execução da mesma, tanto pelo professor, quanto pelo aluno.

Lembramos ainda que, estes recursos podem ser facilmente substituídos por outros aplicativos e plataformas online da preferência do professor. Algumas funções podem ser, até mesmo, substituídas ou suprimidas por outras atividades.

As perguntas feitas no Mentimeter, por exemplo, podem ser feitas de maneira oral pelo professor, através de slides do power point, ou até mesmo utilizando o próprio padlet para fazer as mesmas perguntas no estilo mural interativo, falaremos mais sobre isso adiante.

2. SONDAGEM INICIAL

Evidências empíricas são essenciais e servem de base para o levantamento de subsunçores e déficits cognitivos que podem indicar possibilidades de ação-intervenção (HATTIE, J, 2017). Para coleta dessas evidências propomos uma sondagem inicial através de um teste conceitual disponível no Google Forms.

Nele verificar-se-á os conhecimentos básicos que envolvem o assunto de circuito elétrico, dos quais foca-se principalmente nos de corrente, resistência e tensão. Deste modo denominou-se o teste de CBCRT (Conceitos Básicos de Corrente, Resistência e Tensão).

Essa atividade experimental foi formulada para ser aplicada como uma atividade final do curso de Laboratório de Física Geral III, por esse motivo é um teste de nível difícil, mas o professor deve se sentir a vontade para se utilizar de qualquer outro instrumento de avaliação.

https://bit.ly/30lmlAO

2.1 HABILIDADES TRABALHADAS NOS ITENS DO TESTE

Abaixo tem-se a tabela com os 20 itens do teste e as habilidades trabalhadas por cada item. Essas habilidades foram abstraídas a partir de uma análise interpretativa da natureza taxonômica do conhecimento envolvido (Taxonomia de Bloom revisada em 2001):

Processo cognitivo	**Item/Alternativa CBCRT**	**Habilidades a serem trabalhadas**
Lembrar o conceito de circuito elétrico de corrente contínua	09D, 12A, 15B, 17B	H01 - Identificar um circuito elétrico como um caminho fechado, que permite a movimentação de cargas elétricas H02 - Reconhecer como devem estar conectados fio, pilha e lâmpada em um circuito elétrico, para que a lâmpada acenda.
Lembrar o funcionamento de circuito em série	01A, 02C, 03D	H03 - Relembrar o comportamento da corrente elétrica em uma associação em série H04 - Identificar a diferença de potencial elétrico em cada lâmpada do circuito elétrico de uma associação em série H05 – Reconhecer o funcionamento das lâmpadas em uma associação em série
Lembrar o funcionamento do circuito em paralelo	04C, 05B, 06A	H06 - Relembrar o comportamento da corrente elétrica em uma associação em paralelo H07 - Identificar a diferença de potencial elétrico em cada lâmpada do circuito elétrico de uma associação em paralelo H08 – Reconhecer o funcionamento das lâmpadas em uma associação em paralelo
Compreender o conceito de resistência	07B, 08A 10B, 13B, 16C 18A, 19D, 20B	H09 - Associar as propriedades da resistência elétrica as propriedades do objeto H10 – Prever a resistência elétrica do material para situações diversas
Compreender o comportamento da corrente elétrica	11E, 14C.	H11 - Prever o funcionamento da corrente elétrica em diferentes disposições do circuito H12 - Associar a intensidade do brilho das lâmpadas a passagem de corrente elétrica

Obviamente que a heterogeneidade da turma fará com que os alunos tenham performance diferente em um conjunto de itens diferentes. Recomendasse que os professores trabalhem melhor os itens nos quais os alunos que pontuaram abaixo do *guessing* do teste (13 acertos), tiveram maior dificuldade. Desse modo estará sendo trabalhado aquele assunto mais difícil para o grupo de maior dificuldade da turma.

2.2 MISCONCEPTIONS DO TESTE CONCEITUAL

Existem varias concepções equivocadas que movem os alunos a incorrerem num erro conceitual. Abaixo temos uma tabela de conceitos errados retirados dos testes conceituais.

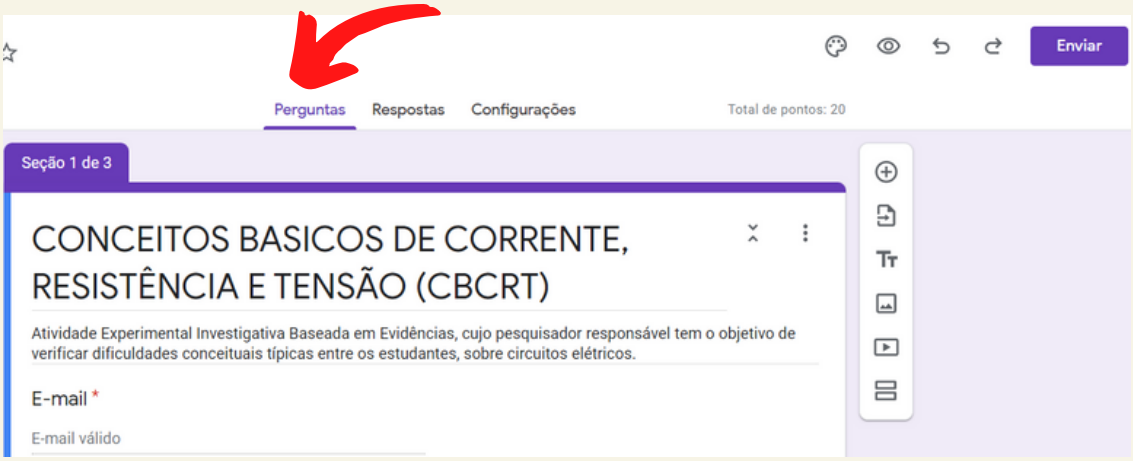
Descrição	
Superposição de baterias	1 bateria - lâmpada brilha x. Com 2 baterias, independentemente da disposição lâmpada brilha 2x
Bateria como uma fonte de corrente constante	A bateria fornece a mesma quantidade de corrente para cada circuito, independentemente da disposição do circuito
Circuito completo	Incapaz de identificar um circuito completo - Malha fechada
Contatos	Incapaz de identificar os dois contatos na lâmpada
Corrente consumida	O valor da corrente diminui à medida que você se move através dos Elementos do circuito até retornar à bateria, onde não há mais corrente restante
Rota direta	A bateria é a única fonte de carga, então apenas os elementos com contato direto com a bateria acenderão
I Causa E	A corrente é a causa do campo elétrico dentro dos fios do circuito
Local	A corrente se divide uniformemente em cada junção, independentemente da resistência de cada ramo
Req	O aluno igualou a resistência equivalente de um circuito a um resistor individual
Superposição de Resistência	1 resistor reduz a corrente em x, 2 resistores reduzem a corrente em 2x, independentemente do arranjo do resistor
Erro de aplicação de regra	Uma regra que rege os circuitos foi mal aplicada. Por exemplo, usou a equação para resistor em série quando o circuito mostrou resistores em paralelo
Sequencial	Somente as mudanças antes de um elemento afetarão aquele elemento
Confusão de termos I/R	Resistência vista como sendo causada pela corrente, então uma corrente deve fluir para que haja alguma resistência

Preparamos uma apresentação online no Google Presentation onde esses misconceptions podem ser melhor identificados item-a-item pelo leitor.

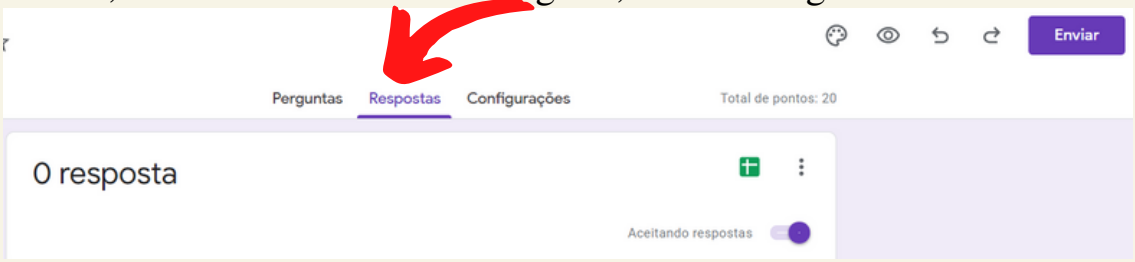
https://bit.ly/3vX228x

2.3 CONSULTANDO E DISTRIBUINDO O TESTE CONCEITUAL

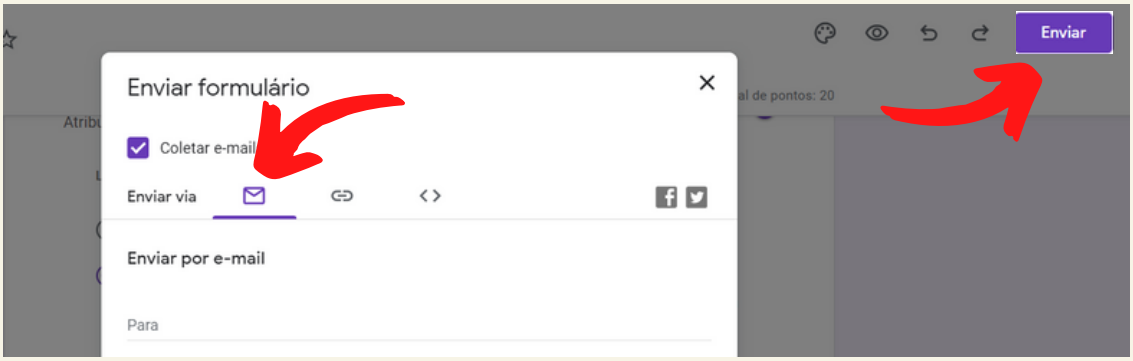
O material pode ser acessado pelo link ou QRcode fornecido no rodapé da pagina. Ao acessar, entrará na aba de perguntas, onde poderá visualizar as perguntas que compõem o teste.



Na aba respostas o professor poderá visualizar as respostas de seus alunos, de maneira individual ou geral, através de gráficos.



No botão enviar o professor poderá estar enviando o link do teste diretamente aos emails dos seus alunos ou copiando o link de acesso ao preenchimento do teste e enviando diretamente nos grupos de seus alunos. Para mais informações acesse: https://bit.ly/3wJYUNP

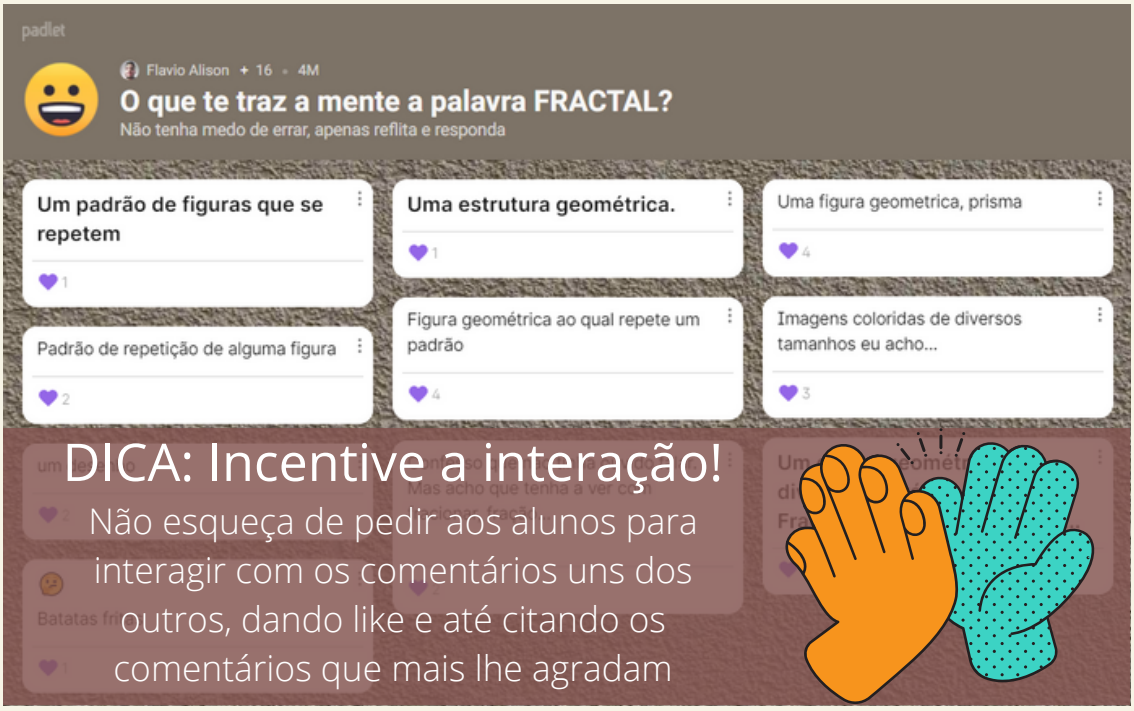


https://bit.ly/30lmlAO

3. APRESENTAÇÃO DOS CONCEITOS

Adotando uma metodologia voltada ao ensino por investigação recomendamos ao professor o uso de perguntas desde a apresentação dos conceitos. Para isso sugerimos ao professor a utilização do Padlet, um mural interativo onde os professores podem postar suas perguntas e os alunos podem responder com imagem, textos, emojis e muitos outros recursos. As postagens ocorrem em tempo real e os alunos podem ver as postagens de seus colegas e reagir a elas.

Preparamos uma pergunta inicial para movimentar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto:



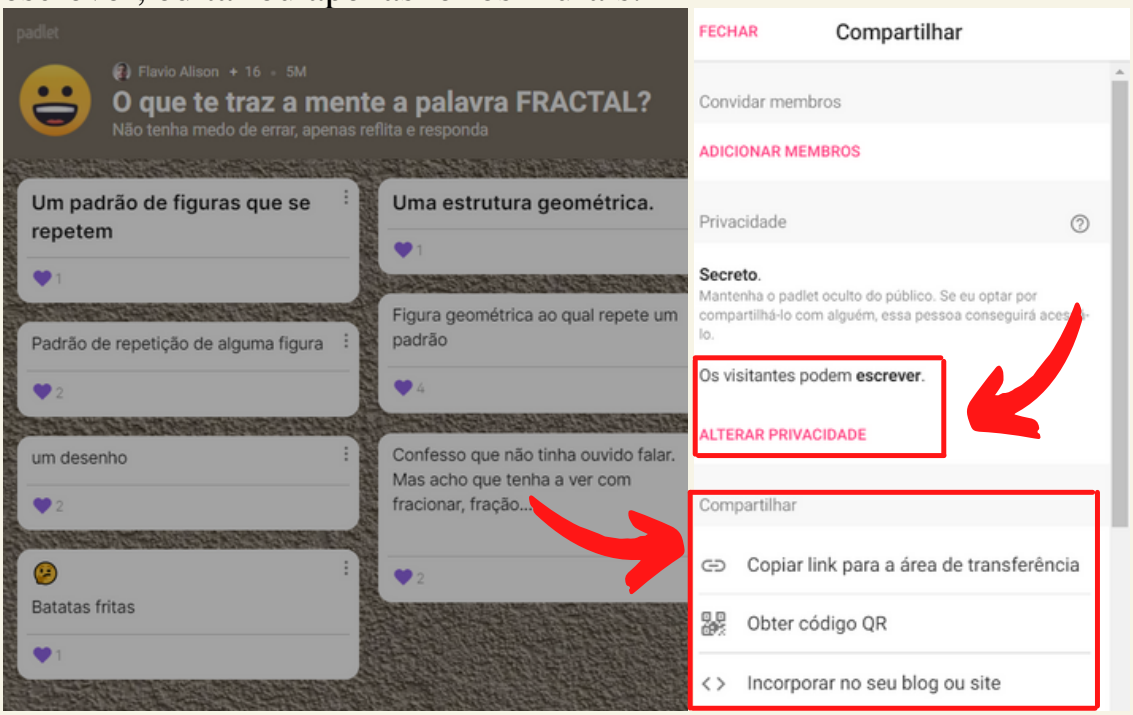
Acesse o link no rodapé da página, ou utilize o QRcode. Ao acessar, o professor poderá reutilizar o mesmo mural ou copiar o layout para que as respostas no mural sejam apenas as dos seus alunos. Também poderá para mudar a pergunta, o plano de fundo e outras configurações importantes, que serão comentadas na página seguinte.

https://bit.ly/3x3d6lr

3.1 ALGUMAS CONFIGURAÇÕES DO PADLET

Se quiser utilizar a base de dados com as repostas que estão registradas no mural sugiro que você, professor, utilize o link disponível na página anterior, todavia se desejar utilizar um mural em branco pressione a opção clonar e poderá copiar o mural para adapta-lo da maneira que desejar.

Ao copiar o professor poderá, na opção de compartilhar, alterar a privacidade dos visitantes, dando aos alunos possibilidade de escrever, editar ou apenas ler os murais.



Acessando a engrenagem de configurações o professor poderá também alterar varias opções de layout do mural, além de alterar informações importantes, como a publicidade dos posts, fazendo deles anônimos ou com o aparecimento de nomes dos alunos. Para mais informações acesse: https://bit.ly/3ne7hye

https://bit.ly/3wMiXeE

3.2 DISCUTINDO PARADIGMAS COM O MENTIMETER

Para trazer os paradigmas basilares da ideia de fractal, sugerimos ao professor que discuta o pensamento aparentemente antagônico entre o paradigma da geometria fractal com a geometria euclidiana. Esses paradigmas são muito bem expressos pelas frases de Galileu Galilei e Benoit Mandelbrot, apresentadas na figura abaixo.

Link de acesso: https://bit.ly/3En5EUp

Para Galileu a matemática é a linguagem do "UNIVERSO", enquanto Benoit Mandelbrot lança uma crítica a capacidade de representação visual das figuras euclidianas. Os dois estão certos. A matemática tem essa capacidade descritiva, porém suas limitações são sanadas através de outras figuras de representação, os fractais são uma alternativa.

No Mentimeter podemos fazer perguntas na tentativa de direcionar os alunos ao significado dos fractais e aproximar este conceito as definições de circuito elétrico. A primeira pergunta trabalha o pensamento aparentemente antagônico de Mandelbrot e Galileu

A maioria dos alunos tendem a responder de acordo com Galileu, defendendo portanto uma visão mais cartesiana, e geometricamente euclidiana de mundo, o que não é errado, mas em determinados casos não é tão conveniente quanto os fractais como no caso descrito na página 14. O limiar de domínio dessa pergunta fica em torno dos 75%, todavia nossos alunos ficaram 55% abaixo desse valor esperado.

3.2 ALTERNATIVAS AO USO DO MENTIMETER

Diferente do Padlet, na versão gratuita os slides do Mentimeter não podem ser compartilhados de forma editável. Ainda assim, pela simplicidade dos slides apresentados, seria fácil para o leitor tirar *print* das imagens e reproduzir o enunciado das perguntas na versão gratuita.

Todavia, como um recurso alternativo, apresentamos aqui algumas formas de trabalhar estas mesmas perguntas através do Paldlet e do Google forms também.

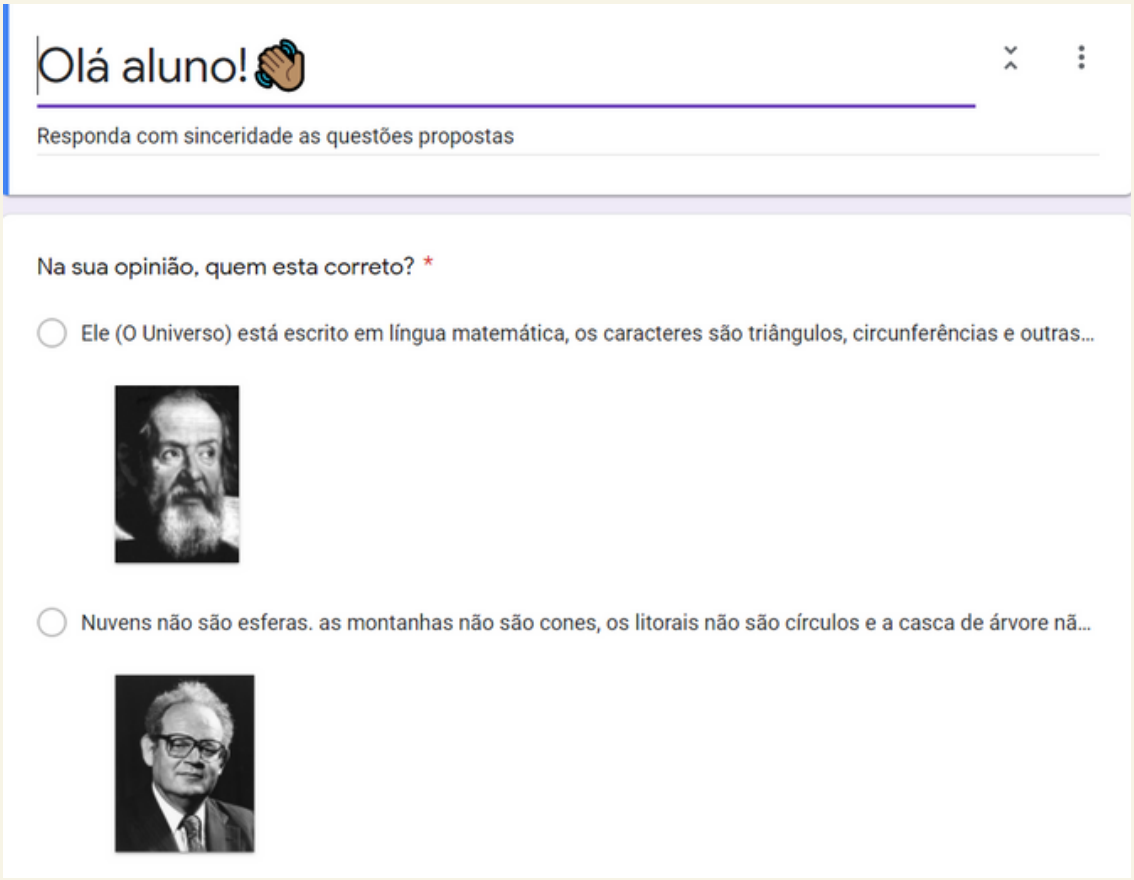
3.2.1 - Padlet

Pelo Padlet, o professor pode apresentar a pergunta e citar verbalmente os autores, requerer que os alunos discorram no mural digital as razões pelas quais concordam com Mandelbrout ou Galileu.

https://bit.ly/3pHIap5

3.2.2 - Google Forms

Pelo Google forms, o professor também pode apresentar as mesmas questões que o Padlet, todavia as respostas não serão vistas em tempo real pelos alunos. Entretanto, ainda é possível que o professor apresente os dados estatísticos das respostas aos alunos ao termino do envio de repostas.



Se você, professor, não esta habituado a temática dos fractais, muito provavelmente não conhece quem é Benoit Mandelbrot. Conhecido como o pai da Geometria Fractal, Mandelbrot desenvolveu uma nova ótica de compreensão e intepretação matemática de figuras na natureza. Para saber mais deixaremos aqui um link de uma curta matéria escrita por Marcelo Cabral (2004), na Super Interessante, sobre o assunto, link de acesso: https://bit.ly/31aqUi0

https://bit.ly/3mlDQd5

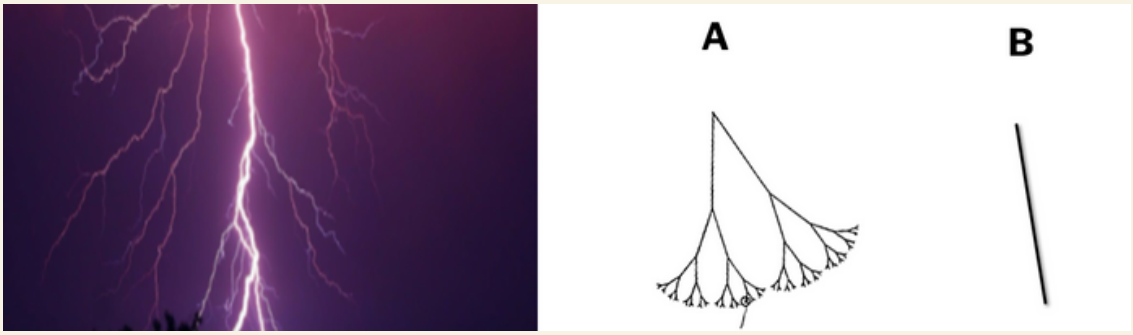
3.3 PRIMEIRO EXEMPLO NO MENTIMETER

O primeiro exemplo apresenta a figura de um raio e pede que os alunos respondam se a imagem possui elementos geométricos. Instigue principalmente aqueles que responderam concordando com Galileu a responder a pergunta. Pois, se o mundo é composto por elementos matemáticos eu deveria ser capaz de fazer a identificação de elementos geometricos nessa figura que esboça um fenomeno natural?

Boa parte dos alunos não respondem essa questão ou ficam confusos na hora de apresentar uma resposta. Alguns alunos poderão visualizar algumas restas formando compondo a imagem. Essas respostas corroboram para a introdução de algumas características do fractal, como a autorrepetição de suas partes, e a auto semelhança com o todo.

https://bit.ly/3En5EUp

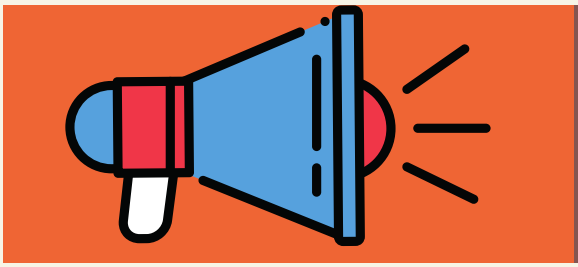
Para complementar, o professor poderá apresentar mais uma imagem. E perguntar qual alternativa representa melhor representa a figura



A partir desse ponto o professor pode prosseguir apresentando o fractal de árvore e suas características que o tornam um descritor bem mais fiel ao fenômeno que a figura euclidiana do segmento de reta.

3.3.1 Mais alternativas ao uso do Mentimeter

Assim como na pergunta anterior podemos formular esta mesma pergunta no Padlet, como sugere a imagem a seguir. Com a diferença de que, aqui, não precisamos citar nenhum comentário para embasar os alunos, a pergunta e a imagem são suficientes para isso.



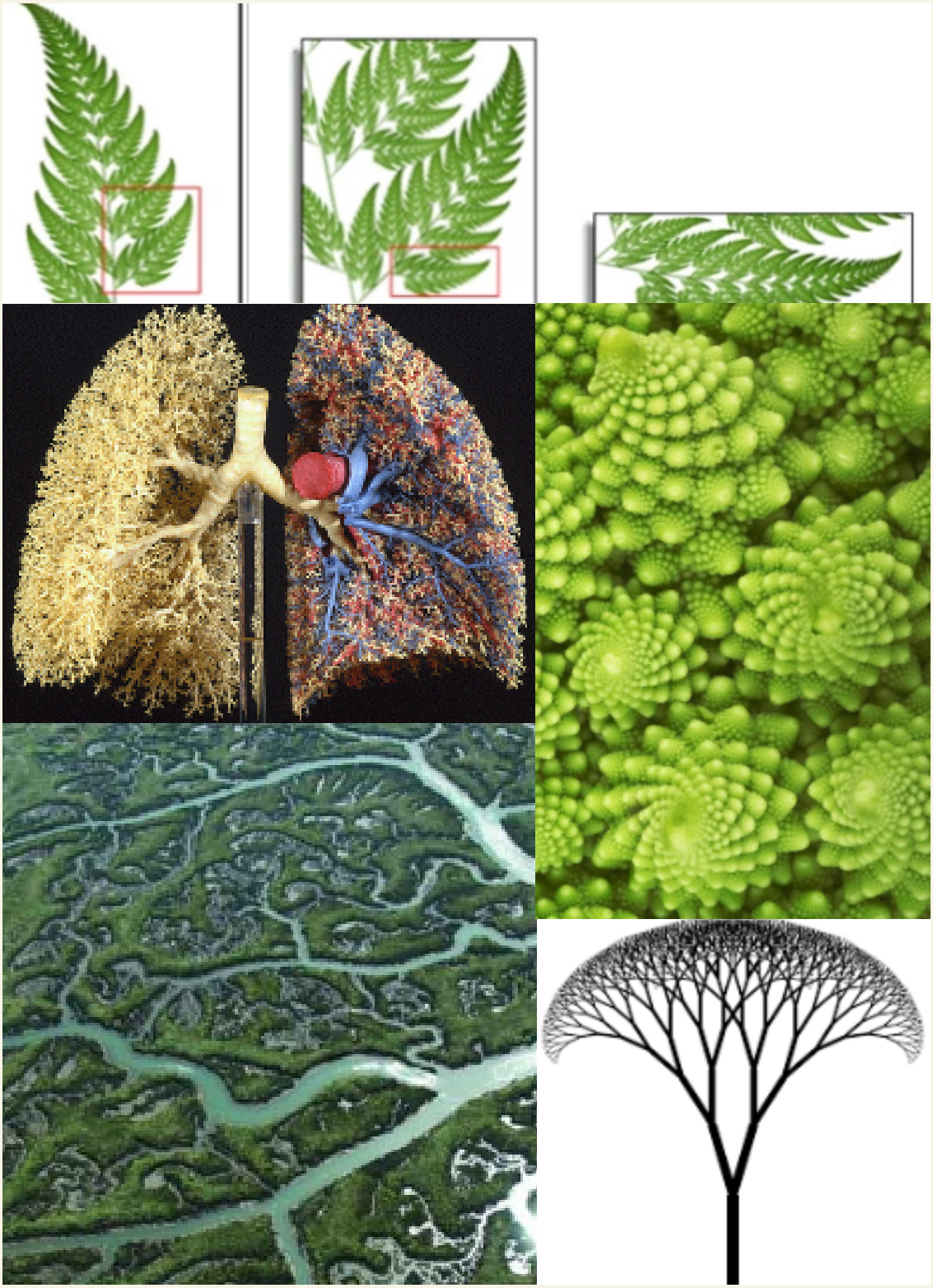
E no GOOGLE FORMS ?

No google forms esta pergunta já esta anexa ao mesmo formulário divulgado anteriormente na página 12.

https://bit.ly/3nzYp4W

3.4 OUTROS EXEMPLOS DE FRACTAL

Uma vez bem apresentado o conteúdo o professor pode prosseguir para outros exemplos de fractal na natureza. Para tanto o professor pode simplesmente apresentar algumas imagens em fractal, ou pode pedir aos alunos que pesquisem rapidamente na internet exemplos de figuras que seriam tidas como fractais.



3.5 PERGUNTAS SIMILARES

Mas, caso o professor perceba dificuldade de compreensão por parte dos alunos pode reafirmar essas propriedades utilizando-se de outras perguntas também disponíveis no Mentimeter.

Utilize o link do rodapé desta página ou o QRcode lozalizado no mesmo lugar para ter acesso a essas questões que também fazem menção a figuras na natureza que possuem difícil representação na geometria euclidiana:

A imagem abaixo possui elementos geométricos? Se sim, cite quais elementos geométricos estão intrínsecos a imagem.

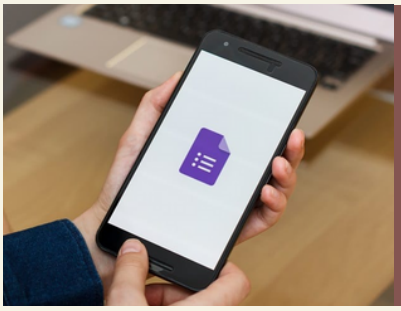
A imagem abaixo possui elementos geométricos? Se sim, cite quais elementos geométricos estão intrínsecos a imagem.

https://bit.ly/3GtwlbQ

4. DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO

A fase de desenvolvimento deve ser de caráter demonstrativo o professor apresentará demonstrações experimentais utilizando o ThinkerCad, uma ferramenta de simulação de circuitos elétricos online, para apresentar a resolução dos circuitos apresentados no Teste conceitual CBCRT, privilegiando os itens que os alunos tiveram maiores dificuldades.

Para essa etapa o professor poderá utilizar os seguintes instrumentos:



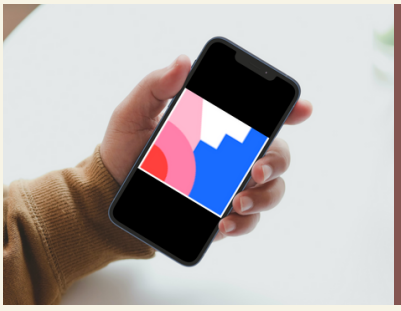
Nome: Google Forms

Utilidade: aplicativo de gerenciamento de pesquisas e aplicação de testes

Vídeo sobre: https://bit.ly/3wJYUNP

O professor poderá visualizar os resultados da aplicação do teste conceitual para privilegiar nesta etapa a resolução dos itens que foram mais difíceis para ele.

