

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA**

**KARLA MONIQUE CRUZ BERNARDINO**

**Resolução de Problemas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação em um  
Ambiente Virtual: Uma proposta para o Ensino de Derivadas**

**MANAUS-AM  
2022**

**KARLA MONIQUE CRUZ BERNARDINO**

**Resolução de Problemas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação em um Ambiente Virtual: Uma proposta para o Ensino de Derivadas**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Amazonas como requisito obrigatório para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

**Orientador:** Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira

**MANAUS-AM  
2022**

### Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Bernardino, Karla Monique Cruz  
B523r      Resolução de problemas e tecnologias digitais de informação e comunicação em um ambiente virtual: uma proposta para o ensino de derivadas / Karla Monique Cruz Bernardino . 2022  
84 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Disney Douglas de Lima Oliveira  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas.

1. GeoGebra. 2. Cálculo. 3. Aprendizagem. 4. Ambiente Virtual. I. Oliveira, Disney Douglas de Lima. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

# KARLA MONIQUE CRUZ BERNARDINO

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO EM UM AMBIENTE VIRTUAL: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE DERIVADAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPG-ECIM da Universidade Federal do Amazonas/UFAM, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

### BANCA EXAMINADORA



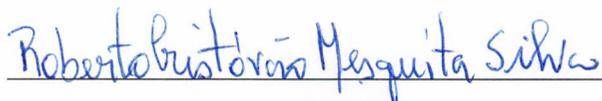
---

Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira  
Presidente da Banca



---

Prof. Dr. Yuri Expósito Nicot  
Membro Interno



---

Prof. Dr. Roberto Cristóvão Mesquita Silva  
Membro Externo

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à Deus que segurou minha mão desde o primeiro momento da etapa de seleção do mestrado, em cada detalhe, demonstrou-se preocupado em me ajudar e me deu forças quando nem eu acreditava ser capaz de seguir adiante com meu grande sonho.

Agradeço aos meus familiares que ficaram alegres com a notícia e ao meu marido que me acompanhou e abdicou de momentos somente para eu trilhar meu tão sonhado caminho da Educação e por estar ao meu lado, ouvindo que somente o ensino de qualidade é capaz de mudar tudo, inclusive nosso país.

Agradeço a cada colega que se dispôs a me ajudar seguir em frente, ainda que com palavras de incentivo, dado que estava cada vez mais próximo da defesa e eles tinham completa razão. Em especial Sammya, Josseane, Luana e Maria Izabel que me apoiaram em todo meu processo.

Ao meu orientador que demonstrou toda paciência com meu processo e minhas condições muitas vezes limitadas. A toda equipe e professores do PPGECIM que se dedicaram a transpor uma parte de seus conhecimentos, vocês fazem total diferença na vida das pessoas com suas palavras de incentivos e esperança.

A todos que contribuíram, diretamente ou indiretamente, para essa pesquisa. Meus profundos agradecimentos por fazerem parte dessa estória da minha vida.

## RESUMO

Este estudo trata-se de uma investigação sobre como utilizar o *GeoGebra* no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo I, atentando-se as contribuições do emprego desse *software* no desenvolvimento da percepção cognitiva dos alunos, diante de uma problemática relacionada às dificuldades de aprendizagem nesta disciplina. Todavia, a realidade transcende um fator que não pode ser ignorado no universo da pesquisa, ao abordar um novo direcionamento nas aulas virtuais utilizando as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs). Posto isto, inclui-se esta perspectiva como objeto de estudo da pesquisa e como pode interferir de modo positivo ou negativo no processo de ensino-aprendizagem. Esta dissertação está estruturada conforme três momentos respectivamente: levantamento literário acerca das produções educacionais desenvolvidas em campo sobre a aplicação do Cálculo I em ambiente virtual; primeiro contato do corpo discente com o *software GeoGebra* para o ensino de Cálculo I em um ambiente virtual; aplicação das atividades de Modelagem com o *software* dentro do ambiente, de forma participativa, com intuito de transpassar aos educandos os conceitos e aplicações de aprendizagem. Este processo foi avaliado via instrumentos eletrônicos, onde aplicou-se questionários para verificar como estes fatores influenciam no processo de desenvolvimento cognitivo do aluno, sendo inseridos nos diários de classe e entrevistas. O estudo buscou analisar e refletir sobre as implicações das situações impostas na disciplina de Cálculo I, tanto para a inserção de Modelagem através de um *software* quanto em relação ao ambiente virtual. O trabalho de pesquisa visa subsidiar essas aplicações práticas e atividades voltadas para o ensino de Derivadas, além de contribuir para o aprendizado da própria turma por meio de um caminho prazeroso ao estudar Cálculo. Ademais, verificou-se que o ambiente de aprendizagem que introduz investigações empíricas e tecnologias é promissor para a formação dos discentes, ao invés de tornar essa realidade mais distante. Por fim, os resultados confirmam que a Modelagem (*GeoGebra*) e ambientes virtuais podem se interligar de maneira a contribuir para o processo de aprendizagem dos alunos.

**Palavras-Chave:** *GeoGebra*; Cálculo I; Aprendizagem; Ambiente Virtual.

## ABSTRACT

This presents a study on an investigation of contributions to the use of GeoGebra work to study students' cognitive learning in a scenario with a major issue related to teaching teaching and their learning difficulties. However, reality transcends a factor that cannot be ignored in the research universe, when approaching a new direction in virtual classes using ICTs. That said, this perspective as an object of study includes research and how it can interfere in a positive way or in the teaching-learning process is negative. The division of the steps will be fragmented into three segments where preliminarily a literary study will be carried out about the productions carried out in the field and application of the virtual environment, highlighting the first contact of the student body with the GeoGebra Calculus I software in a virtual one; and apply as modeling activities with the Software within the environment in a participatory way in order to transfer to students the concepts and learning applications, respectively. The process will be evaluated electronically, where the cognitive instruments will be evaluated as important factors, this process of cognitive development will be inserted in the instruments of evaluation of the class and of the interview. The study analyzes and reflects on the implications of the software application conditions, both for the insertion of the modeling and in relation to the virtual environment. The research work with these practical applications and possibilities of use to apply the teaching of the class that will contribute to the learning of the class that will contribute to the learning of the class that can also contribute to the learning of the class as well as to learn and to discover in a path to teaching the beneficiaries themselves. In addition to verifying the learning environment and that technology is distant, it is possible that virtual environments can collaborate with reality and that virtual environments can collaborate with this reality more. Finally, the results confirm: Modeling (GeoGebra), Virtual environments can be interconnected in order to contribute to the students' learning process.

**Keywords:** GeoGebra; Calculation; Learning; Virtual Environment.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 1:</b> Aprovados versus reprovados.....                                 | 16 |
| <b>Figura 2:</b> Desenho da Etapa Metodológica .....                              | 22 |
| <b>Figura 3:</b> Tela inicial de apresentação sala <i>Moodle</i> – ColabWeb. .... | 46 |
| <b>Figura 4:</b> Tela com as atividades na sala <i>Moodle</i> – ColabWeb. ....    | 47 |
| <b>Figura 5:</b> Ambiente aulas gravadas Moodle.....                              | 47 |
| <b>Figura 6:</b> Sala de aula no Google Meet. ....                                | 48 |
| <b>Figura 7:</b> Atividade em janela pop-up dentro do curso Moodle .....          | 48 |
| <b>Figura 8:</b> Trecho da Resolução do Grupo 5 (1º Atividade Terreno).....       | 49 |
| <b>Figura 9:</b> Trecho da Resolução do Grupo 5 durante a etapa de Grupos.....    | 50 |
| <b>Figura 10:</b> Trecho da amostra na fase de plenária – Grupo 5. ....           | 51 |
| <b>Figura 11:</b> Rascunho da problematização na plenária - Grupo 5. ....         | 51 |
| <b>Figura 12:</b> Amostra do esquema de resolução no GeoGebra - Grupo 5. ....     | 52 |
| <b>Figura 13:</b> Amostra do esquema de resolução no GeoGebra - Grupo 4.....      | 52 |
| <b>Figura 14:</b> Atividade 1 plotada - Grupo 5. ....                             | 53 |
| <b>Figura 15:</b> Esquematização da resolução enviada - Grupo 4. ....             | 53 |
| <b>Figura 16:</b> Etapas aplicadas no 1º e 2º dia da metodologia .....            | 54 |
| <b>Figura 17:</b> Distribuição de notas dos alunos nas avaliações. ....           | 60 |
| <b>Figura 18:</b> Contribuição da Metodologia RP .....                            | 63 |
| <b>Figura 19:</b> Apresentação da plenária no Grupo 4.....                        | 65 |
| <b>Figura 20:</b> Esquema das fases e aplicações da Metodologia.....              | 66 |

## LISTA DE QUADROS

|   |    |
|---|----|
| <b>Quadro 1:</b> Etapas da pesquisa de Onuchi com adaptação para o cenário da pesquisa..... | 37 |
| <b>Quadro 2:</b> Critérios para a Seleção de Trabalhos (Inclusão e Exclusão).....           | 43 |
| <b>Quadro 3:</b> Artigos Relacionados.....  | 43 |
| <b>Quadro 4:</b> Concepções das aplicações com GeoGebra.....                                | 56 |
| <b>Quadro 5:</b> Concepções dos alunos sobre a Resolução de Problemas como metodologia..... | 61 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| <b>Tabela 1:</b> Bloco 2 das assertivas presentes no questionário ..... | 56 |
|---|----|

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

ATD - Análise Textual Discursiva

CDI - Cálculo Diferencial e Integral

Cep - Comitê de Ética em Pesquisa

RM - Ranking Médio

TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TICs - Tecnologias de Informação e Comunicação

UFAM - Universidade Federal do Amazonas

ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

PCN - Plano Curricular Nacional

# Sumário

|  |    |
|--|----|
| CAPÍTULO 1 .....   | 12 |
| INTRODUÇÃO.....  | 12 |
| 1.1 Contextualização.....  | 12 |
| 1.2 Definição do Problema .....  | 14 |
| 1.3 Justificativa .....  | 16 |
| 1.4 Motivação .....  | 18 |
| 1.5 Objetivos .....  | 19 |
| 1.5.1 <i>Objetivo Geral</i> .....                                      | 19 |
| 1.5.2 <i>Objetivos Específicos</i> .....                               | 19 |
| 1.6 Metodologia da Pesquisa .....                                      | 19 |
| 1.6.1 <i>Abordagem da Pesquisa</i> .....                               | 20 |
| 1.6.2 <i>Participantes da Pesquisa</i> .....                           | 20 |
| 1.6.3 <i>Procedimentos Metodológicos</i> .....                         | 21 |
| 1.6.4 <i>Instrumentos de Coletas de Dados</i> .....                    | 23 |
| 1.7 Procedimentos Éticos na Pesquisa .....                             | 24 |
| 1.8 Estrutura da Dissertação .....                                     | 26 |
| 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....  | 27 |
| 2.1 Aprendizagem e dificuldades enfrentadas no Ensino de Cálculo ..... | 27 |
| 2.2 A Modelagem e as TICs no Processo de Aprendizagem.....             | 29 |
| 2.3 <i>GeoGebra</i> no Ensino de Cálculo .....                         | 31 |
| 2.4 A Resolução de Problemas no Ensino de Matemática.....              | 33 |
| 2.5 RECORTE TEÓRICO .....  | 39 |
| 3 TRABALHOS CORRELATOS .....   | 42 |
| 3.1 Revisão Sistemática da Literatura.....                             | 42 |
| 3.2 Estratégia de busca.....   | 42 |
| 3.3 Princípios adotados para a Inclusão e Exclusão .....               | 42 |

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 3.4 | Extração de dados .....  | 43 |
| 4   | ABORDAGEM METODOLÓGICA .....   | 46 |
| 4.1 | Considerações Iniciais .....   | 46 |
| 4.2 | Atividades no Ambiente Moodle.....   | 46 |
| 4.3 | Atividades de aplicação do GeoGebra.....   | 48 |
| 4.4 | Aplicação da Pesquisa .....  | 54 |
| 5   | RESULTADO E DISCUSSÕES .....   | 55 |
| 5.1 | A formação do Conceito de Derivada.....  | 55 |
| 5.2 | A percepção dos alunos com a aplicação de <i>GeoGebra</i> nas atividades.....              | 55 |
| 5.3 | Um novo olhar sobre a aplicação do <i>GeoGebra</i> no ambiente virtual.....                | 58 |
| 5.4 | Utilização do <i>GeoGebra</i> como ferramenta para aprendizagem dos conceitos de Derivadas | 59 |
| 5.5 | A Metodologia de Resolução de Problemas para aprendizagem em ambiente virtual              | 61 |
| 5.6 | Adaptações das Etapas de Metodologia de RP em ambiente <i>on-line</i> .....                | 63 |
| 6   | CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS.....  | 69 |
|     | REFERÊNCIAS .....  | 71 |
|     | .....  | 75 |
|     | .....  | 75 |

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Neste espaço, será apresentada a contextualização da pesquisa educacional, a justificativa, o problema identificado e como será enfrentado, bem como a motivação que estimulou a escrita da pesquisa. Os objetivos que orientaram o trabalho e a metodologia para alcançá-los também estarão nessa seção.

### 1.1 Contextualização

O ensino de Cálculo é uma temática de grande desafio para alunos de cursos superiores de Ciências Exatas e, assim, visto como um empecilho para prosseguir seus estudos no ensino, principalmente por ser largamente utilizado em várias disciplinas em diferentes cursos (FERRÃO, 2013; ZARPELON, 2016).

Conforme Ramos (2009), essas dificuldades se originam, na maioria das vezes, ao compreender algebricamente as atividades propostas, em que o aluno não consegue identificar as etapas de resolução, se confundindo e desenvolvendo incorretamente a resposta, fato ocasionado pelo fato do aluno não conseguir relacionar os conceitos estudados e fatos vivenciados no dia a dia. Esse distanciamento do aluno para com uma aula onde ele deveria estar em um aprendizado ativo e crítico acaba tornando-se uma experiência frustrada tanto para o docente quanto para o próprio discente. Vários estudos apontam possíveis causas para essa problemática no ensino em meio a reprovações e falhas na aprendizagem dos conteúdos (FERRÃO, 2013).

Porém, a principal causa apontada nesses trabalhos e outros relacionados ao tema se trata da distância do conteúdo e como ele é apresentado em sala de aula para realidade das aplicações reais. Segundo Rezende (2003), a prevalência do significado lógico sobre os sentidos dos resultados de cálculos deveriam estar presentes em aulas expositivas, ou seja, os alunos

poderiam resolver suas atividades e atribuir sentido as mesmas, para uma real compreensão e assimilação dos conteúdos.

As estratégias de ensino e metodologias visam melhorar a aprendizagem nesse cenário que, segundo Havelange (2012), são categorizadas como áreas científicas de discussão, onde aumentam a defasagem do ensino e questiona-se as metodologias para o ensino de Matemática, o currículo e a formação dos professores. O inconformismo faz com que surjam pesquisas e novas formas tanto de aprender quanto ensinar em busca dessa mudança nas interações e formações da aprendizagem.

Autores, como Garzella (2013), citam exemplos que em uma aula expositiva o livro é muito importante, porém, a utilização de outros recursos auxilia muito nesse processo de compreensão do aluno como no caso das TICs, que funcionam como instrumentos nesse processo. Contudo, existem diversas possibilidades de inserção para cada tipo de instrumento e como ele será aplicado no contexto de aprendizagem, para o aluno verificar quais suas contribuições ou até mesmo propor modificações que possam trazer benefícios.

Em contrapartida, surgem inúmeras possibilidades para mudanças desse cenário e todas incluem transformações nas tradicionais formas de ensino desde novas metodologias até formação de professores. Nesse cenário o desenvolvimento da tecnologia caminhou em conjunto, auxiliando em diversos pontos de evolução e uma delas foi a inserção de ferramentas para esse desenvolvimento como no caso da Modelagem como “auxílio para despertar o interesse, ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir” (BASSANEZI, 2002, p.), onde o aluno era capaz de “pensar” sobre a resolução dos exercícios e modelar seu desenvolvimento do Cálculo, se tornando um aprendiz ativo do seu processo.

Nessa perspectiva, o avanço tecnológico, na maioria dos casos, torna-se mais cabível quando se têm alunos de forma presencial em classe, observando de perto a interação e todo seu desenvolvimento ao longo das atividades, porém, com nossa nova realidade ficaram mais difíceis de analisar tais dados. A necessidade de contribuir e buscar formas para otimizar esse processo de aprendizagem continuam (BASSANEZI, 2002).

Os âmbitos virtuais se tornam cada vez mais presentes e a necessidade de explorar suas contribuições ou melhores formas de aplicação, além de buscar suas limitações e dificuldades encontradas no dia a dia dos alunos. Existem diversos *softwares* disponíveis e um que se popularizou através de seu custo-benefício e mobilidade é denominado *GeoGebra*, cuja característica principal ocorre pela apresentação de uma interface de simples compreensão e aplicação pelos alunos, além de ser uma versão gratuita, que possui um vasto material de treinamentos disponíveis. Contudo, sua aplicação também, em diversos estudos, decorre em

salas de aulas presenciais, dificultando a análise de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo quando aplicados em ambientes virtuais (MATTAR, 2013).

Atividades experimentais podem aguçar a curiosidade do aluno, com metodologias que o façam se perceber como participante do processo, dando mais significado a sua aprendizagem. Assim, poderá relacionar todo conteúdo explicitado pelo professor, modelando cada etapa algébrica de maneira que venha a absorver esse conhecimento e ainda possa aplicar de forma virtual, através das tecnologias em ambientes presentes.

Como o aluno se porta e interage nas aulas é de fundamental importância nessa avaliação, visto que, em muitas aplicações de ensino ainda são levados em consideração, nas avaliações finais, apenas números de reprovações e notas, sem oportunizar a reflexão de sua própria trajetória. Nessa visão, é acompanhado todo esse desafio de pensar e contextualizar a inserção de ambientes virtuais aliados a atividades que deixam o aluno mais próximo de situações reais, as quais permitam a assimilação com conteúdo de Cálculo (GARZELLA, 2013).

A proposta do trabalho é inserir o *software* como ferramenta de aprendizagem nesses ambientes virtuais através de uma metodologia que permita ao aluno obter essa interface de Resolução de Problemas e associá-la ao seu cotidiano, aproximando as aulas teóricas da prática através das ferramentas digitais e interação entre os participantes.

Com essa pesquisa pretende se fornecer contribuições tanto sociais quanto científicas, já que visa contribuir com a aprendizagem dos alunos acerca dos conceitos de Cálculo e bem como aplica-los em atividades cotidianas sendo no final capazes de associa-los e ter uma visão crítica de suas manipulações.

## **1.2 Definição do Problema**

O desafio exposto vai de encontro com inúmeras barreiras já encontradas, como o fato de o ambiente virtual ainda ser pouco explorado no sentido de estudos qualitativos que visem esse aprendizado do aluno por uma lente de processos e, principalmente, como inserir ferramentas nesse ambiente de modo que contribuam e não dificultem ainda mais o aprendizado.

Durante todos esses anos, ao enfrentar essas dificuldades epistemológicas no ensino de Cálculo, é necessário um estudo amplo que verifique a mediação e a inserção do *software* nesse

ambiente de ensino virtual, de modo a facilitar atividades que envolvam soluções de problemas e aproximar os alunos do entendimento dos conceitos de Derivadas.

Dentro dessa perspectiva de metodologias que buscam otimizar o processo de ensino aprendizagem, nas salas de aula, ainda se busca uma forma de melhor arranjo e aplicação das mesmas sem prejuízos e explorando o máximo suas contribuições, para que o ensino de Cálculo, em conjunto com tecnologias, permitam a contextualização dos tópicos ensinados sem prejudicar o desenvolvimento do aluno (FEITOSA *et al.*, 2020). Logo, espera-se instigar o espírito investigador e a curiosidade dos alunos através da interação e troca de experiências.