Para apresentar os itens aos alunos o professor poderá utilizar o Mentimeter



Nome: Mentimeter

Utilidade: Criar apresentações com feedbaak em tempo real

Vídeo sobre: https://bit.ly/3Dl21OY

Para a simulação do circuito elétrico o professor poderá utilizar o ThinkerCad Circuits:

Nome: ThinkerCad Circuits

Utilidade: Simular circuitos elétricos de maneira interativa e online

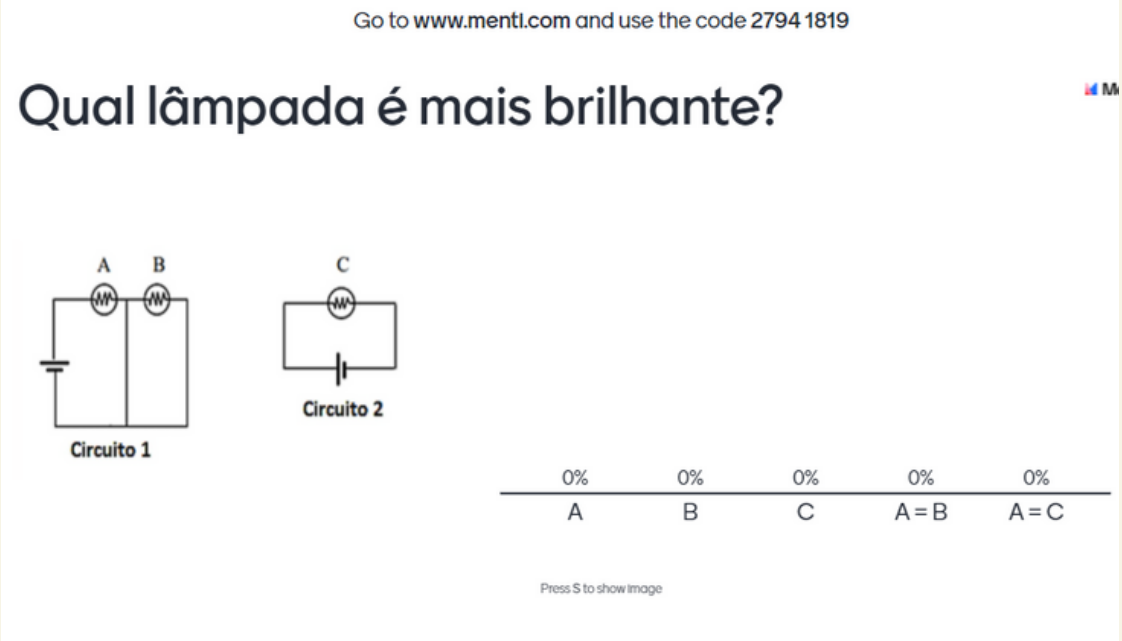
Vídeo sobre: https://bit.ly/3wQB5UM

4.1 ITEM ONZE

Pelo Mentimeter os alunos podem interagir respondendo novamente os itens, mas dessa vez em tempo real responderão um número bem menor de itens, apenas as que eles teriam encontrado maior dificuldade.

No item 11 por exemplo muitos alunos acabam insinuando que como o circuito 2 possui apenas um bulbo C, ele apresentará maior luminosidade (letra C).

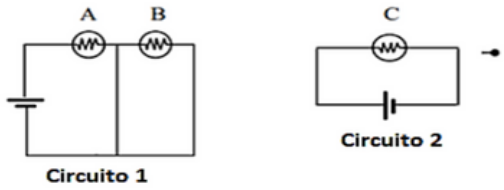
Em tese, estariam corretos se não fosse o fato de que o circuito 1 não esta disposto de uma forma que conduz energia. É valido aproveitar o própria item para falar do comportamento da corrente elétrica e sobre o que define um circuito completo.



https://bit.ly/3EoDQ23

Outra opção é utilizar o Google Presentation para apresentar os itens ou o próprio PowerPoint, com a diferença de que o professor ter acesso aos dados estatísticos e devera fazer a contabilização manual ou gravada das alegações de respostas dos alunos.

Questão 11: Compare o brilho das lâmpadas A e B no circuito 1 com o brilho da lâmpada C no circuito 2. Qual lâmpada ou lâmpadas são mais brilhantes?

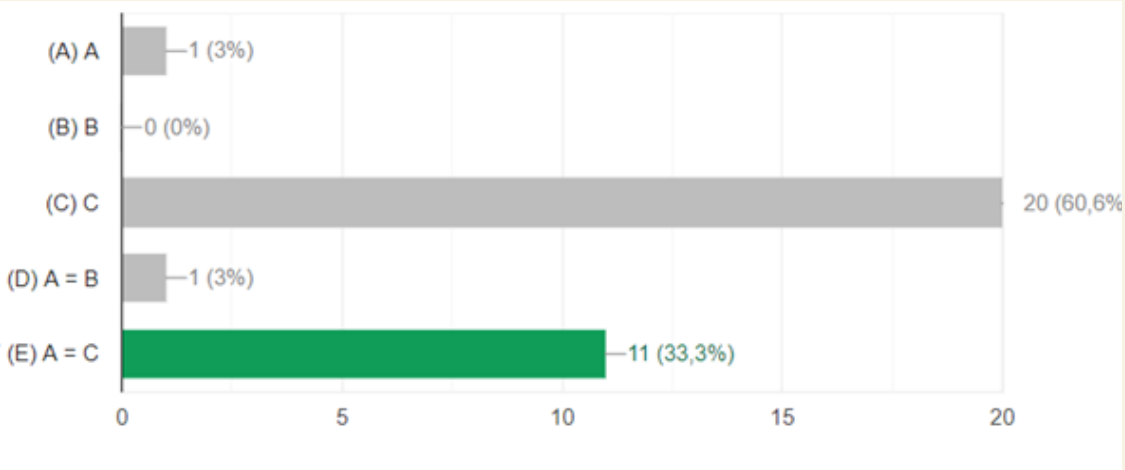


- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) A = B
- (E) A = C

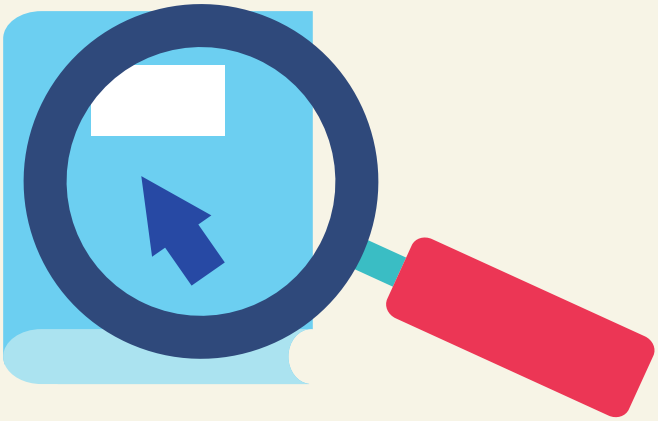
https://bit.ly/3EoDQ23

Na aba de respostas do Google Forms o professor pode consultar os valores estatísticos dos resultados das respostas dos alunos e checar a zona de domínio dos alunos da sala que corresponde a (90% das respostas) o que fica muito distante da taxa de acerto, que na situação apresentada ficou em 33% das pessoas.

É valido aproveitar o própria item para falar do comportamento da corrente elétrica e sobre o que define um circuito completo.

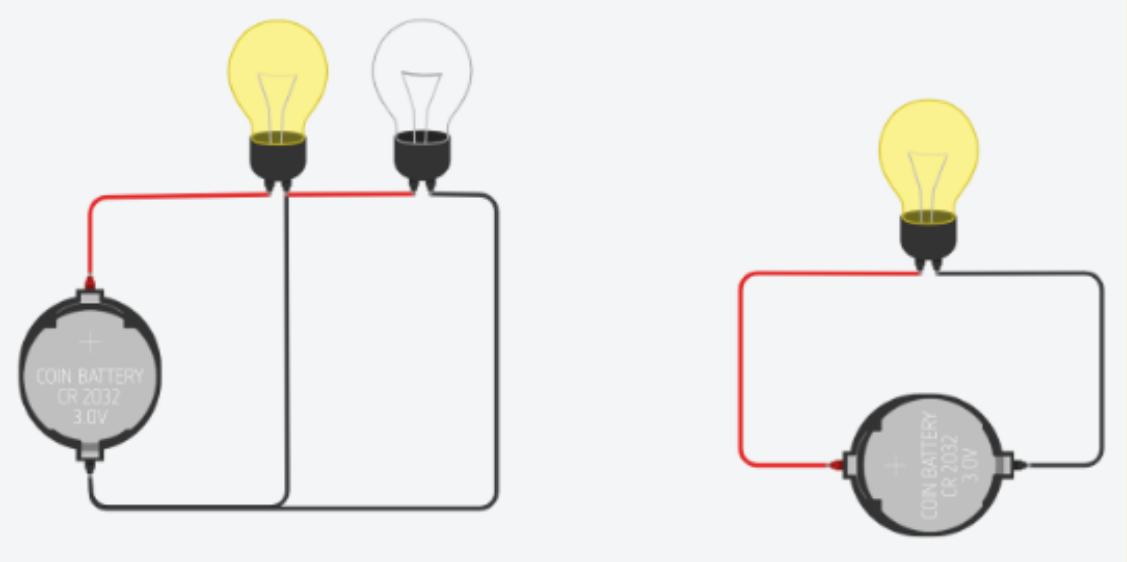


Comparando esse resultado com os da repostas do Mentimeter o professor poderá verificar se os alunos mudaram de opinião após a realização do teste conceitual.



https://bit.ly/3EoDQ23

No simulador do ThinkerCad Circuits o professor poderá facilmente simular o circuito sobre o qual versa o enunciado do item e observar juntamente com os alunos o resultado. Como modo de intervenção.



Após isso fica fácil o aluno observar que a resposta correta seria a letra E. Mas é interessante o professor utilizar esse momento para questionar o aluno:

- ***Porque a lâmpada B não acendeu?***
- ***O qual foi a sua resposta anteriormente a simulação?***
- ***O que esta acontecendo com a corrente elétrica do circuito?***
- ***Ela (A corrente elétrica) esta passando pela lâmpada B?***
- ***Qual lâmpada brilha mais intensamente?***

São formas de instigar o pensamento do aluno para além do conhecimento proposto pelo item do teste e que pode ser diretamente observado no experimento.

https://bit.ly/3CpEQCv

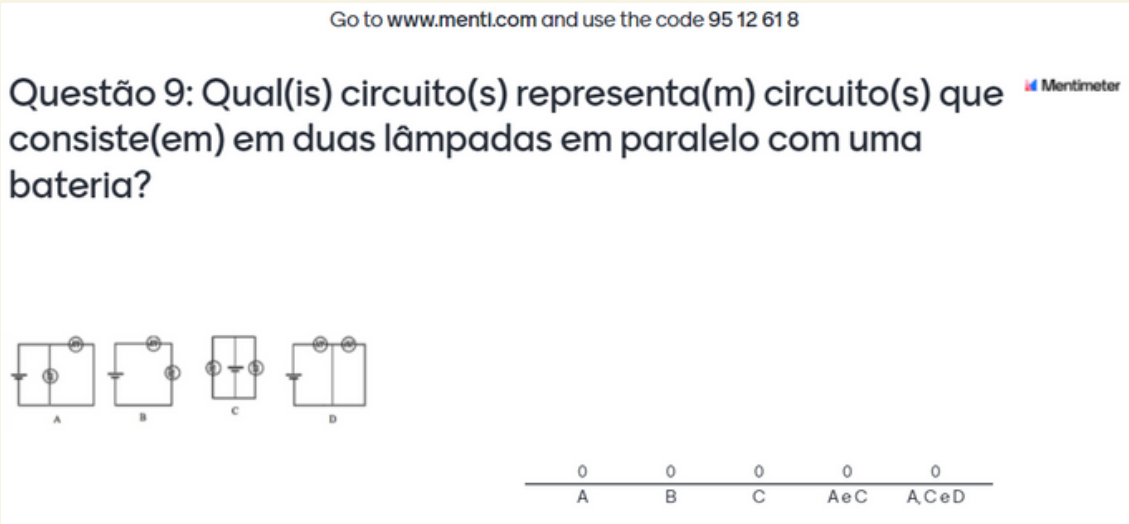
4.2 ITEM NOVE

Estamos apresentando os itens por ordem de dificuldade e nessa ordem o item nove foi a segunda mais difícil. Observe que ela abrange o mesmo conhecimento abordado no item anterior.

Por isso alunos que erram o item nove costumam errar o item onze também. Pelo mesmo motivo apresentado no item anterior, os alunos acabam confundindo também esse item.

Alunos costumam achar que o circuito D também integra um circuito paralelo completo, desconsiderando o comportamento usual da corrente, logo acabam respondendo o item com a letra E.

Mas a resposta correta seria a letra D, pois apenas o circuito A e o circuito C correspondem a circuitos paralelos com uma bateria. É valido ressaltar que apesar da lâmpada 2 do circuito A não estar geograficamente em paralelo com a lâmpada 1 isso não significa que o circuito não esta em paralelo.



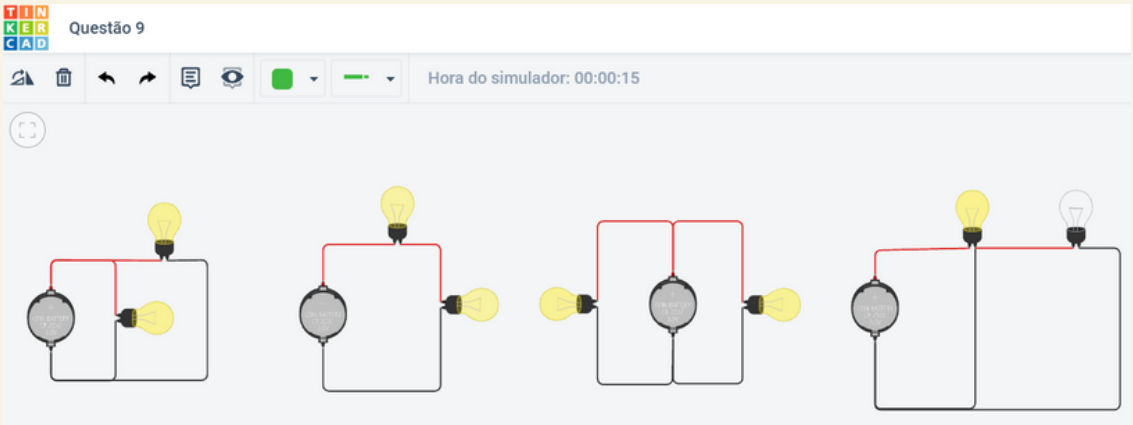
https://bit.ly/3bnBXGi

No simulador do ThinkerCad Circuits mais uma vez é possível reparar que a lâmpada 2 do circuito D não acende, pelo mesmo motivo apresentado na item onze. Logo não pode se tratar de um circuito em paralelo se existe apenas uma lâmpada em funcionamento.

A diferença é que existem outros circuitos a trabalhar cuja explicação dependerá do conhecimento do professor sobre o conceito de circuitos em paralelo.

Aqui são válidos os mesmos questionamentos feitos no item anterior para que o professor instigue os conhecimentos do alunos sobre o item:

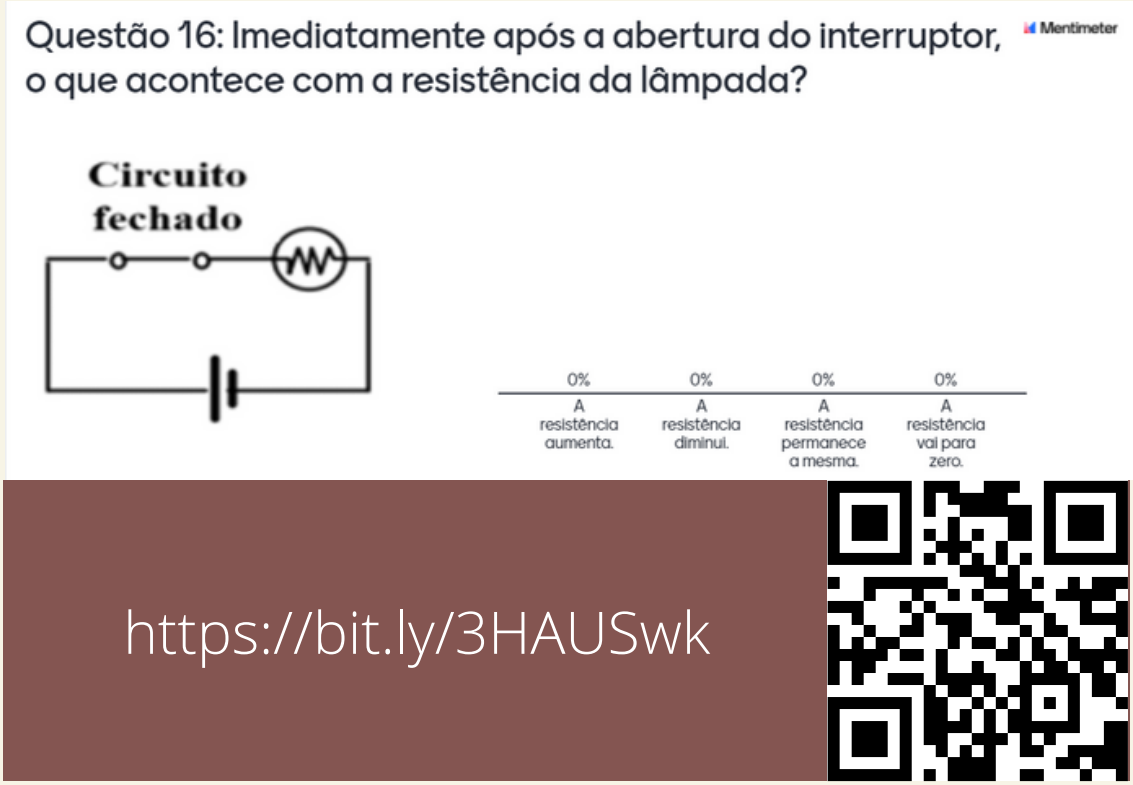
- ***Porque a lâmpada 2 do circuito D não acendeu?***
- ***O qual foi a sua resposta anteriormente a simulação?***
- ***O que esta acontecendo com a corrente elétrica do circuito?***
- ***Ela (A corrente elétrica) esta passando pela lâmpada 2 do circuito D?***
- ***Qual lâmpada brilha mais intensamente?***



https://bit.ly/3GznJAw

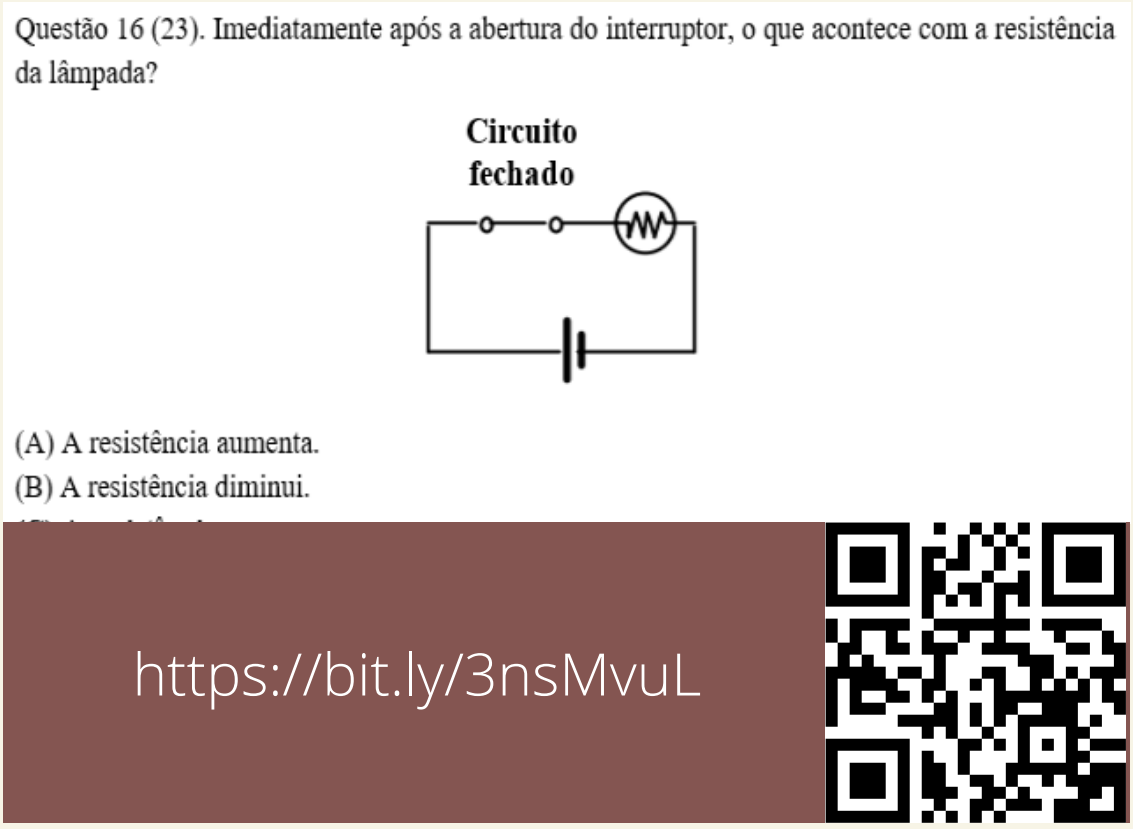
4.3 ITEM DEZESSEIS

Assim como as outras este item pode ser apresentada pelo Mentimeter, onde as respostas serão gravadas e proporcionaram ao professor uma leitura estatística pré e pós teste.



https://bit.ly/3HAUSwk

Ou pode-se acessar as mesmas apresentações pelo Google Presentation ou PowerPoint:

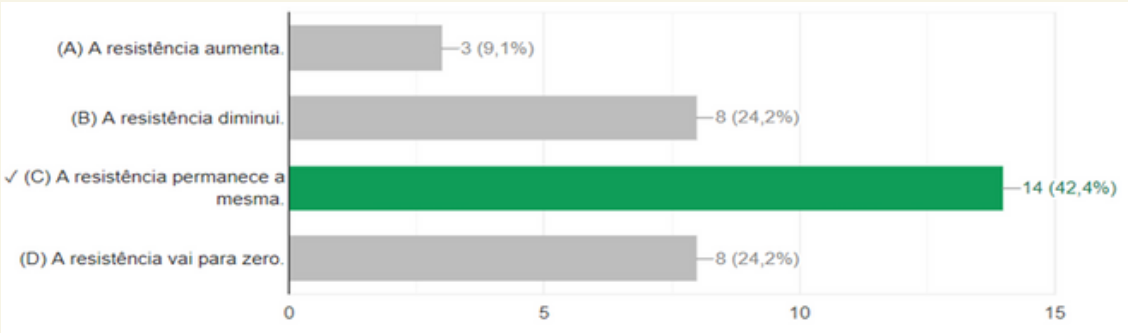


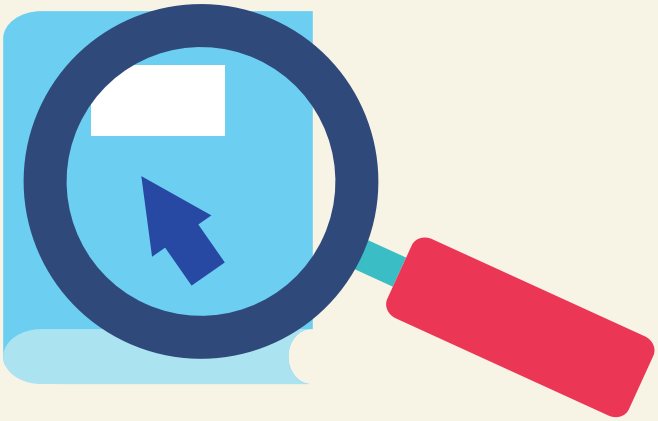
https://bit.ly/3nsMvuL

Apesar de parecer um item simples de responder, muitos acabam enviesando por opções incorretas por má compreensão do comportamento da corrente elétrica.

Há aqueles que acreditam que a resistência esta no fluxo de cargas e não no material, logo, se a corrente é interrompida, não tem resistência (Letra D).

Há também aqueles que acreditam que se o circuito é aberto, todo o fluxo de carga vai para o ramo direito do circuito, oferecendo maior resistência. (Letra A)

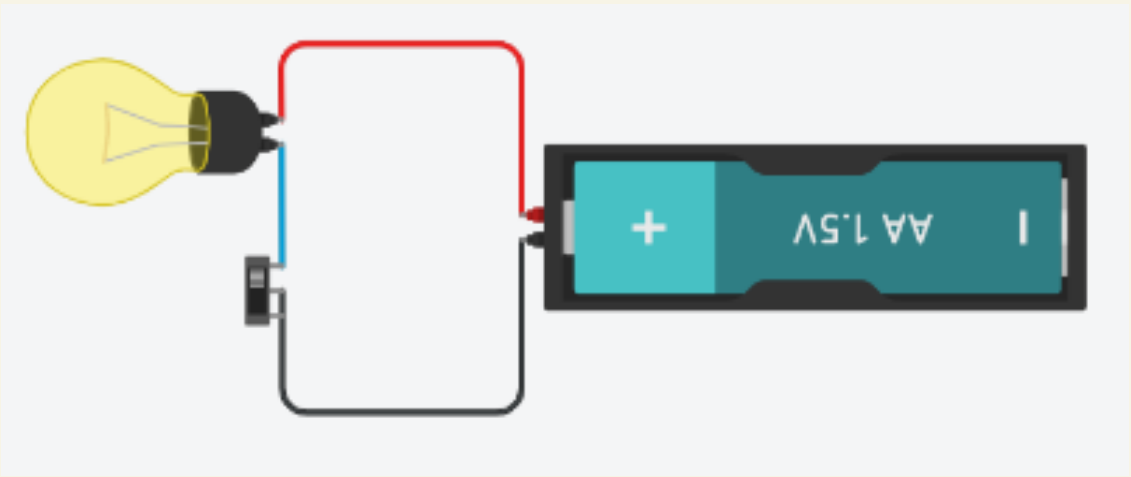




https://bit.ly/3EoDQ23

Para correção desses erros conceituais o professor pode refazer a simulação no ThinkerCad e perguntar qual a previsão dos alunos sobre o comportamento da corrente. Ou pedir que eles mesmos refaçam o exercício pedindo que formulem novas respostas com hipóteses como:

- ***porque o circuito esta funcionando de determinada forma?***
- ***porque a sua interpretação anterior estaria equivocada?***

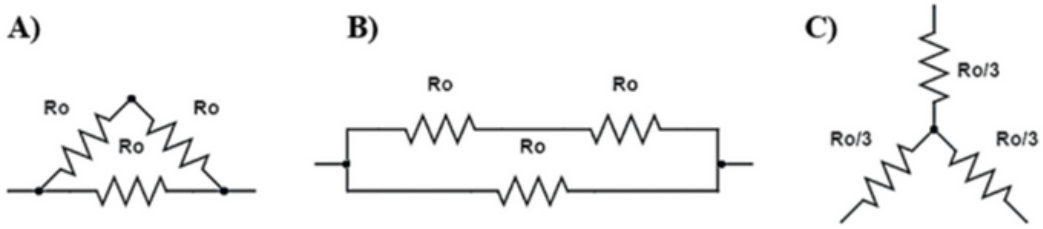


https://bit.ly/3pLk6l0

5. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL

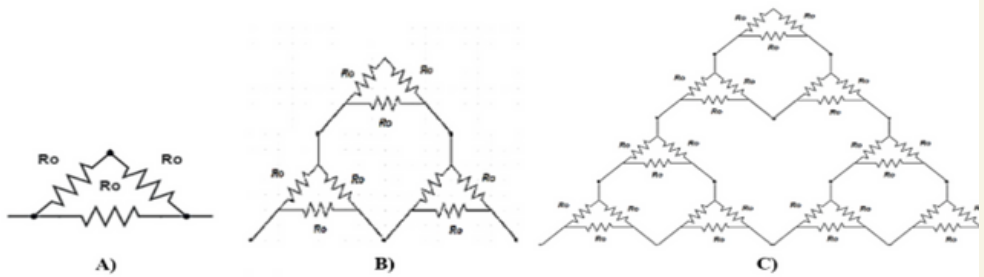
Os últimos dois itens do teste foram desenvolvidas para este momento de aplicação experimental. Sendo o primeiro item (Item19) a criação da interação inicial (ou interação zero) do fractal do Triangulo de Sierpinski. E o segundo item (Item 20) a extrapolação desse fractal para a terceira interação.

Questão 19: Assinale a alternativa verdadeira. *



- (A) A resistência em A é maior que B
- (B) A resistência em B é menor que C
- (C) Os únicos sistemas que possuem a mesma resistência são A e B
- (D) As resistências dos sistemas A, B e C são iguais

Questão 20: Sabendo que todos os circuitos possuem resistores com o mesmo valor Ro e são fisicamente idênticos. Ao observarmos os circuitos A, B e C podemos afirmar que:

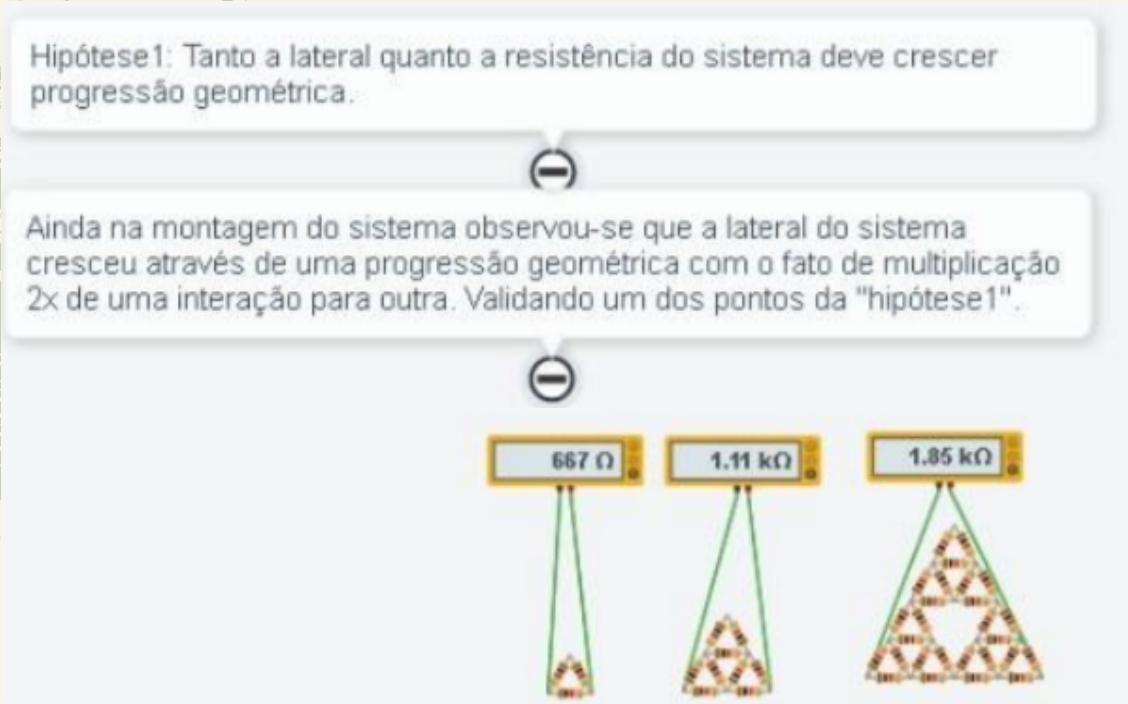


- (A) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética, assim como a resistência
- (B) A lateral do sistema aumenta em progressão geométrica, assim como a resistência
- (C) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética e a resistência em progressão geométrica
- (D) O tamanho da lateral do sistema não influencia em nada o valor da resistência

https://bit.ly/3nsMvuL

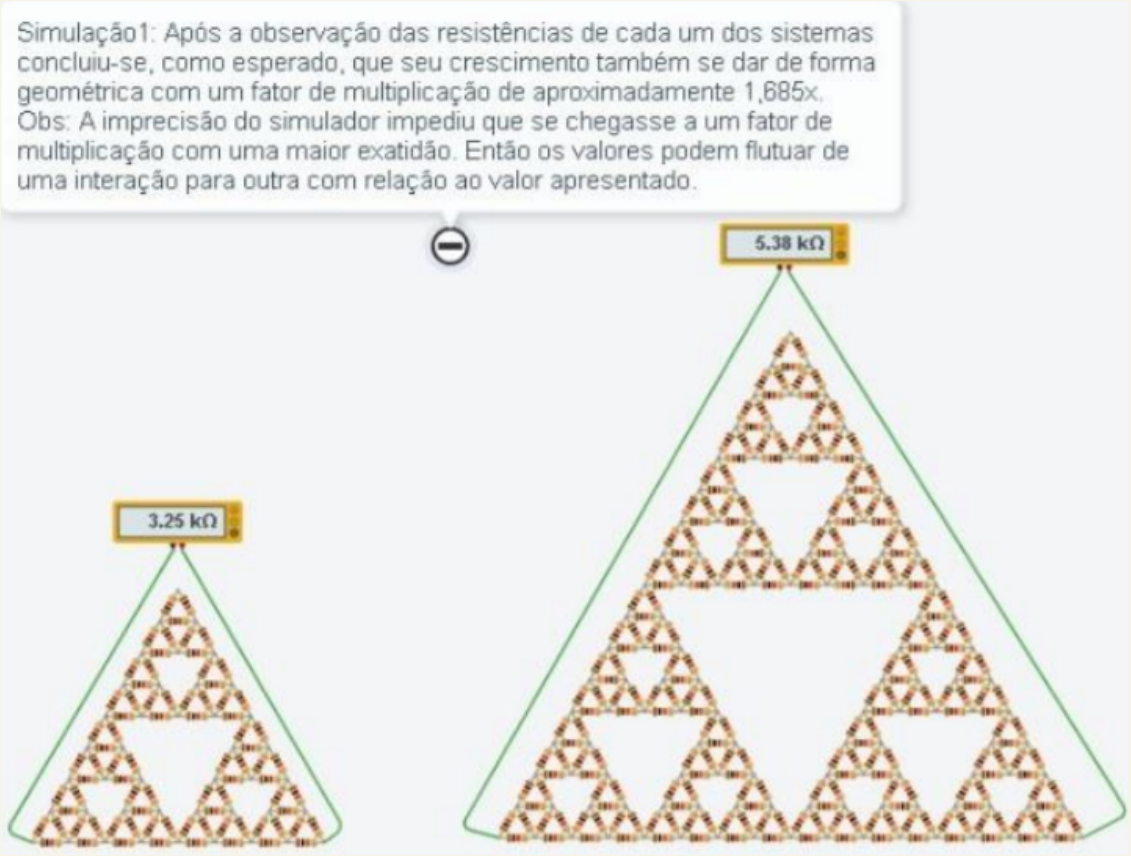
5.1 APLICAÇÃO EXPERIMENTAL COM THINKERCAD

Para o experimento, o professor deve pedir aos alunos que prossigam com a criação de novas interações desse fractal no ThinkerCad, ficando a critério do professor escolher o número de interações que ele desejar que os alunos façam. Os alunos devem fazer predições sobre esses circuitos e testar estes resultados no multímetro digital do ThinkerCad.



Na figura acima temos o exemplo de uma aplicação onde o aluno fez até a quinta interação de fractal. E fez observações concernentes a resistência do material. Fica a critério do professor escolher quais tipos de predições o aluno deve fazer. Aconselhamos que o professor peça justamente aquele conhecimento cujo teste conceitual demonstrou ser mais deficitário.

https://bit.ly/30GaugQ



Como a proposta da realização do experimento esta baseada no ensino por investigação, sugerimos aos professores que avaliem as resoluções dos alunos dando feedback das suas atividades e avaliando elas seguindo os seguintes critérios:

- ***O aluno respondeu corretamente à questão?***
- ***O aluno conseguiu fazer uma simulação correta?***
- ***O aluno conseguiu organizar bem a sua simulação?***
- ***O aluno descreveu bem o seu procedimento de teste?***

OBS: Lembrando que os valores dados pelos medidores digitais podem ter uma pequena variação do valor real, pois apresentam certa dificuldade em analisar circuitos mistos

https://bit.ly/30GaugQ

6. CONCLUSÃO INTEGRATIVA

E por fim, a conclusão integrativa das aquisições conceituais, será mediante a realização de um *brainstorm*. Apresentar-se-á uma série de perguntas aos alunos, será ouvida suas opiniões e discutir-se-á a razoabilidade dessas respostas:

Possíveis perguntas para esse momento seriam:

- *O que vocês perceberam com o desenvolvimento das interações de fractal?*
- *Qual o comportamento da* ***resistência (corrente ou tensão)*** *em detrimento do aumento das interações?*
- *Qual propriedade da* ***resistência (corrente ou tensão)*** *justifica essa observação?*
- *Existem variações dos valores demonstrados pelo simulador e dos valores demonstrados pelo calculo? A que se deve essa variação?*
- *Qual as principais dificuldades que vocês tiveram na realização deste experimento?*
- *A ideia da utilização de fractais ajudou na resolução?*
- *Em que outras aplicações podemos pensar a utilização dos fractais?*

O professor deve conduzir a discussão de maneira que o mesmo possa identificar as percepções dos alunos a respeito das questões e do seu entendimento sobre o assunto.

REFERÊNCIAS

- CABRAL, Marcelo. Benoit Mandelbrot. Atualizado em 31 out 2016. Publicado em 30 nov 2004. Acesso em: https://bit.ly/3x1Qwtg.

- GÉRARD, François-Marie et al. Conceber e avaliar manuais escolares. 1998.

- HATTIE, John. Aprendizagem visível para professores: Como maximizar o impacto da aprendizagem. Penso Editora, 2017.

- KRATHWOHL, David R. Uma revisão da taxonomia de Bloom: Uma visão geral. Teoria em prática , v. 41, n. 4, pág. 212-218, 2002.

APÊNDICE J – TESTE CONCEITUAL VERSÃO COMENTADA MISCONCEPTIONS DO TESTE CONCEITUAL (CBCRT)

Link de acesso ao guia online: https://bit.ly/3I7iKas

Teste conceitual

CONCEITOS BASICOS DE CORRENTE, RESISTÊNCIA E TENSÃO (CBCRT - Fractal)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(A) Sr(a) está sendo convidado a participar do projeto de pesquisa Geometria de Fractal aplicada aos Resistores: Atividade Experimental Investigativa Baseada em Evidências, cujo pesquisador responsável é Flávio Alison Simas Lopes. Os objetivos do projeto são (1) verificar dificuldades conceituais típicas entre os estudantes em circuitos elétricos, em especial sobre resistores através de testes/reteste de sondagem. E (2) testar uma proposta didático-metodológica experimental.

Caso aceite, sua participação consiste em responder os testes conceituais e entrevistas realizados pelo autor, para que o mesmo possa avaliar as dificuldades conceituais e identificar as impressões da turma em relação ao experimento. Também deve-se participar ativamente das aulas, que o auxiliaram na compreensão dos termos e conceitos necessários para execução do experimento. Para o caso das entrevistas e experimento será utilizado como recurso o registro de áudio e vídeo dos participantes sendo assegurado a não estigmatização dos participantes da pesquisa, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades, inclusive em termos de autoestima, de prestígio e/ou de aspectos econômico-financeiros (item II.2.i, Res 466/2012/CNS e Constituição Federal Brasileira de 1988, artigo 5°, incisos V, X e XXVIII).

Seção 2 de 3

Dados do Participante

Preencha com atenção as seguintes informações

Nome (Inserir nome completo): *

Texto de resposta curta

Número de matrícula (Apenas números): *

Texto de resposta curta

Data de Nascimento *

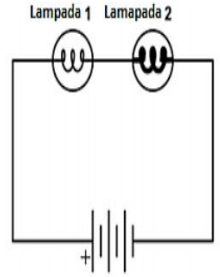
Mês, dia, ano

Seção 3 de 3

TESTE CONCEITUAL

#Este teste conceitual possui um total de 20 questões
#Cada questão possui uma lista suspensa com opções para demarcar o seu nível de convicção, favor responder com sinceridade.

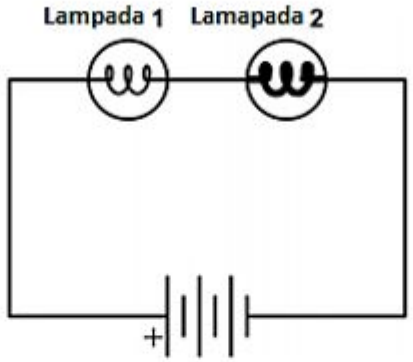
Figura 1 - No circuito abaixo, a resistência da lâmpada 1 é maior do que a resistência da lâmpada 2. Compare a diferença de potencial entre as lâmpadas.



Questão 1 (Figura 1): Compare a diferença de potencial entre as lâmpadas. *

Questão 1

Figura 1). No circuito abaixo, a resistência da lâmpada 1 é maior do que a resistência da lâmpada 2.



Questão 1. Compare a diferença de potencial entre as lâmpadas.

(A) A diferença de potencial na lâmpada 1 é maior do que a diferença de potencial na lâmpada 2.

(B) A diferença de potencial no bulbo 1 é menor do que a diferença de potencial na lâmpada 2.

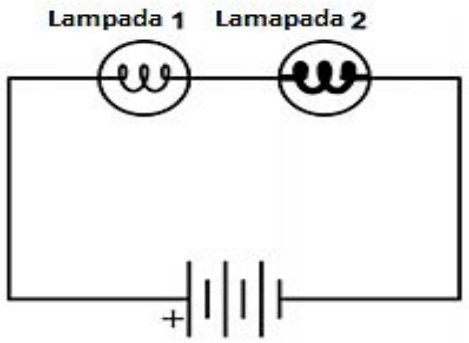
(C) A diferença de potencial no bulbo 1 é a mesma que a diferença de potencial na lâmpada 2.

(D) Não é possível comparar a diferença de potencial entre as lâmpadas.

Erros conceituais

- ❑ Lâmpada 1 tem maior resistência logo tem menor potencial (Letra B)
- ❑ Diferença de potencial é sempre a mesma para um circuito em série (Letra C)

Questão 2 e 3



Questão 2 (Fig. 1): Compare a corrente através das lâmpadas.

(A) A corrente através da lâmpada 1 é maior do que a corrente através da lâmpada 2.
(B) A corrente através da lâmpada 1 é menor do que a corrente através da lâmpada 2.
(C) A corrente através da lâmpada 1 é igual à corrente através da lâmpada 2.
(D) Não é possível comparar a corrente pelas lâmpadas.

Erros conceituais

❑Uma resistência mais alta resulta em uma corrente mais baixa (Letra B)

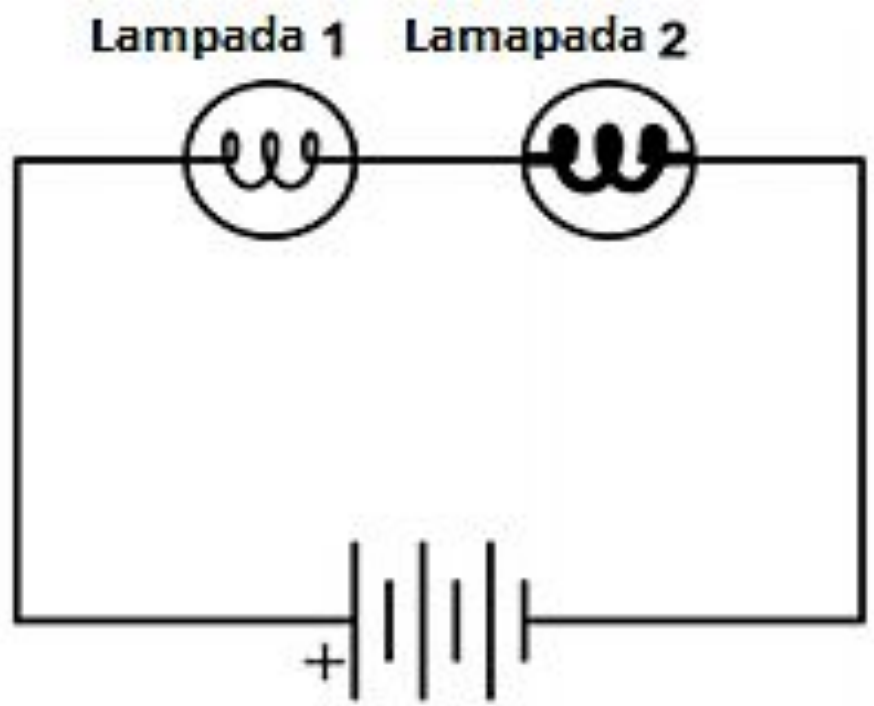
Questão 3 (Fig. 1): Se a lâmpada 1 for removida de seu soquete, a lâmpada 2

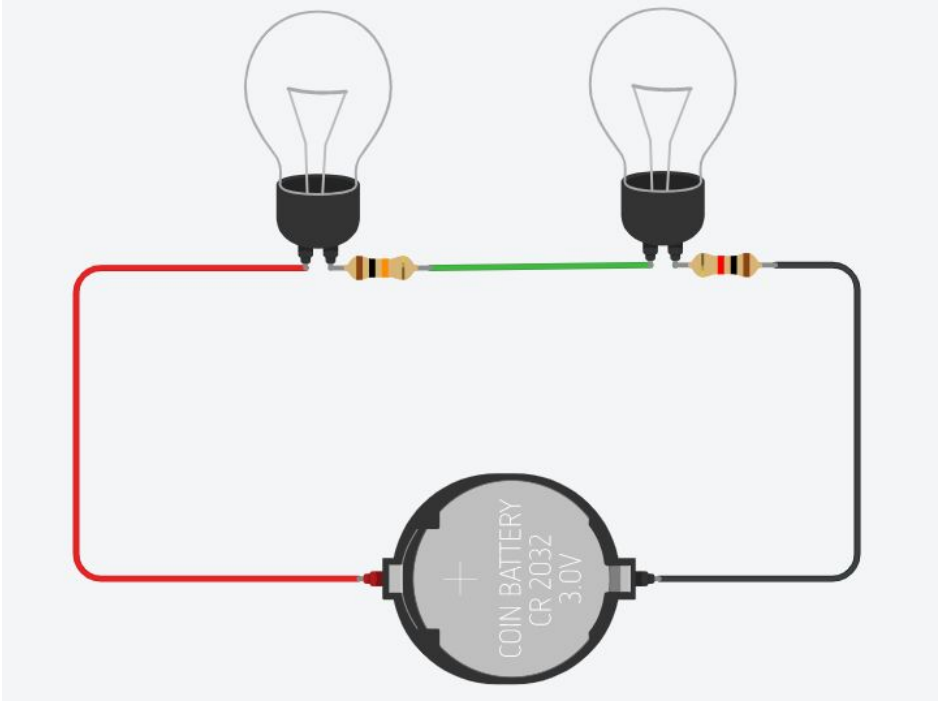
(A) mantém aproximadamente o mesmo brilho.
(B) tornam-se aproximadamente metade do brilho.
(C) tornam-se aproximadamente duas vezes mais brilhantes.
(D) não acende.
(E) Não é possível determinar o que acontecerá com a lâmpada 2 se a lâmpada 1 for removida de seu soquete.

Erros conceituais

❑A corrente passa primeiro pela lâmpada 1 e depois pela lâmpada 2, por isso a lâmpada 1 recebe mais corrente (Letra B)
❑Os alunos que selecionaram a resposta incorreta A disseram não saber que a lâmpada foi realmente removida

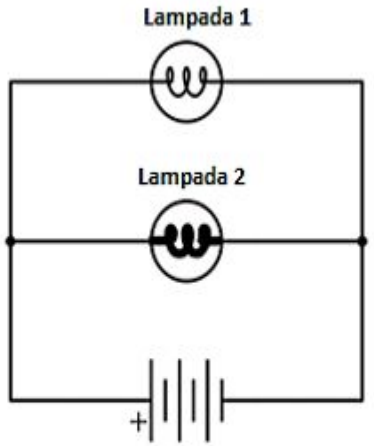
Questão 1, 2 e 3 – Resolução em simulador





Questão 4

(Fig. 2). No circuito abaixo, a resistência da lâmpada 1 é maior do que a resistência da lâmpada 2.



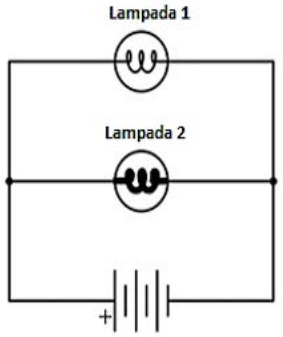
Questão 4 (Fig. 2): Compare a diferença de potencial entre as lâmpadas.

(A) A diferença de potencial no bulbo 1 é maior do que a diferença de potencial no bulbo 2.
(B) A diferença de potencial no bulbo 1 é menor do que a diferença de potencial no bulbo 2.
(C) A diferença de potencial no bulbo 1 é a mesma que a diferença de potencial no bulbo 2.
(D) Não é possível comparar a diferença de potencial entre as lâmpadas.

Erros conceituais

- ❑Uso incorreto da lei de Ohm (Letra A)
- ❑O potencial se divide para circuitos paralelos (Letra B)

Questão 5 e 6



Questão 5 (Fig. 2): Compare a corrente através das lâmpadas.

(A) A corrente através da lâmpada 1 é maior do que a corrente através da lâmpada 2.

(B) A corrente através da lâmpada 1 é menor do que a corrente através da lâmpada 2.

(C) A corrente através da lâmpada 1 é igual à corrente através da lâmpada 2.

(D) Não é possível comparar a corrente pelas lâmpadas

Erros conceituais

- ❑A corrente é constante em um circuito paralelo (Letra C)
- ❑A corrente é proporcional à resistência, embora a maioria reconheça o circuito paralelo (Letra A)

Questão 6 (Fig. 2): Se a lâmpada 1 for removida de seu soquete, a lâmpada 2

(A) mantem-se aproximadamente com o mesmo brilho.

(B) tornam-se aproximadamente metade do brilho.

(C) tornam-se aproximadamente duas vezes mais brilhantes.

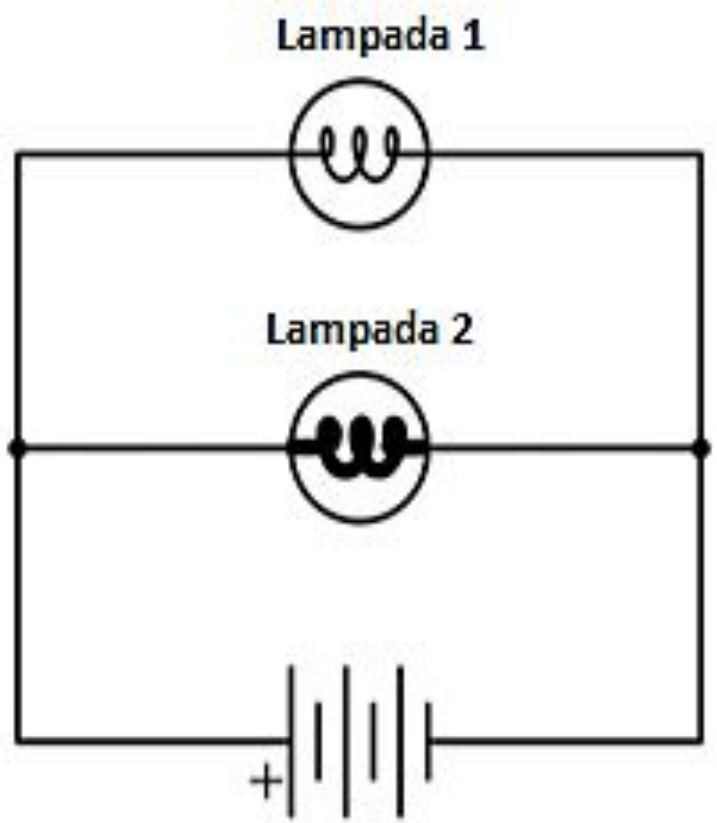
(D) não acende.

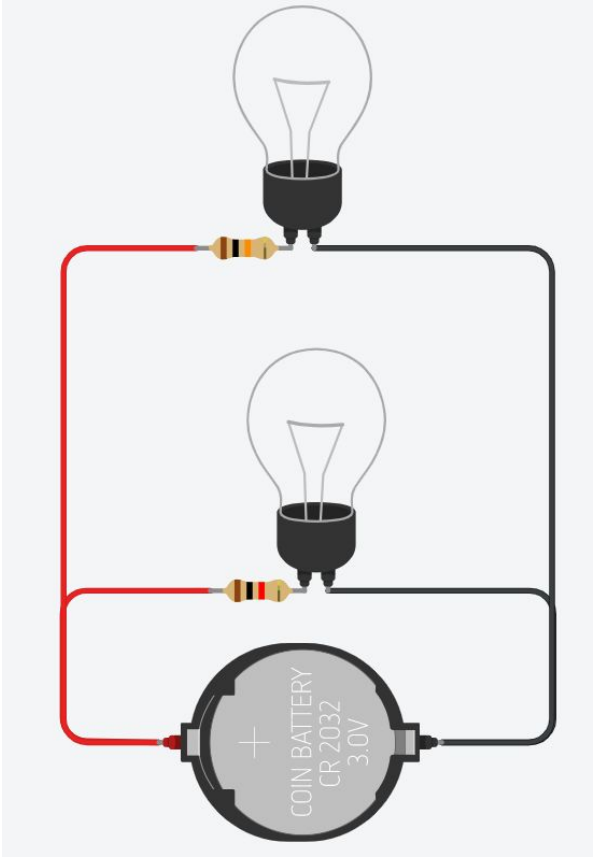
(E) Não é possível determinar o que acontecerá com a lâmpada 2 se a lâmpada 1 for removida de seu soquete.

Erros conceituais

- ❑Toda a corrente passa pela lâmpada 2 quando a lâmpada 1 é removida logo o brilho fica mais forte (Letra C)

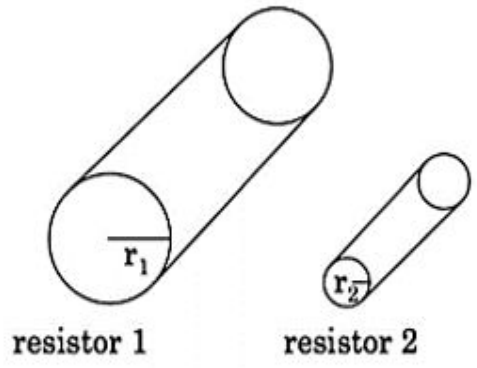
Questão 4, 5 e 6 – Resolução em simulador





Questão 7

Questão 7. Os resistores mostrados no diagrama abaixo são idênticos em todos os sentidos, exceto que o raio do resistor 1 é maior do que o raio do resistor 2 ($r_1 > r_2$) . Compare a resistência dos dois resistores.

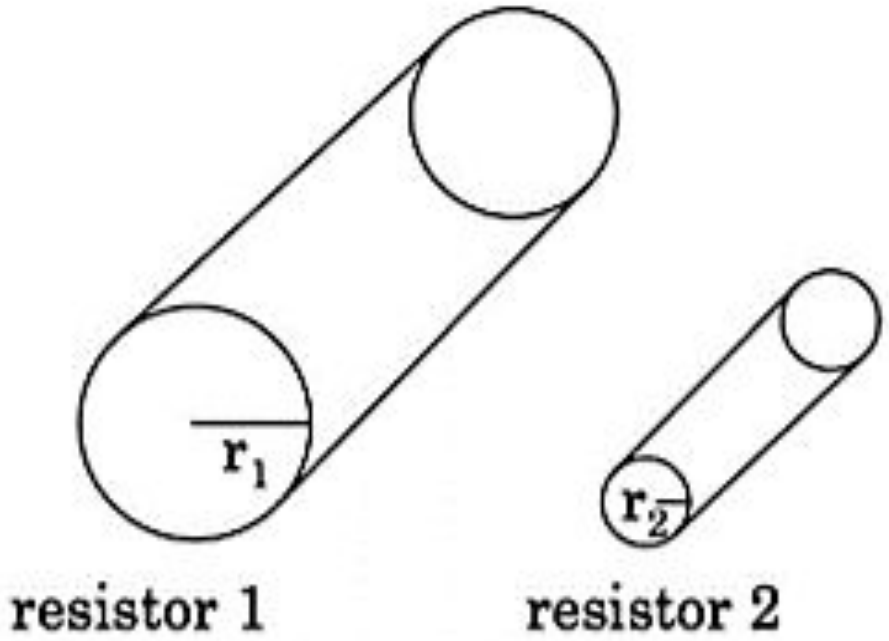


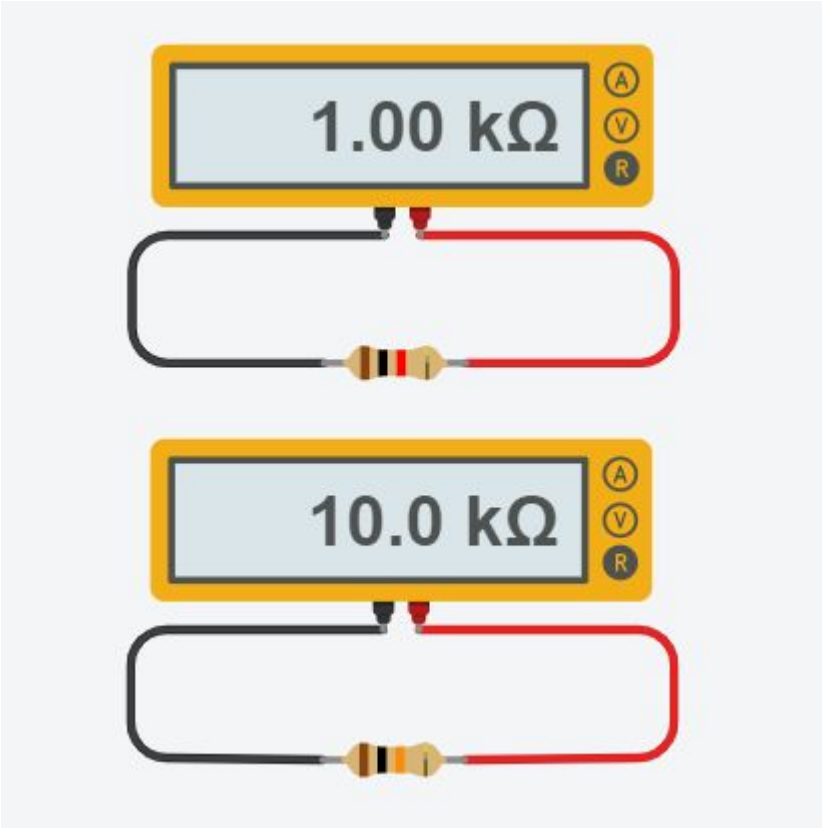
(A) A resistência do resistor 1 é maior que a resistência do resistor 2.
(B) A resistência do resistor 1 é menor que a resistência do resistor 2.
(C) A resistência do resistor 1 é igual à resistência do resistor 2.
(D) Não é possível comparar a resistência dos resistores.

Erros conceituais

- A resistência é diretamente proporcional à área (Letra A)
- Volume maior terá uma resistência maior (Letra A)

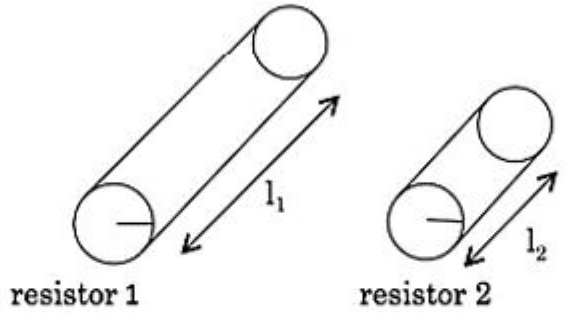
Questão 7 – Resolução em simulador





Questão 8

Questão 8: Os resistores mostrados no diagrama abaixo são idênticos em todos os sentidos, exceto que o comprimento do resistor 1 é maior do que o comprimento do resistor 2 ($l_1 > l_2$).

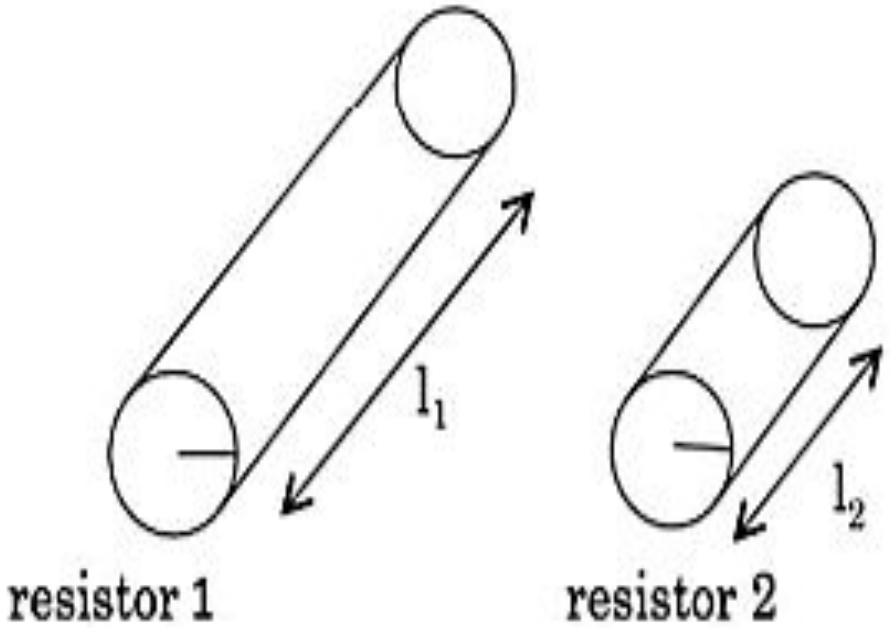


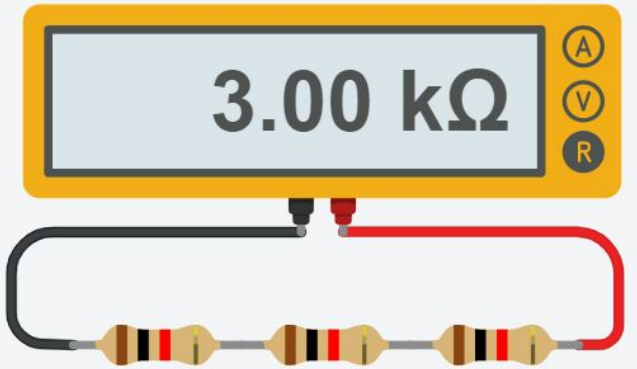
(A) A resistência do resistor 1 é maior do que a resistência do resistor 2.
(B) A resistência do resistor 1 é menor que a resistência do resistor 2.
Qual seta se aproxima melhor da direção do campo magnético no ponto P?
(C) A resistência do resistor 1 é igual à resistência do resistor 2.
(D) Não é possível comparar a resistência dos resistores.

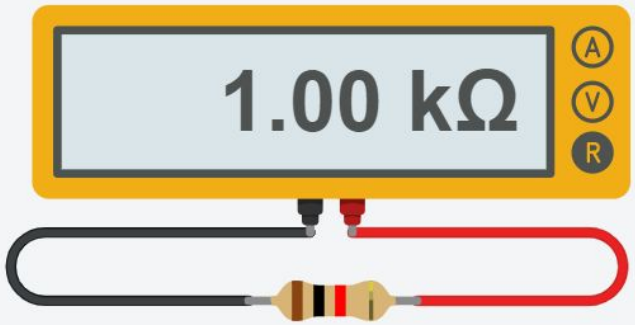
Erros conceituais

- Resistência não depende do comprimento (Letra C)

Questão 8 – Resolução em simulador

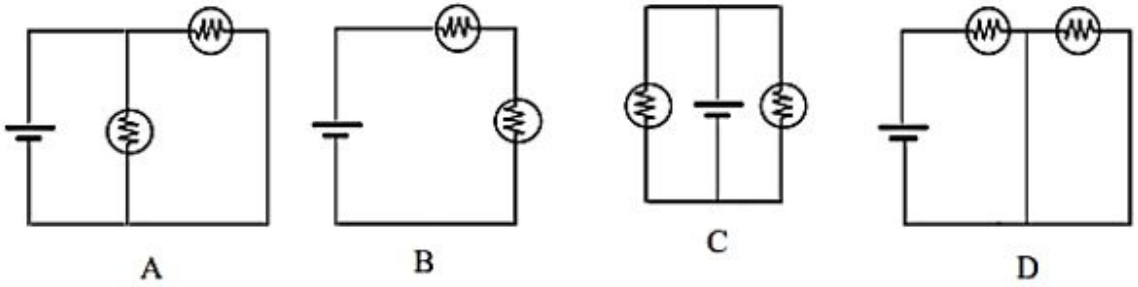






Questão 9

Questão 9 (4). Considere os seguintes circuitos



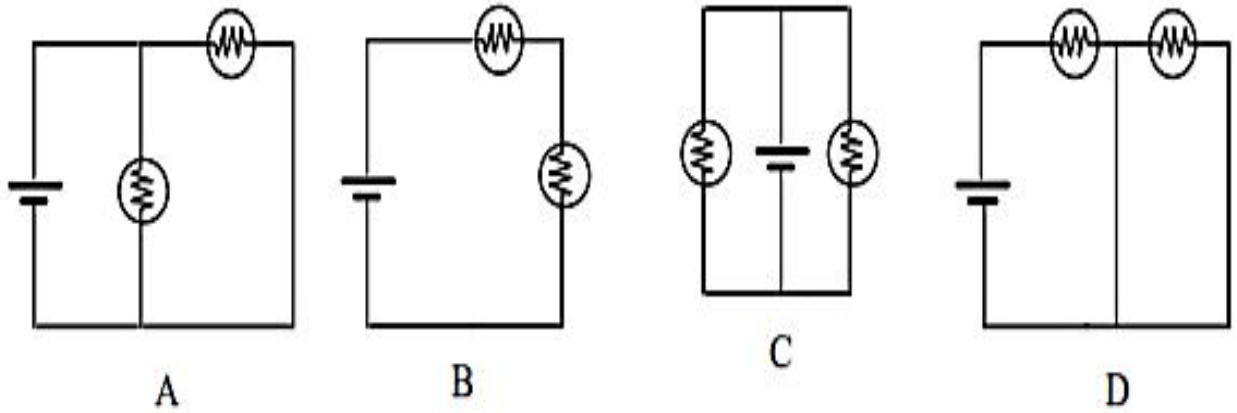
Qual (is) circuito (s) acima representam um circuito que consiste em duas lâmpadas em paralelo com uma bateria?