Diante inúmeros estudos sobre metodologias que auxiliam esse processo e guiam tanto alunos quanto professores, pode-se verificar como exemplo de Polya (1997) com sua defesa de Resolução de Problemas e Onuchi (1999), dando seguimento a ela com melhorias e adequando para a realidade em que vivemos com o uso maior de tecnologias digitais e incluindo alguns focos que antes não tinham áreas de estudos. Nesse horizonte, o *GeoGebra* apresenta uma interface e possibilidades de desenvolvimento de multitarefas dentro do mesmo ambiente, além de abranger conteúdos de disciplinas iniciais até de maiores níveis e padrões matemáticos nos cursos de Ciências Exatas, como Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral II (FEITOSA *et al.*, 2020).

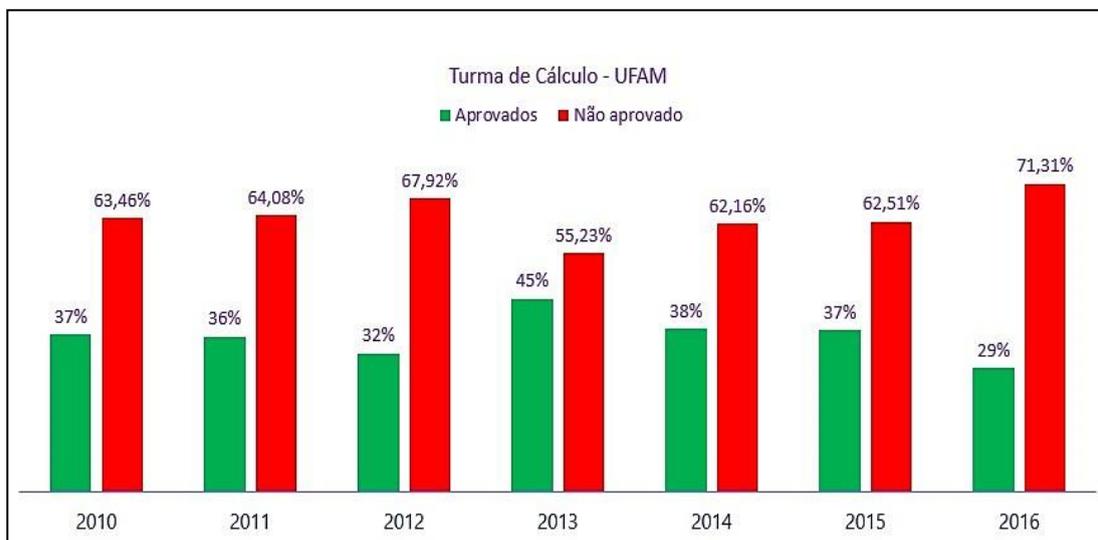
A pesquisa se desenvolveu com essas três vertentes: metodologia; tecnologia; interação. A investigação se deu pela interação dos alunos participantes com o *GeoGebra* em um ambiente de sala de aula virtual, observando as contribuições, limitações, peculiaridades e, principalmente, as evidências de aprendizagem dos participantes. Segundo Mattar (2013), existe a necessidade de incluir novas estratégias pedagógicas que se atentem à interação e, nessa busca de contribuir, surge o problema que visa facilitar essa compreensão, de como e quais os benefícios dessas ferramentas citadas.

Portanto, nesse contexto em geral, buscamos responder as seguintes questões norteadoras, que, de acordo com Gil (2010), devem apresentar clareza e estarem escritas em formato de pergunta: Qual a contribuição do *GeoGebra* no desenvolvimento cognitivo e aprendizagem dos alunos no ensino de Derivadas em um ambiente virtual? Qual a percepção dos discentes diante da aplicação da metodologia de Resolução de Problemas propostas no Ensino de Cálculo em salas de aulas virtuais?

### 1.3 Justificativa

O ensino de Cálculo é amplamente utilizado em vários cursos de graduação na área de Exatas para formação de profissionais tanto na área acadêmica quanto outras. A realidade mostra altos índices de reprovações nesses cursos e muitas vezes acabam impedindo o aluno de evoluir no curso, podendo ocorrer a desmotivação diante de resultados insatisfatórios com as provas e avaliações. A justificativa desse trabalho, no contexto social, é uma pesquisa que busca estar inserida nesse meio, para contribuir com o estudo de práticas que guiem tanto o estudante quanto os professores.

**Figura 1:** Aprovados versus reprovados em cálculo 1.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Na imagem, pode-se observar como são as discrepâncias entre os dados de aprovados e reprovados e que são dados visuais da desigualdade disso que afeta diretamente no processo.

Embora as práticas de aulas virtuais tenham se difundido, na realidade, a pesquisa busca enfoque de como otimizar esse processo de forma a contribuir para aprendizagem cognitiva e como esse caminho trilhado pode auxiliar em futuras turmas, trazendo a esse estudante uma forma divertida e mais leve de se encarar a Matemática e o estudo de Cálculo durante seu dia a dia na vida acadêmica, visto que existe uma carência de estudos nessa área englobando o cenário virtual. Assim, cabe a instituição de ensino proporcionar um ambiente de aprendizagem estimulante e que seja propício para inserção dessas novas ferramentas e metodologias.

Durante as aulas tradicionais, em que os alunos estão de forma presencial, aprendendo Cálculos, já é notório que muitos apresentam dificuldades de compreender a disciplina, porém, de maneira virtual a aplicação desses conceitos se depara com os empecilhos maiores. Tal fato inclui manter a atenção e conseguir transmitir essas informações de maneira que não prejudique

o aprendizado do aluno e sua percepção cognitiva através de ferramentas digitais e inovações de apresentação dessas atividades, a fim de continuar estimulando na busca por novos desafios.

Práticas envolvendo metodologias que trabalhem a motivação do aluno, de maneira a apresentar uma postura participativa durante as aulas em busca das soluções em suas atividades, têm se mostrado eficazes nesse sentido. Conforme TRNA (2017), existem algumas técnicas de ensino cognitivas que contribuem para a aprendizagem como estimulação através da experimentação e tarefas e projetos envolvendo a solução de problemas. Portanto, no ensino virtual uma das possibilidades da prática da experimentação é por meio de *softwares* e uma das metodologias de projetos de solução de problemas é a Resolução de Problemas (RP) de Onuchi (2013). A pesquisa foi realizada unindo essas duas vertentes, acreditando-se que colaboram para a aprendizagem e desenvolvimento cognitivo do aluno.

Na atualidade, o ambiente virtual e as TICs estão com um enfoque maior do que nos últimos 10 anos devido a necessidade durante a pandemia de continuar as aulas de maneira remota e com auxílio de tecnologias que facilitem ao máximo essa prática. Porém, ainda existe poucos estudos que tratem a utilização de tecnologias digitais de maneira remota, principalmente do ponto de vista qualitativo, já que se torna um ambiente menos interativo do que as tradicionais salas de aula. Nesse âmbito de pertinência e relevância do tema dessa pesquisa no meio científico, apresenta-se uma contribuição que investigue e justifique de que maneira essas ferramentas e metodologias colaboram para a aprendizagem e a utilização dessas tecnologias a serviço tanto dos alunos quanto dos professores nessa nova realidade de salas virtuais.

A princípio, uma breve visualização dos trabalhos que já direcionam um rumo trilhado nessa perspectiva e utilizam outras metodologias como Resolução de Problemas em sala de aula presencial de ensino de Cálculo obtêm resultados satisfatórios quando aplicados, porém, na opção virtual, que se encontra em maior crescimento de demanda atualmente, ainda existem lacunas. Assim, a aplicação do próprio estudo com atividades que se diferenciam nos objetivos e discussões a respeito da problemática do ensino de Cálculo, com enfoque no desenvolvimento cognitivo e processo de aprendizagem, demonstra uma escassez de pesquisas qualitativas que estejam preocupadas com o processo em si e não apenas em números de aprovações.

A proposta da pesquisa se trata dessa inserção do *software* em ambiente virtual como ferramenta que contribua para a aprendizagem e superando as limitações do ambiente e propondo atividades que coloquem esse aluno como centro, aplicando atividades com resoluções de problemas e o professor como mediador desse processo, o qual observa e estimula o aluno.

## 1.4 Motivação

A motivação dessa pesquisa em primeiro lugar se torna de caráter pessoal, por se tratar de uma busca por respostas e meios que auxiliam problemas encontrados ao longo de cinco anos de graduação e o desejo de encontrar meios que reduzissem essa carga tanto para a própria trajetória profissional quanto auxiliar outros que estejam no início ou meio da caminhada.

Perante a essa caminhada em busca de formação profissional e ao se deparar com essas dificuldades, foi possível constatar que essa não se tratava de uma situação em que se encontrava sozinha, existiam diversos outros alunos de cursos semelhantes que tinham esse bloqueio e acabavam se desestimulando com as metodologias tradicionais e pelo fato de não conseguirem acompanhar a turma, concluindo, muitas vezes, que o problema poderia residir nos próprios e não no sistema de ensino ou formas de apresentação da disciplina em sala de aula.

Enquanto ocorre uma evolução no sistema de ensino em uma velocidade quase não acompanhável por muitos, se trata da urgência desse tema em meio a pandemia e uma necessidade de o ensino não entrar em colapso. Cada instituição de ensino encontrou um meio de prosseguir suas atividades de maneira virtual, preocupando-se com plataformas e redes de dados, assuntos não menos importantes, porém, uma qualidade de aprendizagem e assimilação por parte dos alunos, na qual já era nítido a deficiência nas aulas presenciais e se agravaram durante as virtuais.

Nesse novo cenário, ocorreu uma motivação de inserir uma pesquisa que se preocupasse com esse processo, as mesmas métricas do ensino presencial, todavia, agora analisando essa aplicação em salas de aula virtualmente e acompanhando esses alunos, para estimular a aprendizagem e verificar nesse processo seus resultados e dificuldades epistemológicas, de uma maneira que ajudasse a desmistificar o Cálculo como algo inatingível e difícil de ser compreendido.

Dessa forma, uma das soluções que ajudou a própria trajetória da autora foi o fato de ter se deparado com professores que aproximaram a realidade dos números com o dia a dia, intensificando o pensamento crítico e contribuindo, de fato, para levar essa realidade a outros alunos através da pesquisa. Ou seja, professores que estavam dispostos para novas metodologias e a inseriram no seu dia a dia e sala de aula e, durante a pandemia, foram além dos limites na busca por ferramentas que pudessem compor essa nova realidade.

A proposta do trabalho versa sobre a possibilidade de mais professores inserirem diferentes metodologias e ferramentas em suas salas de aula e aumentem esse contato como

mediadores dos alunos, de modo que venham a contribuir para a formação dos alunos e, assim, para a sequência em seus respectivos cursos e formações.

## **1.5 Objetivos**

Para que a proposta fosse concretizada foram traçados os seguintes objetivos abaixo:

### *1.5.1 Objetivo Geral*

Investigar as contribuições do *GeoGebra* para o desenvolvimento cognitivo da aprendizagem em um ambiente virtual, visando melhor compreensão de Derivadas na disciplina de Cálculo I, através da Metodologia de Resolução de Problemas.

### *1.5.2 Objetivos Específicos*

- Determinar as contribuições da utilização do *GeoGebra* na aprendizagem de Derivadas na disciplina de Cálculo I em ambientes virtuais;
- Verificar a percepção dos alunos sobre a aplicação de atividades utilizando *GeoGebra* em ambiente virtual;
- Estabelecer contribuições/adaptação da aplicação da Metodologia de Resolução de Problemas em um ambiente de aulas virtuais.

## **1.6 Metodologia da Pesquisa**

Neste capítulo, será apresentado o percurso metodológico desta pesquisa idealizado e seguido durante o seu desenvolvimento. Tendo em vista que foram planejadas e apresentadas as seguintes etapas: a abordagem metodológica da pesquisa; a estratégia de investigação que guiou os procedimentos; procedimentos éticos; método que foram recolhidos e analisados os dados, bem como uma breve descrição das etapas que foram seguidas durante toda aplicação para melhor entendimento do leitor da pesquisa.

### 1.6.1 Abordagem da Pesquisa

Tendo em vista a questão de pesquisa e os objetivos do trabalho, a abordagem metodológica que foi traçada para atingir essa interligação considerou a linha de pesquisa de utilização de recursos tecnológicos. Dito isso, optamos por uma Pesquisa Qualitativa, pois buscamos identificar as contribuições inerentes do processo de aprendizagem, a interação entre os sujeitos, concepções e significados do fenômeno. A Pesquisa Qualitativa, segundo Creswell (2010), é uma forma de investigação interpretativa que os pesquisadores fazem do que enxergam, ouvem e entendem.

Essa metodologia tem um caráter de mergulhar no contexto e no ambiente que será estudado totalmente de acordo com o objetivo da pesquisa, sem se preocupar apenas com o produto final e sim com o processo. Na pesquisa, foi identificado que para seus objetivos o foco completo seria dessas visões e na relação de ideias e percepções com o contexto do ambiente submetidos, como cita sobre a “essência” da Pesquisa Qualitativa:

O enfoque qualitativo é selecionado quando buscamos compreender a perspectiva dos participantes (indivíduos ou grupos pequenos de pessoas que serão pesquisados) sobre os fenômenos que os rodeiam, aprofundar em suas experiências, pontos de vista, opiniões e significados, isto é, a forma como os participantes percebem subjetivamente sua realidade. (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2012, p. 376).

Essa pesquisa foi elaborada como observação participante, que, conforme Lakatos e Marconi (2003), é um processo de pesquisa empírica, cujo objetivo se encontra na formulação de questões ou de um problema. Nesse caso, através de situações-problema e sequências de atividades propostas aos alunos, foi analisado todo esse percurso de investigação.

Além disso, apenas os questionários finais não seriam de fato eficazes para captar esse processo de aprendizagem e evolução dos alunos, sendo, portanto, necessário que o pesquisador estivesse inserido nesse ambiente, ou seja, tornando-se parte dele, interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar o seu cotidiano para sentir o que significa estar naquela situação (QUEIROZ; VALL *et al.*, 2007).

### 1.6.2 Participantes da Pesquisa

Os participantes da pesquisa foram selecionados de maneira intencional, tratando-se da turma de Cálculo I (80 horas) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), no semestre 2/2021, com uma população de 45 alunos. Segundo Creswell (2010, p. 212) “a seleção

intencional dos participantes ou dos locais [...] ajudarão o pesquisador a entender o problema e a questão de pesquisa”.

A seleção do local da pesquisa na UFAM se deu além dos dados iniciais de reprovação e dos trabalhos iniciais e problema de pesquisa terem sido avaliados e observados na própria instituição. A turma de Cálculo I foi escolhida para aplicação em relação ao impacto que os alunos enfrentam ao sair do Ensino Médio, tornando isso um fator de altos índices de desistência e os conteúdos em relação ao aprendizado. Além dos citados anteriormente, na atualidade que ocorre a pesquisa na pandemia, se fazia necessário o curso disponibilizar de recursos que pudessem se aplicar tanto os instrumentos de pesquisa como as avaliações e estarem estruturados para não tivéssemos tanta influência que pudesse vir a prejudicar a pesquisa e a Universidade já tinha um ambiente *Moodle* estruturado com os professores e alunos orientados.

### 1.6.3 *Procedimentos Metodológicos*

A pesquisadora participou das aulas da disciplina de Cálculo I durante o semestre letivo, de acordo com o tópico de Derivadas previsto na ementa. Assim, acompanhou a aplicação de atividades para o desenvolvimento desta pesquisa juntamente com o professor titular. Na coleta de dados, também se atentou às dúvidas dos discentes durante as aulas da disciplina por meio da plataforma *Google Meet*, para as aulas *on-line*, e *Moodle* para interatividade com alunos e postagem das atividades.

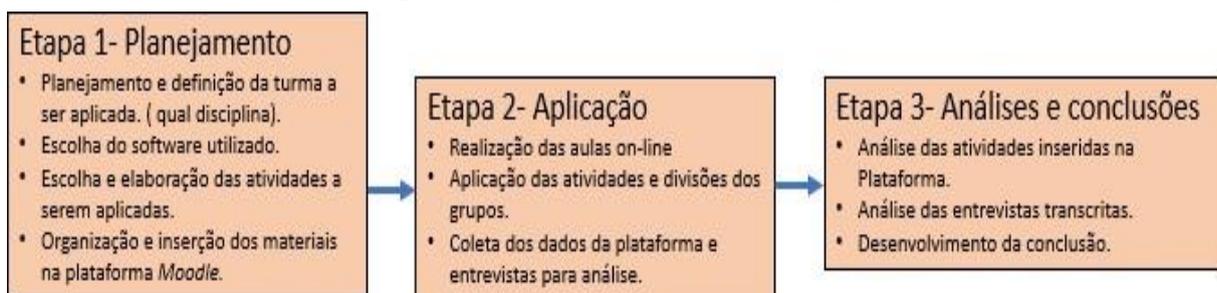
No Apêndice I, consta o conteúdo completo e todos os itens abordados destacados com as atividades, sendo que a pesquisadora esteve presente, mesmo em outros assuntos, como observadora da turma para não visualizar de uma forma fragmentada a disciplina e a turma envolvida. Nesse sentido, consoante a Sampieri, Collado e Lucio (2012, p. 385), “o pesquisador deve realizar uma imersão completa no ambiente”. Por isso, ocorreu a inserção no dia a dia e acompanhamento em todas as aulas para reforçar essa ligação com os alunos e contexto.

A natureza exploratória da pesquisa em relação ao foco apresentou mudanças e flexibilidade em relação ao planejamento e uma maior familiarização com o problema como citado (GIL, 2010.) Durante a trajetória, por diversos motivos do desenho da aplicação virtual ocorreram modificações, como a organização dos grupos e a desistência de alguns alunos, sendo necessárias reorganizações para prosseguir com a coleta de dados.

Foram definidas as fases da pesquisa, a fim que pudessem organizar e serem minimizados esses desvios durante o curso através dos detalhamentos metodológicos: A **primeira fase** envolveu as etapas de preparação dos elementos do estudo e o desenvolvimento dos protocolos

e atividades que seriam aplicadas, bem como de coleta de dados. A **segunda fase** abarcou o campo onde a pesquisadora fez os procedimentos de coleta das amostras com as aplicações e posteriores entrevistas. Por fim, a **terceira fase** com as análises dos questionários e dados coletados durante as aulas. Para melhor compreensão, foi elaborada a tabela sobre os três momentos de desenvolvimento que serão seguidos:

**Figura 2:** Desenho da Etapa Metodológica.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Na primeira etapa do planejamento, foram realizadas as delimitações do campo de aplicação e quais instrumentos seriam utilizados. A definição de aplicação foi na turma de Cálculo I por conter um tópico de um assunto que é totalmente discutido como uma grande dificuldade de aprendizagem nos ambientes acadêmicos que é Derivadas. Segundo o trabalho de Ramos (2009), a carência nesse ramo da Matemática é grande e principalmente nas suas “aplicações”, ou seja, os alunos saem no final da disciplina sem, de fato, saberem aplicar as habilidades aprendidas em sala de aula.

O trabalho do autor retrata os diversos registros de representação da Derivada e essa transição entre as representações podem contribuir com o aprendizado, além da dificuldade quando os alunos precisam recorrer a soluções que contém o conceito em si da Derivada. Tal fato ocorre por não conseguirem traçar estratégias que levam a essa resolução, o que demonstra claramente a escolha do tópico.