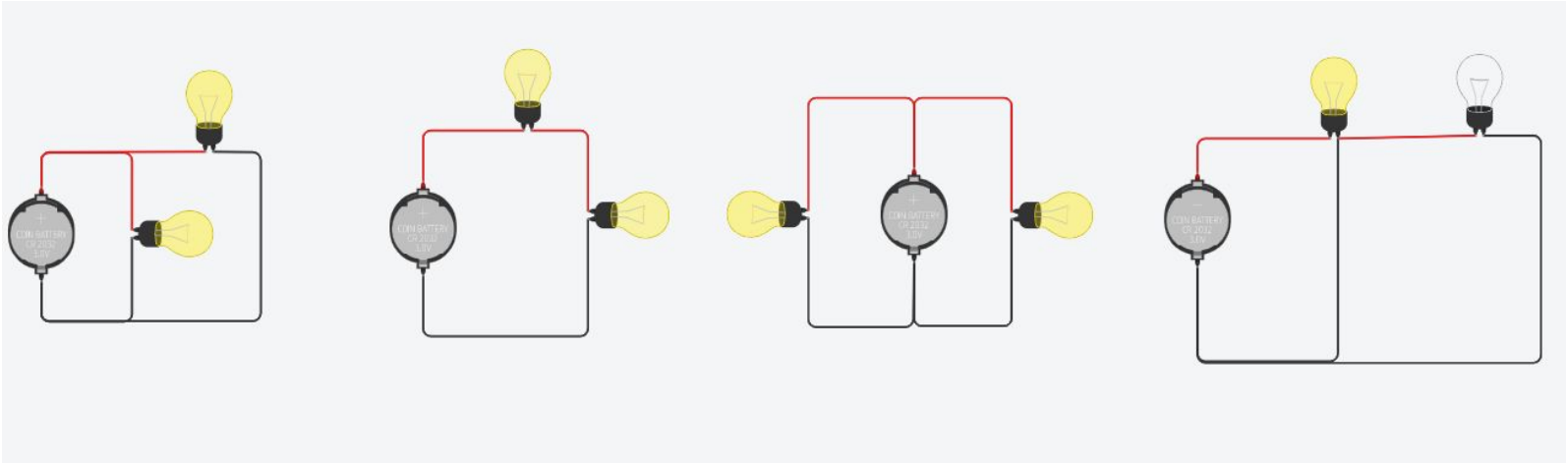
(A) A
(B) B
(C) C
(D) A e C
(E) A, C e D

Erros conceituais

- A disposição de ramos entre lâmpadas é suficiente para classifica-lo como paralelo lâmpadas em paralelo.

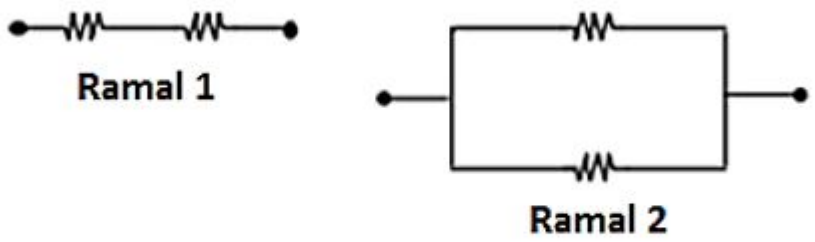
Questão 9 – Resolução em simulador





Questão 10

Questão 10(5). Compare a resistência do ramal 1 com a do ramal 2. Um ramal é uma seção de um circuito. Qual tem menos resistência?



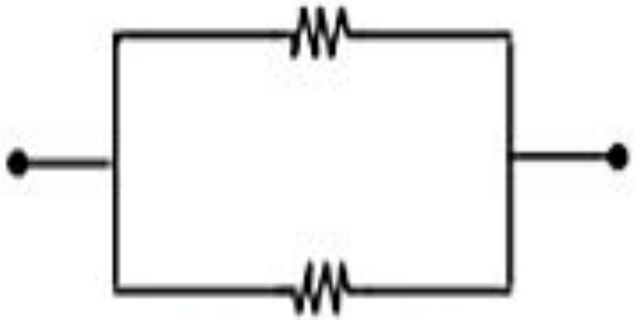
(A) Ramal 1
(B) Ramal 2
(C) Nenhum, eles são os mesmos

Erros conceituais

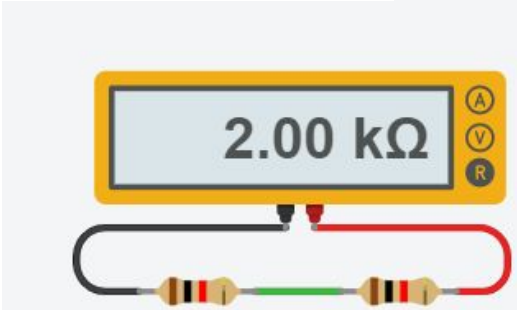
- ❑A resistência é maior no circuito em paralelo
- ❑A resistência independe da forma do circuito

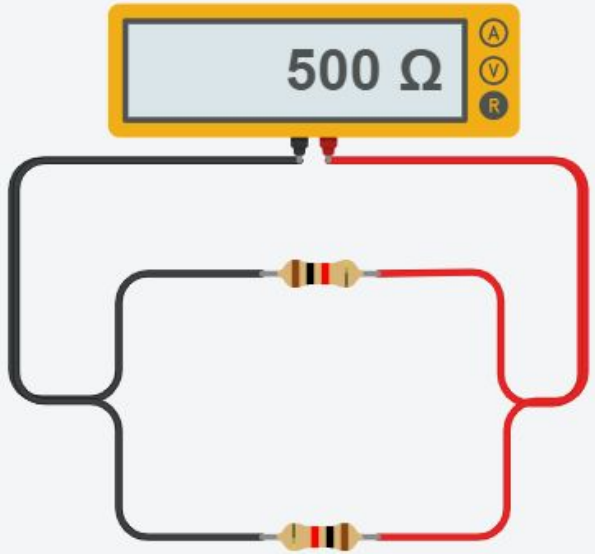
Questão 10 – Resolução em simulador

Ramal 1



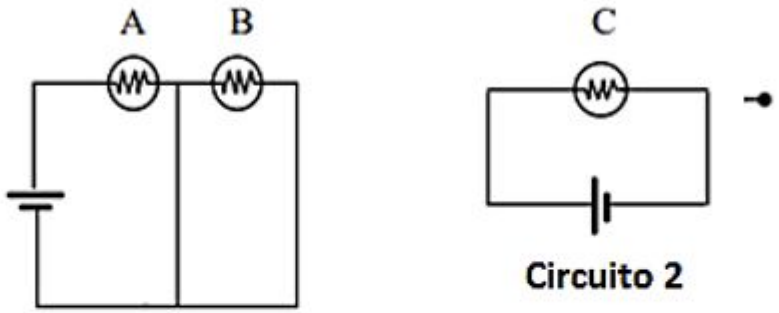
Ramal 2





Questão 11

Questão 11(10). Compare o brilho das lâmpadas A e B no circuito 1 com o brilho da lâmpada C no circuito 2. Qual lâmpada ou lâmpadas são mais brilhantes?

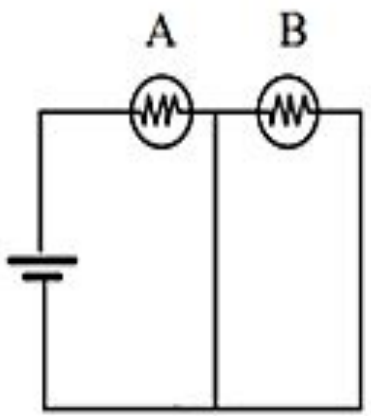


(A) A
(B) B
(C) C
(D) A = B
(E) A = C

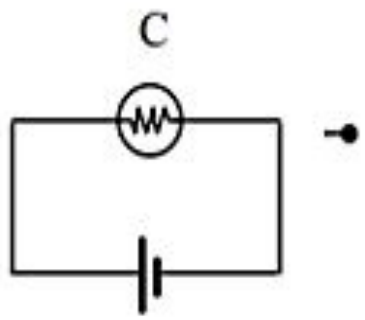
Erros conceituais

- A bateria fornece a mesma quantidade de corrente para cada circuito, independentemente da disposição do circuito
- Incapacidade de identificar os dois contatos na lâmpada

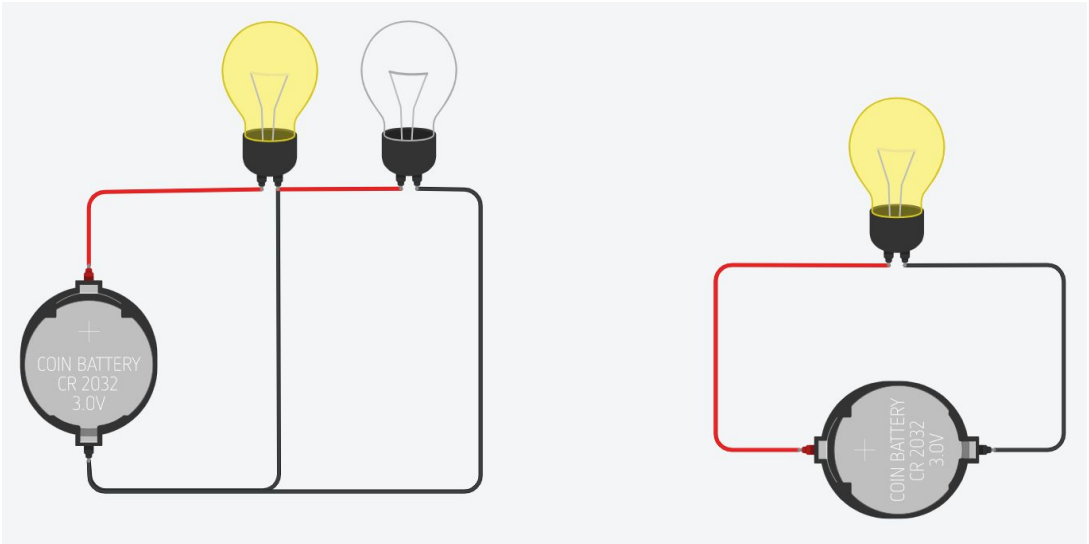
Questão 11 – Resolução em simulador



Circuito 1

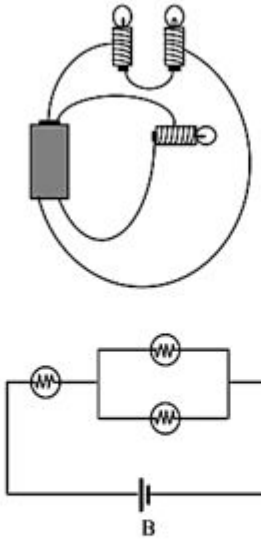


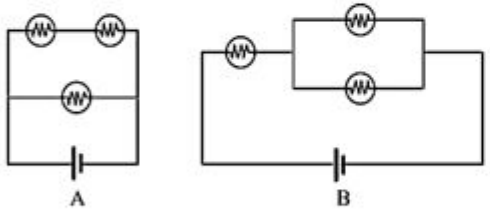
Circuito 2

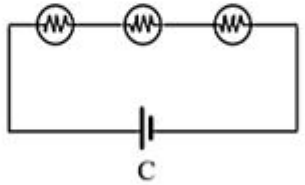


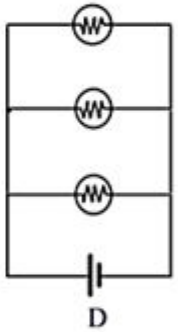
Questão 12

Questão 12 (13). Qual diagrama esquemático melhor representa o circuito realista mostrado abaixo?







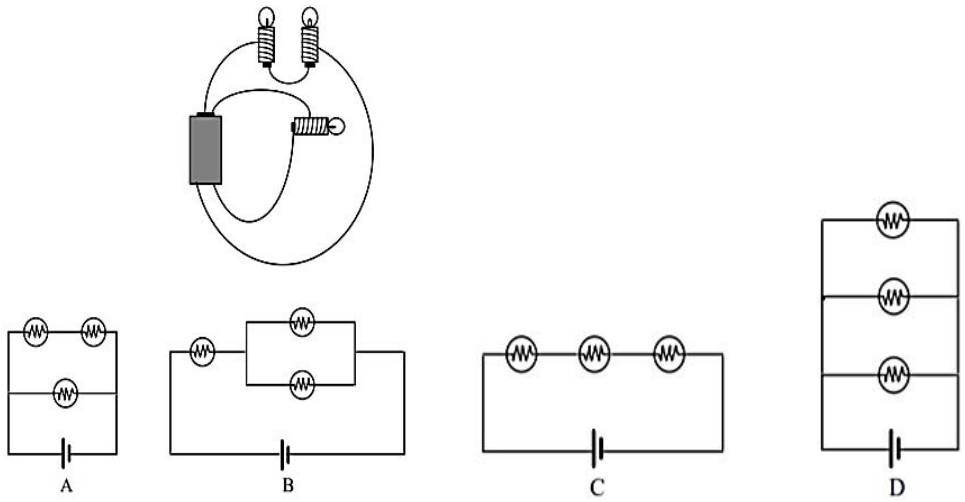


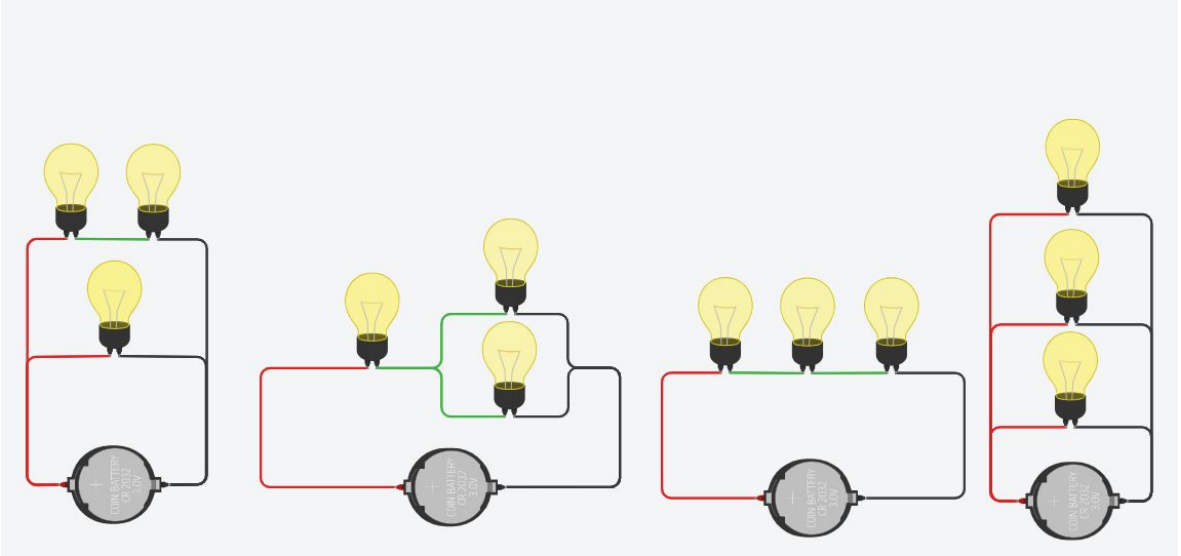
(A) A
(B) B
(C) C
(D) D
(E) Nenhuma das anteriores

Erros conceituais

- Todos os resistores alinhados em série estão em série, haja ou não uma junção. Todos os resistores alinhados geometricamente em paralelo estão em paralelo, mesmo se uma bateria estiver contida em um ramo

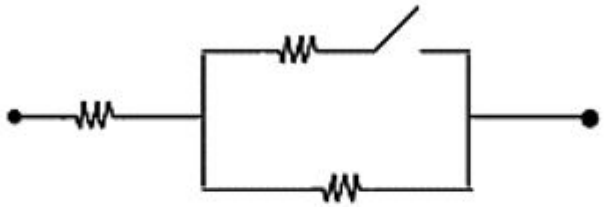
Questão 12 – Resolução em simulador





Questão 13

Questão 13 (14). Como a resistência entre os pontos finais muda quando a chave é fechada?

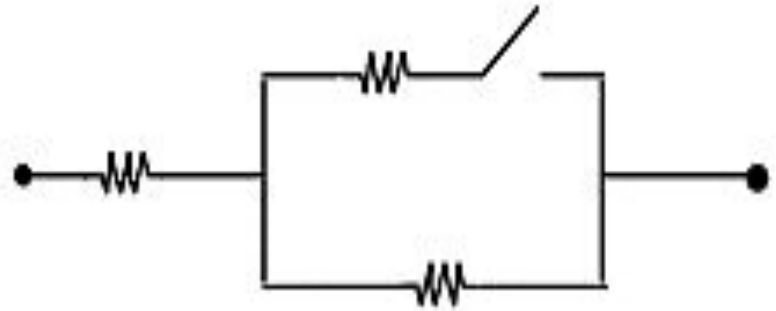


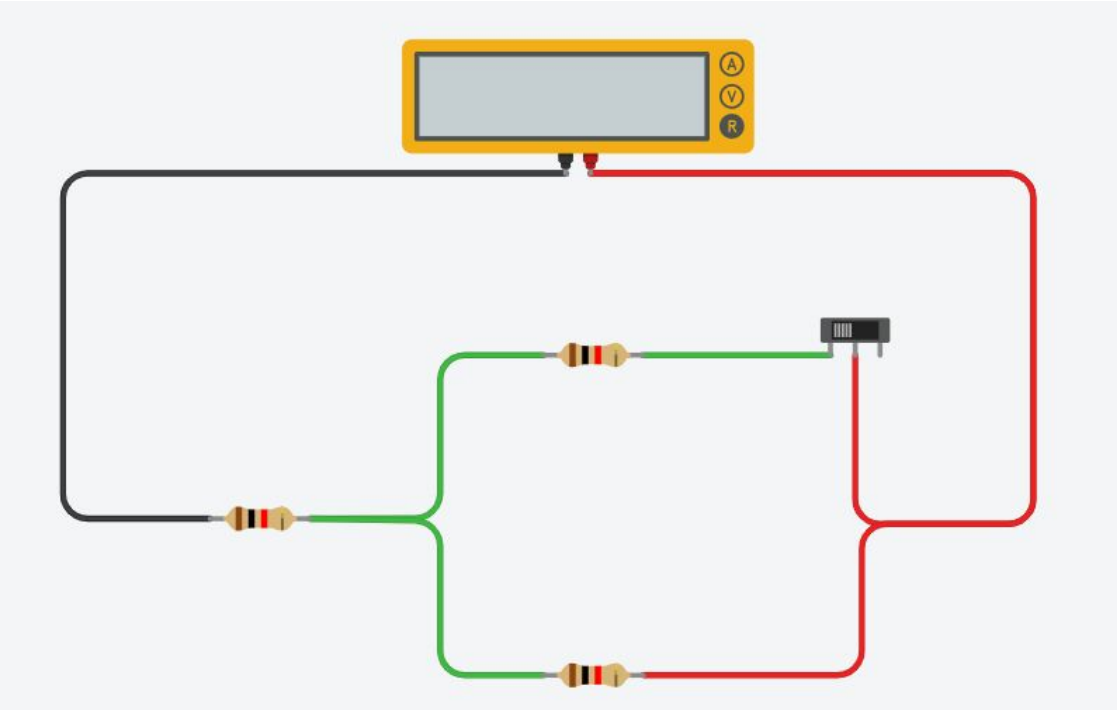
(A) Aumenta
(B) diminui
(C) permanece o mesmo

Erros conceituais

- ❑Ao fechar a chave o fluxo de carga vai para o outro resistor, aumentando a resistência.
- ❑A resistência esta no fluxo de cargas e não no material
- ❑A resistência permanece a mesma independentemente da disposição do circuito

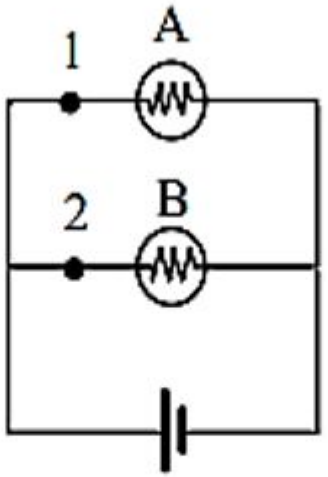
Questão 13 – Resolução em simulador





Questão 14

Questão 14 (19). O que acontece com o brilho das lâmpadas A e B quando um fio é conectado entre os pontos 1 e 2?

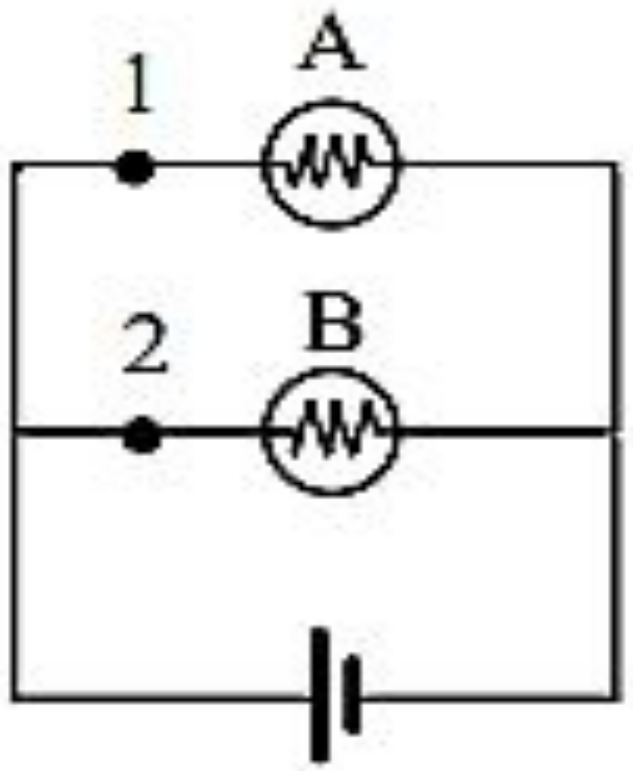


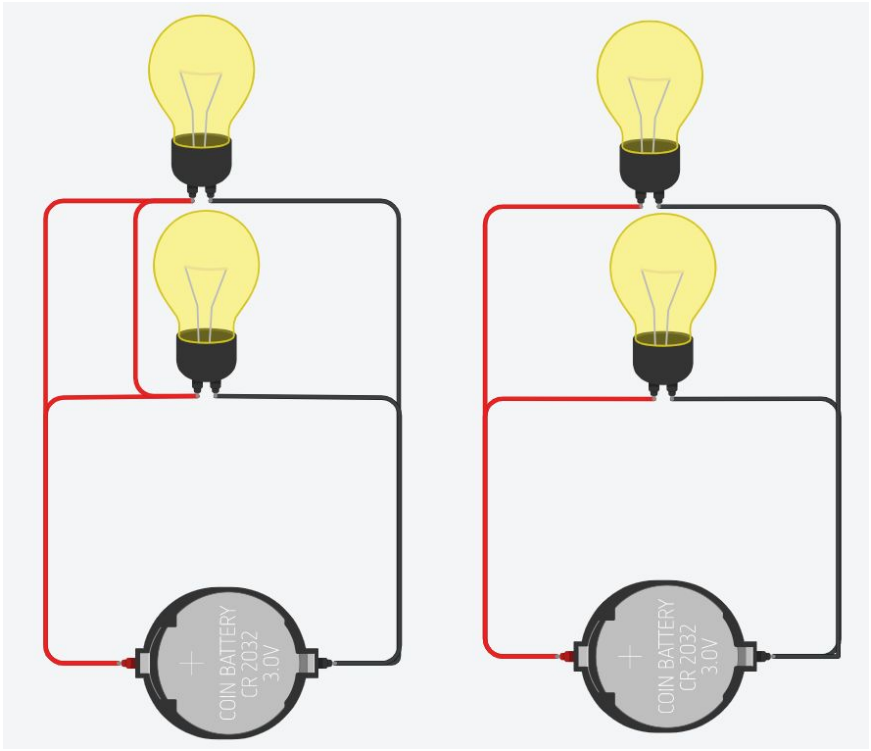
(A) Aumenta
(B) diminui
(C) permanece o mesmo
(D) A se torna mais brilhante do que B
(E) Nenhuma lâmpada acende

Erros conceituais

- ❑O fluxo de cargas diminui de intensidade o que resulta na diminuição da luminosidade
- ❑A disposição do circuito favorece a "queda" de elétrons para o resistor B
- ❑O fluxo de cargas diminui e as lâmpadas se apagam

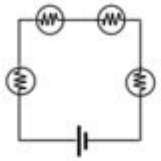
Questão 14 – Resolução em simulador

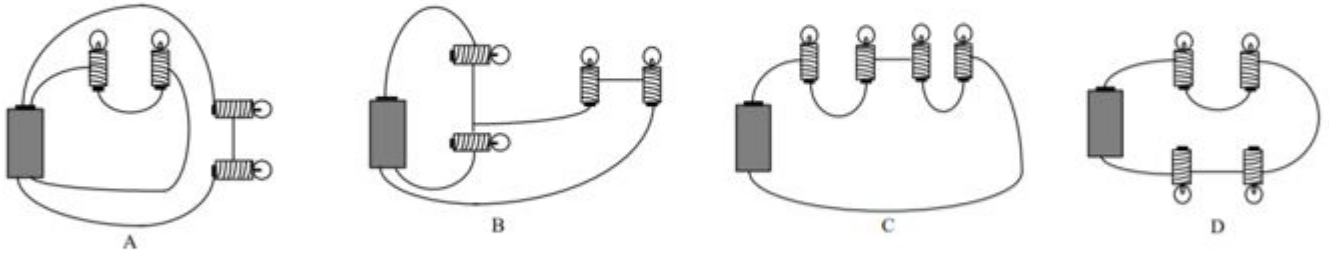




Questão 15

Questão 15 (22). Qual (is) circuito (s) representa (m) o diagrama esquemático mostrado abaixo?



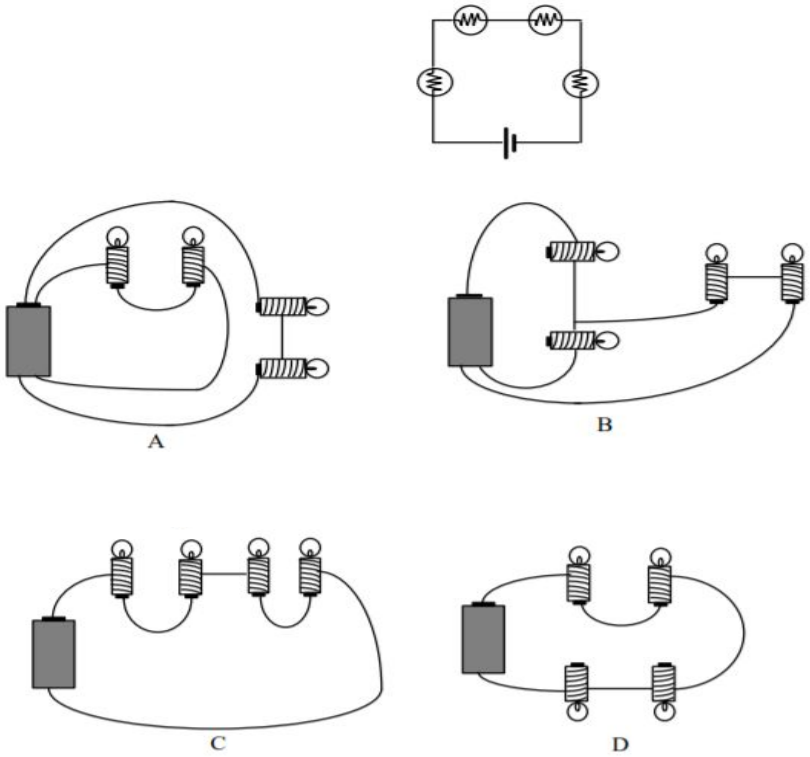


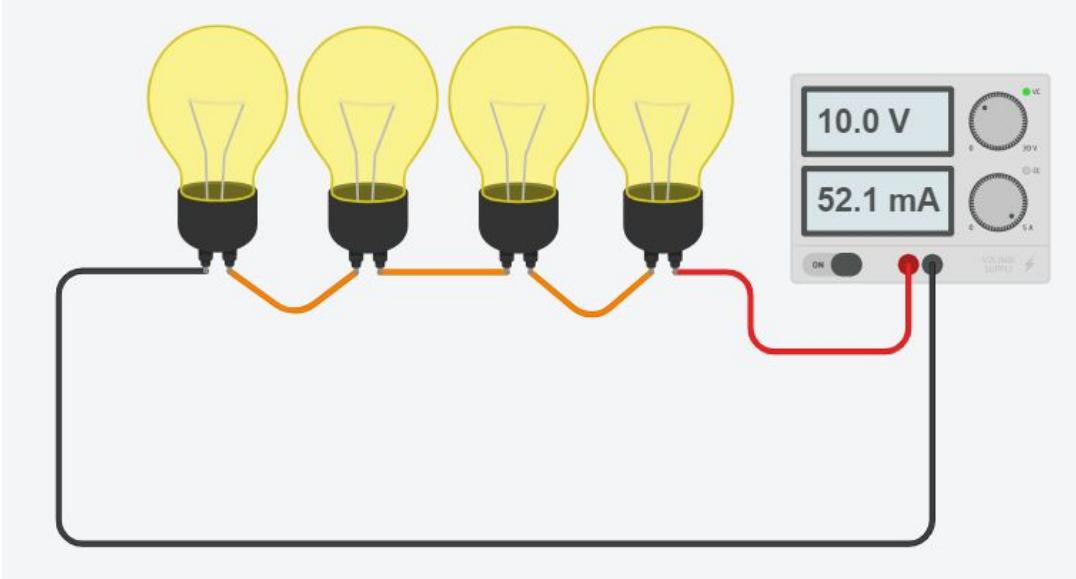
(A) B
(B) C
(C) D
(D) A e B
(E) C e D

Erros conceituais

- ❑Incapaz de identificar os dois contatos na lâmpada
- ❑Todos os resistores alinhados em série estão em série, haja ou não uma junção. Todos os resistores alinhados geometricamente em paralelo estão em paralelo, mesmo se uma bateria estiver contida em um ramo

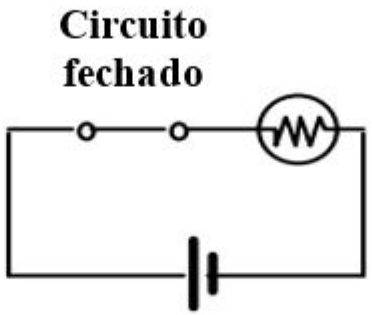
Questão 15 – Resolução em simulador





Questão 16

Questão 16 (23). Imediatamente após a abertura do interruptor, o que acontece com a resistência da lâmpada?

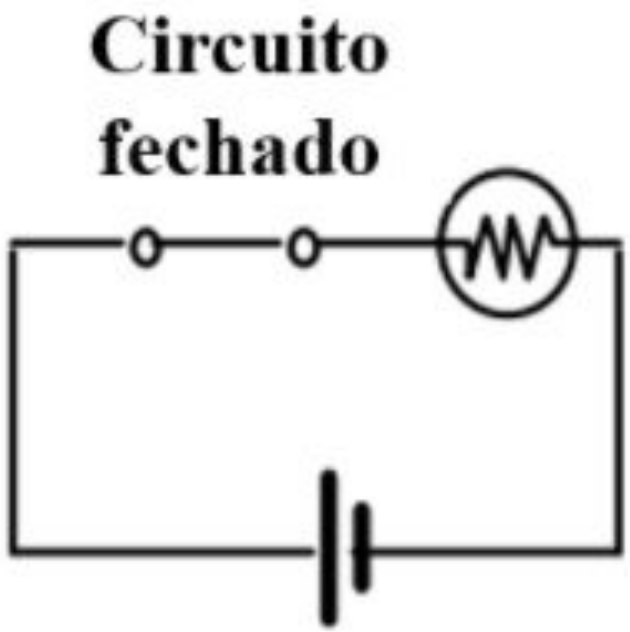


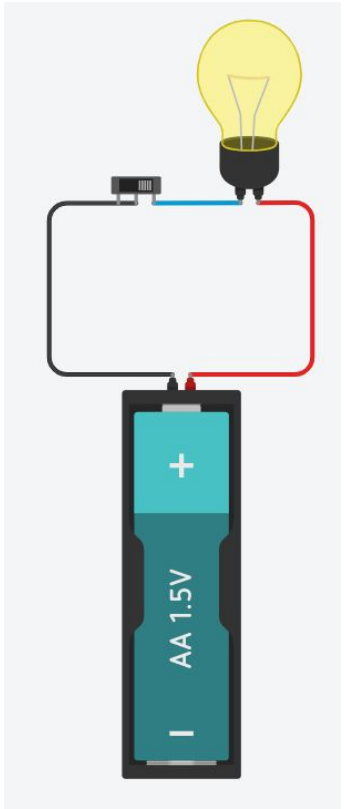
(A) A resistência aumenta.
(B) A resistência diminui.
(C) A resistência permanece a mesma.
(D) A resistência vai para zero.

Erros conceituais

- ❑Se a corrente é interrompida, não tem resistência
- ❑A resistência esta no fluxo de cargas e não no material
- ❑Se o circuito é aberto todo o fluxo de carga vai para o ramo direito do circuito, oferecendo maior resistência.

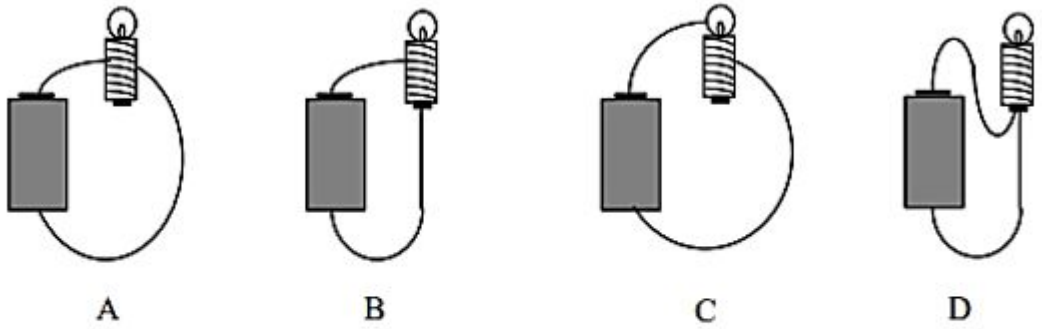
Questão 16 – Resolução em simulador





Questão 17

Questão 17 (27). Todas as lâmpadas terão o mesmo brilho?

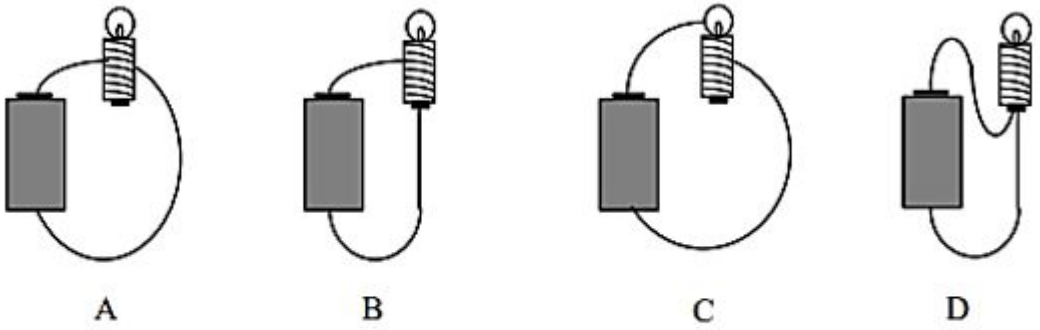


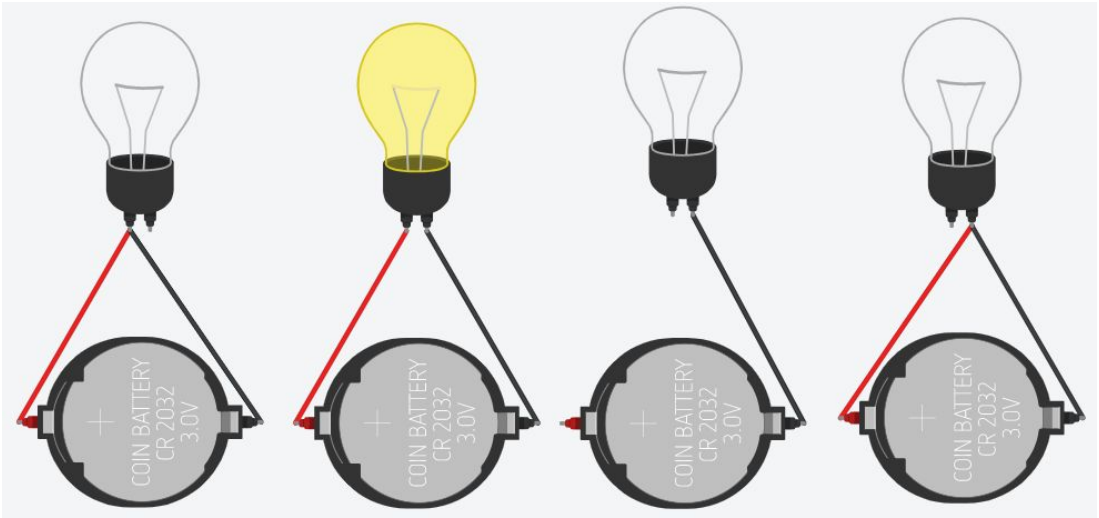
(A) Sim, porque todos têm o mesmo tipo de fiação de circuito.
(B) Não, porque apenas B acenderá. As conexões para A, C e D não estão corretas.
(C) Não, porque apenas D acenderá. D é o único circuito completo.
(D) Não, C não acenderá, mas A, B e D acenderão.

Erros conceituais

- Não importa a forma de conexão

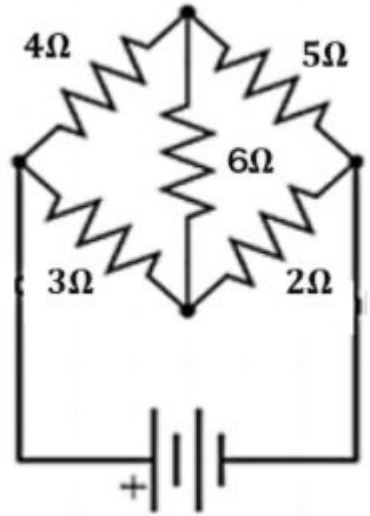
Questão 17 – Resolução em simulador





Questão 18

Questão 18. Calcule a resistência equivalente do sistema abaixo:

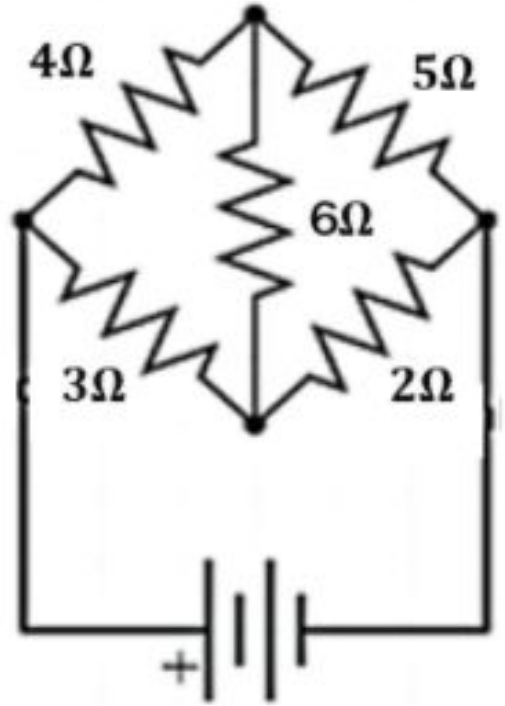


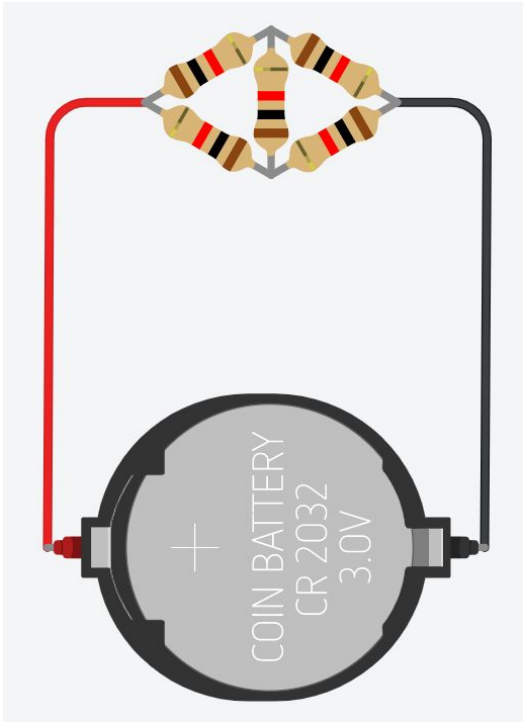
(A) 3,2 ohm
(B) 2,42 ohm
(C) 1 ohm
(D) 5,5 ohm

ıs conceituais

o identificação de
uitos em série
o identificação de
uitos em paralelo
o identificação de
uito misto (ou
ngulo-estrela)

Questão 18 – Resolução em simulador

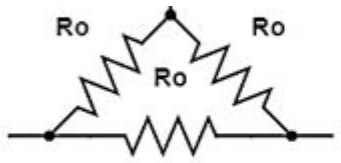




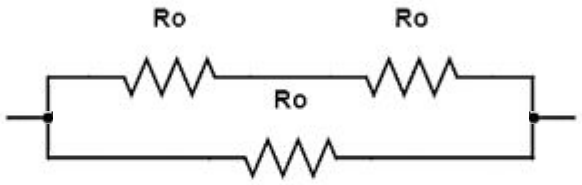
Questão 19

Questão 19. Assinale a alternativa verdadeira.

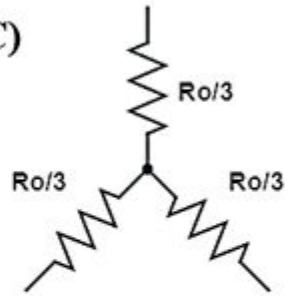
A)



B)



C)



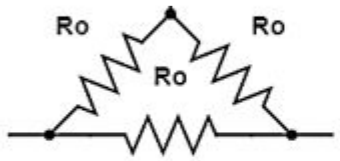
(A) A resistência em A é maior que B
(B) A resistência em B é menor que C
(C) Os únicos sistemas que possuem a mesma resistência são A e B
(D) As resistências são equivalentes nos sistemas A, B e C

Erros conceituais

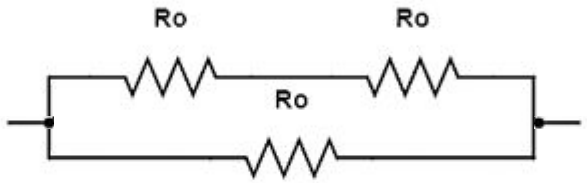
- A disposição fechada dos resistores (formando um polígono fechado) implica maior resistência
- Como C possui resistores com 1/3 dos demais ele é o menos resistivo

Questão 19 – Resolução em simulador

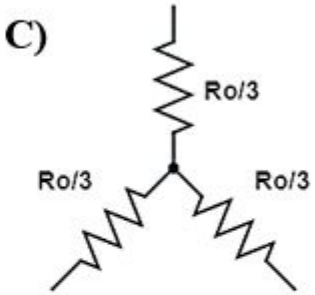
A)

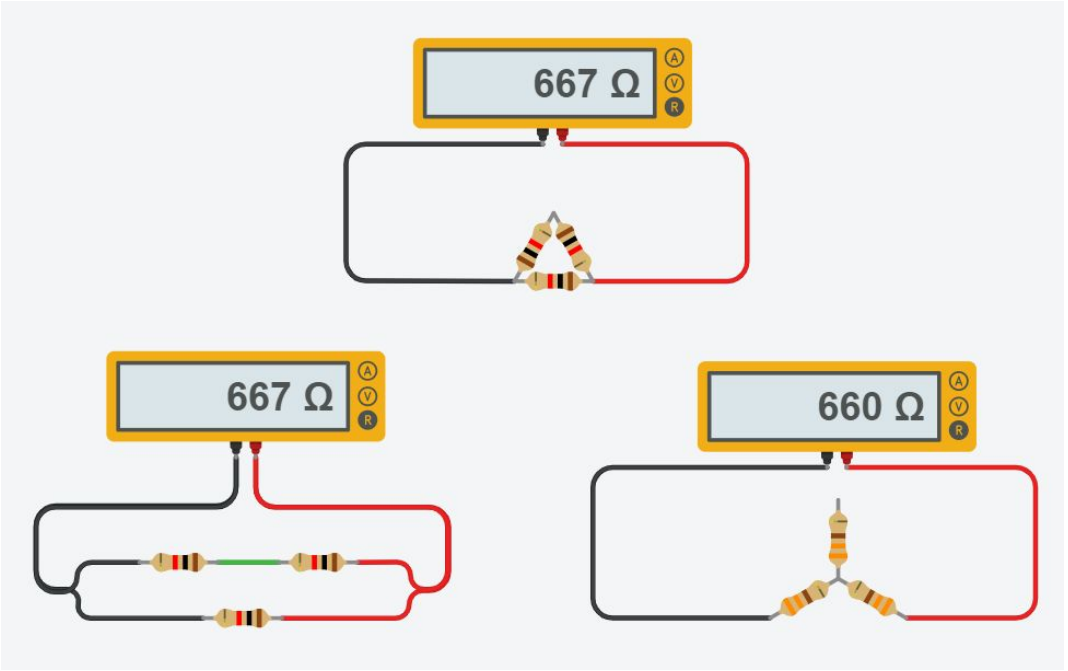


B)



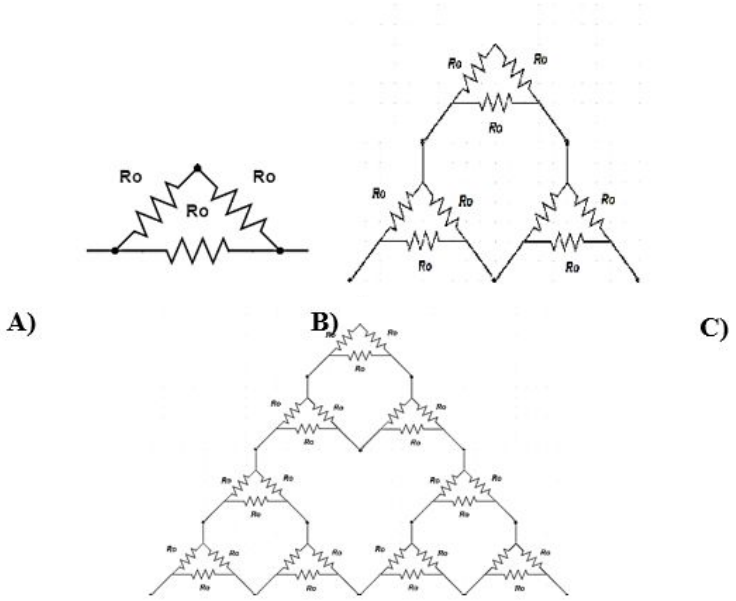
C)





Questão 20

Questão 20. Sabendo que todos os circuitos possuem resistores com o mesmo valor R_o e são fisicamente idênticos. Ao observarmos os circuitos A, B e C podemos afirmar que:

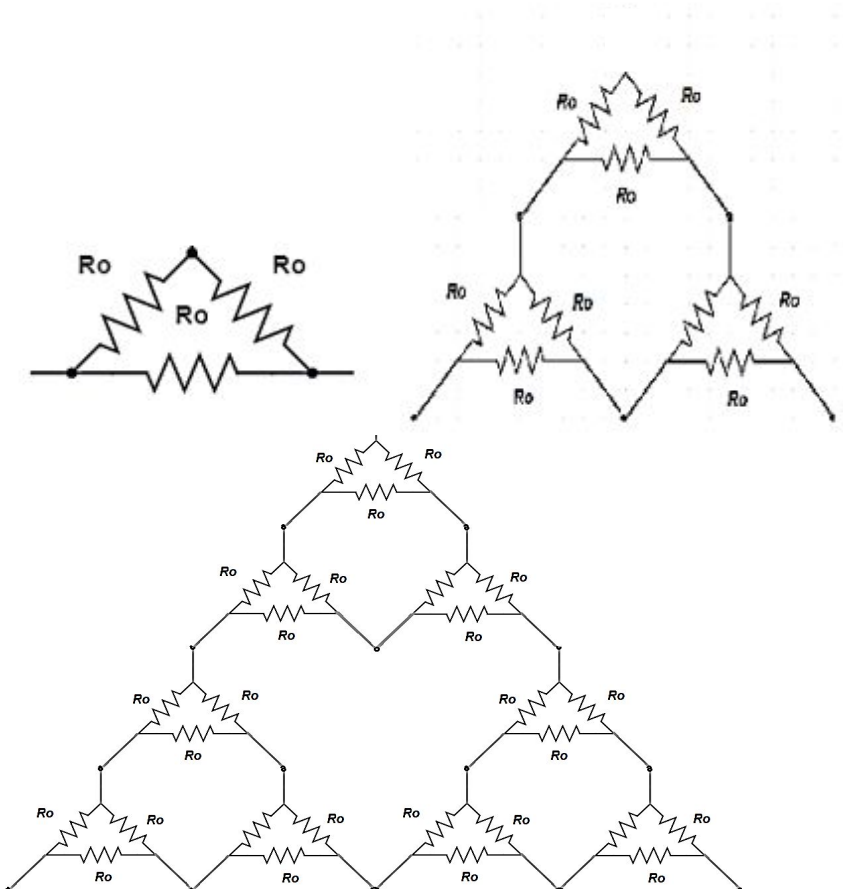


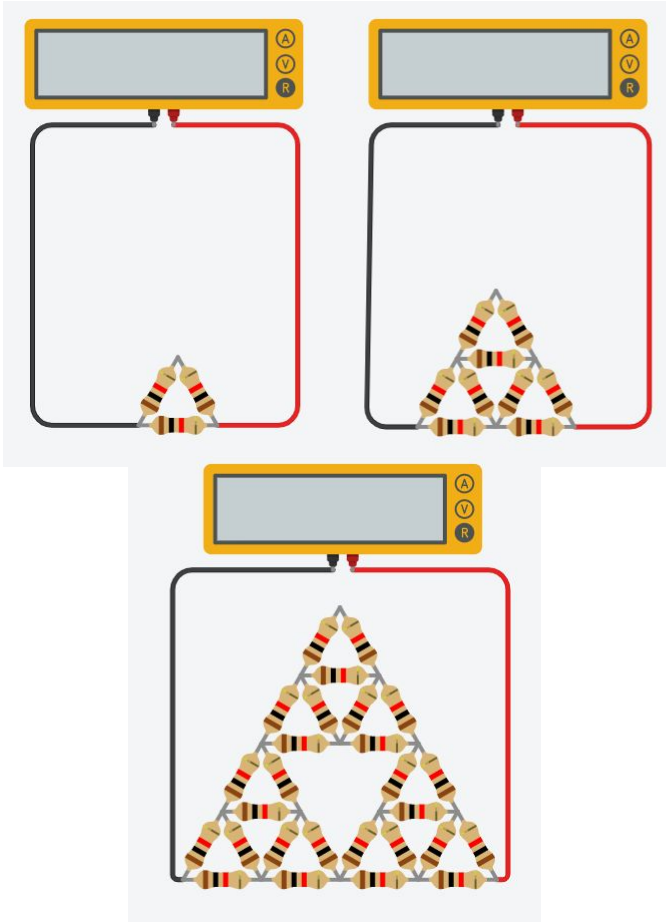
(A) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética, assim como a resistência
(B) A lateral do sistema aumenta em progressão geométrica, assim como a resistência
(C) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética e a resistência em progressão geométrica
(D) O tamanho da lateral do sistema não influencia em nada o valor da resistência

Erros conceituais

- A disposição dos resistores não influencia na resistência

Questão 20 – Resolução em simulador





Obrigado!

ODACT

UFAM

INSTITUTO
DE CIÊNCIAS EXATAS

APÊNDICE K – APRESENTAÇÃO ONLINE NO GOOGLE PRESENTATIONS: GEOMETRIA DE FRACTAL APLICADA AOS RESISTORES

Link de acesso ao guia online: https://bit.ly/3GjyaHP

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
PPGECIM

Geometria de Fractal aplicada aos Resistores: Atividade Experimental Investigativa baseada em Evidências

Experimento

PROFESSOR ORIENTADOR DR. MARCEL BRUNO P. BRAGA

PROFESSOR COORIENTADOR DR. DAVID ANTONIO DA COSTA

ALUNO: FLAVIO ALISON SIMAS LOPES

https://padlet.com/flavioalisonsimas/59tuq5f3es9ekdb3

INSTRUÇÕES

Esteja atento: Utilizaremos de maneira síncrona sites e recursos online para fazer as atividades hoje de maneira **SINCRONA.**

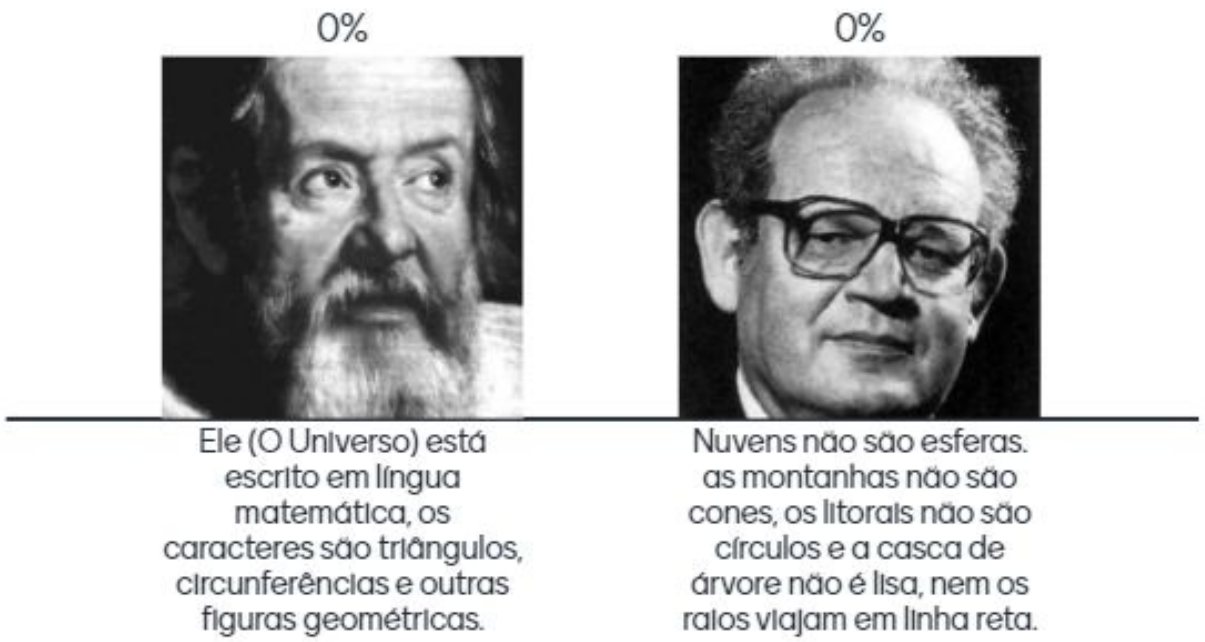
Recursos a serem utilizados: ThinkerCad, Padlet e Mentimeter

Quando for fazer uma atividade no ThinkerCad, lembre-se de salvar os links de acesso a simulação em uma arquivo texto (.txt) e envia-lo ao professor para sua avaliação. Lembre-se também de fazer comentários e relatar sua experiencia utilizando a função comentários do ThinkerCad. A participação da turma na aula também será avaliada.

Go to **www.menti.com** and use the code **5107 2468**

Na sua opinião, quem esta correto?

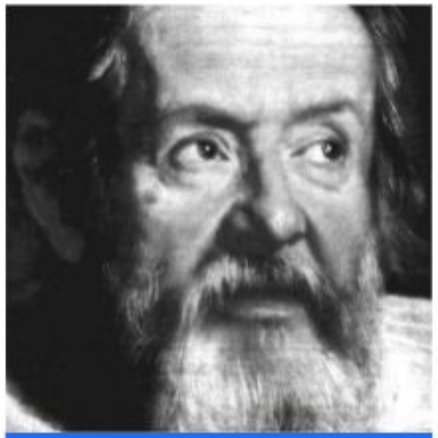
Mentimeter



Na sua opinião, quem esta correto?

Mentimeter

67%



Ele (O Universo) está escrito em língua matemática, os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas.

33%

Nuvens não são esferas. as montanhas não são cones, os litorais não são círculos e a casca de árvore não é lisa, nem os raios viajam em linha reta.

FL01

Na sua opinião, quem esta correto?

Mentimeter

FB01

Go to **www.menti.com** and use the code **8726 5259**

Mentimeter

A imagem abaixo possui elementos geométricos? Se sim, cite quais elementos geométricos estão intrínsecos a imagem.

Press S to hide image

A imagem abaixo possui elementos geométricos? Se sim, cite quais elementos geométricos estão intrínsecos a imagem.

Mentimeter

Retas

Acredito que sim, poderíamos adotar as formas das linhas como elementos geométricos

não

FL01

Press S to show image

A imagem abaixo possui elementos geométricos? Se sim, cite quais elementos geométricos estão intrínsecos a imagem.

Mentimeter

Talvez, o corpo central do raio possa ser modelado como sendo uma reta.

Não consigo visualizar

sim, pequenos triângulos e seguimentos de reta bem pequenos

curvas, linhas

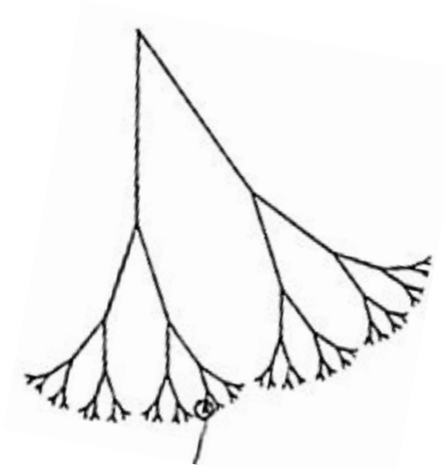
Sim, não consigo definir a geometria do objeto

Press S to show image

5

FB01

A



B

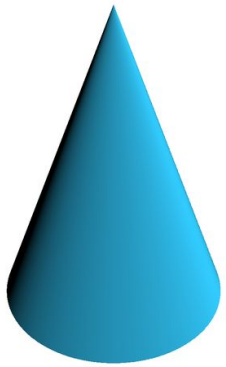
Go to www.menti.com and use the code 37 06 75 7

Mentimeter

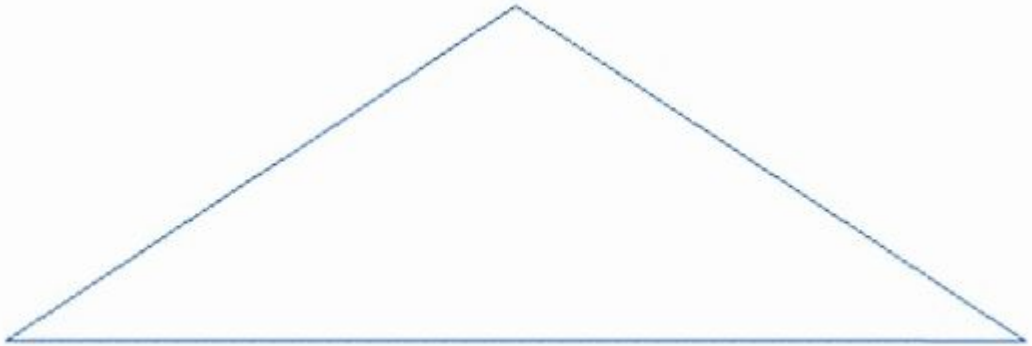
A imagem abaixo possui elementos geométricos? Se sim, cite quais elementos geométricos estão intrínsecos a imagem.

Press S to hide image

A



B

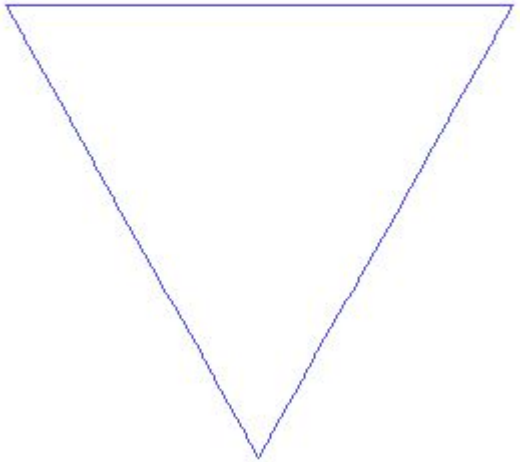


Go to www.menti.com and use the code 37 06 75 7

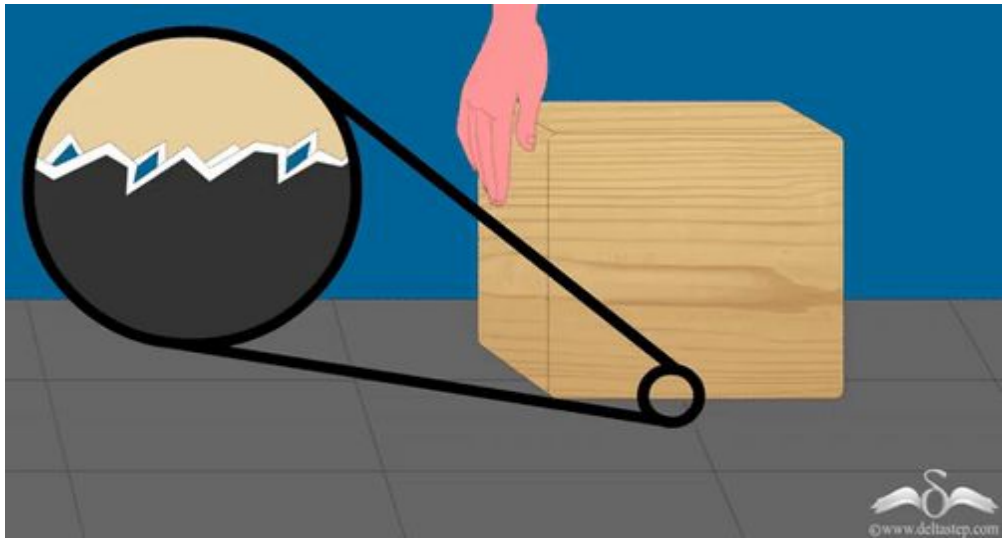
Mentimeter

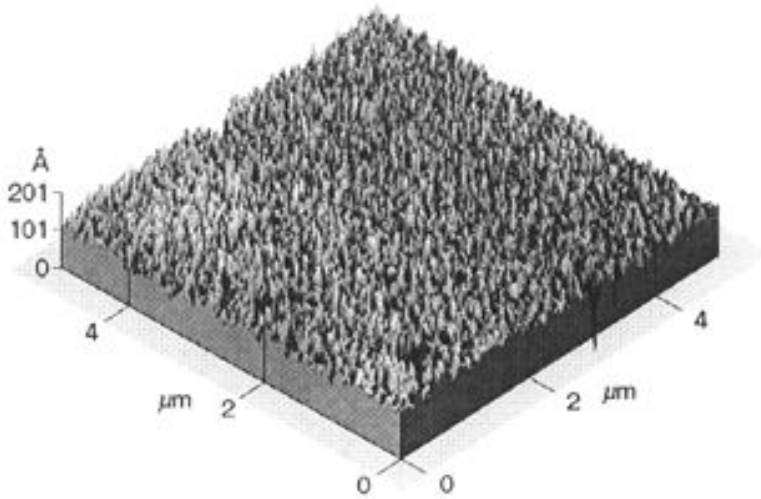
A imagem abaixo possui elementos geométricos? Se sim, cite quais elementos geométricos estão intrínsecos a imagem.