A preferência pelo *software GeoGebra* se deu por ser de fácil interação e apresentar várias opções de acesso, incluindo o mobile por dispositivo móvel, permitindo que não se fosse necessário uma grande preparação antes da sua inserção nas aulas, além da possibilidade de “experimentação e investigação Matemática” (MOLINARI; APARECIDA; RETSLAFF, 2019). Vale salientar também que este foi inserido na turma nos tópicos anteriores de Derivadas e, até chegar nas atividades aplicadas, se ambientaram com a ferramenta.

A plataforma *Moodle* foi escolhida por já ser a interface utilizada durante toda pandemia e, antes disso, já oferecia cursos, inclusive uma oficina de *GeoGebra* no ano de 2020. Então,

apresentava todas as ferramentas necessárias de registro para as atividades e, caso fosse necessário, algum *feedback* e retorno ao aluno após as correções.

Durante a primeira aula, no ambiente digital *Google Meet*, o conteúdo relacionado foi discutido no início das atividades com a aplicação de uma situação-problema distribuída aos alunos e, em seguida, um roteiro para que os passos fossem seguidos. Importante frisar que a atividade sempre foi aplicada em paralelo com o conteúdo programático, visando seguir a interpretação de Onuchi (ano), que os mesmos devem caminhar em conjunto para que de fato ocorra a construção do aprendizado e não de maneira final, soando como apenas avaliativa.

Os discentes receberam um roteiro com a situação-problema (previamente elaborada pela pesquisadora em conjunto com professor da disciplina, baseada no conteúdo programático). A partir desses dados, desenvolve-se a suposição por meio da Resolução de Problemas, identificando os itens referentes à disciplina e, em seguida, realizou-se a divisão dos grupos e cada um se direcionou para uma sala do *Google Meet*, para aplicação das conjecturas e melhores discussões.

Com o *software*, as equipes puderam visualizar a questão de forma gráfica e confirmar os pontos identificados. Após a resolução, atribui-se como data de entrega até próximo dia útil, para o envio final da atividade na plataforma *Moodle*, levando em consideração o tempo da disciplina durante a aula, cerca de 1h 45min apenas. Dadas as respostas na aula seguinte, os grupos foram convidados a compartilharem suas soluções por compartilhamento de tela, via discussão e interação entre os alunos e professores através da sala principal, onde cada grupo apresentou suas respostas, por fim, o professor revelou as respostas corretas e finalizou com os comentários e discussões da turma no geral.

Dessa forma, foram analisados e anotados no diário de classe os pontos importantes, além de todas as aulas serem gravadas via plataforma *Google Meet*, o que possibilitou a análise de cada fala e interação de dúvidas dos participantes para posteriores resultados. No mais, foram aplicadas entrevistas abertas no final da disciplina com alunos sorteados de cada grupo e realizada análise do discurso, a qual auxiliou ao tratar os dados e identificar os pontos e contribuições do processo.

#### 1.6.4 Instrumentos de Coletas de Dados

Haja vista que os dados qualitativos podem captar tanto um sentimento quanto reações diversas, os instrumentos utilizados nessa pesquisa foram os seguintes:

- Análise da Folha de atividades dos grupos (entregue via plataforma *Moodle*);

- Protocolo Observacional - Gravação áudio visual das salas Google Meet;
- Entrevistas Semiestruturadas;
- Questionário fechado final sobre a metodologia aplicada a todos os participantes via *Moodle* pelo *Google Forms*.

Durante as aplicações, ocorreram diversos problemas, principalmente como hoje em dia a internet é um ambiente instável, que depende de servidores e os acessos a plataforma *Moodle* depende de configurações que são inseridas por pessoas sujeitas a erros humanos. Todas essas variáveis corroboram com Lakatos e Marconi (2003), os quais advertem sobre os erros serem imprevisíveis, inclusive com perguntas mal formuladas e ambíguas, que podem resultar em informações errôneas, prejudicando toda pesquisa.

A aplicação de um pré-teste pode prever e corrigir todos esses imprevistos e diminuir a variação da margem de erro da pesquisa. Foi aplicado o pré-teste na turma de Cálculo 1/2021, inclusive de como seriam as divisões dos grupos e se as gravações funcionariam com todos em seus computadores simultaneamente de suas casas, para posterior avaliação dos discursos. O pré-teste funcionou muito bem e todos os grupos conseguiram fazer as divisões e entrarem nas salas definidas nos roteiros, as questões também foram consideradas satisfatórias, visto que ninguém apresentou dúvidas ou duplo sentido da compressão.

Por opção pessoal, foram realizadas apenas modificações nas informações das atividades na plataforma *Moodle*, de modo que antes eram visualizações em janelas dentro do próprio navegador, o que poderia atrapalhar o aluno na hora da visualização, em precisar sair da tela da disciplina para depois retornar e inserir as informações. Dessa forma, foi optado em ser configurado para uma janela *pop-up*.

O roteiro da entrevista foi baseado nos intentos e objetivos desse trabalho, foi cogitado a hipótese de ser realizado e adaptado de outra pesquisa, porém, não foi encontrado a conexão do teórico com os objetivos. Com isso, foi definida a realização interna, além de outros fatores, como a maioria levavam perguntas que seriam feitas em entrevistas pessoais, cujo ambiente seria outro e o foco da pesquisa também, visto que essa pesquisa focou em ambientes *on-line* e suas interações com a Resolução de Problemas.

## **1.7 Procedimentos Éticos na Pesquisa**

A presente pesquisa foi realizada durante as aulas pela plataforma de *Google Meet*, onde contou com a colaboração do professor condutor da disciplina. Mesmo sendo *on-line*, foram realizadas todas as considerações e solicitações dos responsáveis. Foi apresentado a

coordenação, que informou o quantitativo de alunos matriculados e a estrutura presente já no sistema, no caso *Moodle* como suporte para o desenvolvimento do estudo.

A participação dos alunos foi de caráter voluntário, sem contrapartida de atribuição de notas, vantagem de ordem financeira ou de qualquer outra natureza. No termo, foram descritos os riscos e benefícios, bem como as atividades as quais os alunos participaram durante a aplicação do projeto, como: entrevista; jogo; questionário; roda de conversa.

Para a organização dos dados e preservação da identidade dos participantes, seus nomes foram ocultados e substituídos por códigos (ex.: aluno X, Y, Z... receberam o código A1, A2, A3...). A identidade visual de cada participante foi ocultada no momento da análise dos materiais coletados por edição de imagem, pela técnica de desfoque. Seus dados não foram e nem serão repassados a terceiros.

Toda pesquisa envolve os riscos aos participantes, pois trata-se de seres humanos. Na presente pesquisa, os alunos não obtiveram acordos que envolvam trocas, remuneração ou despesas no decorrer do desenvolvimento. Os riscos do presente estudo envolvem que os participantes se sintam constrangidos e que isso envolva os direitos dos mesmos em se recusarem a participação, assim como o tempo das entrevistas e de os mesmos também se recusarem a continuarem ou estarem encerrando a sua participação na hora que se sentirem de alguma forma lesados e prejudicados.

Os dados também se tornam riscos por se tratarem de pesquisas humanas e caso esses dados confidenciais sejam divulgados. Além de tudo valemo-nos de meios que não permitem a divulgação de dados virtuais, como e-mail e números de contatos. Pela mesma se tratar de uma aplicação virtual, foram acrescentadas proteções a todos os seus dados, bem como o envio de e-mail apenas a um destinatário e um remetente, para não ser multiplicado a todos os seus dados, assim como solicitado no CEP/CONEP, para manter sua confidencialidade. Todos os formulários apresentados aos mesmos contêm dados que deixam claro no início, antes do preenchimento, todas as informações necessárias aos alunos, inclusive o livre arbítrio de se retirar e fechar o formulário em qualquer momento, onde se sinta constrangido ou outra necessidade.

Assim, o participante foi instruído a guardar uma cópia do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e qualquer outro preenchido uma cópia em seus arquivos pessoais, sendo enviado o *feedback* como cópia para o *e-mail* cadastrado. Além disso, frisando que esses dados foram transferidos para um dispositivo local HD da pesquisadora, para não serem armazenados em nuvens ou qualquer outro meio que possa dar possibilidade de compartilhamento indevido.

Foram preenchidos os *forms* de TCLE tanto de maneira a enviar individualmente por e-mail para cada aluno remetente e destinatários conforme as normas. Após isso, ainda constou, conforme anexo, o *link* do formulário de pesquisa, onde o aluno assinou seu aceite ou fechou e recusar a participação.

Respeitou-se a possibilidade em relação ao atraso de cronograma da escola caso as atividades não fossem desenvolvidas em tempos hábeis. Ainda, o provocativo de estarmos saindo a pouco de uma pandemia, onde a maioria dos casos apresentam vestígios e, principalmente, se deve respeitar todos os limites dos participantes.

São esperados benefícios da pesquisa, bem como desenvolvimento dos alunos e muita compreensão entre as novas formas de interação entre os mesmos de forma virtual. Espera-se que os alunos consigam interagir entre si através das atividades e que permitam os mesmos a obter o benefício da aprendizagem. Além desses, também são esperados que os alunos consigam relaxar e, no cenário de pandemia, consigam se aproximar dos benefícios e interações que as aulas presenciais e toda dinâmica apresentam, para conhecerem ferramentas que poderão ser aplicadas em várias outras atividades e disciplinas.

## **1.8 Estrutura da Dissertação**

A dissertação está organizada em capítulos sendo este a Introdução o primeiro e os demais como mostra abaixo a sequência.

O Capítulo 2 explana sobre os fundamentos teóricos, onde são abordadas as teorias utilizadas que serviram de embasamento científico para a pesquisa.

O Capítulo 3 mostra sobre os trabalhos correlatos, apresentando o estado da arte sobre as relevantes pesquisas que discorrem sobre as dificuldades no ensino de Cálculo, tecnologias como ferramentas no seu ensino e como está um panorama das aplicações utilizando o *GeoGebra* e finalizando com Resolução de Problemas como metodologia, onde todos foram essenciais para o delineado da pesquisa.

O Capítulo 4 detalha a proposta metodológica, apresenta segundo a Resolução de Problemas as etapas a serem seguidas e seguindo o desenvolvimento das atividades e aplicações em ambiente virtual, detalhando as mesmas como ocorreram.

No Capítulo 5, são apresentados os resultados e discutidos sobre os mesmos acerca das considerações.

O Capítulo 6 apresenta as Considerações Finais, limitações e possíveis trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 2.1 Aprendizagem e dificuldades enfrentadas no Ensino de Cálculo

A defasagem no ensino é uma discussão que não vem de dias atuais, o cenário vigente está apenas aumentando esse foco como alvo de pesquisas pela facilidade de divulgação em termos de mídias digitais, que são uma vertente. Desde a década de 90, já era alvo de pesquisas em conferências que alertavam os caminhos que a aprendizagem de Cálculo estaria tomando e, inclusive que não era satisfatório apenas a inserção de tecnologia nessa mediação, em busca do conhecimento e sim em conjunto com outros caminhos para essa problemática.

Esse clima de insatisfação geral levou ao “Movimento de Reforma do Cálculo” nos EUA, com forte investimento em desenvolvimento e tecnologia, mas com pouco investimento inicial em pesquisa cognitiva. Esta última omissão está sendo corrigida, com um aumento considerável de publicações sobre dificuldades cognitivas no Cálculo, mas, com algumas exceções notáveis, o próprio movimento de reforma ainda aguarda análise independente (DAVID, 1992, p. ,tradução nossa).

Os debates no âmbito do ensino de Cálculo estão cada vez maiores nesse meio, pois se trata de uma disciplina de ampla utilização em vários cursos tanto e nível médio quanto superior e os níveis de reprovações em todos eles chamam atenção. Sendo Cálculo I ministrada no primeiro semestre, se torna um impacto para o aluno essa transição do Ensino Médio para o Superior, trazendo em si vários fatores como imaturidade e deficiências trazidas de processos de ensinios anteriores (GOMES, 2020).

O que os professores esperam, muitas vezes, desses alunos é que encontrarem essas bases “sólidas” advindas do Ensino Médio, onde deveriam já apresentarem essa capacidade de articulação lógica e manipulação algébrica na Resolução de Problemas para serem apenas manipuladas com os conhecimentos que iriam ser adquiridos do Cálculo I (DÖRR; MUNIZ; PINA; NEVES, 2016). Porém, essa realidade não ocorre como planejado, mesmo com a BNCC sugerindo que o aluno precise desenvolver essas capacidades de compreensão e investigação durante o Ensino Médio. DÖRR et al. , 2016

Alguns trabalhos, como de Santos (2018), reforçam essas dificuldades encontradas pelos alunos, inclusive com as variáveis que favorecem para as reprovações de Cálculo na turma e possibilidade de um curso de nivelamento contribuir positivamente. Isso somente mostra o

quanto os alunos chegam despreparados no Ensino Superior, advindos do Ensino Médio com lacunas, que serviriam de bases para os conteúdos da disciplina.

A partir de tantos questionamentos surgem várias pesquisas em relação a todo processo envolvido no ensino, desde sua concepção através do currículo de Matemática até as metodologias envolvidas. Todas as pesquisas nessa área visam melhorar esses índices através da compreensão de todo esse processo e que, desde o início, é visível não ser apenas de uma causa e sim de vários fatores que se apresentam enraizados na nossa cultura escolar desde a sua concepção. A Matemática tem conquistado seu espaço em pesquisas regionais e exteriores, que se aliam em buscas de alternativas e ações para essa reformulação de como essa disciplina é apresentada aos alunos, além de meras demonstrações de suas teorias.

O professor-matemático satisfaz seu ego matemático ao reproduzir as demonstrações dos resultados no quadro de giz. Acredita de forma alienada que, com a realização da demonstração, o significado do resultado será garantido. Faz isso tentando convencer o aluno da verdade do seu enunciado, não percebendo muitas vezes tal procedimento é tão desnecessário quanto inútil (REZENDE, 2004, p. 11).

A pesquisa de David (1992) ainda citava:

[..] dificuldades em traduzir problemas do mundo real em formulação de Cálculo.

[..] dificuldades em selecionar e usar representações apropriadas.

[..] manipulação algébrica – ou falta dela

[..] consequente preferência do aluno por métodos procedimentais em vez de compreensão conceitual.

Nessa pesquisa, ficam claras “[...] as dificuldades em traduzir problemas do mundo real em formulação de Cálculo fazem parte da cultura do assunto (embora pareça haver pouca pesquisa). Muitos exames de Cálculo concentram-se na simbólica manipulação em vez de Resolução de Problemas” (DAVID, 1992, p. 5, tradução nossa). As manipulações algébricas comprovam que não contribuem para o processo de aprendizagem.

Em comum a todos esses estudos, encontram-se críticas aos modelos tradicionais de ensino, mesmo ele demonstrando ser inadequado e com poucos resultados ainda muito utilizado no ensino como base pelos professores, de outro lado profissionais que tentam reverter esse quadro e acreditam que mostrando a importância da Matemática para os alunos se tornaria mais fácil o processo. Porém, essa demonstração não seria suficiente com palavras, visto que eles são frutos de uma educação bancária\* durante toda sua vida acadêmica, então, seria necessária

---

\* O termo educação bancária referia-se a método educativo de Freire, que se assemelhava a uma espécie de transferência ou depósito de conhecimentos, que seguiam sempre numa via única: da escola legitimada por seus especialistas em educação às cabeças rudes de trabalhadores e trabalhadoras e seus filhos e filhas, exigindo-lhes passividade (CATINI, 2021).

a demonstração de todos esses “números” na prática, ou seja, algo que demonstrasse visualmente tudo aquilo ensinado em sala de aula e que pudesse ser compreendido e não apenas aceitado por parte do receptor.

Um dos defensores da inserção dessas novas metodologias, D’Ambrósio (2007), defende que os problemas fictícios não devem ser utilizados no ensino e trabalhar com modelos reais que fazem mais sentidos no entendimento e assimilação do aluno, diferente do modelo baseado em situações hipotéticas que fogem da realidade (SILVA; FERREIRA; MOREIRA, 2018).

Quando se tem uma visão geral de mapeamento com as possíveis causas das reprovações e dificuldades na aprendizagem de Cálculo, a percepção é que eles abordam sempre os mesmos tópicos que a maioria dos docentes já vivenciou durante suas atividades como “(1) perfil do aluno, (2) recursos didáticos, (3) propostas metodológicas e (4) falta de base” (WROBEL; ZEFERINO; CARNEIRO, 2013, p. 9). Esta pesquisa foi elaborada pensando na união dos três últimos pilares e na aplicação deles em sala de aula, de forma a se complementarem para formação de uma base sólida, onde o aluno conseguisse se apoiar.

Na visão dos autores, é importante desmistificar para o aluno a Matemática como uma disciplina inflexível e engessada, o que conseqüentemente, poderia permitir aos educandos a potencialização desta ciência e a compreensão da mesma durante o seu dia a dia. Basicamente o Cálculo precisa ser visto como útil na vida do aluno para ocorrer a assimilação e o interesse, o que irão desencadear os fatores da aprendizagem e a melhor forma de se materializar isso é através da contextualização desse ensino em situações do dia a dia do aluno, o que difere de muitas realidades de ambientes de ensino no Brasil.

Nesse aspecto, a pesquisa se pautou nessas principais descrições dos autores mencionados e suas visões sobre reprovações e dificuldades no ensino de Cálculo, proporcionando uma base que demonstre a necessidade da inclusão tanto de tecnologias quanto de novas formas de apresentação dos conteúdos aos alunos para se obter resultados efetivos e diferenciados na prática docente.

## **2.2 A Modelagem e as TICs no Processo de Aprendizagem**

A discussão abordando a utilização das TICs não é um problema atual, um dos registros que se tem como início data de janeiro de 1986 na conferência de Tulane nos EUA, que foi nomeada de *Learn and Lively Calculus*, pois, a partir do evento, se iniciou a chamada reforma do ensino de Cálculo. Pelas datas apresentadas, percebe-se que durante muitos anos vem se

perdurando esses movimentos em busca de novas formas e metodologias que pudessem auxiliar na mudança desse cenário.

O artigo de Rodrigues (2018) discute o desenvolvimento da utilização de Tecnologias Digitais de Informação (TDICs) na disciplina de Cálculo tanto em ambientes virtuais como presenciais nos últimos 11 anos. Torna-se claro durante toda pesquisa que foi um caminho árduo essa evolução e ainda se tem um longo a percorrer quando se trata de utilização de tecnologias no ensino de Cálculo.

É necessária toda uma análise do contexto de inserção dessas tecnologias no ambiente de aprendizagem, não bastando apenas a sua nomenclatura é preciso de fato a aplicação, isto é, apenas um computador ou tablet na mão do aluno não garante que estão sendo utilizadas as TICs. É necessário, segundo Rodrigues (2018), que todas essas ferramentas sejam aplicadas em conjunto no ensino de Cálculo e, assim, o aluno construirá um conhecimento de forma que possa compreender os conceitos e usá-los na prática e em pesquisas na sua futura profissão.

Nesse contexto, são levadas em consideração várias metodologias e ferramentas, uma delas é a utilização de Modelagem através de *software*, para auxiliar o processo de aprendizagem, algo que pode instruir o aluno nessa visualização de situações hipotéticas que antes seriam apenas números e suposições fora de sua realidade diária. Para Silva, Ferreira e Moreira (2018), essa metodologia seria pertinente na tentativa de amenizar alguns problemas de compreensão dos alunos em certos conteúdos matemáticos, nessa busca de aproximar o conteúdo matemático e a realidade.

Nesse cenário bem propício, a Modelagem permite segundo Silva, Ferreira e Moreira (2018), amenizar alguns problemas de compreensão dos alunos em certos conteúdos matemáticos. Esta propicia esse ambiente de discussão e transformação das ideias que poderão ser aplicadas.