Press S to hide image



Fractal e a Física

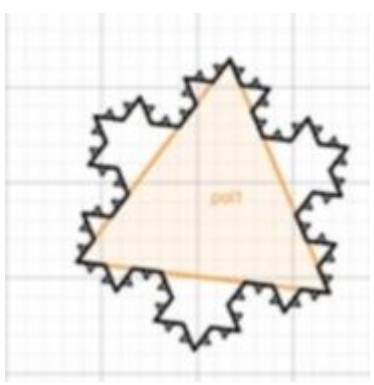


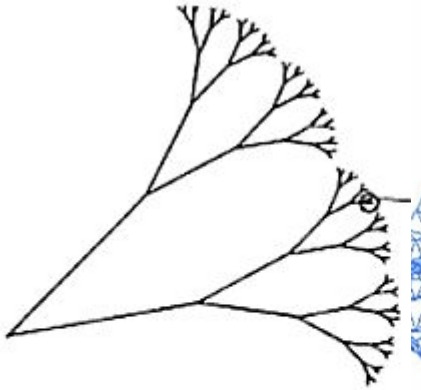


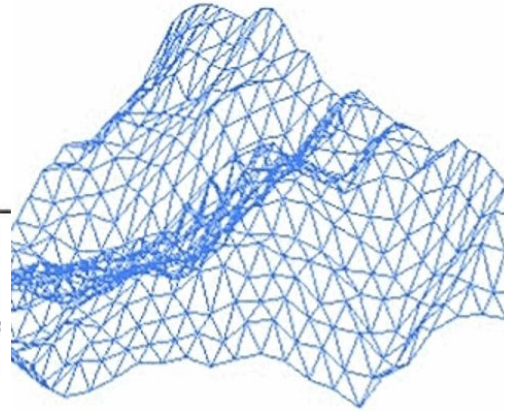
Fractal

Fractais determinísticos

- Auto-repetição
- Dimensão

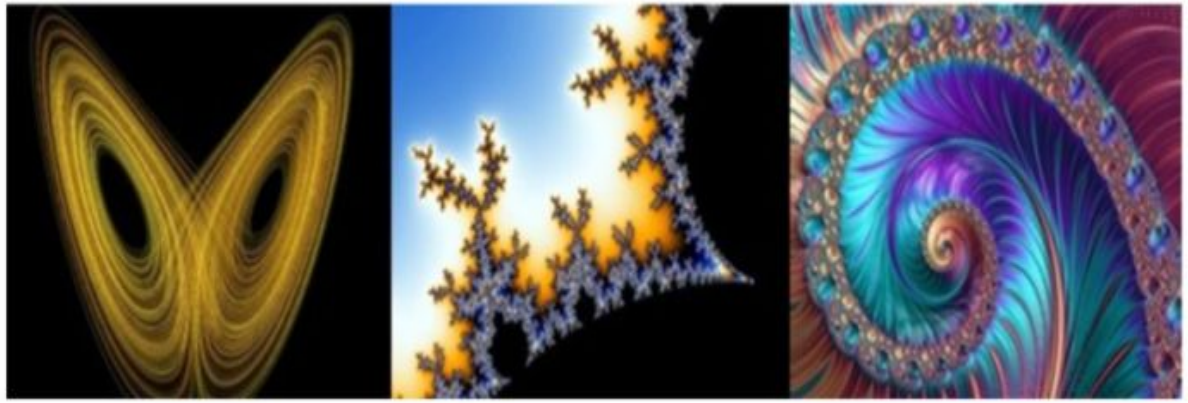






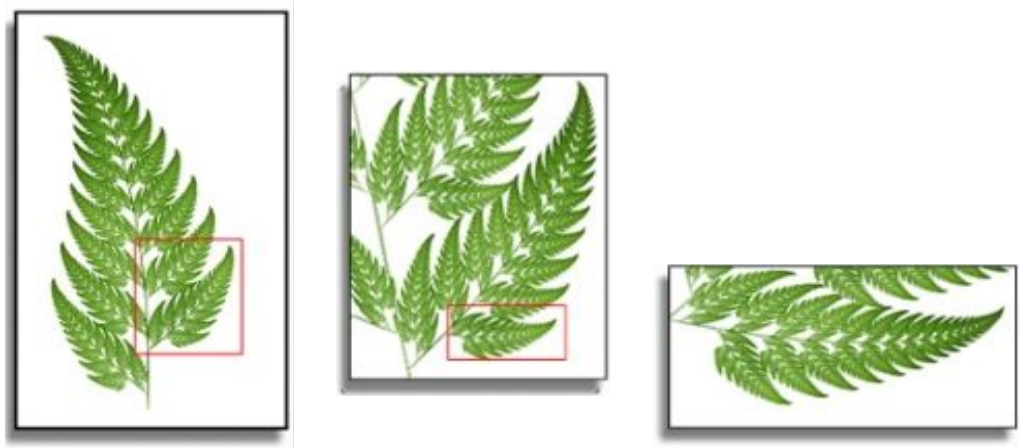
Fractais estocásticos

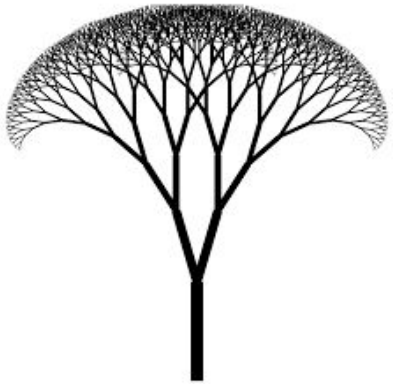
- Auto-semelhança
- Complexidade infinita
- Dimensão

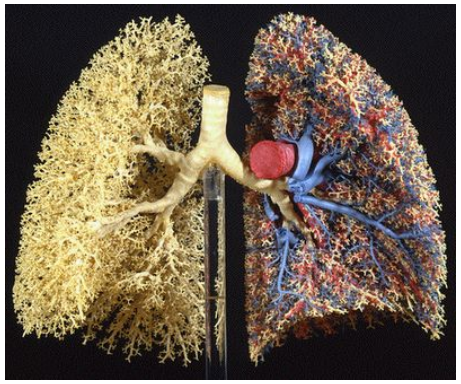


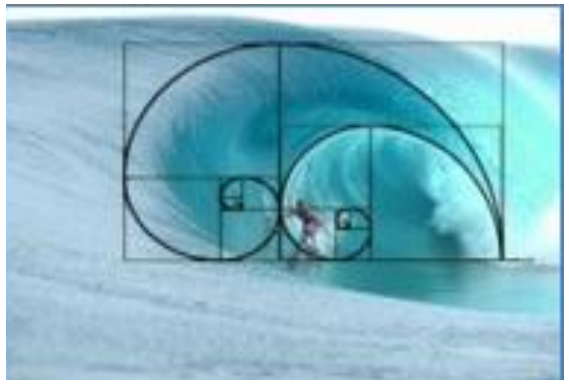
Fonte: Adaptado de hypescience.com, significados.com e boingboing.net

Fractal e a Física



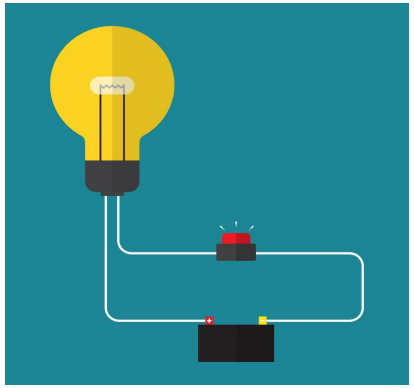


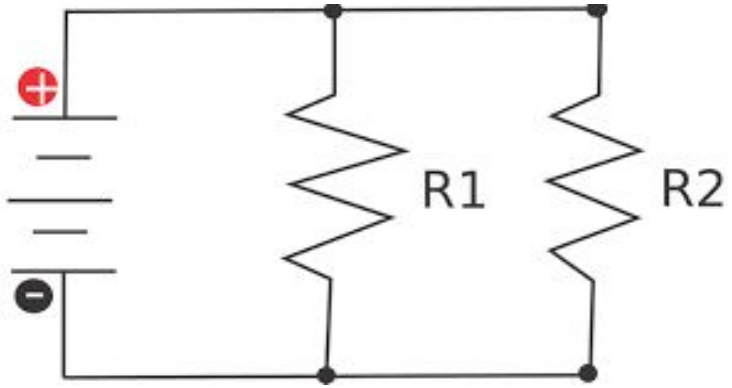




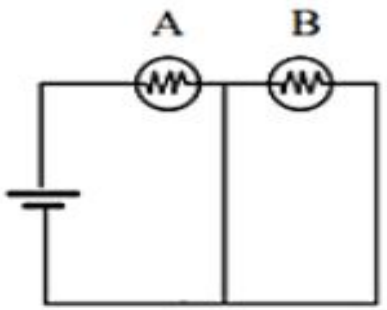
https://alisonsimaslopes.wixsite.com/website/cartilha-fractal

Fractal e a Física

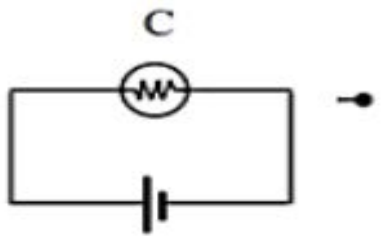




Questão 11: Compare o brilho das lâmpadas A e B no circuito 1 com o brilho da lâmpada C no circuito 2. Qual lâmpada ou lâmpadas são mais brilhantes? *



Circuito 1



Circuito 2

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) A = B
- (E) A = C

Link de acesso a simulação:

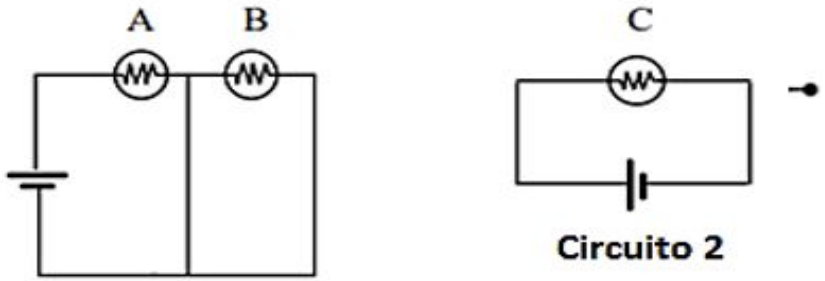
https://www.tinkercad.com/things/0VvEsMLdkG9

Link de acesso ao mentimeter:

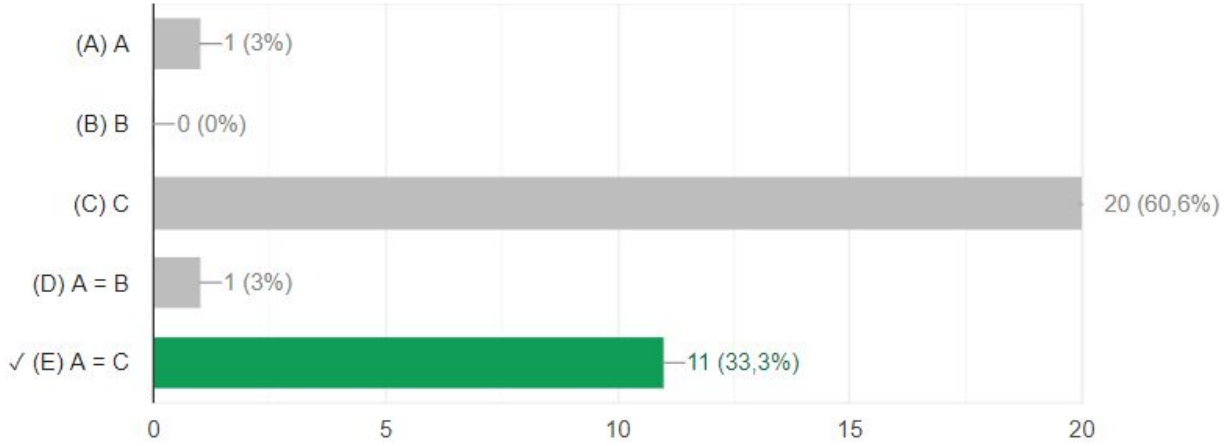
https://www.menti.com/smnr32diey

Questão 11

Questão 11(10). Compare o brilho das lâmpadas A e B no circuito 1 com o brilho da lâmpada C no circuito 2. Qual lâmpada ou lâmpadas são mais brilhantes?



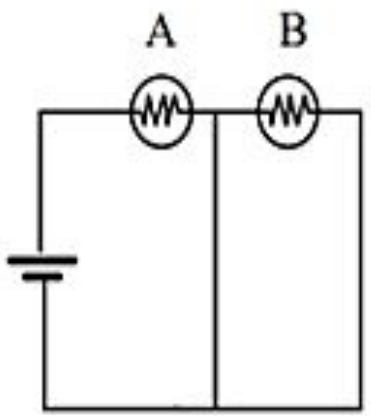
(A) A
(B) B
(C) C
(D) A = B
(E) A = C



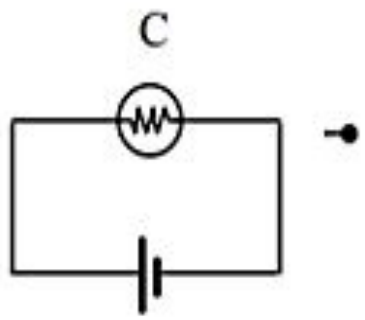
Erros conceituais

- A bateria fornece a mesma quantidade de corrente para cada bulbo, independentemente da disposição do circuito (Letra D)
- Como o circuito 2 possui apenas um bulbo C, ele apresentará maior luminosidade (letra C)

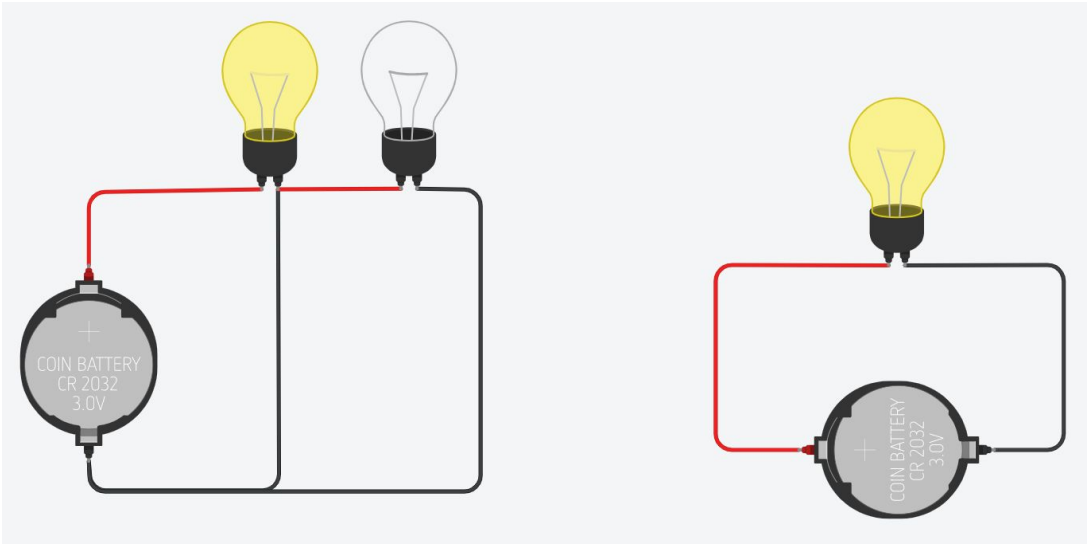
Questão 11 – Resolução em simulador



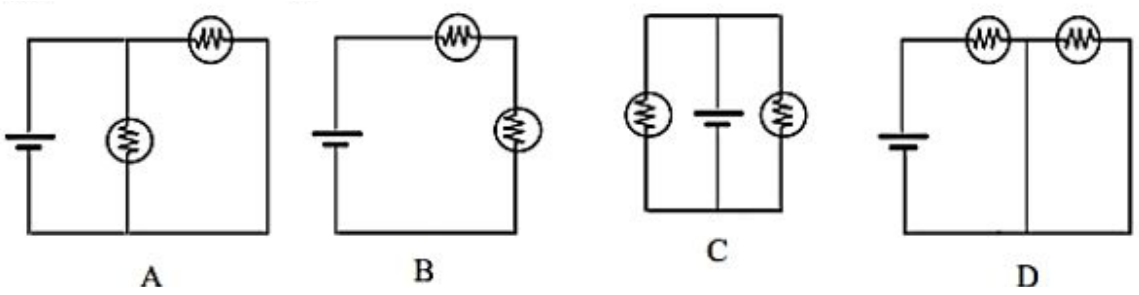
Circuito 1



Circuito 2



Agora é sua vez



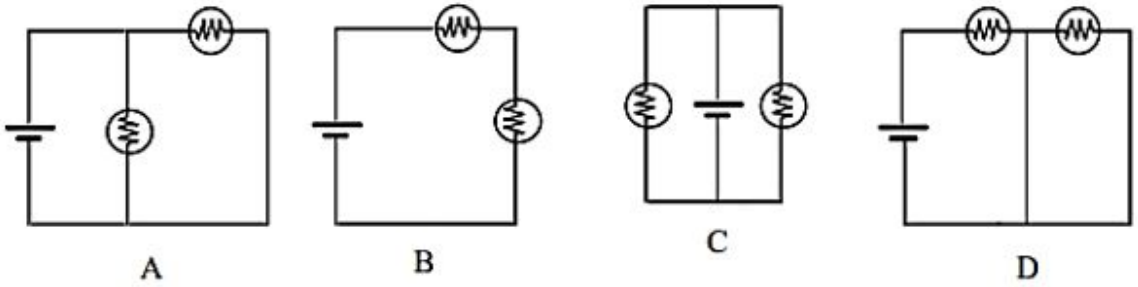
Questão 9 (Figura 5): Qual(is) circuito(s) representa(m) circuito(s) que consiste(em) em duas lâmpadas em paralelo com uma bateria?

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) A e C
- (E) A, C e D

Link de acesso ao mentimeter:
https://www.menti.com/ya6x3co19g

Questão 9

Questão 9 (4). Considere os seguintes circuitos

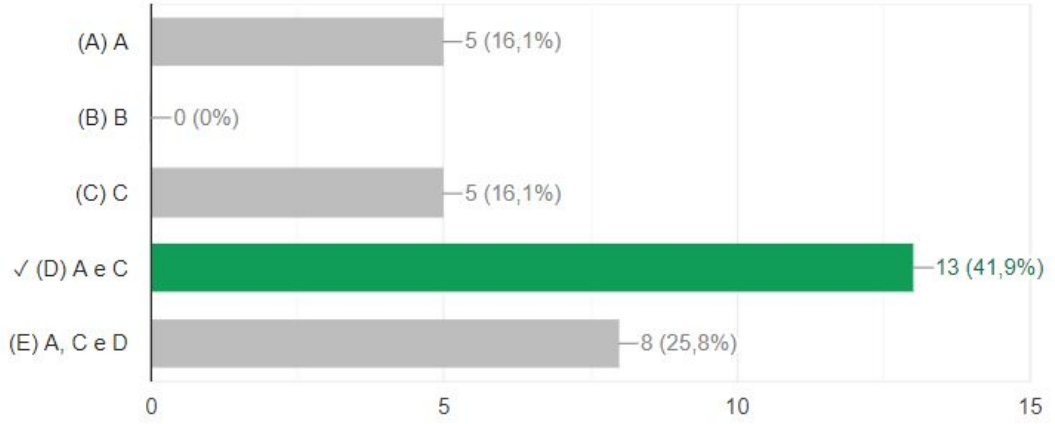


Qual (is) circuito (s) acima representam um circuito que consiste em duas lâmpadas em paralelo com uma bateria?

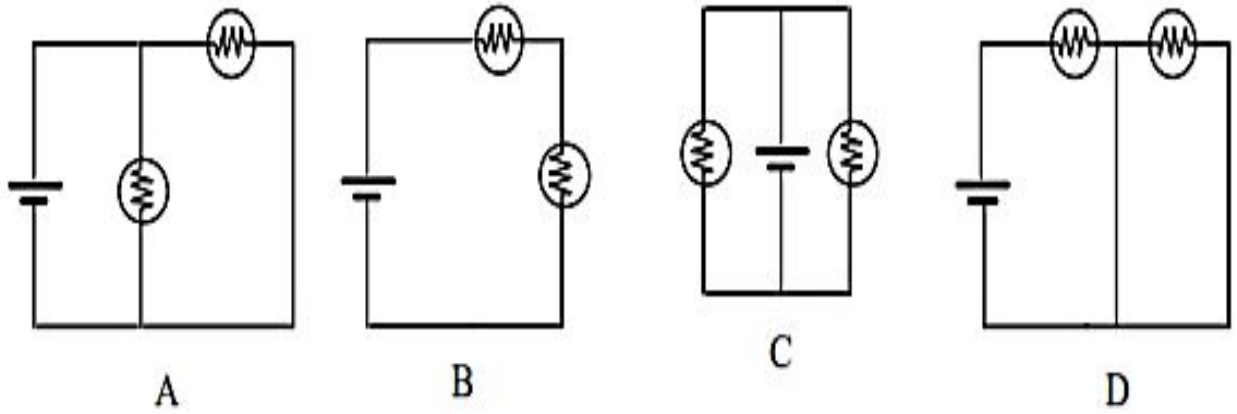
(A) A
(B) B
(C) C
(D) A e C
(E) A, C e D

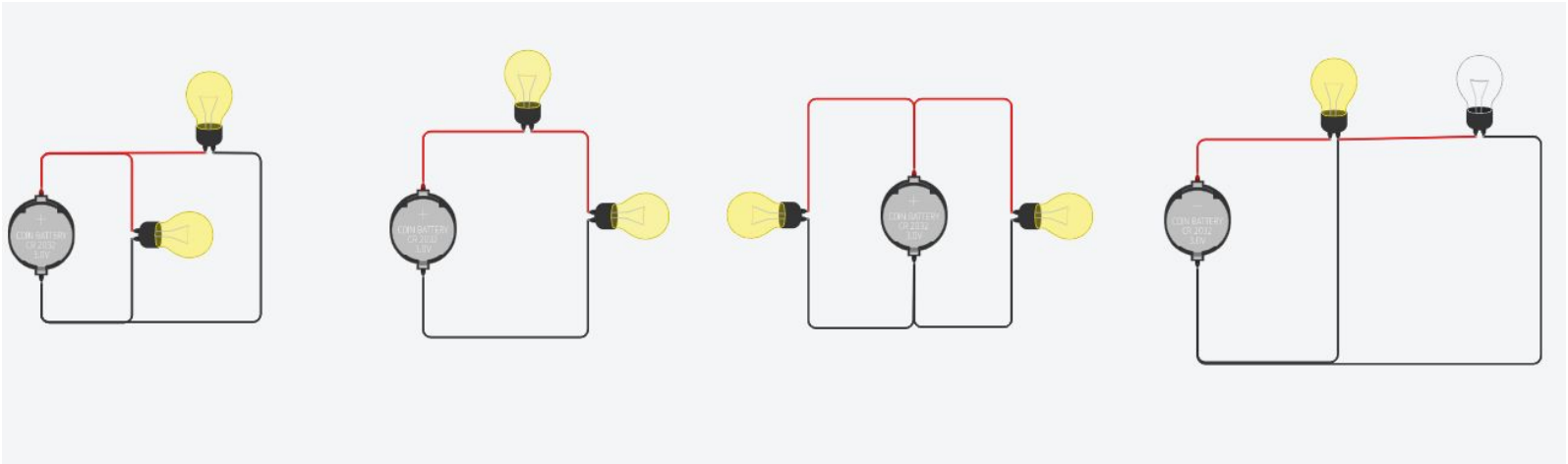
Erros conceituais

- A disposição de ramos entre lâmpadas é suficiente para classifica-lo como paralelo (Letra E)

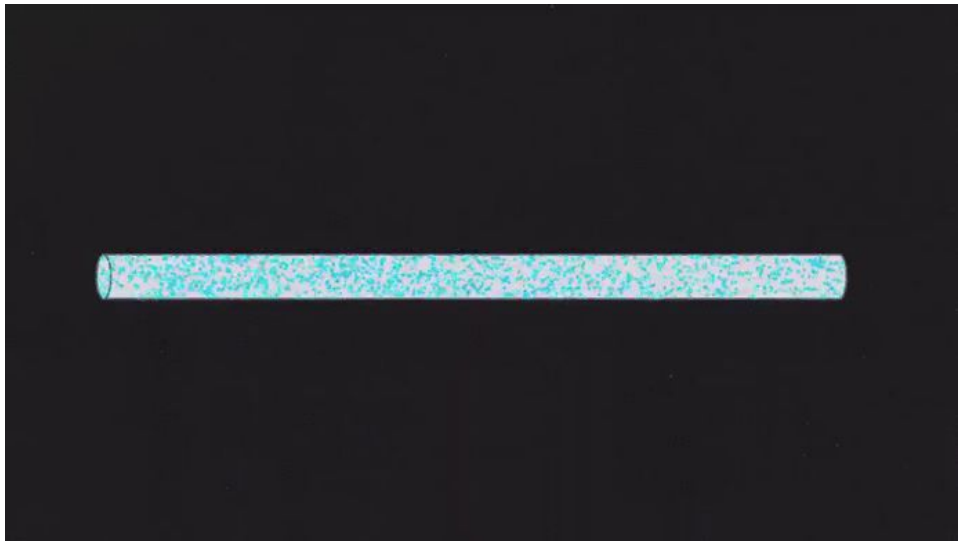


Questão 9 – Resolução em simulador

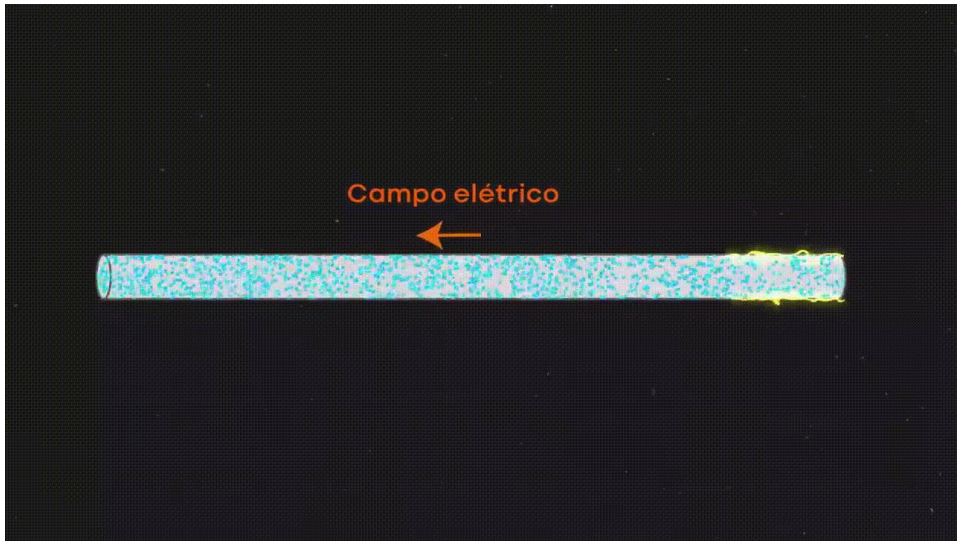




Resistores??



Corrente elétrica sem resistor



Corrente elétrica com resistor

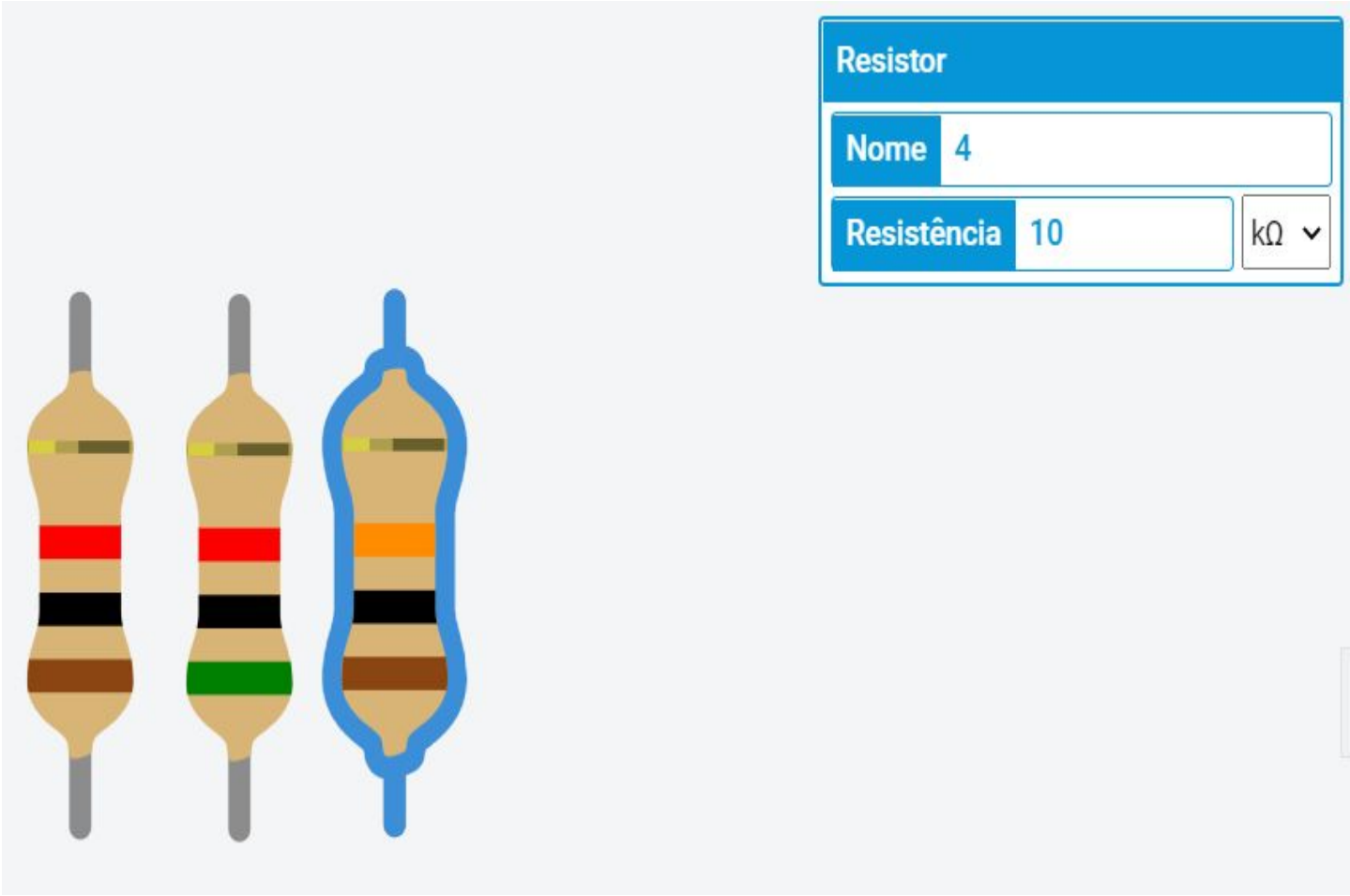
Caso um raio caia em um carro...

...seria seguro porque os pneus de borracha atuariam como isolantes

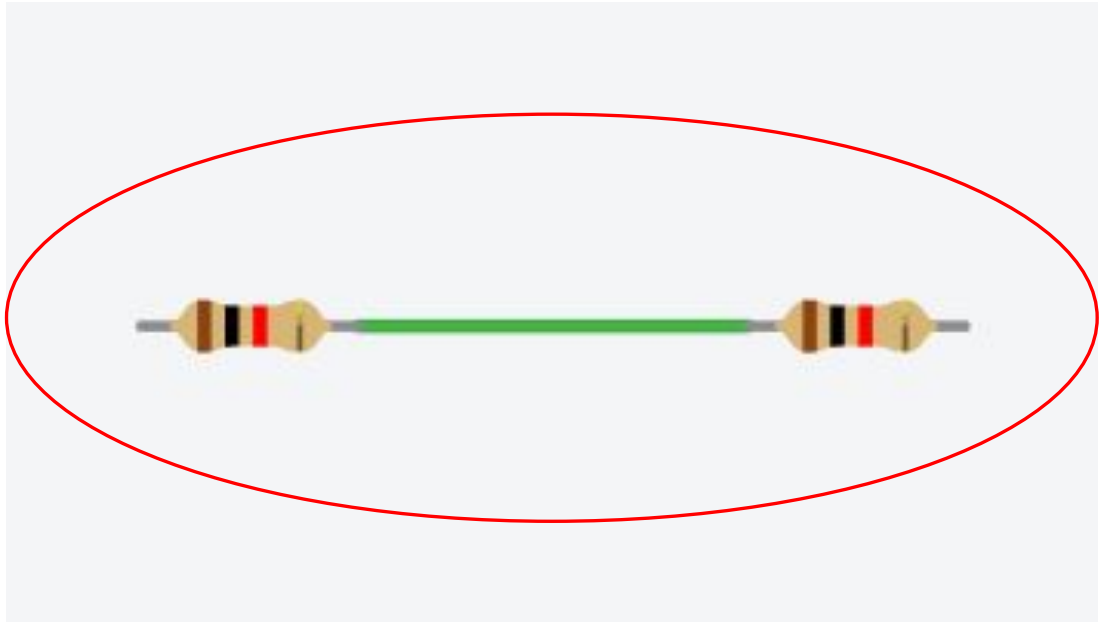
Caso um raio caia em um carro...

...seria seguro porque os pneus de borracha atuariam como isolantes

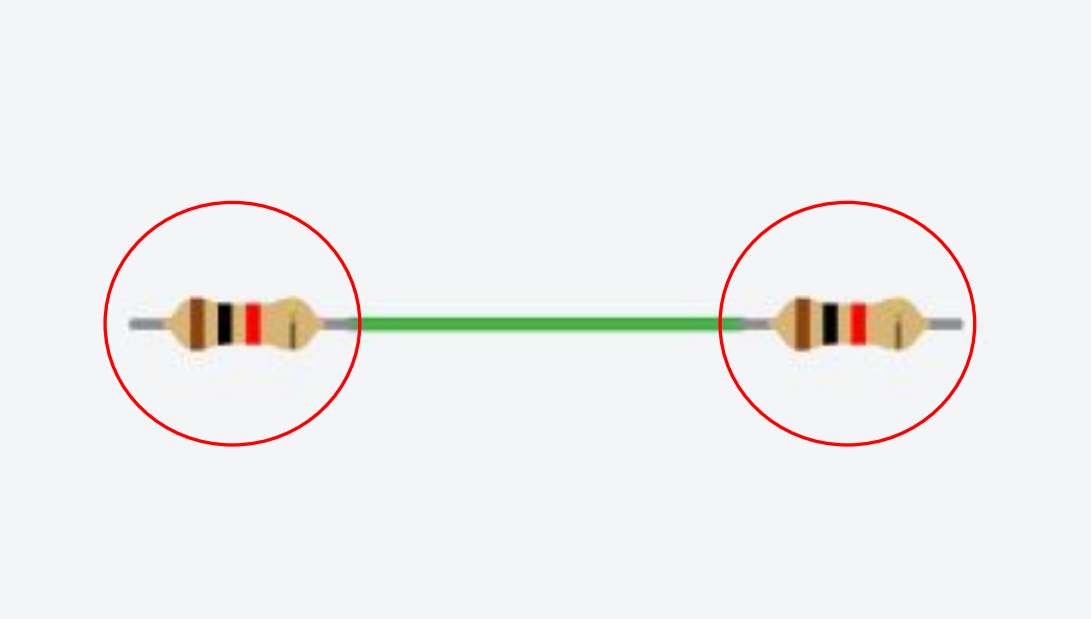
Resistores??