A Modelagem defendida por Biembengut e Hein (2013) consiste na definição da arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Essa definição vai ao encontro do objetivo que se busca nesse trabalho, obter esse alinhamento da teoria e prática para que ocorra o aprendizado.

A Modelagem com diversos *softwares* foge do tradicionalismo e das práticas que são tão criticadas no ensino, surge como uma alternativa para uma aula dinâmica e que promova a discussão entre os alunos e professores. Segundo Bassanezi (2019, p. 32-33), há vários destaques para a relevância quando se trabalha com Modelagem:

- Pode estimular novas ideias e técnicas experimentais;
- Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;
- Pode servir como recurso para o melhor entendimento da realidade

-Pode servir como recurso para o melhor entendimento da realidade.

Assim, por meio dos benefícios da Modelagem, é possível essa ruptura com o sistema engessado de ensino, que possibilita o aluno sair de apenas telespectador e o coloca na posição de raciocínio e domínio da compreensão das atividades propostas. Em alinhamento com esse fato, está o crescente o uso das TICs e sua capacidade de estimular a reflexão e a criticidade tanto do professor quanto do aluno em sala de aula.

### 2.3 *GeoGebra* no Ensino de Cálculo

A importância da utilização dos computadores e TICs na educação é algo indiscutível, porém, como vem sendo explorado dentro desse universo, é algo que ainda existe muita oportunidade de pesquisa, pois não basta apenas um *laptop* ou outro recurso tecnológico. São necessárias ferramentas, há diversos *softwares* no mercado e afunilando mais ainda no campo da educação.

O *GeoGebra* surgiu em 2001, criado por Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburg e foi nesse enfoque dinâmico para o ensino da Matemática que ocorreu sua disseminação, pois sua funcionalidade envolve a utilização de diversas facetas como: Estatística; Álgebra; Cálculo, dentre outros. Sua interface é de fácil aprendizagem, pois se trata de forma muito visual as ferramentas de aplicação e já existem diversos sites e tutoriais na internet que permitem videoaulas de como aplicar em várias áreas.

Sua instalação é gratuita e ainda apresenta sua versão mobile para celulares, não exige grandes configurações do computador, como grandes números de universitários já chegam como “nativos digitais”. Então, se torna apenas um processo de adaptação, já que a maioria já socializa com algum tipo de ferramenta dessa natureza.

Segundo Ferri, Schimiguel e Carnielo (2013), o *software* na Educação Matemática permite a visualização de um meio ambiente alternativo de acesso ao conhecimento matemático, a visualização faz parte da atividade Matemática e é uma maneira de resolver problemas. Essas duas situações tratam da importância do processo visual para a aprendizagem e de que maneira pode ser explorada no ambiente de aprendizagem, ou seja, o aluno aprende aquilo que é mais visual para ele, podendo, assim, assimilar os conteúdos de maneira mais eficaz baseado nos signos representados por Vygotsky.

Desse modo, o programa reúne as ferramentas tradicionais de Geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao Cálculo, permitindo a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. Softwaresgeogebra (2012)

Alguns autores que realizaram suas pesquisas no campo matemático, como Lopes e Santos (2016), já apontaram o *GeoGebra* como um recurso metodológico que pode contribuir e apresentar bons resultados nos processos de ensino e aprendizagem. Contudo, não basta apenas inserir de qualquer forma ou condições no cotidiano e nas aulas para os alunos, é necessária uma preparação do contexto de aplicação para que realmente seja usufruído o melhor que ele dispõe.

Isto quer dizer que, mesmo com suas ferramentas, o *software*, por si, não produz evolução no conhecimento, funciona como um quadro negro, de acordo com De Villiers (2007), que, se aplicado de forma tradicional, não produz os mesmos efeitos e sim reproduz apenas uma extensão da antiga maneira de ensinar. Este produz a forma do estudante ter mais visualização das questões expostas, fazendo que ele consiga, modelando, ver o problema “desenhado” e a aplicabilidade dos Cálculos e não ache sem fundamento, ou seja, percebe que todos os números que aprende durante a etapa básica da disciplina de Cálculo tem utilidade no seu dia a dia, mesmo que em situações inimagináveis e, assim, consegue fixar sua produção de conhecimento.

O autor De Villiers (2007) também defende que essa abordagem de visualização permite que ele seja preciso, o *feedback* visual é imediato, isto significa que, caso o aluno execute um erro ou um acerto, logo verá graficamente e assimilará, contribuindo mais uma vez para a aprendizagem. Durante vários trabalhos que utilizaram como foco principal as avaliações e números depois da aplicação, notou-se que o processo é importante para avaliar como se dá o caminho trilhado na aplicação. O ambiente dinâmico estimula o aluno a investigar as situações e, de forma empírica, através da assimilação desses símbolos, permitir sua compreensão dos assuntos didáticos.

Várias pesquisas utilizam o *GeoGebra* de forma presencial, pois fica mais fácil a aplicação e análise do processo, principalmente, quando a metodologia utilizada é a qualitativa e entrevistas que necessitem de uma análise mais profunda do pesquisador, principalmente por se tratar da interação tanto dos alunos quanto dos professores durante as atividades na promoção de discussões. Porém, o ambiente virtual tem apresentado uma evolução nesse tipo de aplicação, com inclusão de ferramentas que tornam o processo mais simples, claro com muitos impeditivos ainda, porque ficam reféns de internet, algo que varia a cada localidade, dentre outras variáveis.

Nessa pesquisa, as atividades que utilizaram o *software*, seguiram um caminho de apresentações de situações-problema, que foram oferecidas aos alunos posteriormente a primeira apresentação dos recursos das ferramentas do *GeoGebra*, para desenvolverem resoluções com auxílio gráfico do mesmo. Após as aplicações, as interações entre os alunos

foram uma forma de trocar experiências e opiniões que possam colaborar inclusive com aqueles que tiveram alguma dificuldade na resolução. A apresentação do *software* ocorreu nos primeiros tópicos abordados do conteúdo programático, permitindo, quando chegou no assunto abordado na pesquisa, os alunos estivessem ambientados tanto com o ambiente quanto com sua utilização de ferramentas para que não houvessem dúvidas quanto suas principais funcionalidades.

#### **2.4 A Resolução de Problemas no Ensino de Matemática**

O mundo desde sua antiguidade vem de uma profunda mudança no cenário da Matemática e, principalmente, na prática da mesma, porém, não se trata de uma Ciência Exata e sim mais empírica como afirma Onuchic (2012). Especificamente, essa área de Educação Matemática é relativamente nova e, com isso, a busca em estudos, práticas e pesquisas que possam colaborar com essa evolução.

Para se entender o atual cenário é necessário um breve retorno histórico para buscar as relações que temos exatamente como firma segundo D'ambrósio (2012, p. 28) “conhecer historicamente pontos altos da Matemática de ontem poderá na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática de hoje”. Nesse ponto, as pesquisas mais relevantes para esse contexto histórico, ainda que não tratassem da Resolução de Problemas como ela de fato foi evoluindo e se transformou em várias etapas, se consolidaram no ano de 1980 durante o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), que apareceu como sinalização de que essa metodologia deveria estar presente e ser o ponto inicial do campo da educação e de fato ser integrante do cotidiano da Matemática (GONZAGA, 2019).

Antes desse período, apenas o que se tinha nesse âmbito era o que historicamente foram herdados dos Egípcios, que, com a repartição de terras e suas organizações, necessitavam dos recursos da Matemática e, assim, foram dando origens a diversas ramificações e evoluções da mesma tanto na área de Geometria, Frações e também no setor de construção com suas técnicas. Porém, nessa época, a Matemática era de certa forma mecânica, apenas para suas necessidades diárias de suas atividades, não permitindo uma forma de pensar mais voltada para a evolução em si. Com o fim da Revolução Industrial, o mundo se modificou e também surgiu a necessidade de mão de obra com qualificação e, assim, a vertente do ensino foi se inserindo nas pautas de discussões em cenários mundiais. Porém, como seria feito esse processo de ensinar?

Em seu trabalho, Morais (2015) retrata bem essa construção, debatendo sobre as três principais teorias que foram a base para essas mudanças como: Edward Lee Thorndike, Willian

A. Brownel e George Polya (essa sem dúvida a que obteve mais raízes). No ano de 1902, a pesquisa de Thorndike e Woodworth colocou fim da Teoria da Disciplina Mental que se baseava na mente humana, formada por faculdades e, que, exercitando-as, ocorreria esse desenvolvimento, muitas vezes comparando a músculos, que crescem e se fortalecem com exercícios. O mesmo ocorreria com a mente que, de tanto praticar e desenvolver algumas “habilidades” dessas faculdades, iria ocorrer o desenvolvimento.

Ocorreu o trabalho *The influence in one mental function upon the efficiency of other functions (1901)* e, de repente, a Matemática e a Psicologia buscavam na cognição estudos que pudessem ir de encontro com essas novas vertentes, surgindo assim a Teoria da Cognição, chamada Conexionismo, onde era se confrontado que a repetitividade das atividades como citada pela teoria anterior não resultaria em aprendizado. O processo deveria passar por conexões e quando estas estavam envolvidas com satisfação era que de fato ocorria o aprendizado.

Um grande exemplo disso foi sua contribuição na Aritmética com o trabalho “*Os Novos Métodos da Aritmética*” em que, conforme Gonzaga (2019, p. 22), “na sua concepção, a Aritmética deveria estar associada a situações do cotidiano, portanto, não se deveria ensiná-la justificada pela própria Aritmética”. Assim, demonstravam-se raízes, em que se defendia a proposta do cotidiano e não apenas de repetições sistemáticas, focada em inúmeros exercícios, claras sobre a vida real e não apenas hipotética como nos livros e ensinamentos que eram defendidos, inclusive que deveriam ter sentido ao estudante e na sua prática, caso contrário, iriam ficar sem significado para compor a aprendizagem e, por consequência, logo esquecidas.

Nesse livro de Thorndike, enfatiza-se que as perguntas e questionamentos não podem ser realizados sem, de fato, terem sentido na vida real dos estudantes. Já com a nomenclatura de problemas, ele deixa claro (enfocado na Aritmética, porém, podendo ser aplicado facilmente em outros campos matemáticos) que é possível sempre encontrar e formular questões que estimulem através da assimilação o desenvolvimento intelectual dos alunos (MORAIS, 2015).

Porém, quando falamos de listas de exercícios com problemas reais ou baseados no dia a dia e contexto dos alunos, não estamos necessariamente aplicando novas tendências, pois não deixam de ser listas cansáveis e um pouco do mesmo que já vimos em outras teorias, talvez disfarçadas e com uma melhoria na forma de aplicação, mas sem ser a revolução que realmente seria necessária.

Mesmo apresentando esses conceitos diferenciados, a Teoria Conexionista ainda apresentava lacunas e críticas na sua aplicação, principalmente para não ser apenas mais de várias outras, que pregavam apenas passos e roteiros sem significado, faltava algo que guiasse

mais os professores não apenas introduzir ao aluno o problema, é mais inaceitável ainda influenciar o aluno a encontrar a resposta por caminhos já trilhados e chamar essas práticas de Resolução de Problemas, transformando essas práticas em visões “rasas” sobre a metodologia. Um grande exemplo disso ainda se pode observar quando um professor passa um exercício, onde ensina os passos para resolvê-lo e, em seguida, uma lista com inúmeros exemplos iguais e, apenas por conter um traço de situações diárias ou alguma contextualização, já se considera ser algo diferenciado. No ano de 1945, “*A Arte de Resolver Problemas*” obteve um significado para os estudos da época, em que se consolidou a Resolução de Problemas segundo Onuchic (2013).

Polya (1995), nascido na Hungria, apresentou seu início de carreira em Viena em 1911 e passou por vários países, com uma vasta experiência em diversas áreas (GONZAGA, 2019). Um breve resumo sobre a verdadeira proposta baseava-se em não existir essa relação de aprendizagem de maneira simples nos problemas do cotidiano e sim “procedimentos” que ajudariam a obter um problema com similaridades, que pudessem auxiliar na resolução do outro. Ainda, incluindo que isso seria uma “Memória Subjaz”, fortaleceria mais essa base, que serviria para novos problemas e, seguindo suas etapas, esse ciclo iria contribuir para a aprendizagem e não apenas à inserção de um problema desconhecido, no qual o aluno não obterá nada para se nortear.

Polya (1995) defendia que essa postura de RP deveria ser adotada e inserida desde sua formação, pois, nessa fase inicial, o educador de Matemática poderia assim transpor seus conhecimentos, constituindo como uma das habilidades que deviam estar no currículo formador. Hoje em dia, essa proposta está próxima das defendidas, pois tanto nos componentes curriculares quando no Plano Nacional Curricular *PNC* consta incluída essa prática. Nesse processo, Polya (1995) foca muito mais nos processos e caminhos como métodos do que no problema em si de forma exata.

Nesse contexto, a visão dos autores Branco e Santosi (2011) se torna clara em relação ao que citam, a estrutura cognitiva afirmada por Polya (1995) se desenvolve através desses passos, contribuindo para sua evolução, todos esses descritos por sua metodologia. Na prática, isso representa que é aplicando esses problemas e, na própria resolução, que ocorre o desenvolvimento e não apenas durante a teoria ensinada pelo professor (ARAÚJO, 1978).

Mas quais seriam esses passos e processos que Polya (1995) tanto defendia? São 4 fases citadas pelo autor:

Primeiro temos que compreender o problema, temos que perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos uma ideia de resolução, para

termos uma idéia de resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (ARAÚJO, 1978, p. 9)

Após os postulados do autor, ainda houveram diversas ramificações de suas propostas, como inclusão e modificação de alguns desses passos, outros, porém, apenas interpretam esses enunciados e difundem essas informações. Onuchic (2013) afirma que o ensino e aprendizagem devem ocorrer simultâneos, que esse processo deve iniciar na formação dos professores e, em um período já formado, o mesmo irá replicar aos seus alunos, transformando-os em pensadores e construtores desse caminho, aplicando as etapas postuladas e, assim, fugindo das etapas de apenas replicação de listas sem contexto nenhum.

Porém, mesmo com tantas interpretações da metodologia, desde pesquisas mais antigas, como Lester (1989), quanto algumas mais atuais (RIBEIRO, 2010), são citadas três formas de interpretação e aplicação de Resolução de Problemas diferentes, o que interfere no resultado tanto para positivo quanto para negativo. Sendo as três formas: ensino *sobre* Resolução de Problemas; ensino *para* Resolução de Problemas; ensino *através* de Resolução de Problemas.

A primeira versa sobre algo que teorizava o assunto e mais se aproximava de Polya (1995), pois mostrava as etapas e as colocava como uma receita de como fazer a resolução. Na segunda, algo que mais se aproxima de Melo e Justulin (2019), o ensino não está mais focado no método e sim no conteúdo a ser ensinado de Matemática, ou seja, não se tem mais o foco procedimental e sim, novamente, no ensino de uma Matemática, como na antiguidade, focado na aplicação e saber aplicar o que foi ensinado.

Por último e mais utilizada, a Ensinar *através* da Resolução de Problemas defendida, em que de todas opções anteriores mais se adequa ao cenário atual, em que abrange tantas variáveis e dificuldades. Esta se mostra mais propícia devido ao posicionamento do aluno como centro e o professor como mediador desse processo, o que favorece a construção da aprendizagem, incluindo até as avaliações como mais atuais em questões de ensino, que são avaliados não apenas resultados ou aplicações de metodologias e sim o processo em si de construção (ONUCHIC, 2014).

Em meados dos anos de 1980, a autora conduziu muitas pesquisas, que serviram como bússola para o desenvolvimento - GTERP1-, apresentou seu contato com a *A Research Agenda For Mathematics Education*”, do NCTM, o que desde então passou a ser objeto de estudo com Resolução de Problemas. O NCTM na sua publicação dizia:

- Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, em 1989;
- Professional Standards for Teaching Mathematics, em 1991;

- Assessment Standards for School Mathematics, em 1995.

Porém, não apresentavam formas ou métodos de como trabalhar a Educação Matemática nem essas práticas, a fim de auxiliar os professores e melhorar os estímulos dos sistemas de ensino. Com isso, o cenário se encontrava em uma busca de contexto para as aplicações de Resolução de Problemas e também uma junção com outras disciplinas e não apenas a antiga visão fragmentada na construção do conhecimento. Onuchi (2013) era uma grande mudança, visto que o mundo começava a fazer questionamentos sobre esses roteiros, mais tarde, após críticas em 1995, sofreria novas mudanças e, em 2000, outra alteração novamente, ficando mais próximos dos ideais atuais.

O grupo GTERP, na sua visão, enxerga como processo de aprendizagem a construção do conhecimento, ou seja, ocorre durante essa interação e não separadamente, como muitos afirmavam, ou de uma forma isolada, em que fosse necessário a avaliação no final do processo apenas de modo que fosse invalidados. Todos os resultados ocorridos durante as aulas ou interações em sala, inclusive nas avaliações, antes não eram contemplados na metodologia ou ficavam sem direcionamento, com todo foco apenas no resultado do aluno (CARDOSO, 2018).

O grupo faz orientação sobre o roteiro, o qual será seguido nessa pesquisa com algumas adaptações em sala devido ao atual cenário, mas serão relatadas ao longo do processo: *Preparação do problema; Leitura individual; Leitura em conjunto; Resolução do problema; Observar e incentivar; Registro das resoluções na lousa; Plenária; Busca de consenso; Formalização do conteúdo* (ONUCCI, 2013).

**Quadro 1:** Etapas da pesquisa de Onuchi com adaptação para o cenário da pesquisa.

|                                  | <b>Aplicação segundo Onuchi</b>  | <b>Aplicação em sala/Adaptação</b>  |
|----------------------------------|--|---|
| <b>1. Preparação do problema</b> | Selecionar um problema, visando à construção do conceito de otimização. Esse problema será chamado problema gerador. Na pesquisa o conteúdo trabalhado foi dividido conforme a programação do curso e assim gerado o problema gerador. | No início, quando foram selecionados os tópicos de Derivadas e os problemas geradores foram pensados em conjunto para que pudessem com a construção no <i>GeoGebra</i> auxiliar no processo, essa etapa foi importante para associar logo no início e não ter problemas na aplicação. |
| <b>2. Leitura individual</b>     | Entregar uma cópia ao aluno e solicitar sua leitura individual.  | Nesta etapa o <i>Moodle</i> é o ponto de comunicação, onde o professor anexa a atividade e garante que todos tenham acesso antes da aula ocorrer, para o aluno já ir verificando com seus conhecimentos anteriores se faz alguma ideia sobre a resolução.                             |

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p><b>3. Leitura em conjunto</b></p>              | <p>Formar grupo e realizar a leitura em conjunto</p>   | <p>Durante a aula que se inicia com a divisão dos grupos via <i>Google Meet</i> e a leitura com os membros da equipe, todo registrados com áudio visual. Mesmo sem interferir na resolução, caso venha a surgir dúvidas dos alunos por interpretações ou palavras desconhecidas tanto o professor quanto o pesquisador estão presentes na sala a disposição.</p>   |
| <p><b>4. Resolução do problema</b></p>            | <p>Após os entendimentos do problema, os alunos iniciam sua solução de forma colaborativa e cooperativa. O problema gerador nessa etapa guia os alunos na construção do conteúdo planejado.</p>  | <p>Nesta etapa será iniciada durante a aula on-line após a leitura em grupos. Os alunos irão agora inciar o uso do <i>software GeoGebra</i> e manipular as variáveis para construção dos conceitos e conteúdo. O professor nesse caso não irá ajudar nas resoluções, é importante frisar seu papel de intermediador nesse processo e colocar os próprios alunos como co-construtores dessa nova Matemática.</p>  |
| <p><b>5. Observar e incentivar</b></p>            | <p>Neste ponto o professor não ocupa mais a posição de transmissor do conhecimento e sim de incentivador dos alunos principalmente no ato de discussão e troca de ideias entre eles. Nesse ponto é importante que ele esteja atendo caso precisem apenas de conceitos anteriores e transformação de linguagem vernácula para linguagem Matemática.</p> | <p>Nesta etapa a pesquisa toma um rumo pouco distante do que é escrito e seguido segundo a autora, pois nesse ponto os alunos já atingiram o tempo necessário para voltarem a aula principal, Já realizaram suas trocas de ideias e interações. O professor já obteve uma visão da interação e das dúvidas de cada grupo, porém o assunto para definir um resultado final ainda pode se perdurar sendo necessário mais tempo que o de aula além de dificuldades de internet e permitir que até mesmo os outros integrantes do grupo que por algum motivo não estiveram presentes ainda possam ter o contato com a atividade. Considerando isso os alunos terão 1 dia até realizar a entrega final e registros e passar para a próxima etapa.</p> |
| <p><b>6. Registro das resoluções na lousa</b></p> | <p>Representantes dos grupos são convidados a expor na lousa e registrar suas soluções, não importando se estão erradas ou corretas.</p>   | <p>Na aula seguinte e com os trabalhos entregues na plataforma e os representantes compartilham suas resoluções. Nessa etapa ocorre outra adaptação ao sistema on-line e o compartilhamento das resoluções são realizados através do compartilhamento de tela dos representantes via apresentação na plataforma <i>Google Meet</i>.</p>  |

|                                    |  |   |
|------------------------------------|--|---|
| <b>7. Plenária</b>                 | Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor novamente atua como mediador nesse professor estimulando as discussões e interações. | Após as apresentações dos resultados os alunos na sala principal irão debater entre si com auxílio do professor, falando suas opiniões e diferentes resoluções. Nesta adaptação será inserida a opção de levantar a mão no <i>Google Meet</i> e caso os alunos pela falta de exposição em sala estiverem tímidos e sem interação o professor irá estimular esses debates guiando e exercendo seu papel. |
| <b>8. Busca de consenso</b>        | Após os debates será a busca pelo consenso da resolução correta, onde o professor estimula a classe a chegar no senso comum.   | Nesta etapa o professor terá papel fundamental já que ele vai guiar novamente tanto na organização quanto com a confirmação do resultado final e quais caminhos foram de fato corretos até atingir o resultado.   |
| <b>9. Formalização do conteúdo</b> | Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal”. Importante que nessa etapa o professor registre e estruture tudo em linguagem Matemática, padronizando os conceitos e fixando o conteúdo.   | Neste momento o professor toma a frente da turma e compartilhando a tela demonstra os conceitos e formaliza todo conteúdo da aula. Esse momento é de fundamental importância para a explanação do conteúdo.   |

**Fonte:** Adaptado de Allevalo e Onuchic (2014).

## 2.5 Recorte Teórico

Vygotsky, apesar da vida curta de apenas 37 anos e sua morte prematura por tuberculose, produziu uma grande quantidade de artigos e estudos sobre vários âmbitos tanto da Psicologia contemporânea quanto das Ciências Sociais.

Estudar suas obras é um exercício de romper barreiras e estar disposto a uma visão bem diferente, mesmo ainda com alguns traços do Cognitivismo de Piaget e, como cita Rego (2012), estudar Vygotsky é um exercício de se apropriar da fertilidade, de se transformar, de descobertas sobre a reflexão do desenvolvimento humano de seu tempo. Seu currículo acadêmico pode ser, sem dúvidas, marcado pela interdisciplinaridade, por uma variedade de formações, áreas de interesse que variam desde a Medicina, Artes, Antropologia, Psicologia e Filosofia.

A Teoria que serve de lente para a pesquisa é de Lev Vygotsky, onde fala do Cognitivismo e sua questão central é a aquisição de conhecimentos pela interação do sujeito com o meio e, por isso, sua posição de desenvolvimento ser interacionista (CARMO; BOER, 2012).

Tal fato se aplica ao trabalho, dado que a aquisição de conhecimento e aprendizagem se relacionam às interações. No contexto da visão de Vygotsky (2007), podemos compreender que a aprendizagem não pode acontecer de forma dissociada ou separada da interação social e, através desses instrumentos como mediadores, estão ligadas diretamente ao desenvolvimento cognitivo e, nessa temática de mediação, se baseiam as principais ideias conhecidas do autor. Vamos apresentar alguns conceitos importantes antes de descrever a luz de como será o trabalho, um deles se refere às conquistas já efetivadas, que ele nomeia de *Zona de Desenvolvimento Real ou Efetivo*:

O nível de desenvolvimento real pode ser entendido como referente àquelas conquistas que já estão consolidadas na criança, aquelas funções ou capacidades que ela já aprendeu e domina, pois já consegue utilizar sozinha, sem assistência de alguém mais experiente da cultura (REGO, 2012, p. 72)

Em contrapartida, é definido o *Nível de Desenvolvimento Potencial*, aquilo que ela é capaz de fazer com a ajuda de outras pessoas. Desses dois conceitos surge a *Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)*:

A distância entre o nível de desenvolvimento cognitivo real do indivíduo, tal como medido por sua capacidade de resolver problemas independentemente, e o seu nível de desenvolvimento potencial, tal como medido através da solução de problemas sob orientação, ou colaboração com companheiros mais capazes (VYGOTSKY, 1988, p. 97).

Um outro conceito bem utilizado, que serviu de lente para essa pesquisa, é o de Interação Social, que, segundo Moreira (1999), é fundamental, pois, diferentes de outros teóricos, este coloca o seu objeto de estudo não apenas em “pessoas” ou “contextos” e sim nessa relação de “interação” entre eles, onde interação significa esse intercâmbio e troca de conhecimentos entre pelo menos duas pessoas. Além desse conceito, algo muito importante para construir toda base de Vygotsky são os *Signos e Instrumentos*, não basta apenas dizer que o meio social exerce essa influência e modifica o ser humano e o seu aprendizado cognitivo, é preciso saber exatamente por qual meio isso ocorre, para Vygotsky (2007), o desenvolvimento cognitivo nada mais é que a conversão de relações sociais em funções mentais e, para isso ocorrer, é necessário uma *mediação*, entrando nesse ponto os signos e instrumentos (MOREIRA, 1999).

Através da mediação que serão desenvolvidos vários processos para que ocorra a aprendizagem. Nessas atividades desenvolvidas na pesquisa, foram utilizadas essas bases para formular as questões e aplicações em sala, incluindo o conceito do teórico sobre desenvolvimento cognitivo. Nas atividades, a base foi útil, pois, para Vygotsky (2007), quando citado o meio social como algo que dá origem aos processos mentais superiores, podemos pegar cortes do cotidiano considerados “contextos sociais” e problemas diários justamente para

aplicar aos alunos, para que eles pensem e, assim, atribuam seus significados durante as atividades em sala e, no primeiro momento, com auxílio e, após a internalização dos conteúdos, pode desenvolver a aprendizagem.

A pesquisa se baseou nas interações sociais através de discussões entre grupos sociais como forma de construção e a internalização do conhecimento, além do mais, o professor atuou como mediador desse processo, buscando internalizar os conceitos e estimular o desenvolvimento da ZDP dos alunos. Na formação de paradigma, como um novo olhar sobre a escola, cada pessoa é diferente em relação à sua ZDP e isso condiz com a pesquisa totalmente e com as interpretações dos resultados, inclusive na sua área afetiva com a cognição para interpretação dos dados qualitativos. Essa perspectiva de relação entre o indivíduo e a sociedade foi desenvolvida durante a pesquisa e caminhou com muitos dos ditos do referente trabalho.

Válido frisar que essa parte da metodologia de Resolução de Problemas obteve forte influência das concepções do teórico do Sociointeracionismo, que pregava essa importância do outro, sua interação social e a troca de ideias para o desenvolvimento intelectual (VYGOTSKY, 2007). A visão do professor como mediador também se torna uma figura essencial de todo estudo e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores com a descoberta do pensamento matemático e da aprendizagem por descoberta no contexto de Resolução de Problemas.

Esse caminho será todo percorrido caminhando lado a lado de Vygotsky através da análise qualitativa da ZDP e dos desenvolvimentos cognitivos dos alunos. Outro motivo seria o fato de que se trata de um autor que, se aplicado a atualidade, condiz com as ideias pessoais de que as interações sociais apresentam um fator fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem. Através de signos e o que representam, faz-se uma boa leitura das interações em salas virtuais, que, mesmo com todo recurso tecnológico disponível, a aprendizagem não apresentará benefícios se não houver discussões e interação.

Na ideia de instrumentos mediadores, entra as tecnologias e, com isso, como funciona no intermeio entre os alunos e o ensino, não somente isso, mas aplicados pelo professor em sala de aula. A ZDP, que nesse processo foi verificada através das análises posteriores dos vídeos, os quais antes os alunos só conseguiam resolver e desenvolver com auxílio dos professores, após a aplicações e práticas, desenvolveram sozinhos e sem auxílio, fazendo sua contribuição para o desenvolvimento cognitivo.

## CAPÍTULO 3

### 3 TRABALHOS CORRELATOS

#### 3.1 Revisão Sistemática da Literatura

O primeiro passo em relação a pesquisa se deu em realizar um levantamento bibliográfico sobre os trabalhos existentes, para: conhecer o que foi desenvolvido na área; qual seriam as articulações durante as aulas; como essa ferramenta de inserção de tecnologia no ensino, incluindo o *software*, poderia ser aplicado em sala de aula virtual; quais seriam os primeiros delineados da pesquisa.

Foram realizadas buscas nas pesquisas entre o período de 2012 até 2022, envolvendo diversas metodologias para o ensino de Cálculo no ambiente virtual e selecionados os trabalhos que envolviam *GeoGebra* no contexto acadêmico, para se definir qual seria a metodologia de aplicação das atividades.

#### 3.2 Estratégia de busca

Na escolha das buscas, levou-se em consideração as relevâncias das publicações e das revistas. Durante o processo, foram realizadas buscas no *Portal Catálogo de Teses e Dissertações* da CAPES (CTD) e portal *Periódicos CAPES*, que são de extrema importância no meio acadêmico, e no portal *Scopus*, um dos maiores banco de resumos e citações da literatura com revisão por pares.

Pelo fato de o trabalho ter um enfoque maior no ensino da Matemática, foram realizadas buscas em revistas referências da área como: *Bolema*(Boletim de Educação Matemática); *Remat* (Revista de Educação Matemática); entre outras pertinentes.

#### 3.3 Princípios adotados para a Inclusão e Exclusão

Após a busca no portal da CAPES, foram encontrados 369 artigos quando as palavras-chave eram: “Aprendizagem”; “Cálculo”; “*GeoGebra*”. Posteriormente, em uma pesquisa mais refinada, incluindo “ambiente virtual”, foram encontrados 53 artigos referentes ao tema, os quais foram analisados e realizados alguns critérios de exclusão para a definição final da

metodologia, que seria aplicada no caso da Resolução de Problemas. Podemos observar o Quadro 2:

**Quadro 2:** Critérios para a Seleção de Trabalhos (Inclusão e Exclusão).

| <b>Critérios de Inclusão</b>  | <b>Critérios de Exclusão</b>  |
|---|---|
| CI1 - Trabalhos que envolvam diretamente o GeoGebra em aplicações de atividades           | CE1 - Artigos que apliquem o GeoGebra em outras disciplinas que não seja Cálculo. |
| CI2 - Trabalhos que apresentem metodologia que possa ser aplicada no ensino virtual.      | CE2 - Artigos que estejam fora no período de tempo estipulado.                    |
| CI3 - Trabalhos com enfoque na metodologia utilizada para aplicações                      | CE3 - Artigos com aplicações abaixo do Nível Médio                                |
| CI4 - Levantamentos bibliográficos que mostrem uma visão geral de aplicações com GeoGebra |   |

**Fonte:** Elaborado pela autora.

Foram lidos os resumos e *abstracts* das pesquisas e, de alguns, a introdução, buscando conhecer exatamente o contexto das aplicações da ferramenta e qual metodologia foi utilizada, principalmente se era citada alguma aplicação sua em ambiente virtual de ensino.

### 3.4 Extração de dados

As dissertações e artigos analisadas conforme o Quadro 3 abaixo mostram as abordagens utilizadas e de maneira lúdica e como foram inseridos no contexto dos alunos. Foram descritos autores e título com um breve resumo sobre o contexto do trabalho e o motivo de ser utilizado como base para essa pesquisa.

**Quadro 3:** Artigos Relacionados.

| <b>Código</b> | <b>Autores</b>                    | <b>Título</b>  |
|---------------|-----------------------------------|--|
| T1            | (LOPES; SCHERER, 2018)            | Cálculo Diferencial e Integral e o Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação           |
| T2            | (OLIVEIRA; VIEIRA; PIASSON, 2018) | O uso do GeoGebra para o ensino de Cálculo diferencial e integral, um mapeamento de suas publicações |
| T3            | (ONUCHI, 2013)                    | A Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos? E para onde iremos?                   |
| T4            | (JUNIOR; ONUCHIC, 2015)           | Teaching and Learning Mathematics Through Problem Solving as Sociointeractionist Practice            |

**Fonte:** Elaborado pela autora.

Os trabalhos relevantes encontrados para a pesquisa discorrem sobre os principais tópicos tratados aqui e correlaciona de maneira que possam atuar em conjunto e agregar a construção do objetivo deste trabalho. Nos últimos anos, a pesquisa tem voltado muitos trabalhos para a Educação Matemática em todos os níveis de ensino e, principalmente, em

relação a sua evolução quanto suas metodologias. Apresentar uma visão geral de como está o âmbito das publicações é fundamental para ver que rumos a pesquisa está seguindo.

O trabalho de Lopes e Scherer (2018) mostra uma pesquisa que discute as produções dos últimos onze anos na disciplina de Cálculo Diferencial e o uso das tecnologias, finalizando seu refinamento em 20 pesquisas no nível de Ensino Superior, que são analisadas ao longo do trabalho tanto a nível de mestrado e doutorado. O trabalho inclusive mostra pesquisas no polo à distância, que, na atualidade, tem crescido principalmente nesse último semestre devido a toda realidade da pandemia e muito auxilia nesse projeto, mostrando a trajetória e um caminho a ser compartilhado, pois uma parte desse trabalho foi apresentada aos alunos de maneira virtual e totalmente dependente dos recursos e limitações da Educação à Distância (EaD).

Um outro trabalho bastante significativo é o de Oliveira, Vieira e Piasson (2018), que especifica a utilização do *GeoGebra* no ensino de Cálculo Diferencial, realizando um mapeamento das várias publicações e, novamente, a modalidade EaD apresentou números inferiores quando comparada com a presencial. Ele faz um levantamento descritivo do tipo de abordagem que cada artigo apresenta, incluindo as atividades realizadas em cada um, desde atividades exploratórias até a utilização de *Applets* e roteiros de aprendizagem.

A maioria desses trabalhos são voltados para o Ensino Superior na área de Engenharia, onde se encontram os maiores índices de reprovação (OLIVEIRA; VIEIRA; PIASSON, 2018). Esses autores realizaram um estudo que colaborou com essa pesquisa, por mostrar uma visão das principais dificuldades na aprendizagem de Cálculo, permitindo, em conjunto com a metodologia, contribuir para a preparação das aulas e melhores abordagens a serem utilizadas.

O principal trabalho que embasou em relação as metodologias de Resolução de Problemas foi o de Onuchic (2013), que remete aos antigos de Polya (1945), porém, de maneira mais aprofundada e com adaptações, aborda a história, possibilitando conhecer a origem, uma visão atual, mostrando o caminho por onde se torna inviável essa aplicação. Baseado neste que foram construídas adaptações que foram aplicadas na turma.

Além disso, ainda retoma a importância de várias interpretações dessa metodologia na prática, como: Resolução de Problemas como contexto; Resolução de Problemas como habilidade; Resolução de Problemas como arte (ONUCHI, 2013). Tal ótica permite realizar um filtro e aplicar apenas a visão que é oportuna para atender aos objetivos dessa pesquisa.

Todos os trabalhos de Onuchic e de seus orientandos (ALLEVATO, 2011; ONUCHIC, 2014; JUNIOR; ONUCHIC, 2015) mostram que essa abordagem vem colaborando em números expressivos na aprendizagem. Outro ponto é a posição, em que é colocado o aluno, como centro e construtor do seu conhecimento.

O artigo T4 mostra a essência de uma prática de Resolução de Problemas com a lente sociointeracionista de Vygotsky, desde suas concepções filosóficas até a sua prática educacional. Mesmo sendo oriundo do Ensino Técnico (Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego) Pronatec e não do Superior, o trabalho apresentou os pontos fundamentais que abordam a cognição e seu desenvolvimento durante as aplicações de atividades com a metodologia de RP.

## CAPÍTULO 4

### 4 ABORDAGEM METODOLÓGICA

O capítulo exhibe a descrição das atividades desenvolvidas e suas aplicações. Mostra os procedimentos seguidos conforme a metodologia escolhida, seguindo as aplicações e inserções das ferramentas digitais no contexto e as interações entre os papéis do aluno e professor.

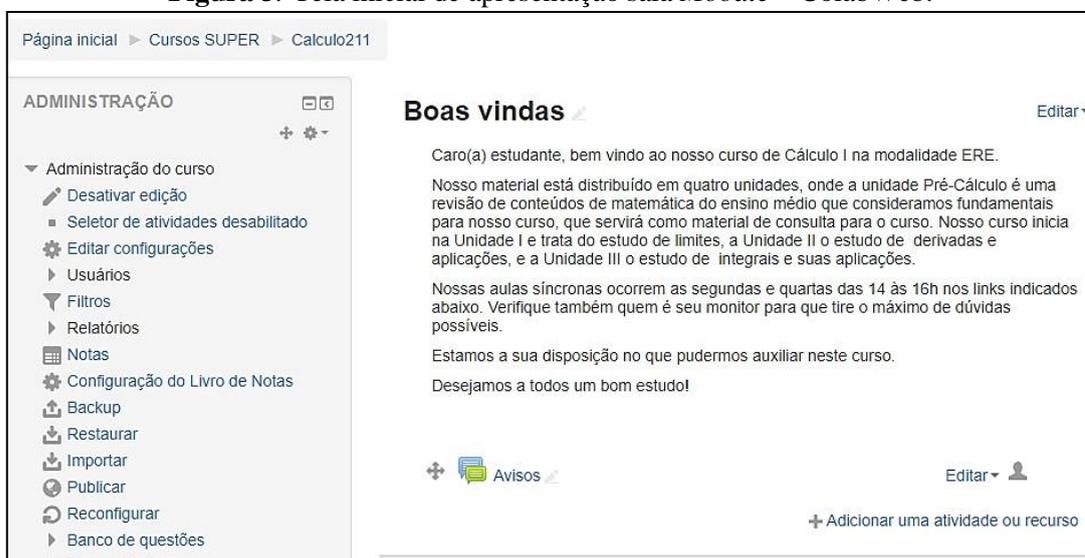
#### 4.1 Considerações Iniciais

A pesquisa foi aplicada durante as aulas da disciplina de Cálculo I e seguiu o roteiro de conteúdo programático, respeitando a matriz vigente do curso na Universidade Federal do Amazonas e seus tópicos, que foram divididos em encontros mediados pelas ferramentas explanadas nos tópicos a seguir.