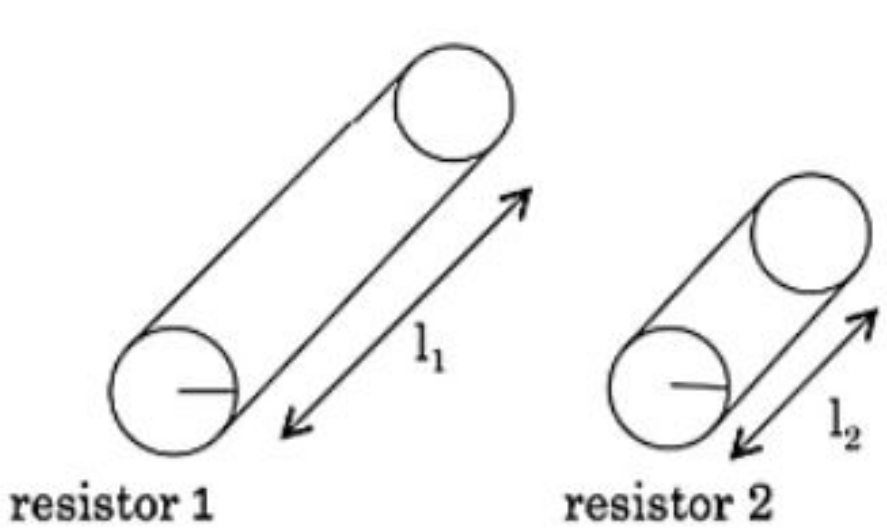
Onde esta a resistência aqui?

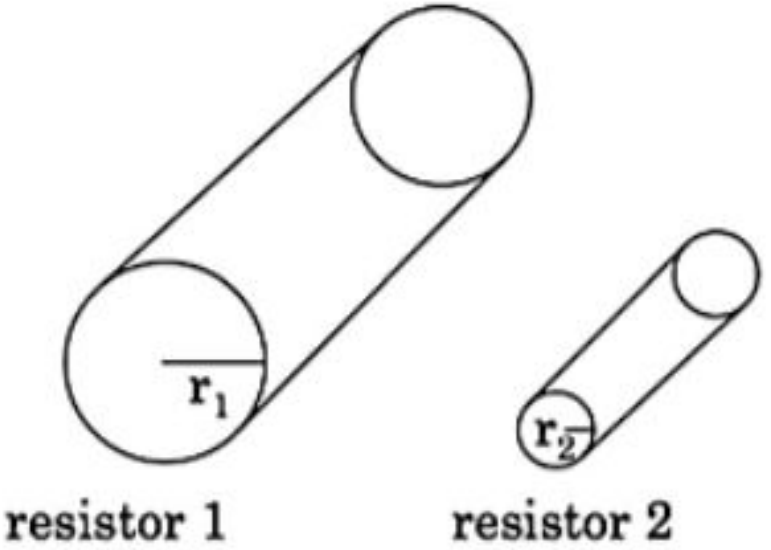


Onde estão os resistores?

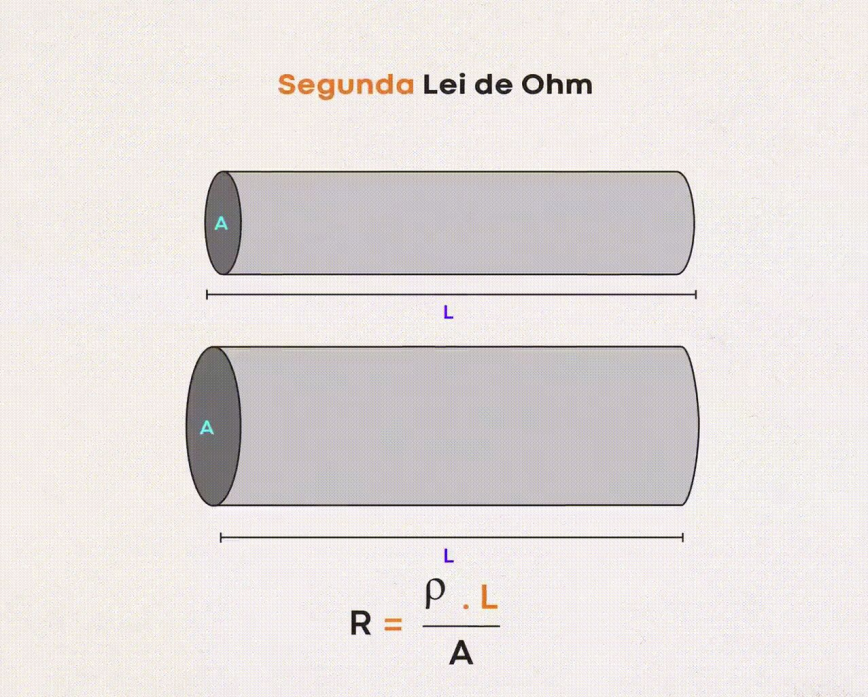


Fractais e resistência

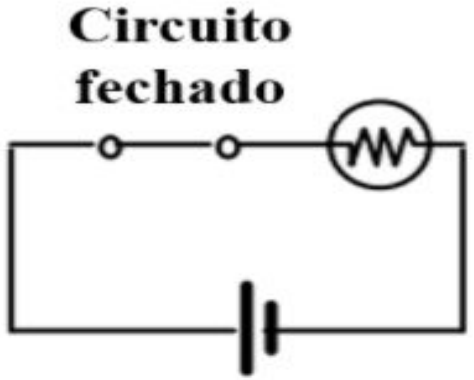




Fractais e resistência



Questão 16: Imediatamente após a abertura do interruptor, o que acontece com a resistência da lâmpada?

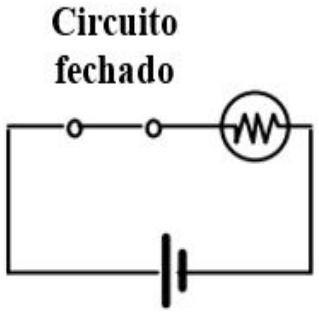


- (A) A resistência aumenta.
- (B) A resistência diminui.
- (C) A resistência permanece a mesma.
- (D) A resistência vai para zero.

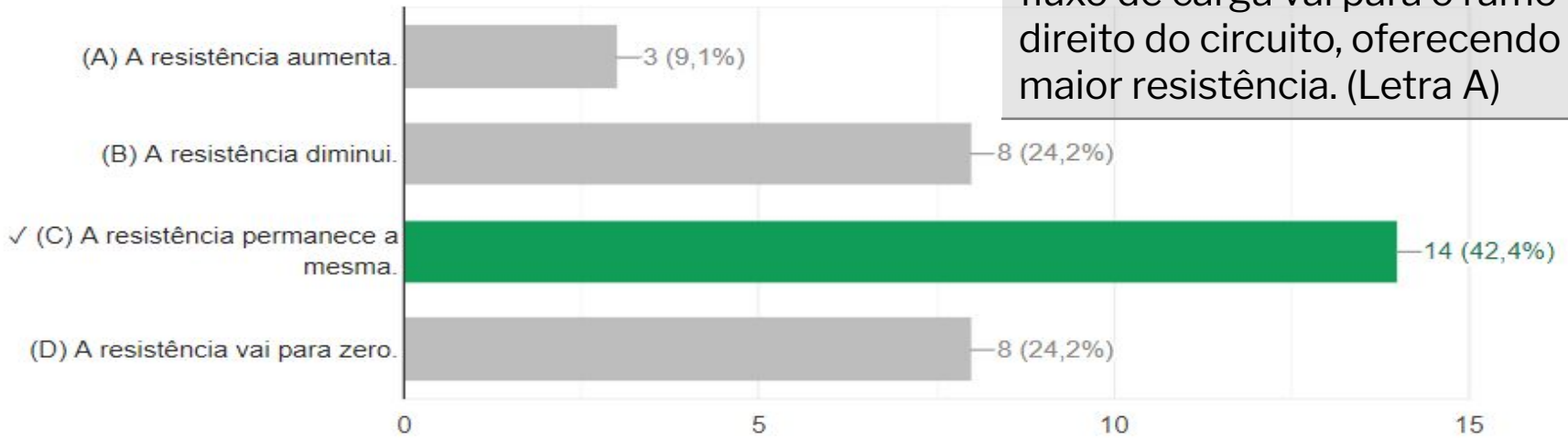
Link de acesso ao mentimeter:
https://www.menti.com/tq75hwqwb7

Questão 16

Questão 16 (23). Imediatamente após a abertura do interruptor, o que acontece com a resistência da lâmpada?



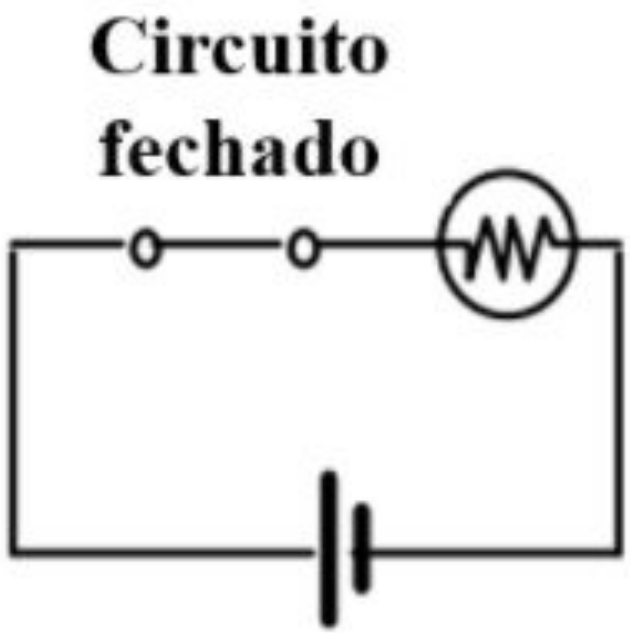
(A) A resistência aumenta.
(B) A resistência diminui.
(C) A resistência permanece a mes
(D) A resistência vai para zero.

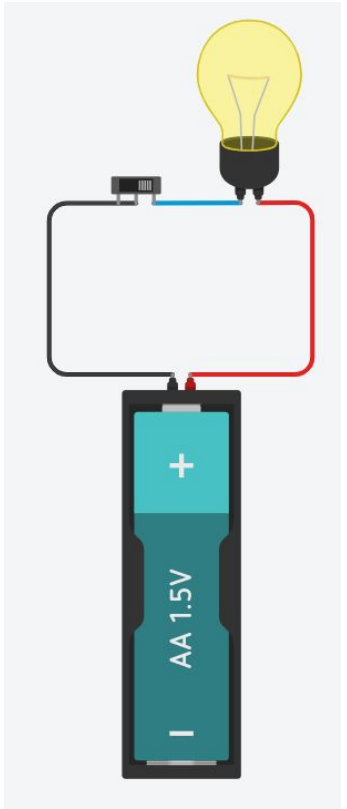


Erros conceituais

- ❑Se a corrente é interrompida, não tem resistência (Letra D)
- ❑A resistência esta no fluxo de cargas e não no material (Letra D)
- ❑Se o circuito é aberto todo o fluxo de carga vai para o ramo direito do circuito, oferecendo maior resistência. (Letra A)

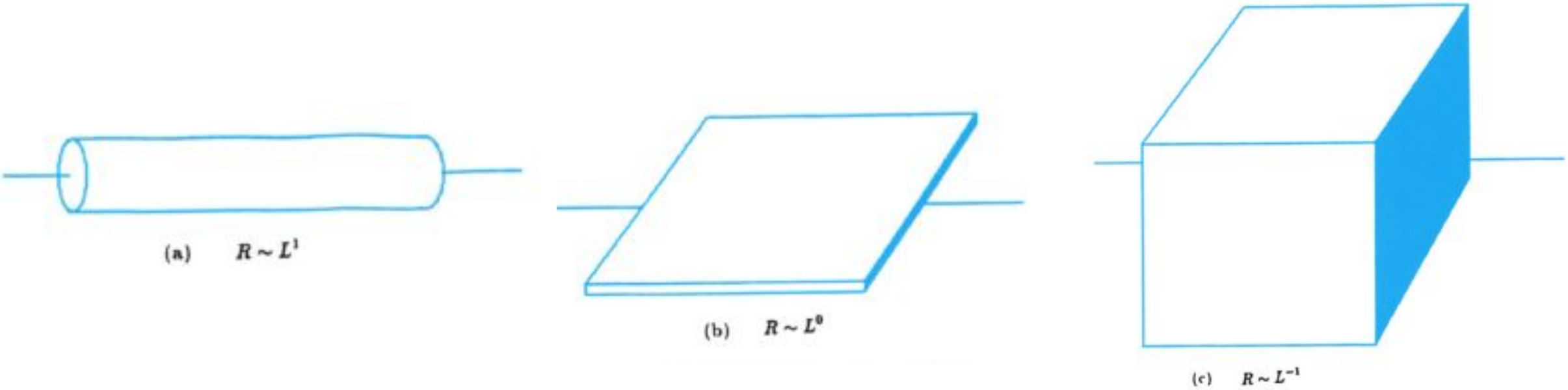
Questão 16 – Resolução em simulador





Resistencia / Geometria

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

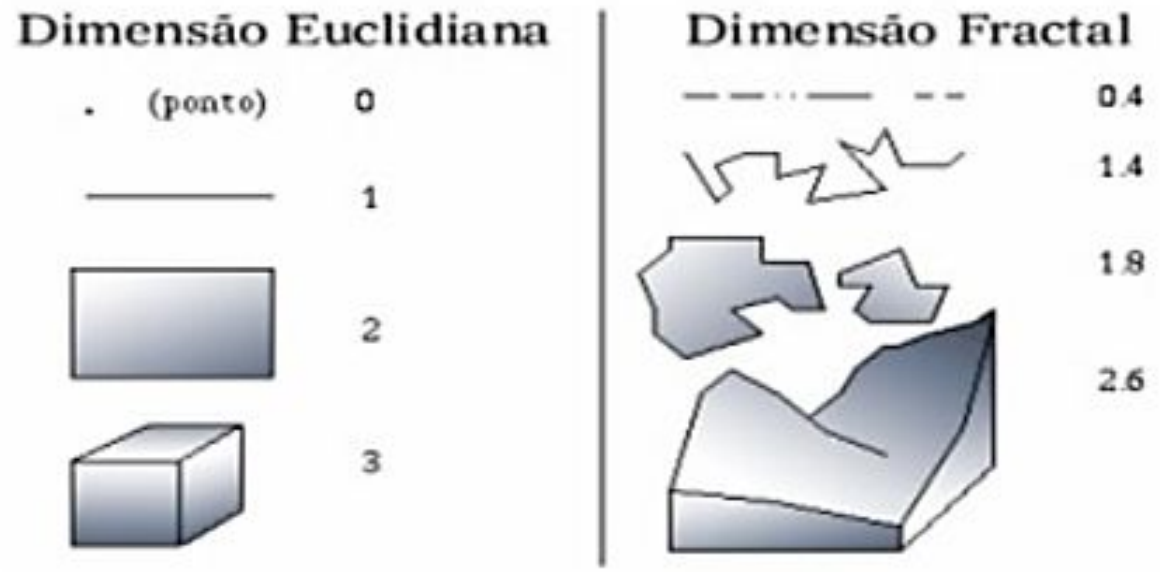


(a) $R \sim L^1$

(b) $R \sim L^0$

(c) $R \sim L^{-1}$

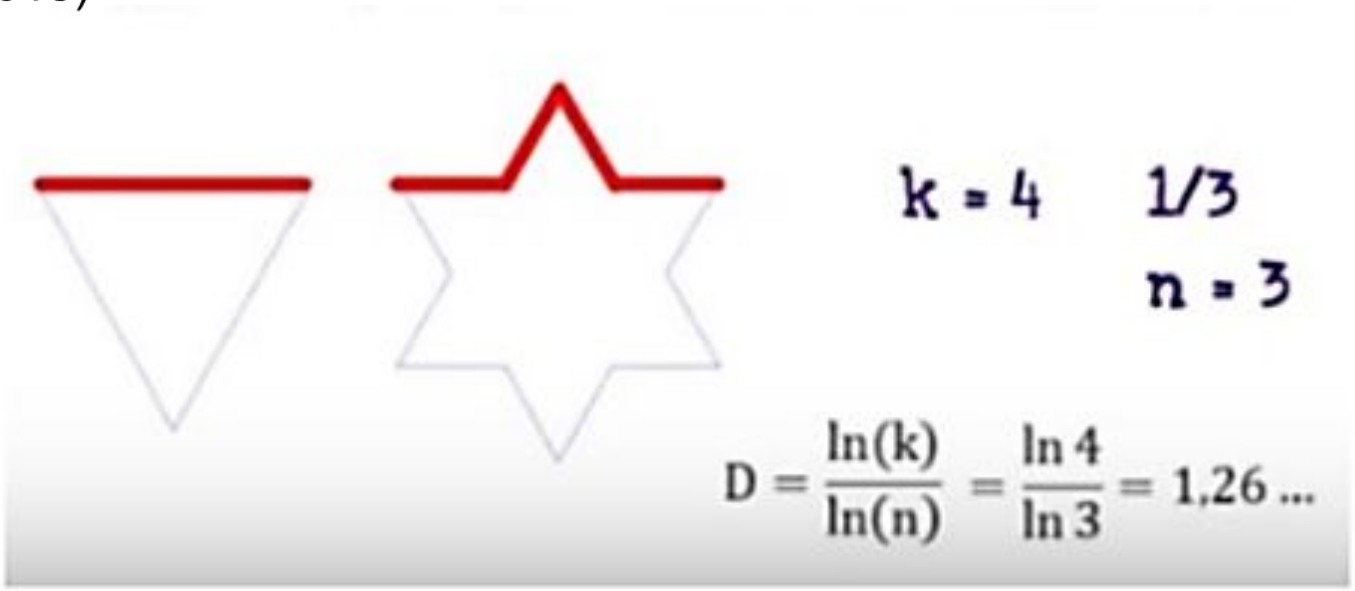
Mas e nos fractais???



Fonte: Siqueira (2005)

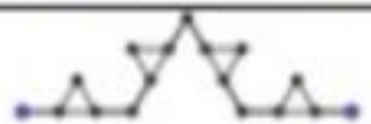
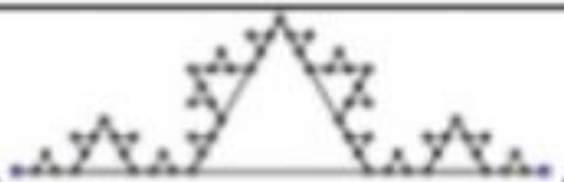
Exemplo

Esse número da dimensão do fractal é dado pela equação de Hausdorff-Besicovitch, onde $k = n^D$, tal que k **é o número de elementos que surgiram** na passagem de uma interação para outra, n **é o número de partições feitas** no comprimento original da figura e D é a dimensão da figura. (Viegas, 2015)

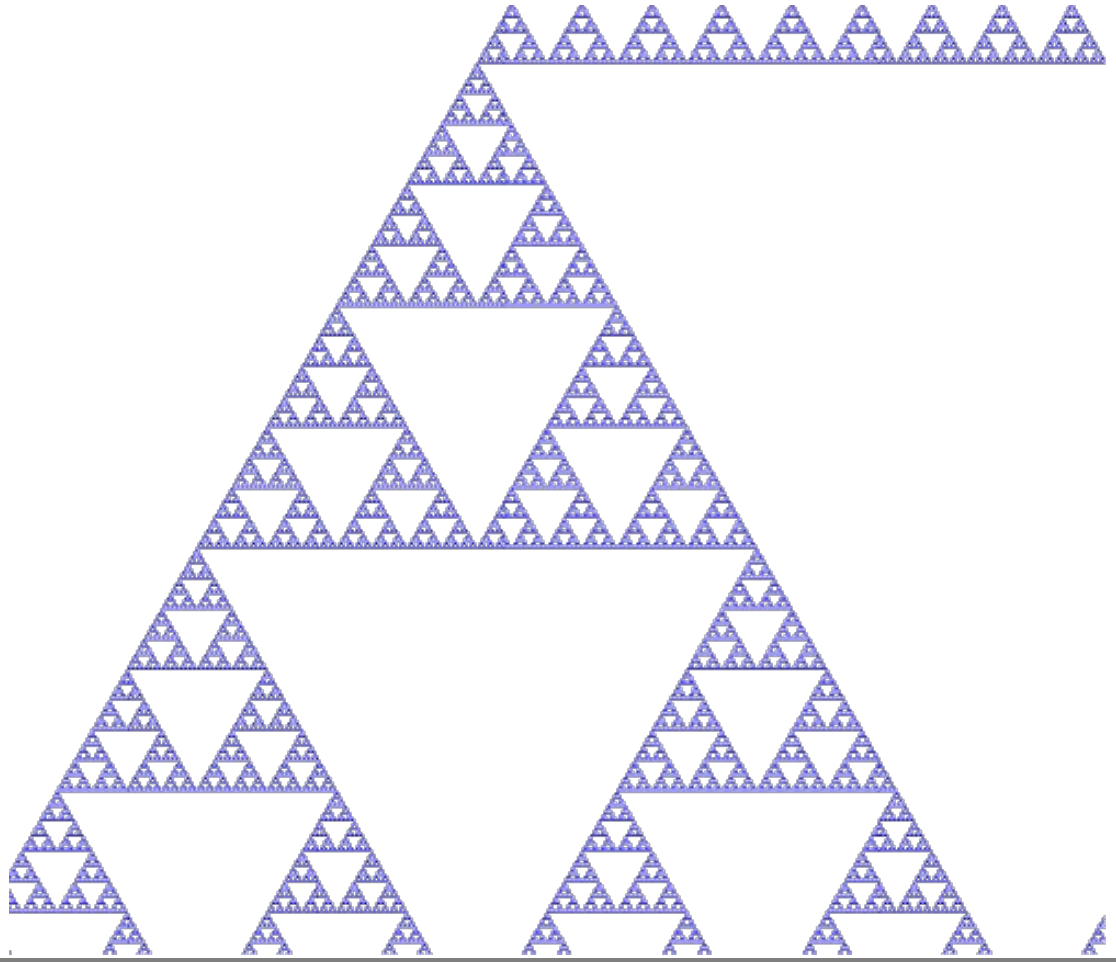


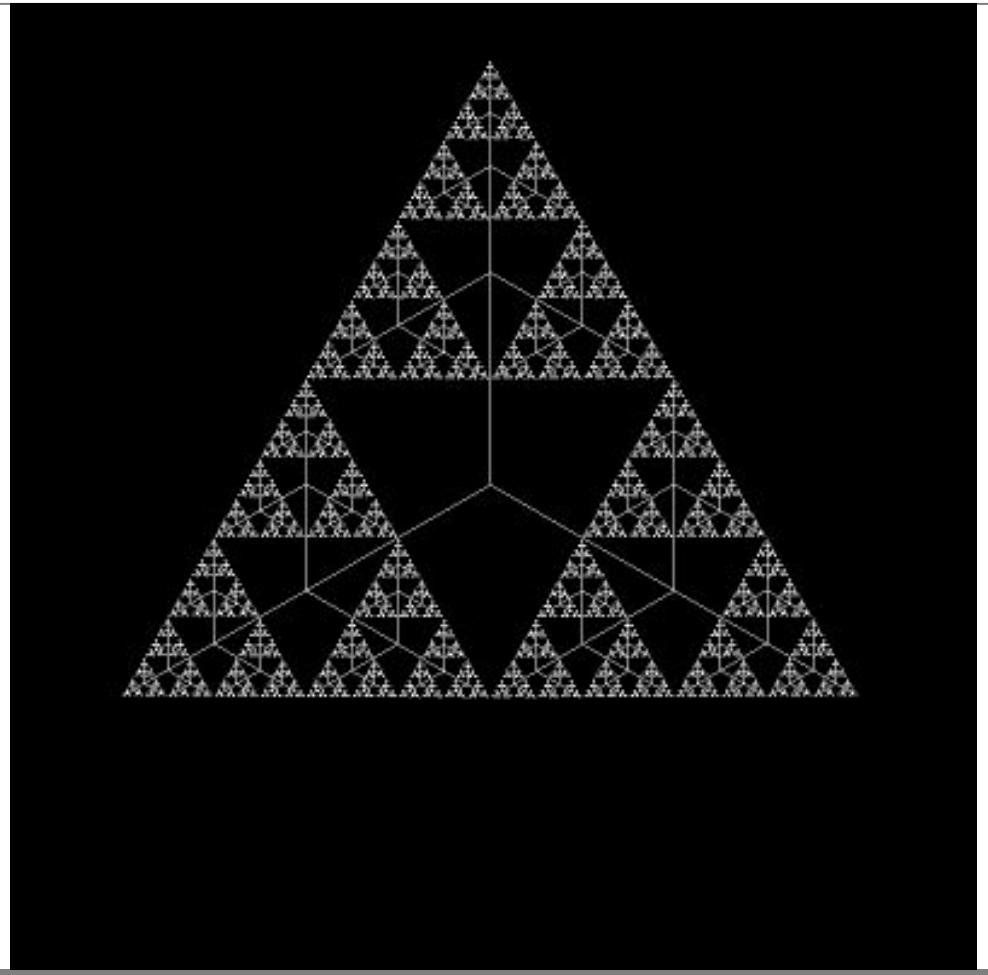
Fonte: Fractais, Viegas (2015).

Exemplo

	Nível de interação	Quantidade de lados	Tamanho de cada lado
	0	1	27
	1	4	9
	2	16	3
	3	64	1

Fractal de Sierpinsk



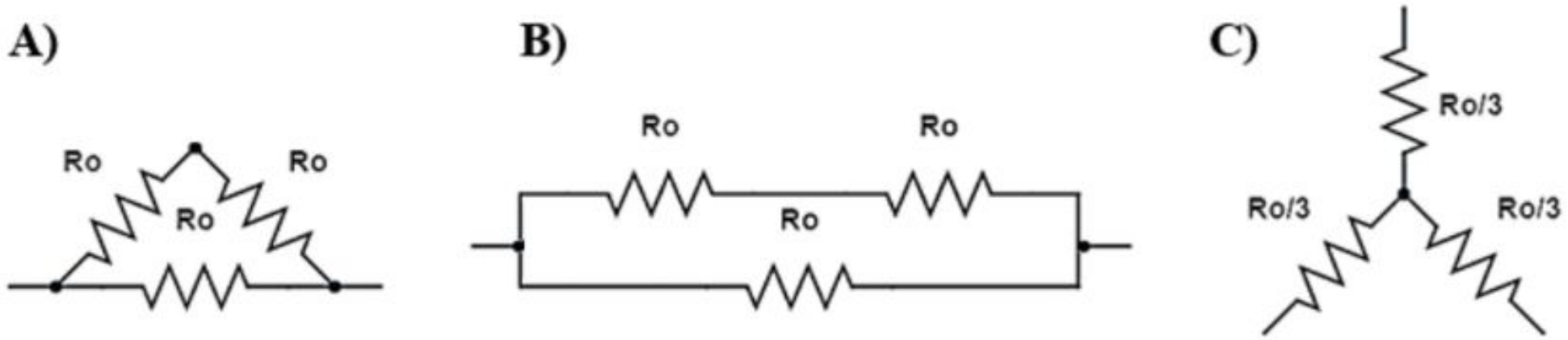


Fractal de Sierpinsk

Uma das maneiras de se obter um triângulo de Sierpinski é através do seguinte algoritmo:

- Comece com qualquer triângulo em um plano. O triângulo de Sierpinski canônico utilizava um triângulo equilátero com a base paralela ao eixo horizontal, mas qualquer triângulo pode ser usado (ver primeira figura).
- Encolha o triângulo pela metade (cada lado deve ter metade do tamanho original), faça três copias, e posicione cada triângulo de maneira que encoste nos outros dois em um canto (ver segunda figura).
- Repita o passo 2 para cada figura obtida, indefinidamente (ver a partir da terceira figura).

Questão 19: Assinale a alternativa verdadeira. *

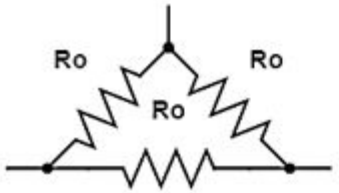


- (A) A resistência em A é maior que B
- (B) A resistência em B é menor que C
- (C) Os únicos sistemas que possuem a mesma resistência são A e B
- (D) As resistências dos sistemas A, B e C são iguais

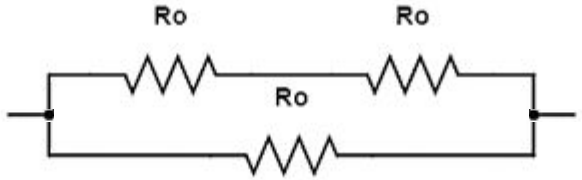
Questão 19

Questão 19. Assinale a alternativa verdadeira.