#### 4.2 Atividades no Ambiente Moodle

O ambiente que já fazia parte de alguns cursos aplicados na UFAM foi o *Moodle* e, antes de iniciar qualquer aplicação de atividades, foi apresentado aos alunos e tiradas dúvidas pertinentes aos primeiros contatos dos mesmos com a plataforma. Tornou-se importante que, mesmo já sendo um ambiente utilizado, garantir que toda turma tomasse conhecimento para que não se sentissem desestimulados por não dominarem os recursos, devidamente explicado o ambiente *Colabweb*.

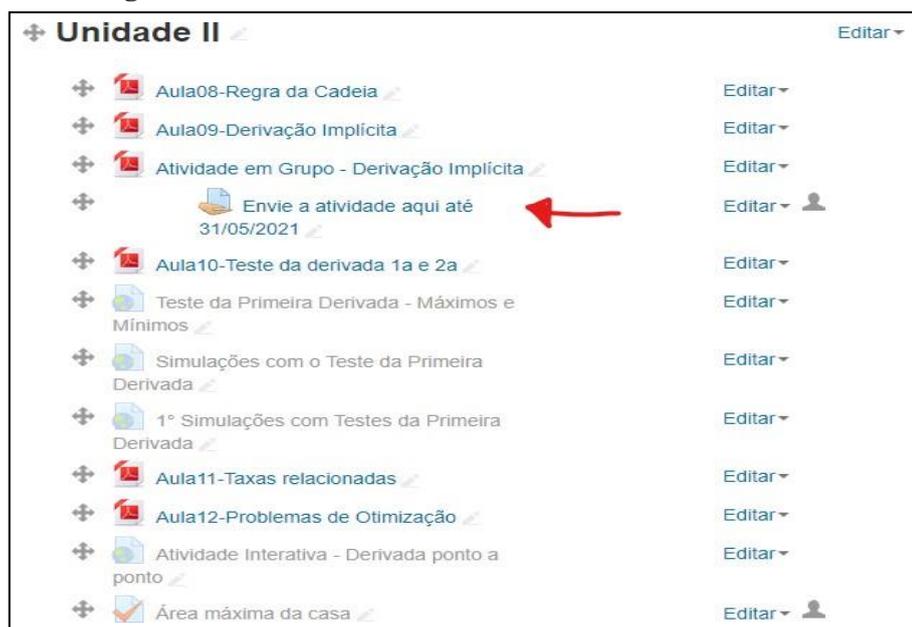
**Figura 3:** Tela inicial de apresentação sala *Moodle* – ColabWeb.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Não houveram grandes questionamentos em relação a plataforma, o professor regente da turma instruiu inclusive um *Chat*, onde eles poderiam tirar dúvidas, apresentou os ambientes, em que ficariam gravadas as aulas e toda interface. Os alunos obtiveram toda interatividade com a plataforma, inclusive para realizar as entregas, como pesquisar e acessar os dados. As atividades também ficam na plataforma em conjunto com o conteúdo programático, de modo que o aluno não precisa acessar várias telas para as diferentes atividades.

**Figura 4:** Tela com as atividades na sala Moodle – ColabWeb.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Após a apresentação, foi reafirmado que poderiam assistir posteriormente as aulas gravadas na seção e que ficariam disponíveis por tempo indeterminado no ambiente.

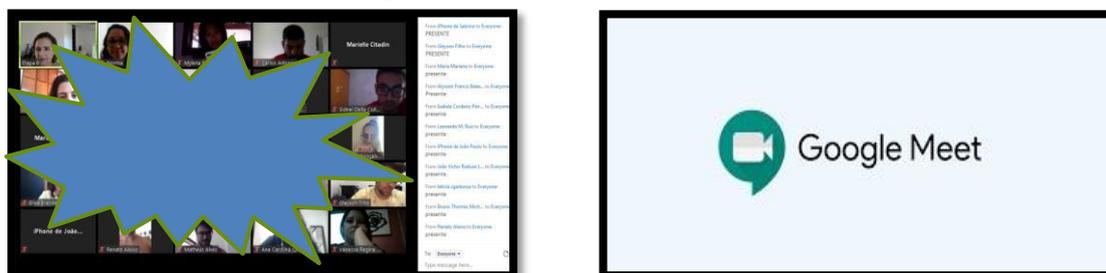
**Figura 5:** Ambiente aulas gravadas Moodle.

| Aulas Gravadas                                |                                       |  |
|---|---------------------------------------|--|
| Aulas da Unidade I                            | Aulas da Unidade II                   | Aulas da Unidade III   |
| Aula01 - Ideia intuitiva de Limites           | Aula07 - Regra da Cadeia              | Aula14 - Integral  |
| Aula02 - Definição Precisa de Limite          | Aula08 - Derivação Implícita          | Aula15 - Teorema Fundamental do Cálculo                              |
| Aula03 - Função Contínua                      | Aula09 - Taxas Relacionadas           | Aula16 - Integral por Substituição                                   |
| Aula04 - Derivada de uma função               | Aula10 - Derivada de Funções Inversas | Aula17 - Integral por Partes   |
| Aula05 - Retas tangente e regras de derivação | Aula11 - Máximos e Mínimos            | Aula18 - Integral por Substituição Trigonométrica e Frações Parciais |
| Aula06 - Derivada de Funções Trigonométricas  | Aula12 - Testes das derivadas 1ª e 2ª | Aula19 - Área entre Curvas   |
|   | Aula13 - Problemas de Otimização      |  |

**Fonte:** Elaborado pela autora.

As aulas ocorriam na plataforma *Google Meet*, já conhecida por reuniões com os alunos e popularizada na pandemia por grande parte de instituições e grupos de alunos, Após isso, ocorria o carregamento e *upload* no *Colabweb*.

**Figura 6:** Sala de aula no *Google Meet*.



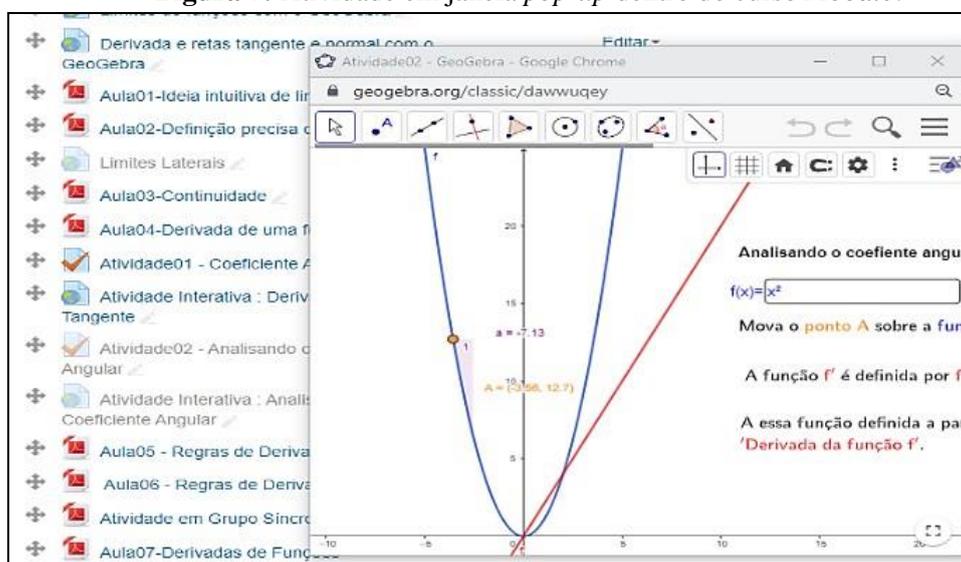
Fonte: Elaborado pela autora.

Como um breve resumo, na plataforma, pode-se observar que foram cronologicamente inseridos os conteúdos programáticos conforme a matriz curricular do curso e as atividades, onde os alunos poderiam ver os conteúdos sendo liberados conforme fossem realizando as etapas da aplicação.

### 4.3 Atividades de aplicação do GeoGebra

A plataforma *Moodle* permite também que seja aberto a atividade na janela *Pop-up* do *GeoGebra*, proporcionando total interação com o *software* e alterações de dados, inclusive de visualização gráfica e movimentação dos pontos, dando total percepção a eles, para mais adiante realizarem refutações como é possível observar na imagem.

**Figura 7:** Atividade em janela *pop-up* dentro do curso *Moodle*.



Fonte: Elaborado pela autora.

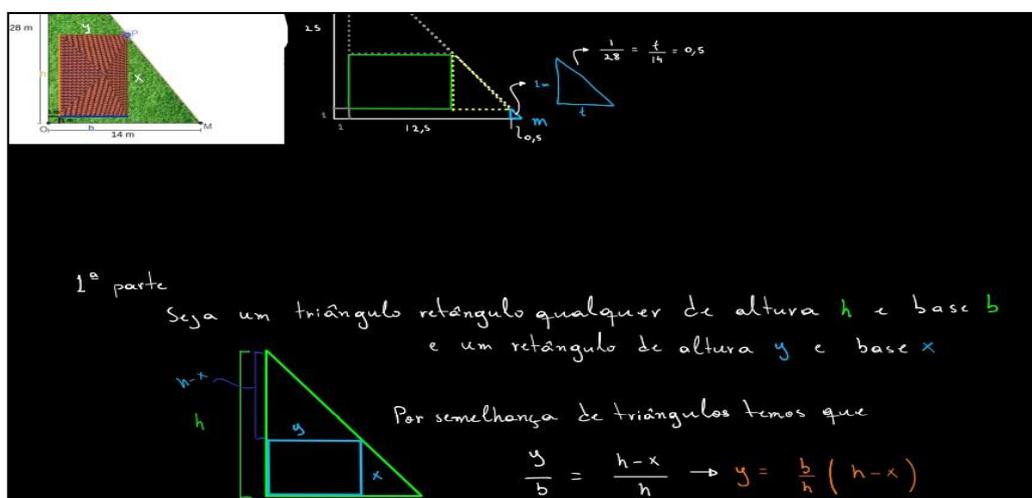
Foram aplicadas duas atividades que envolveram o *GeoGebra*: Máximos; Mínimos. A atividade do terreno e a atividade da caixa também os envolveram e um *Applet* acerca do conceito de Derivadas. Além dessas duas atividades foi realizada uma terceira que englobava o conceito em si e o aluno visualizaria a variação do *coeficiente angular* interagindo.

Na aula anterior, o professor já havia explanado sobre a experimentação e como seria a metodologia, falando sobre as etapas que seriam desenvolvidas. Na primeira aula, ele fez um aviso de como seriam as divisões dos grupos e encaminhou os *links* no *chat* do *Google Meet* e, durante 12 minutos, foi em cada grupo, se dividindo com a pesquisadora, para verificar se estavam todos alocados corretamente. Não ocorreram problemas nessa etapa e nem nas divisões e acesso as salas. Foram realizadas quatro divisões de grupos de quatro a cinco alunos cada, os áudios dos quatro grupos foram gravados e transcritos para análise.

Enquanto os alunos buscavam realizar a primeira etapa de leitura e se preparavam para realizar o primeiro planejamento e as resoluções, o professor liberou, no ambiente *Moodle*, o aplicativo *GeoGebra*. Seguindo as atividades enquanto os alunos buscavam soluções e levantavam hipóteses, o professor e a pesquisadora transcorriam pelos grupos, verificando e dando suporte aos mesmos caso houvessem problemas ou dúvidas.

Para surpresa tanto do professor quanto da pesquisadora, em relação aos suportes para formalização das ideias e preparação da plenária, os alunos possuíam e se prepararam com suportes tecnológicos. Como pode ser observado na Figura 8, eles utilizavam aplicativos, em que escreviam e todos os colegas conseguiam ver simultaneamente na tela, promovendo interação entre os membros da equipe.

**Figura 8:** Trecho da Resolução do Grupo 5 (1º Atividade Terreno).

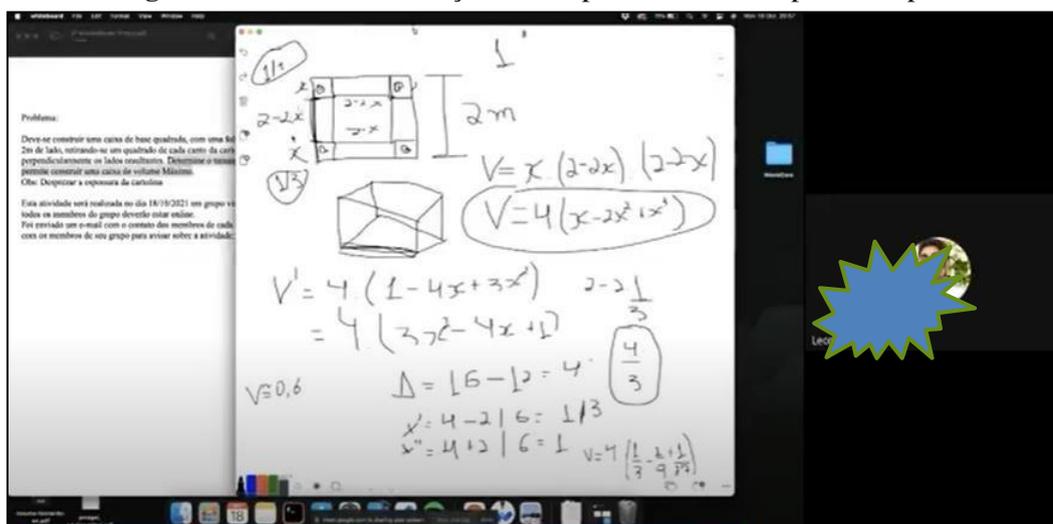


**Fonte:** Elaborado pela autora.

Após realizarem os cálculos muitos alunos abriram o aplicativo *GeoGebra* para confirmarem seus cálculos e, em alguns casos, como no grupo T2, os próprios alunos refutaram os números calculados por seus colegas como na atividade T1, da medição do terreno, onde haviam descontado apenas a lateral de 1m do terreno. Quando movimentaram o ponto P da lateral, verificaram que seus cálculos estavam incorretos, então, optaram por realizar a atividade por Semelhança dos Triângulos, algo que eles já tinham conhecimento, chegando ao resultado correto tanto do comprimento da casa quanto da lateral do terreno 25m e 12,5m respectivamente.

Durante a etapa de número quatro, de Resolução de Problemas, na segunda atividade referente à caixa, é possível ver os alunos esquematizando e desenhando inclusive suas hipóteses e de forma colaborativa suas resoluções.

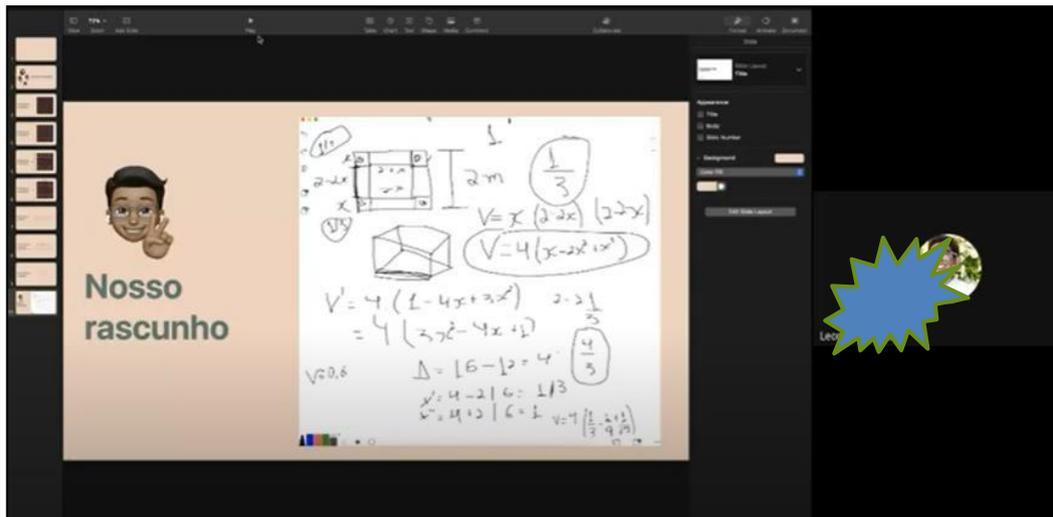
**Figura 9:** Trecho da Resolução do Grupo 5 durante a etapa de Grupos.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Durante a etapa de número sete, de plenária, os alunos apresentaram suas resoluções e foi possível verificar que utilizaram de recursos digitais para demonstrarem suas respostas a todos os outros grupos e ao professor. Nessa etapa de plenária, pela limitação de duração da aula e pela decisão do professor e da pesquisadora, foi dividida em duas etapas. Na segunda aula, verificou-se que os alunos se motivaram com os grupos que preparam apresentações animadas, como é perceptível na figura 10.

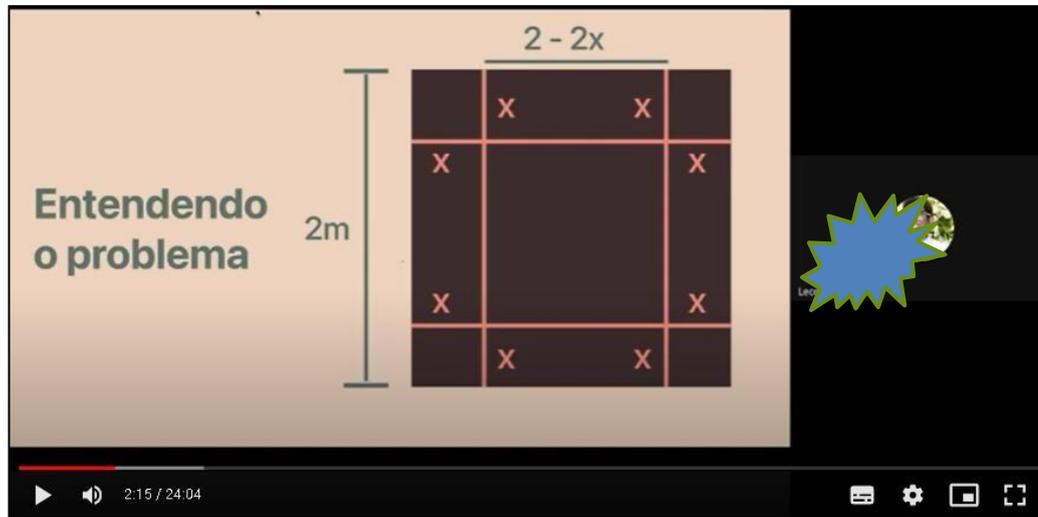
**Figura 10:** Trecho da amostra na fase de plenária – Grupo 5.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Nessa etapa, também foi possível ver que se preocuparam em explicar cada fase por onde passaram nas resoluções de problemas, contextualizando a linha do tempo e ilustrando com figuras.

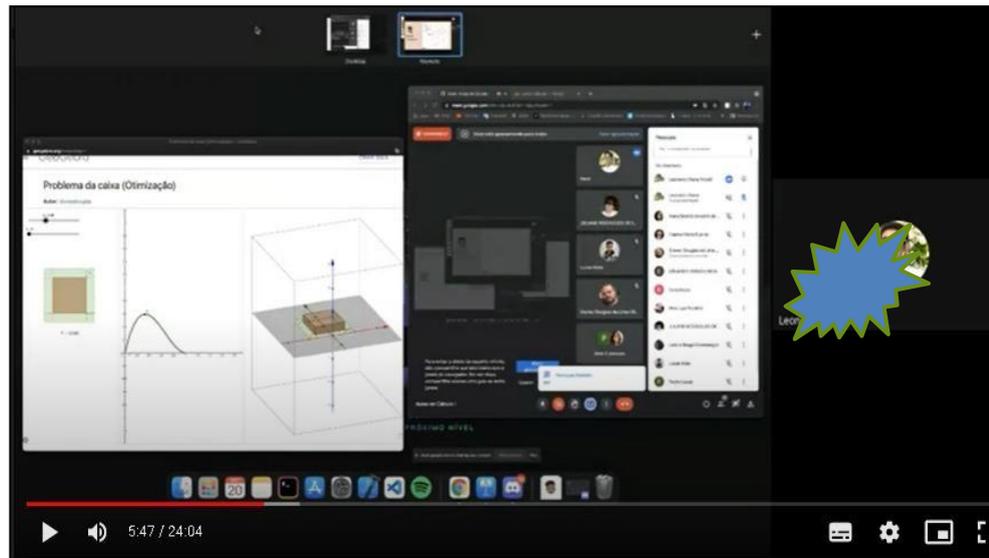
**Figura 11:** Rascunho da problematização na plenária - Grupo 5.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

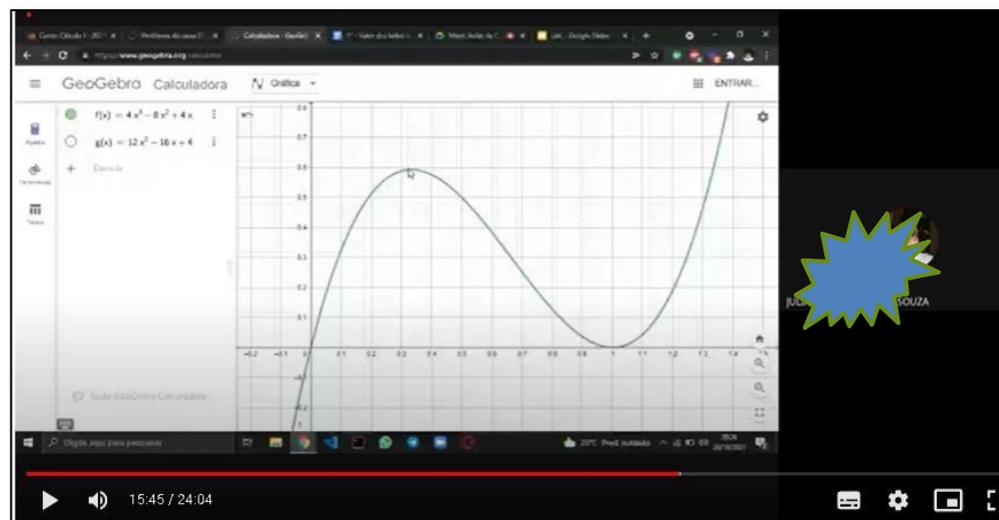
Após a apresentação inicial, os grupos conseguiram expor suas resoluções, confirmando no *GeoGebra* e apresentando para todos. Não foram apresentadas dificuldades nas manipulações e os alunos conseguiram absorver as habilidades e manipulações algébricas dentro do aplicativo.

**Figura 12:** Amostra do esquema de resolução no *GeoGebra* - Grupo 5.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

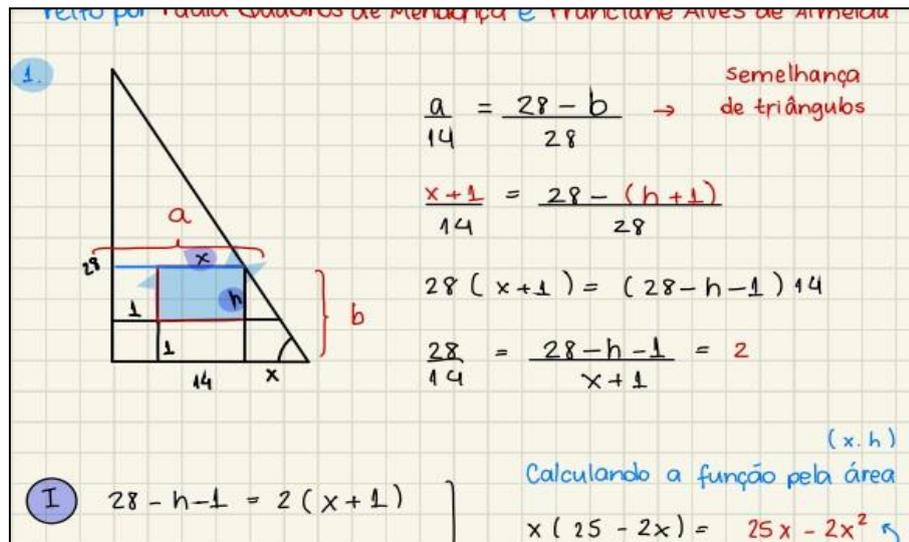
**Figura 13:** Amostra do esquema de resolução no *GeoGebra* - Grupo 4



**Fonte:** Elaborado pela autora.

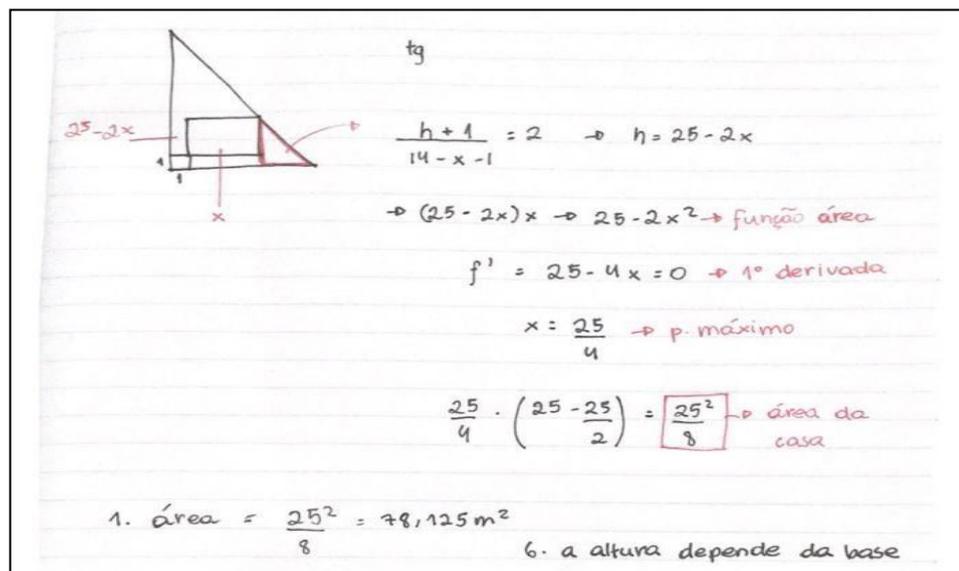
Tanto na atividade da caixa quanto na atividade da casa, os alunos realizaram a entrega via plataforma *Moodle* e, nessa parte, também colocaram o passo a passo das resoluções como é possível ver na Figura 14, se preocupando com a explicação de cada etapa que realizaram e por qual estratégia. Foi observado que grande parte da turma utilizou Semelhanças de Triângulos enquanto outras utilizaram os próprios conceitos de Máximos e Mínimos, mesmo grande parte da turma reconhecendo a relação existente entre a variação da Área e a Função, não estavam conseguindo transpor de uma forma algébrica. Um grupo afirmou que conseguiu após plotar a função no *GeoGebra*.

Figura 14: Atividade 1 plotada - Grupo 5.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 15: Esquematização da resolução enviada - Grupo 4.



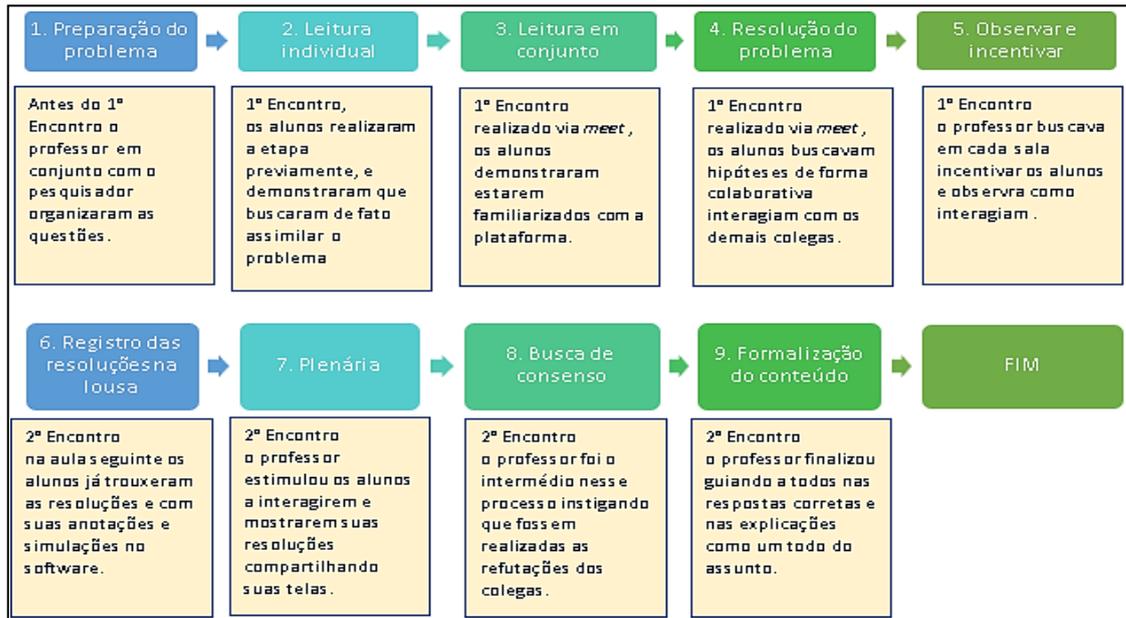
Fonte: Elaborado pela autora.

Diante do desenvolvimento dos problemas, foi perceptível que o *GeoGebra* permitiu aos alunos essa visualização na etapa de resolução e também na plenária, quando eram questionados eles embasavam suas resoluções com mais firmeza, se apoiando no aplicativo. Além disso, conectaram seus conhecimentos, muitas vezes associando a forma algébrica com a visual, utilizada no aplicativo em 3D e manipulando suas variáveis. Essas percepções confirmam o que já é abordado em nosso referencial teórico (VYGOTSKY, 2007), com as representações por signos e sua relação com a aprendizagem e desenvolvimento dos alunos.

#### 4.4 Aplicação da Pesquisa

Foram realizados os quatro encontros e as duas atividades propostas, divididas em duas aulas para cada atividade. As etapas ficaram segmentadas, como mostra o quadro abaixo, durante as aplicações. A terceira atividade incluída de *coeficiente angular* foi apenas inserida no *Moodle* e analisada as conjecturas e respostas dos alunos individualmente.

**Figura 16:** Etapas aplicadas no 1º e 2º dia da metodologia.



Fonte: Elaborado pela autora.

As aplicações ocorreram conforme o planejado e sem maiores impactos. Nenhum aluno se recusou ou não interagiu durante as aplicações. A maioria concordou no sentido de serem divididas as etapas para não sobrecarregar as aulas e as resoluções, assim, aproveitaram a essência de cada etapa.

O professor, como mediador nesse processo, segundo Vygotsky (2007), auxiliou como guia na construção da base teórica e para assimilação dos alunos. Assim, buscou dinamizar as aulas, nas quais os alunos deixaram de ver as resoluções de forma mecânica e conseguiram atribuir significado as aplicações.

## CAPÍTULO 5

### 5 RESULTADO E DISCUSSÕES

Neste capítulo, apresenta-se a análise e discussão dos dados obtidos a partir do desenvolvimento da pesquisa após as aplicações das atividades e entrevistas realizadas. O estudo buscou verificar a aplicabilidade e utilização do *software GeoGebra* em atividades de Derivadas e, para verificação dessas aplicações da metodologia, foi realizado o acompanhamento das evoluções dos alunos.

Através de testes sobre os assuntos e desenvolvimento de atividades práticas, o objetivo consistia em verificar qual a percepção dos alunos sobre as aplicações e de que forma contribuía para o desenvolvimento da aprendizagem dos conceitos de Derivadas. A partir dos resultados, tornou-se possível afirmar que a mediação através na inclusão do *GeoGebra* nas atividades experimentais em grupos, com a metodologia de RP, proporcionou o desenvolvimento e compreensão dos conceitos de Derivadas.

#### 5.1 A formação do Conceito de Derivada

Após a aplicação das atividades em grupo, visando avaliar como evoluiu o desenvolvimento do conceito de Derivada para os alunos que se caracterizava como aprendizagem e se eles absorveram de fato o conteúdo, foi realizada a aplicação de um questionário do tipo semiestruturado com Escala Likert, contendo 5 itens, sendo eles: (1) Discordo Totalmente; (2) Discordo; (3) Nem concordo, nem discordo; (4) Concordo e (5) Concordo Totalmente.

Para melhor demonstração em casos Likert, utiliza-se o Ranking Médio (RM), que quanto maior a proximidade do valor de 5, maior a concordância dos alunos. Abaixo é possível a tabela 1 que mostra os resultados.

#### 5.2 A percepção dos alunos com a aplicação de *GeoGebra* nas atividades

Para a análise das concepções dos alunos acerca das aplicações do *GeoGebra* durante as atividades em grupos, foram consideradas as assertivas de número oito e dez dos questionários e a pergunta final da entrevista semiestruturada.

Nas assertivas, buscou-se verificar a contribuição do *GeoGebra* nas atividades na visão do aluno em níveis e, na entrevista, ampliou-se essa visão para “de que maneira” elas contribuíram no entendimento profundo desse processo. Para isso, foram criadas categorias e subcategorias oriundas das falas dos estudantes nas entrevistas.

**Tabela 1:** Bloco 2 das assertivas presentes no questionário

| ASSERTIVAS  | FREQUÊNCIA |   |   |   |   |      |
|---|------------|---|---|---|---|------|
|   | 1          | 2 | 3 | 4 | 5 | RM   |
| O <i>GeoGebra</i> contribuiu para os desenvolvimentos das atividades propostas.                               | 0          | 1 | 1 | 7 | 6 | 4,2  |
| O aluno apresentou dificuldades em utilizar o <i>GeoGebra</i> durante as aplicações das atividades no Portal. | 1          | 8 | 2 | 3 | 1 | 2,66 |

**Fonte:** Elaborado pela autora.

Nas unidades de análises das entrevistas dos itens oito e dez, foram desconstruídos e dados sentidos conforme descritos abaixo no Quadro 4:

**Quadro 4:** Concepções das aplicações com *GeoGebra*.

| Categorias                                 | Subcategorias            | Unidades de Significado  | Unidades de Significado  |
|--|--------------------------|--|--|
| Aplicações de <i>GeoGebra</i>              | Visualização Gráfica     | [...] Deixa mais visual o conteúdo, eu acho que ajuda bastante. Utilizaria sim (A2).   | [...] Porque eu consegui ver o que as fórmulas estavam "fazendo".  |
|  | Confirmação dos Cálculos | [...] Se não fosse o <i>GeoGebra</i> ficaríamos no mundo das "ideias". Com o <i>GeoGebra</i> conseguimos ver se está certo o que tentamos calcular.  | [...] Com o <i>GeoGebra</i> conseguimos ver se está certo o que tentamos calcular [...] Quando vamos aplicar, tipo agente faz o Cálculo e ele mostra se está certo ou não, ele mostra o resultado. Ajuda a compreender |
| Compreensão através do <i>GeoGebra</i>     | Aplicação                | [...] Saberria aplicar, existem outros problemas em que posso aplicar sim.   | [...] Continuo usando em Integrais em Cálculo II.  |
|  | Conceito de Derivada     | [...] Ajudou a aplicar os conceitos aprendidos, utilizaria novamente.  | [...] Eu entendi o conceito, mas depois da aplicação da atividade fica mais clara, de vermos a aplicação mais clara na mente, deu para ver a aplicação na prática.   |
| Dificuldades em utilizar o <i>GeoGebra</i> | Aulas síncronas          | [...] Houveram algumas dificuldades em relação à esse período, tive dificuldade de assistir as aulas síncronas (conexão instável), tive dificuldade em me manter motivada (tinha a impressão de estar sozinha nesse processo de ensino aprendizagem. | [...] Estar on-line no horário da aula.  |
|  | Acompanhamento           | [...] À distância não tinha facilidade de falar com o professor eu acabei me voltando mais aos colegas para tirar dúvidas.   |  |

**Fonte:** Elaborado pela autora.

A partir da análise dos dados obtidos, é possível afirmar que, pela percepção dos alunos, o *GeoGebra* é um *software* que contribui de maneira positiva em vários pontos na sua inserção aliado com TDICs. A construção do conhecimento através da sua facilidade de visualização permite aos alunos realizar esse *check* em relação aos resultados, trabalhando as habilidades de percepções dos mesmos ao longo dos desenvolvimentos das atividades propostas.

Assim, o próprio aluno atua no centro, guiando seu processo e percebendo quando se toma uma resolutive incorreta através da manipulação do *software* com atividades, ao retornar ao ponto principal e tentar outras formas de solucionar os problemas propostos. Após as atividades e seguimento da disciplina, a autora realizou algumas anotações referentes ao processo:

Na segunda atividade, foi visível o protagonismo dos alunos e, como já estavam seguros em verificar no *GeoGebra* as confirmações de realizações dos Cálculos, já falavam abertamente suas manipulações no mesmo. Além de associarem o conceito conforme, resolvendo as etapas e movimentando os pontos no *applet* no *Moodle*.

Como validação dessa observação através das falas dos alunos, no questionário, foi possível verificar o posicionamento favorável dos alunos a aplicação do *software*, com 46,7% afirmando que contribuiu e 40% afirmando que contribuiu muito, com um RM de 4,2. A justificativa dos mesmos ocorreu nas entrevistas em relação a sua visualização e manipulação dentro do *software*.

Foi perceptível que, em suas adaptações, a utilização foi de maneira simples e mesmo, depois do término da disciplina, ainda utilizaram em outros tópicos. A sua compreensão ocorre conforme mostra a desconstrução no Quadro 4, através da possibilidade de aplicação em outros problemas, permitindo a aprendizagem do conceito de Derivadas como proposto.

A justificativa dos alunos reforça um fato muito discutido pela literatura, como no trabalho de Júnior (2015), o qual afirma que essas abordagens, que empregam tecnologias como *GeoGebra*, a abordagem visual auxilia no entendimento de conceitos matemáticos. Assim, proporciona um desenvolvimento intuitivo para estabelecer conexões com os conteúdos, que, por vezes, são abstratos e não são capazes de serem compreendidos.

Analisando também as falas dos alunos A1 e A2, estes deixam claro que a visualização ocorreu de maneira “lúdica”, como afirmou A1 sobre os conteúdos abordados. Mesmo após aparentarem uma compreensão das fórmulas, quando foram apresentados ao *software*, finalmente puderam entender o que de fato estavam calculando.

Baseado nesses fatos, é possível se afirmar que o *GeoGebra* contribuiu de forma positiva na aprendizagem dos alunos através do auxílio na visualização sobre as atividades, permitido aos mesmos total visão e habilidades sobre a resolução das atividades. Importante

salientar que, durante a entrevista, os alunos citaram que já haviam aprendido a resolução de muitas questões e que o manuseio do *GeoGebra* foi apenas uma ferramenta que auxiliou a compreensão do que, de fato, estavam calculando e não apenas de forma mecânica, como aplicar fórmulas.

### 5.3 Um novo olhar sobre a aplicação do *GeoGebra* no ambiente virtual

Quanto a utilização do *GeoGebra* em ambiente virtual, foi perguntado aos alunos, na assertiva de número dez, se houve **alguma dificuldade em utilizar o *GeoGebra* nas atividades do portal**. Pode-se verificar que foi assinalado com maior frequência o item 2 (pouca dificuldade), com um RM de 2,66.