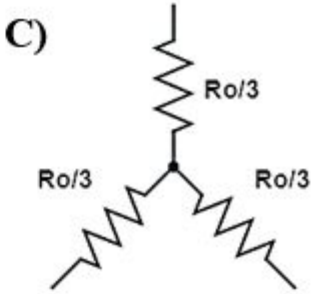
A)



B)



C)



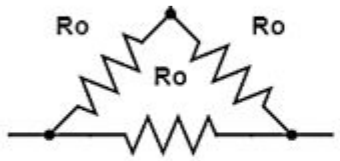
(A) A resistência em A é maior que B
(B) A resistência em B é menor que C
(C) Os únicos sistemas que possuem a mesma resistência são A e B
(D) As resistências são equivalentes nos sistemas A, B e C

Erros conceituais

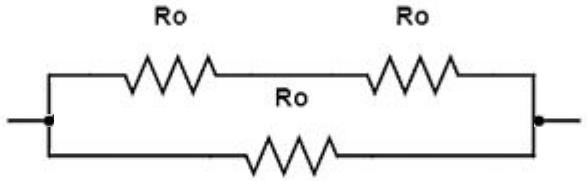
- A disposição fechada dos resistores (formando um polígono fechado) implica maior resistência (Letra A)
- Como C possui resistores com 1/3 dos demais ele é o menos resistivo (Letra C)

Questão 19 – Resolução em simulador

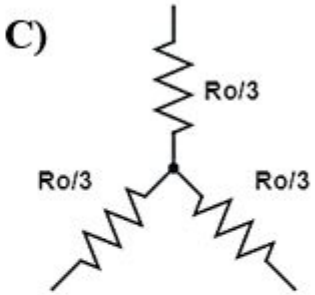
A)

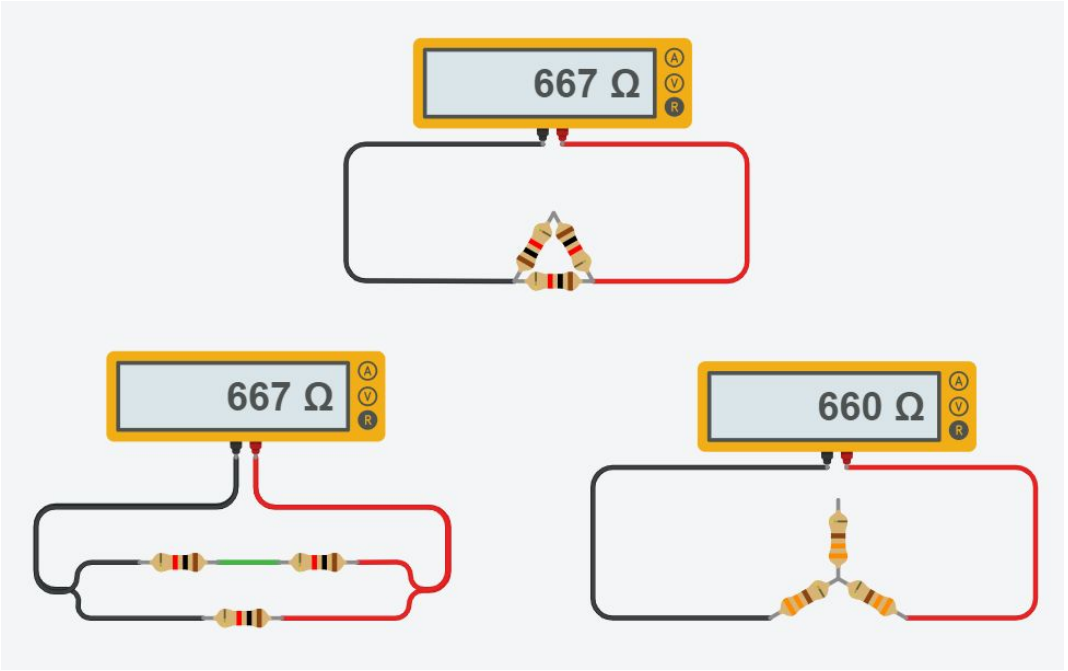


B)

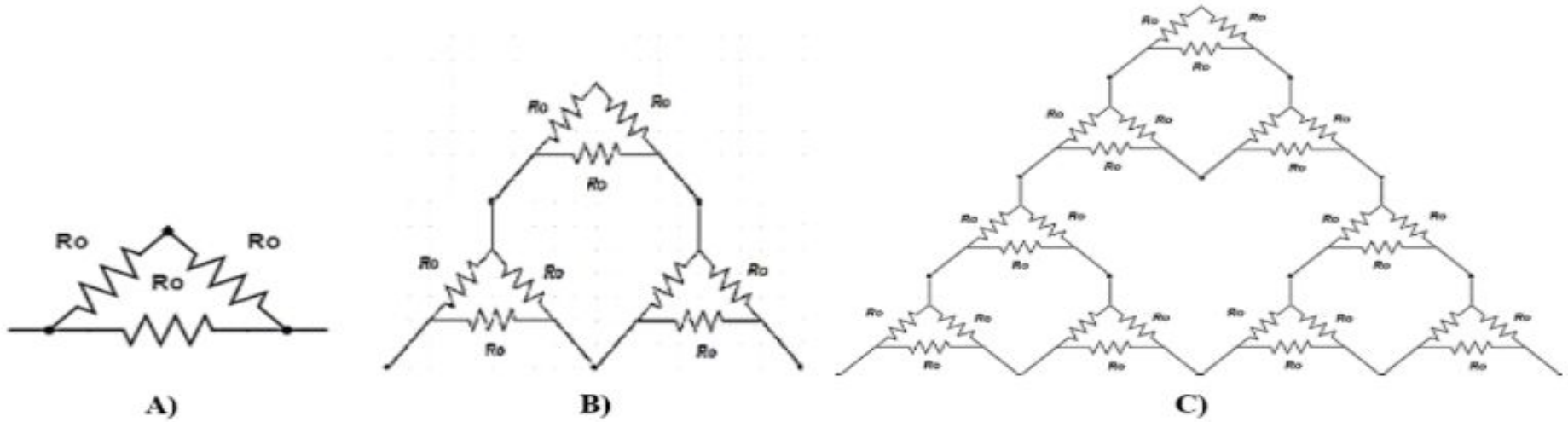


C)





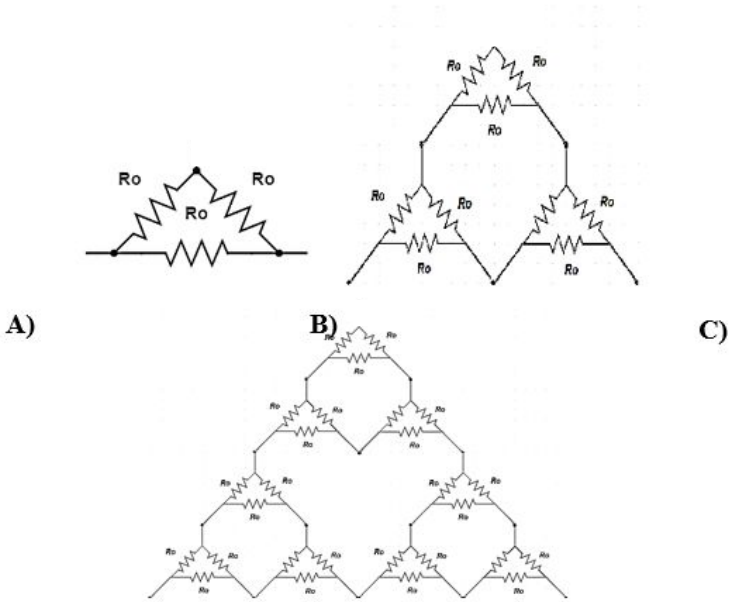
Questão 20: Sabendo que todos os circuitos possuem resistores com o mesmo valor Ro e são fisicamente idênticos. Ao observarmos os circuitos A, B e C podemos afirmar que:



- (A) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética, assim como a resistência
- (B) A lateral do sistema aumenta em progressão geométrica, assim como a resistência
- (C) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética e a resistência em progressão geométrica
- (D) O tamanho da lateral do sistema não influencia em nada o valor da resistência

Questão 20

Questão 20. Sabendo que todos os circuitos possuem resistores com o mesmo valor R_o e são fisicamente idênticos. Ao observarmos os circuitos A, B e C podemos afirmar que:

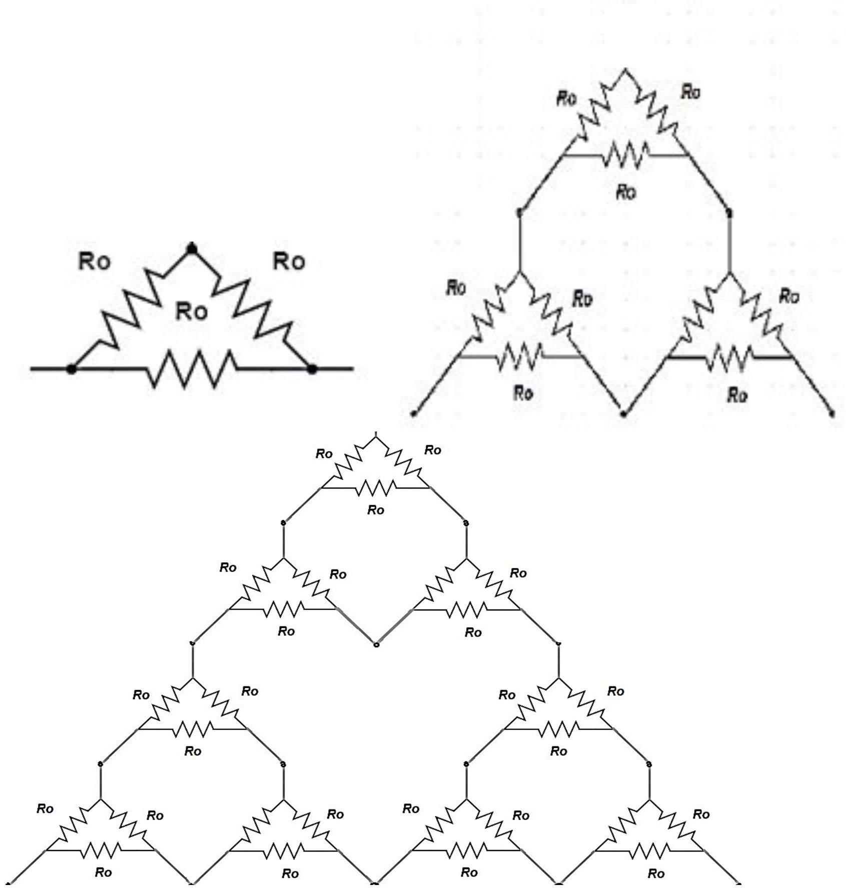


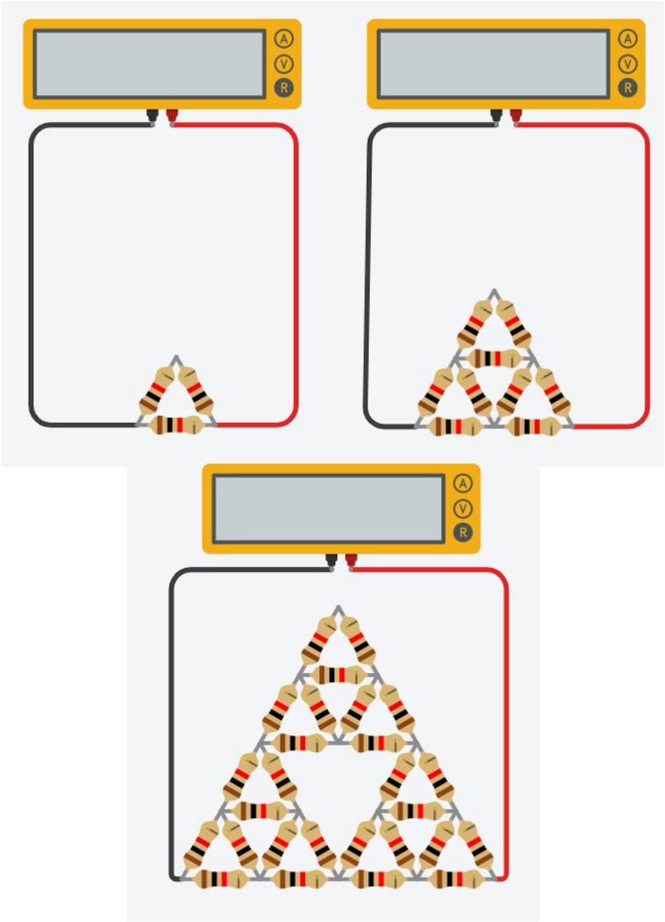
(A) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética, assim como a resistência
(B) A lateral do sistema aumenta em progressão geométrica, assim como a resistência
(C) A lateral do sistema aumenta em progressão aritmética e a resistência em progressão geométrica
(D) O tamanho da lateral do sistema não influencia em nada o valor da resistência

Erros conceituais

- A disposição dos resistores não influencia na resistência (Letra D)

Questão 20 – Resolução em simulador





Obrigado!

ODACT

UFAM

INSTITUTO
DE CIÊNCIAS EXATAS

APÊNDICE L – QUADRO COM INDICES DE DESEMPENHO DOS ALUNOS

Link de acesso ao sistem online com a base de dados:

https://fractuseducare.wixsite.com/website/services-4

KEY-TCE (AAPT)	A	C	D	C	B	A	B	A	D	B	E	A	B	C	B	C	B	A	D	B
N	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	y10	y11	y12	y13	y14	y15	y16	y17	y18	y19	y20
1	B	A	B	A	C	C	B	C	D	B	C	B	B	C	C	B	C	B	B	C
2	A	A	C	A	B	B	B	B	A	C	C	A	A	B	B	B	B	B	C	C
3	A	B	D	B	B	A	B	A	E	B	C	A	C	C	B	C	B	B	C	D
4	A	C	D	A	B	B	B	A	A	B	C	A	A	C	B	C	B	C	C	C
5	B	C	C	A	A	A	B	A	D	A	C	A	C	B	B	A	C	D	D	D
6	A	B	A	C	B	C	B	A	D	B	C	A	B	C	E	C	B	B	B	B
7	A	C	A	B	C	C	A	C	C	B	E	A	A	C	B	C	B	B	D	C
8	A	C	A	C	B	B	B	A	C	B	C	A	B	E	C	D	C	B	A	B
9	C	C	C	B	D	B	A	B	C	C	C	A	A	D	B	C	B	C	D	C
10	B	B	A	A	B	C	C	C	A	B	C	A	B	C	E	D	A	B	B	D
11	A	B	A	A	B	D	B	C	E	B	A	A	B	B	E	B	C	A	B	A
12	A	C	C	C	C	E	B	A	E	C	C	A	A	C	E	B	C	D	C	C
13	C	A	A	B	C	A	A	A	A	B	E	A	B	E	E	C	B	A	C	A
14	A	A	B	C	B	C	B	B	D	A	C	A	A	C	A	B	C	B	D	B
15	A	C	A	B	B	C	B	A	D	B	C	A	A	D	C	D	C	B	B	B
16	A	C	C	A	C	A	B	A	A	B	C	A	B	B	C	C	C	C	C	B
17	A	C	A	C	B	C	B	A	D	C	E	A	C	C	E	D	C	A	D	C
18	A	C	C	C	B	A	B	A	D	A	C	A	B	C	B	D	B	B	C	B
19	B	B	A	B	B	D	A	C	E	B	E	A	B	B	E	B	C	A	B	A
20	B	A	D	B	B	A	C	C	E	C	E	A	C	A	E	B	C	C	D	D
21	A	C	C	A	C	A	B	A	C	C	C	A	B	C	A	A	C	B	A	B
22	A	C	C	C	C	A	B	A	E	C	E	A	A	C	E	C	C	A	C	D
23	A	C	C	C	B	A	B	A	D	B	E	A	B	C	E	C	B	B	C	B
24	B	A	D	B	B	A	A	A	E	B	E	A	A	C	B	C	B	A	C	A
25	B	A	C	A	D	C	D	C	D	B	D	B	C	D	E	C	C	C	B	A
26	A	C	D	C	A	A	C	C	E	B	C	A	C	C	E	D	C	C	C	D
27	A	A	C	A	A	C	B	B	C	B	C	A	C	D	B	D	B	D	C	B
28	A	C	C	A	A	A	B	A	D	B	C	A	A	C	E	B	C	A	B	B
29	A	C	C	C	A	A	A	A	E	B	C	A	B	C	E	D	C	D	C	C
30	A	C	C	C	B	C	A	A	D	B	C	A	C	C	E	C	A	B	C	A
31	B	C	D	C	A	A	B	A	D	A	E	A	A	B	E	C	D	A	C	D
32	A	C	C	C	A	A	A	A	E	A	E	A	A	A	C	A	C	B	D	C
KEY-TCE (AAPT)	**A**	**C**	**D**	**C**	**B**	**A**	**B**	**A**	**D**	**B**	**E**	**A**	**B**	**C**	**B**	**C**	**B**	**A**	**D**	**B**
Item	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9***	**10**	**11***	**12**	**13**	**14**	**15**	**16***	**17**	**18***	**19**	**20**
A	22	8	9	11	7	15	8	20	5	5	1	30	12	2	2	3	2	8	2	6
B	8	5	2	8	16	4	20	**4**	0	20	0	2	12	6	9	8	11	14	8	10
C	2	19	15	13	7	10	3	8	5	7	20	0	8	18	5	13	18	6	15	9
D	0	0	6	0	2	2	1	0	12	0	1	0	0	4	0	8	1	4	7	7
E	0	0	0	0	0	1	0	0	10	0	10	0	0	2	16	0	0	0	0	0
Traços (sem resposta válida)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N° de indivíduos = N° de respostas	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32
Acertos%	0,69	0,59	0,19	0,41	0,50	0,47	0,63	0,63	0,38	0,63	0,31	0,94	0,38	0,56	0,28	0,41	0,34	0,25	0,22	0,31
GUESSING ESPERADO	0,75	0,75	0,8	0,75	0,75	0,8	0,75	0,75	0,8	0,67	0,80	0,8	0,67	0,8	0,80	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
Margem de acerto aleatório	-0,06	-0,16	-0,61	-0,34	-0,25	-0,33	-0,13	-0,13	-0,43	-0,04	-0,49	0,14	-0,29	-0,24	-0,52	-0,34	-0,41	-0,50	-0,53	-0,44
**Itens com 5 alternativas*	**y1**	**y2**	**y3**	**y4**	**y5**	**y6**	**y7**	**y8**	**y9**	**y10**	**y11**	**y12**	**y13**	**y14**	**y15**	**y16**	**y17**	**y18**	**y19**	**y20**
GUESSING DO ITEM	0,25	0,25	0,20	0,25	0,25	0,20	0,25	0,25	0,20	0,33	0,20	0,20	0,33	0,20	0,20	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
Limiar de domínio	0,88	0,88	0,90	0,88	0,88	0,90	0,88	0,88	0,90	0,83	0,90	0,90	0,83	0,90	0,90	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88

A	0,69	0,25	0,28	0,34	0,22	0,47	0,25	0,63	0,16	0,16	0,03	0,94	0,38	0,06	0,06	0,09	0,06	0,25	0,06	0,19
B	0,25	0,16	0,06	0,25	0,50	0,13	0,63	0,13	0,00	0,63	0,00	0,06	0,38	0,19	0,28	0,25	0,34	0,44	0,25	0,31
C	0,06	0,59	0,47	0,41	0,22	0,31	0,09	0,25	0,16	0,22	0,63	0,00	0,25	0,56	0,16	0,41	0,56	0,19	0,47	0,28
D	0,00	0,00	0,19	0,00	0,06	0,06	0,03	0,00	0,38	0,00	0,03	0,00	0,00	0,13	0,00	0,25	0,03	0,13	0,22	0,22
E	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,31	0,00	0,31	0,00	0,00	0,06	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

N	Rol (*ranking* do menor	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	y10	y11	y12	y13	y14	y15	y16	y17	y18	y19	y20	ESCORE
25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3
1	2	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	5
10	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	5
2	4	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	6
9	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	6
19	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	6
20	7	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	6
11	8	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	7
12	9	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	7
27	10	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	7
5	11	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	8
26	12	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	8
32	13	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	8
13	14	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	9
14	15	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	9
15	16	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	9
21	17	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	9
29	18	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	9
7	19	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	10
8	20	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	10
16	21	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	10
30	22	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	10
22	23	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	11
28	24	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	11
31	25	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	11
3	26	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	12
4	27	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	12
17	28	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	12
24	29	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	12
6	30	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	13
18	31	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	14
23	32	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	16

Classificação (Dificuldade)		y1 F	y2 F	y3 MD	y4 D	y5 N	y6 N	y7 F	y8 F	y9* D	y10 F	y11* D	y12 MF	y13 D	y14 F	y15 D	y16* D	y17 D	y18 D	y19* MD	y20* D	8,410282258
Equivale ao b da TRI	Índice de Dificuldade	0,688	0,594	0,188	0,406	0,500	0,469	0,625	0,625	0,375	0,625	0,313	0,938	0,375	0,563	0,281	0,406	0,344	0,250	0,219	0,313	0,455
*1 a 8 (27% com nota 7),	P27 menores	0,400	0,200	0,100	0,100	0,500	0,100	0,500	0,100	0,200	0,600	0,200	0,800	0,400	0,300	0,300	0,200	0,300	0,200	0,200	0,100	
**24 a 32 (27% com nota	P27 maiores	0,800	0,700	0,400	0,600	0,700	0,700	0,900	1,000	0,600	0,600	0,500	1,000	0,300	0,900	0,400	0,700	0,600	0,500	0,100	0,400	
Diferença P27 (ACIM -	Índice de Discriminação	0,400	0,500	0,300	0,500	0,200	0,600	0,400	0,900	0,400	0,000	0,300	0,200	-0,100	0,800	0,100	0,500	0,300	0,300	-0,100	0,300	0,330
item*teste *(condição*	Correlação de Pearson	0,471	0,406	0,181	0,441	0,296	0,386	0,387	0,704	0,269	0,048	0,238	0,461	0,088	0,470	0,126	0,374	0,391	0,158	-0,123	0,403	0,308641217
Padronizado	z	0,489	0,237	-0,887	-0,237	0,000	-0,078	0,319	0,319	-0,319	0,319	-0,489	1,534	-0,319	0,157	-0,579	-0,237	-0,402	-0,674	-0,776	-0,489	
Densidade	h(p)	0,354	0,388	0,269	0,388	0,399	0,398	0,379	0,379	0,379	0,379	0,354	0,123	0,379	0,394	0,337	0,388	0,368	0,318	0,295	0,354	
Quanto maior, melhor	Coeficiente Bisserial	0,617	0,514	0,262	0,558	0,370	0,484	0,494	0,899	0,343	0,061	0,311	0,907	0,112	0,592	0,167	0,474	0,505	0,215	-0,173	0,528	0,412066461
	Variância =	0,222	0,249	0,157	0,249	0,258	0,257	0,242	0,242	0,242	0,242	0,222	0,060	0,242	0,254	0,209	0,249	0,233	0,194	0,176	0,222	4,420
	K =	20,000																				
α retorno sobre a	alfa de Cronbach=	0,499	0,608																			
Erro padrão	SEM =	2,052																				

Quadro 23: Classificação para o Índice de Dificuldade.

Tipologia do item	Número aproximado	Limite aproximado itens de dificuldade
Muito fáceis	10%	de 0,75 a 0,95
Fáceis	20%	de 0,55 a 0,74
Normais	40%	de 0,45 a 0,54
Difíceis	20%	de 0,25 a 0,44
Muito difíceis	10%	de 0,05 a 0,24

Fonte: Cerdá (1984) e Erthal (1987).

$$r_{bisss} = \frac{r_{pb} \cdot \sqrt{p \cdot q}}{\sigma_x}$$

$$\alpha = \frac{K}{K-1}\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_T^2}\right]$$

K: El número de ítems
$\sum S_i^2$: Sumatoria de Varianzas de los Ítems
S_T^2: Varianza de la suma de los ítems
α: Coeficiente de Alfa de Cronbach

Quadro 26: Classificação para o Índice de Discriminação.

Valores	Tipologia do item	Classificação de Ebel (1965)
$DISCR \geq 0{,}4$	**Adequado** *(favorável a reaplicação)*	Discrimina **muito bem**
$0{,}3 \leq DISCR < 0{,}4$	**Bom** *(sujeito a aprimoramento)*	Discrimina **bem**
$0{,}2 \leq DISCR < 0{,}3$	**Marginal** *(sujeito a reelaboração)*	Discrimina **pouco**
$DISCR < 0{,}2$	**Inadequado** *(sujeito a rejeição)*	$0{,}1 \leq DISCR < 0{,}2$: Item limite. Se **deve mel**
		$DISCR < 0{,}1$: Item **sem utilidade para discr**

el (19

$$r_{bisss} = \frac{M^+ - M^-}{\sigma} \cdot \frac{p \cdot (1-p)}{h(p)}$$

Sendo o M^+ a média da medida de desempenho para os alunos que acertaram o item, M^- a média da medida de desempenho no teste para os alunos que erraram o item, σ o desvio-padrão da medida de desempenho no teste para todos os alunos, p o percentual de respostas e $h(p)$ o valor da densidade da distribuição normal com média 0 e variância 1 no ponto em que a área da curva à esquerda deste ponto é igual a p. (Borgatto & Andrade, 2012, p. 149)

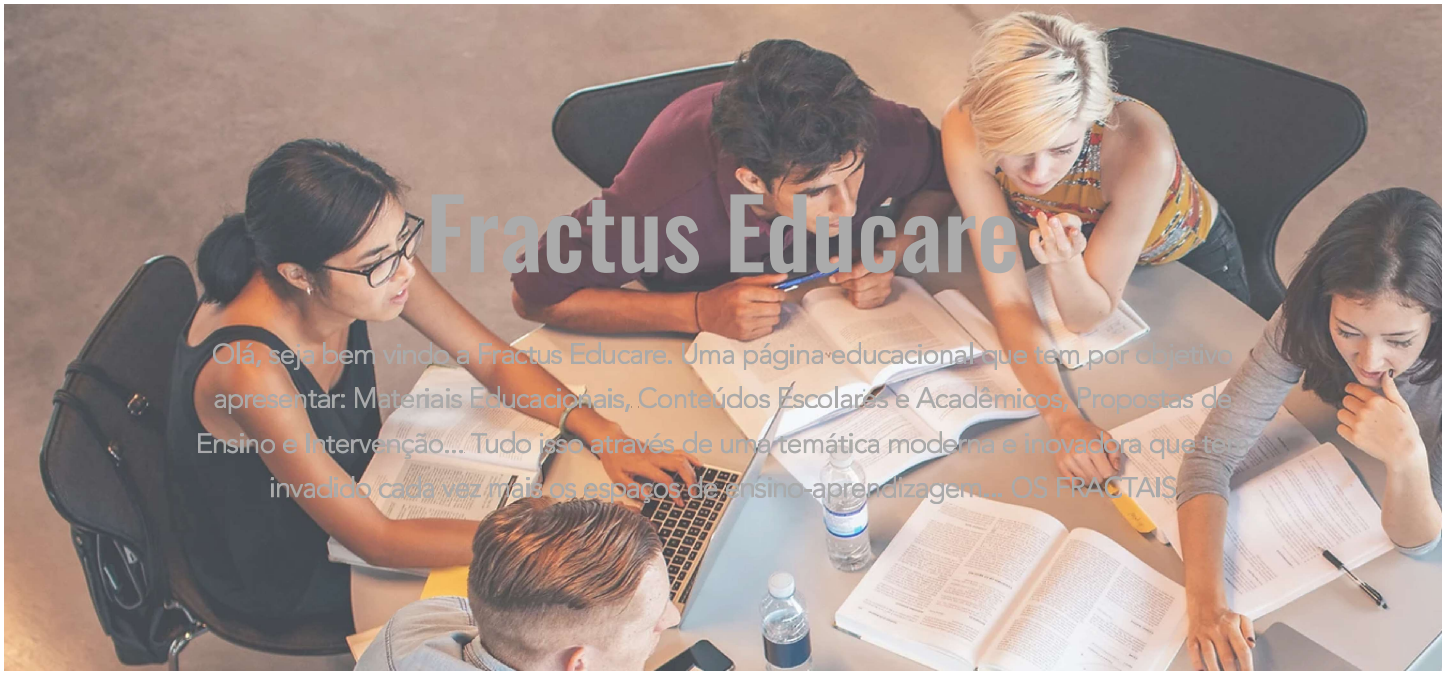
Quadro 27: Interpretação a ser feita na discriminação dos sujeito

Valores	Interpretação
$-1 < r_{pb} < 1$	Se o valor estiver negativo ou próximo de desempenho de *modo geral* no teste estão e contrariando aquilo que se espera. Recome item ou eliminá-lo.
$-1 < r_{bisss} < 1$	É uma transformação do r_{pb}. O seu valor r grupo de indivíduos que assinalaram uma entre aqueles de baixo e alto desempenho, possibilita inferir sobre um perfil de deterr proporções de escolhas sobre de indivíduo
Perfis de composição de grupos (de baixo e alto desempenho) pa do item, de acordo com os valores do r_{bi}	
Com um valor *negativo* e próximo de −1: perfil com predomínio de sujeitos de baixo desempenho [↑].	Com valor *igual ou próximo a zero*: perfil de composição misto, mais ou menos equilibrado.

APÊNDICE M – SITE FRACTUS EDUCARE

Link de acesso ao site online: https://fractuseducare.wixsite.com/website

Este site foi desenvolvido com o construtor de sites WIX.com. Crie seu site hoje. Comece já



Todos os posts

Criar um po

Fractus Educare
3 de Nov de 2021 1 min

VIABILIDADE USUAL DOS FRACTAIS NOS CONTEÚDOS DE FÍSICA: UMA REVISÃO NA LITERATURA

O estudo defende a viabilidade usual dos fractais como necessidade na abordagem dos conteúdos do ensino de física. Objetiva-se...

0 visualização 0 comentário 5

Fractus Educare
3 de Nov de 2021 1 min

PREMIADOS! - 1º Lugar no evento SECT 2021

A equipe da Fractus Educare foi hom... categoria de apresentação de trabalho ... de Ciência

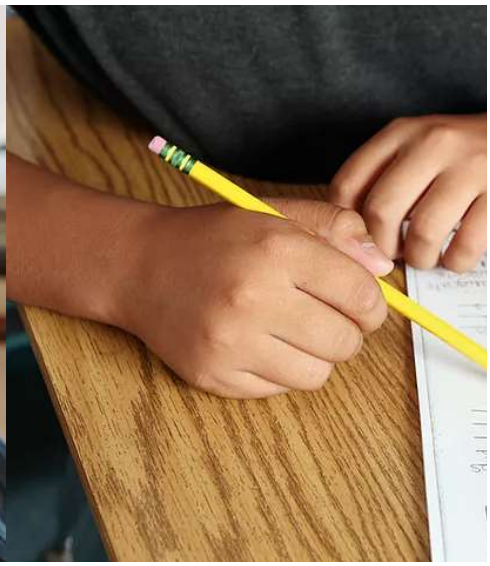
Chat de membros

Este site foi desenvolvido com o construtor de sites WIX.com. Crie seu site hoje. Comece já

Atividade Educacional

Saudações professor! Este material foi desenvolvido para auxiliá-lo na aplicação de uma atividade experimental virtual, construída com foco em alunos do **ensino superior**, mais especificamente aos alunos do **Laboratório de Eletricidade e Magnetismo** do departamento de física do Instituto de Ciências Exatas (ICE), localizado na **Universidade Federal do Amazonas**. Os professores a quem destinamos este material são os professores das disciplinas de **Laboratório de Física Geral III** e **Laboratório de Físca IIE.**

Abaixo seguem três abas com materias importantes para a realização dessa atividade:



Coletando Evidências

Elaboramos um teste conceitual com comentários e vários recursos adicionais para você, professor, utilizar livremente em suas aulas

Entrar >

Aplicação em sala de aula

Após coletar as evidências e estar ciente das dificuldades dos seus alunos preparamos uma sequência didática com diversas possibilidades para viabilizar uma aprendizagem potencialmente significativa

Entrar

Discutindo os resultados

Acesse nosso fórum e sinta-se a vontade para debater os recursos utilizados. Seja aluno ou professor, seu comentário é valioso para melhorarmos nossos instrumentos educacionais.

Entrar >

©2021 por Fractus Educare.

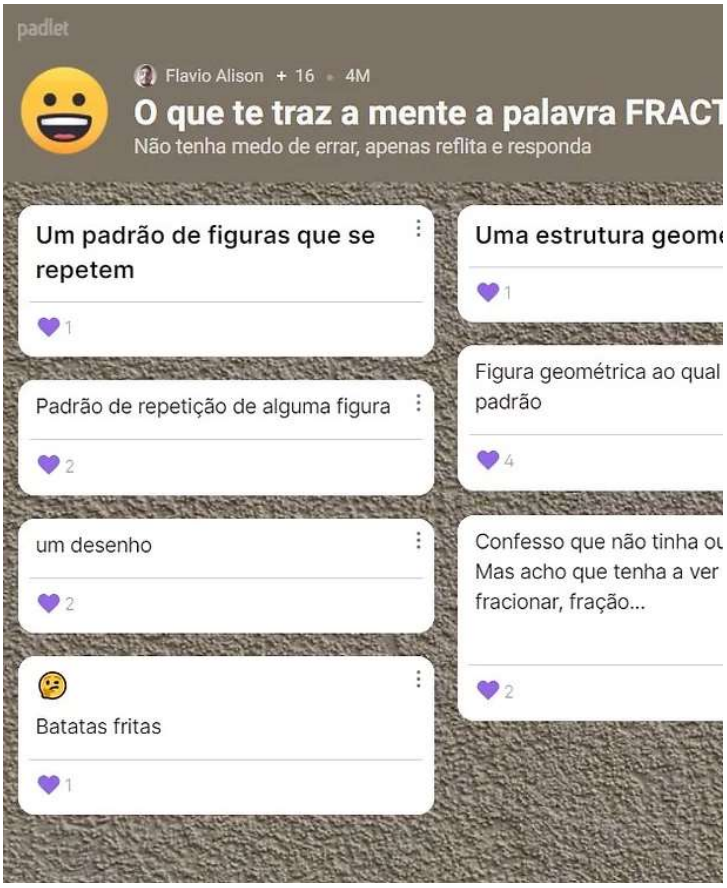
Chat de membros

Apoiado pela instituição beneficiária Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM)

Este site foi desenvolvido com o construtor de sites WIX.com. Crie seu site hoje. Comece já

Fractal?

Fractal é uma figura da geometria não clássica muito encontrada na natureza, isto é, um objeto em que suas partes separadas repetem os traços do todo completo. É pouco conhecido em âmbito educacional. Mas, cada vez mais frequente em diversas espectros do desenvolvimento humano. Arte, indústria, ciência médica e computacional são apenas alguns exemplos.



©2021 por Fractus Educare.

Apoiado pela instituição beneficiária Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM)

Chat de membros

Este site foi desenvolvido com o construtor de sites WIX.com. Crie seu site hoje. Comece já

Fórum de educação

Explore o fórum e conecte-se com outras pessoas ligadas ao tema da educação.

Filtrar por: Atividade Recente

Criar um novo post

				Atividade recente
Bem-vindo ao fórum da Fractus Fractus Educare	1	0	5	06 de nov. de 2...
TESTE CONCEITUAL - CBCRT Fractus Educare	4	0	10	07 de nov. de 2...
SUGESTÕES Fractus Educare	0	0	5	04 de nov. de 2...
Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) Fractus Educare	0	0	5	03 de nov. de 2...
Ferramentas Educacionais Fractus Educare	0	0	2	03 de nov. de 2...

©2021 por Fractus Educare.

Apoiado pela instituição beneficiária Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM)

Chat de membros

Este site foi desenvolvido com o construtor de sites WIX.com. Crie seu site hoje. Comece já

Aplicação da atividade

O design desta atividade se estabelece em torno da resolução e simulação de problemas envolvendo circuitos elétricos dispostos de maneira fractal, a saber o Triângulo de Sierpinsk, como uma forma de trabalhar conhecimentos envolvendo os conceitos básicos de circuitos elétricos de corrente contínua.

A estrutura desta atividade foi elaborada de acordo com o livro Conceber e Avaliar Manuais Escolares de François-Marie Gérard e Xavier Roegiers, são elas: **Apresentação dos Conceitos**, **Desenvolvimento do Conteúdo**, **Aplicação do Instrumento** e **Conclusão Integrativa**. Adicionamos também uma etapa inicial intitulada **Sondagem inicial**, que envolve a aplicação de um teste conceitual criado e desenvolvido especialmente para a identificação de subsunçores que auxiliem o professor na tomada de decisões que compõem as etapas desta aplicação.

Criamos um manual que irá instrui-lo na execução de cada uma dessas etapas😃👍

©2021 por Fractus Educare.

Apoiado pela instituição beneficiária Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM)

Chat de membros