Por meio das entrevistas, foi possível identificar duas subcategorias **Aulas Síncronas e Acompanhamento** e, por meio dessas subcategorias, constatou-se que as dificuldades encontradas pelos alunos não se relacionavam ao *software* em si e nem na sua manipulação, contudo, nas suas dificuldades em acompanhar e estarem presentes na aula no horário estipulado. Tal fato, algumas vezes, desestimulava o aluno a frequentar as próximas aulas e acompanhar a evolução da turma, o que era minimizado com as aulas gravadas disponíveis na plataforma, como podemos observar nos depoimentos:

[...] Problemas pessoais e de conexão foram os principais fatores que puseram uma dificuldade a mais nos meus estudos (AL03).

[...] Tive dificuldades em entender e provavelmente manter a rotina das aulas, afinal, eu escolhi um curso noturno e as aulas de Cálculo aconteciam apenas de manhã, o que dificultava muito pra mim assisti-las, porém as aulas que pude assistir e os materiais disponibilizados no ColabWeb eram excelentes e me ajudaram muito (AL04).

Outro ponto que influenciou foi a falta de contato direto com o professor, mesmo que a plataforma disponibilizasse um *chat* para contato direto no mural, onde eram tiradas dúvidas com o professor. Nesse ponto, as aulas gravadas foram um ótimo suporte e, conforme proposto na metodologia de aplicação das atividades, com a interação dos colegas, trazia benefícios aos alunos de forma que pudessem, como proposto na construção da aprendizagem essas trocas de experiências.

[...] A maior dificuldade para mim era compreender a teoria, porém, o fato de podermos rever as aulas ajudou bastante e as atividades em grupo também (AL05).

Praticamente todos os alunos citaram as dificuldades:

[...] Quanto ao assunto eu não tive dificuldades relevantes, agora, acompanhar as aulas de qualquer disciplina em casa é muito ruim, tem que ter computador/celular disponível na hora, tem que ter internet boa, enfim eu nem entrar nesse assunto (AL04).

Através das exemplificações apresentadas acima pelos alunos, foi possível constatar que as dificuldades estão relacionadas ao meio, no qual o aluno está imerso no ambiente virtual, logo, a ferramenta ou configurações do sistema podem ser melhorados, a fim de minimizar esses danos. Consoante a isso, pode-se afirmar que a ferramenta não apresenta grandes dificuldades de se manipular ou de ser inserida no ambiente *on-line* no ponto de vista técnico, como dificuldades de compreensão ou aprendizagem e até mesmo de interação *on-line*.

Os alunos conseguiram, inclusive durante as aulas, utilizar lousas interativas e aplicativos que mostravam a tela e as manipulações no *GeoGebra*, que permitiam os outros alunos interagirem e trocaram experiências entre si. O quesito dificuldade de utilização do *software*, nas observações em campo da pesquisadora, foram validadas com essas respostas dos alunos, onde a observadora anotou:

Os alunos apresentam familiaridade e fácil manipulação das variáveis das atividades utilizando o *GeoGebra* e trocam experiências entre si de maneira simples e com raciocínio bem elaborado.

**Resumindo** essa questão, foi confirmado que os alunos não apresentaram dificuldades com a utilização do *GeoGebra* e nem na plataforma, apenas com o acesso a internet e condições que assistem as aulas. Esses itens foram minimizados pela metodologia e plataforma, com a possibilidade de aulas gravadas e suporte dos colegas que estavam dispostos a ajudar em si, sendo necessário muitas melhorias a respeito desses itens.

#### **5.4 Utilização do *GeoGebra* como ferramenta para aprendizagem dos conceitos de Derivadas**

Dados os resultados após as aulas experimentais, o estudo buscou examinar a aplicabilidade da inserção do *software GeoGebra*, como recurso para auxiliar a aprendizagem através do desenvolvimento de habilidades cognitivas por meio da interação, raciocínio e compreensão dos conceitos de Derivadas na disciplina de Cálculo.

Após as atividades aplicadas em sala de aula, com a apresentação de questões e desenvolvimento de resoluções e etapas de plenárias, foi inserido no sistema *Colabweb* uma atividade que avaliasse o nível de entendimento de cada aluno em particular e o quanto ele havia absorvido os conceitos fundamentais de Derivadas e, em específico, o de Variação do Coeficiente Angular, como pode ser visto no Anexo A.

O conteúdo ministrado estava dentro do cronograma da disciplina e não excedeu no tempo de duração previsto para o fechamento do conteúdo programático. O conteúdo

ministrado foi inserido na plataforma em forma avaliativa, valendo ponto para compor a nota final da disciplina, em comum acordo com o professor da disciplina. Nem todos os alunos entregaram a avaliação no sistema dentro do tempo hábil, dos 42 alunos matriculados, apenas 32 realizaram o envio, os demais, por diversos motivos, deixaram de frequentar as aulas.

As questões apresentavam características avaliativas sobre os conceitos e percepções dos estudantes sobre o conteúdo, de forma que não foram inseridas questões com grandes cálculos ou que demandassem um estudo complexo sobre a resolução. As questões apresentavam similaridades com as dos trabalhos desenvolvidos com os grupos. Na parte do desenvolvimento visual, o aluno tinha a percepção movendo os pontos dentro do *aplet*, de quais funções poderiam ser as soluções ou não, desde que tivesse desenvolvido sua cognição em relação aos conceitos estudados em conjunto com suas Zonas de Desenvolvimento.

Os resultados das notas podem ser observados na figura abaixo, que mostra a média dos alunos, cujo nota máxima era 0,8 pontos e podemos observar que apenas 0,25% dos alunos ficaram abaixo da metade da nota requerida na atividade. Sendo assim, comprovou-se que se obteve contribuição no processo de aprendizagem da maioria dos alunos e suas cognições.

Durante as aulas exploratórias, foram beneficiados com a utilização do *GeoGebra*, pois, quando aplicado aliado a atividade avaliativa, os alunos puderam manusear e usufruir do mesmo para seu desenvolvimento da ZDP. Conforme Vygotsky (1994), isso pode ser resultado de uma solução de problemas mediada ou orientada por pessoas mais capazes, oriundo do aprendizado desenvolvido durante a formação dos grupos e interações.

**Figura 17:** Distribuição de notas dos alunos nas avaliações.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Quando questionados na entrevista sobre a contribuição do *GeoGebra*, foram feitos os *links* que só foram capazes de resolverem as próximas atividades devido a serem expostos a

atividades com essa interação da interface do *software*. Os alunos puderam realizar a atividade proposta, de maneira que desenvolvessem sua capacidade de análise e, analogamente, puderam seguir mentalmente os passos da RP e buscar na memória as aulas exploratórias, onde foram explicados os conceitos e as interações com os demais colegas e, assim, desenvolver raciocínio de resolução.

Tal ótica seria configurada conforme Tall e Vinner (1981), cuja formação desses conceitos ocupa um lugar fundamental na Psicologia da Aprendizagem e significa a ideia desse conceito atrelado a imagem (*concept image*). Seja qualquer imagem, é algo não-verbal associado, na mente do aluno, a um conceito, o que foi proposto na atividade, olhar o *apillet* para lembrarem-se das aulas e representações gráficas e manipuláveis, também sem nenhuma descrição em si.

O recurso gerou esses efeitos na maioria dos alunos, onde puderam afirmar nas entrevistas que a formação visual gráfica os ajudou a resolver problemas, relembrar de atividades e utilizá-las em posteriores resoluções, sendo capazes de resolver questões sozinhos antes não executáveis. Porém, alguns atos foram questionados, como os alunos que não conseguiram resolver as questões apresentadas e, ainda, três alunos zeraram todas.

Ao serem verificados e comparados, foram identificados que apenas um desses três alunos não participou das aulas interativas e, com dois dos alunos, não foram identificadas possibilidades que pudessem justificar as atividades zeradas. Desse modo, é necessária uma avaliação mais criteriosa, que talvez apontasse para níveis diferentes de Zonas de Desenvolvimento, com um tempo maior para essa aprendizagem.

O restante dos alunos executou as atividades, consoante a nota do maior para o menor, foi possível observar, durante as aulas, que apresentavam capacidades cognitivas de autoeficácia, isto é, conseguiam se autoafirmar e, através de certezas confirmadas no *software* conseguiam, obter a clareza ao afirmarem suas respostas. Porém, cada caso é analisado de forma singular, pois, como, afirma D'Ambrósio (2005), as habilidades cognitivas são próprias de cada indivíduo.

## **5.5 A Metodologia de Resolução de Problemas para aprendizagem em ambiente virtual**

Com o objetivo de verificar a contribuição da metodologia de Resolução de Problemas no ambiente virtual, foram consideradas as assertivas de número seis, sete e oito do questionário. A partir da fala dos estudantes, seguem as categorias e subcategorias abaixo.

**Quadro 5:** Concepções dos alunos sobre a Resolução de Problemas como metodologia.

| categorias                            | Subcategorias                      | Unidades de Significado  | Unidades de Significado  |
|---------------------------------------|------------------------------------|--|--|
| Contribuição das atividades em grupos | Apoio em equipe                    | [...]com o apoio das minhas colegas eu percebi que eu não era a única com dificuldades na disciplina. eu acho que ajuda bastante. [A2] | [...] fazendo assim a troca de experiência que beneficia as pessoas que possuem um bom conhecimento e também as que possuem conhecimento mediano e baixo do assunto. |
|                                       | Compartilhamento de conhecimentos  | [...]até mesmo ensinar quando entendemos melhor uma parte do assunto. É uma troca de conhecimentos.                                    | [...]Sim, ajuda a praticar as questões e compartilhamento de conhecimento  |
| Interação dos grupos                  | Sanar Dúvidas                      | [...]Eu tirei bastante dúvidas com minhas colegas e assim como tirei dúvidas também.   | [...]Combinávamos soluções e com elas, sanávamos nossas dúvidas.   |
|                                       | Praticar soluções                  | [...]é uma maneira de praticar os assuntos que foram abordados   | [...]pois abre uma discussão para resolver exercícios  |
| Dificuldades na Metodologia           | Participação de todos              | [...] quando há membros que não participam ou não aparecem para as reuniões  | [...]o problema é a forma que se aplicam ou o controle de participação dos alunos que o professor tem  |
|                                       | Familiaridade com os participantes | [...] cair numa equipe em que eu não conhecesse ninguém era alta.  | [...] Eu não tinha colegas na turma e o ensino remoto não facilita   |

**Fonte:** Elaborado pela autora.

Assim, pode-se afirmar que as atividades envolvendo a metodologia de Resolução de Problemas foram benéficas e contribuíram no aprendizado dos alunos, principalmente por seus fundamentos estarem presentes como princípio colaborativo, como visto na primeira categoria de **Contribuição das Atividades em Grupos** e na segunda com *Interação dos Grupos*.

Os grupos construíram colaborativamente as resoluções e, durante as anotações, também foram pontos importantes a serem destacados: interação dos alunos nos grupos; senso crítico sendo desenvolvido como um todo. O aluno era capaz de questionar a si e questionar os demais colegas com outra opinião e refutação sobre as resoluções.

Inclusive, observou-se, em algumas etapas, que foram realizadas algumas reuniões sem a presença e gravação do professor da disciplina ou da pesquisadora, demonstrando a autonomia e interesse nas resolutivas:

[...] No início das atividades, eu era a pessoa que mais tirava dúvidas com as colegas. Depois eu consegui ajudar as minhas colegas, foram trocas de conhecimento muito legais. Lembro que para resolvermos a lista nós nos reunimos 3x via *Google Meet*, com duração de 1h cada reunião. O primeiro passo que tomamos foi resolver os exemplos passados em sala de aula e depois partíamos para a lista em si (AL3).

Em forma de tópicos, listamos as principais contribuições observadas, de uma visão geral a partir dos instrumentos coletados:

- **Aprendizagem dos Estudantes:** durante os fóruns, em uma das etapas finais da Resolução de Problemas, foi possível visualizar a percepção dos alunos através das soluções colaborativas, sendo capazes de utilizar o senso crítico. Além disso, questionaram, durante as reuniões de soluções, com os colegas sobre as próprias resoluções quando as mesmas pareciam “estranhas”:

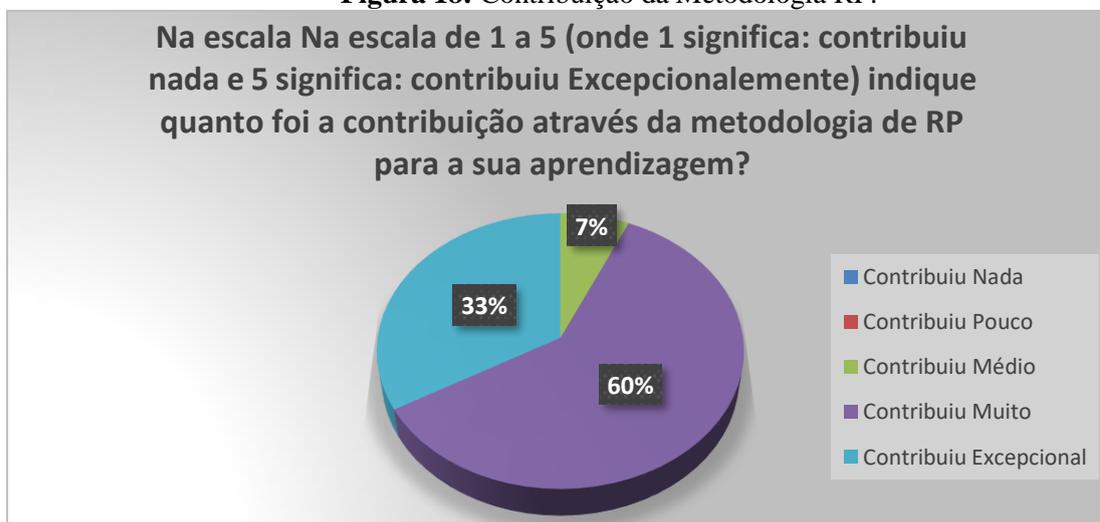
[...] Conseguia fixar melhor os assuntos e entender o que não havia entendido resolvendo as questões da atividade com os colegas (AL5).

[...] Acho que esse número final 25m2 não faz sentido... (AL4).

Segundo Borba, Malheiros e Zulatto (2007), alguns fatores são essenciais para que ocorra a aprendizagem no ambiente EaD, como os citados pelos alunos nas entrevistas: colaboração; interação; diálogo. Este último ocorreu de forma surpreendente nas aulas com a metodologia, servindo como base para se afirmar que ocorreu essa aprendizagem, visto que estavam presentes nessa pesquisa.

Quando verificamos a questão número 14 do questionário, temos essa visão clara, com 60% dos alunos afirmando que o entendimento da disciplina, em razão da metodologia, “Contribuiu Muito” e, para 33%, “Contribuiu de Maneira Excepcional”. Logo, em suas visões, ocorreu a aprendizagem na turma.

**Figura 18:** Contribuição da Metodologia RP.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

## 5.6 Adaptações das Etapas de Metodologia de RP em ambiente *on-line*

Apesar de não ser o foco desse estudo, as adaptações foram necessárias na metodologia são significativas para a pesquisa. Um dos fatores que comprometeu o estudo foi a dificuldade

de acesso a internet de todos, como podemos verificar nas etapas eram necessários estarem *online* no horário de aula. Em algumas situações, isso não era possível para alguns alunos pela oscilação de sinal, o que foi minimizado realizando grupos com um número razoável de discentes, para o caso de ausência, e gravações para aqueles que perderam algum momento da aula, a fim de não se sentirem deslocados nas próximas.

Outro ponto que se destacou foi o fato de que nem todos os estudantes possuíam microfones instalados ou em funcionamento durante as etapas de discussões. Para isso, utilizavam o *chat* do *Google Meet*, para interagirem com os colegas e expressarem suas opiniões no desenvolvimento das soluções, porém, na etapa da plenária, os alunos expuseram suas soluções com algumas adaptações, sendo necessário que fizessem o arranjo da apresentação apenas com os que detinham o recurso, contudo, as refutações continuaram ocorrendo no *Chat*.

Com relação à comunicação através de discussões, diferentemente do presencial, foram necessárias algumas adaptações. Na etapa cinco, onde o professor acompanhou os grupos, mesmo ocorrendo e previsto (foram traçadas as divisões dos grupos após a apresentação do problema na etapa quatro, em que cada grupo participaria de uma sala do *Google Meet*, separados dos demais grupos).

O professor, por razões óbvias, não poderia estar em todas as salas. Então, houve uma limitação, o qual precisou realizar o *check* de que todos conseguiram acessar as salas de maneira correta, comprometendo o tempo que seria dedicado apenas a tirar dúvidas e interagir entre os grupos.

Apesar desses pontos, foi possível adquirir uma visão mais ampla de cada grupo para análise posterior das dificuldades encontradas, principalmente das contribuições e processo de construção do conhecimento através das discussões internas entre eles e refutações, já que todos os grupos eram gravados particularmente. Isso possibilitou, além dos questionários e entrevistas finais, concretizar sua afirmação sobre a contribuição da metodologia e utilização do *software* no processo de aprendizagem, fato que não ocorreria de maneira presencial.

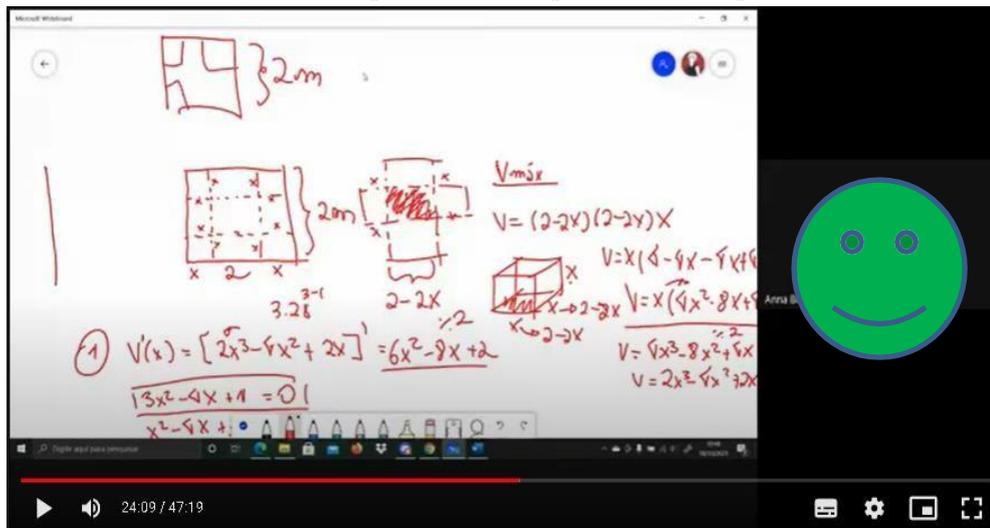
Na etapa de plenária e busca de consenso 7 e 8, também foi necessária uma interação maior do professor como mediador, instigando os alunos a interagirem, visto que ficaram mais retraídos na modalidade virtual, sem estarem face a face com os outros alunos. Nesse ponto, foi necessário que o professor intermediasse e iniciasse os debates, porém, após iniciar, os alunos se animavam e continuavam.

Na etapa seis, onde os alunos iriam apresentar na lousa se tornou uma etapa virtual de compartilhamento de tela, onde estavam utilizando recursos digitais para resolução das

atividades, se mostrou satisfatória, pois podiam compartilhar as telas com todos os recursos e como realizaram no *software* os cálculos e confirmações das soluções.

Como pode ser observado nessa etapa abaixo, os mesmos utilizaram desenhos e fórmulas de conhecimentos anteriores para se basearem na construção do conhecimento e com a interação entre esses sujeitos se desenvolvem a aprendizagem dos colegas. Não houve perda nessa etapa, pois os outros alunos podiam solicitar o controle da tela e, assim, realizar suas contribuições em conjunto.

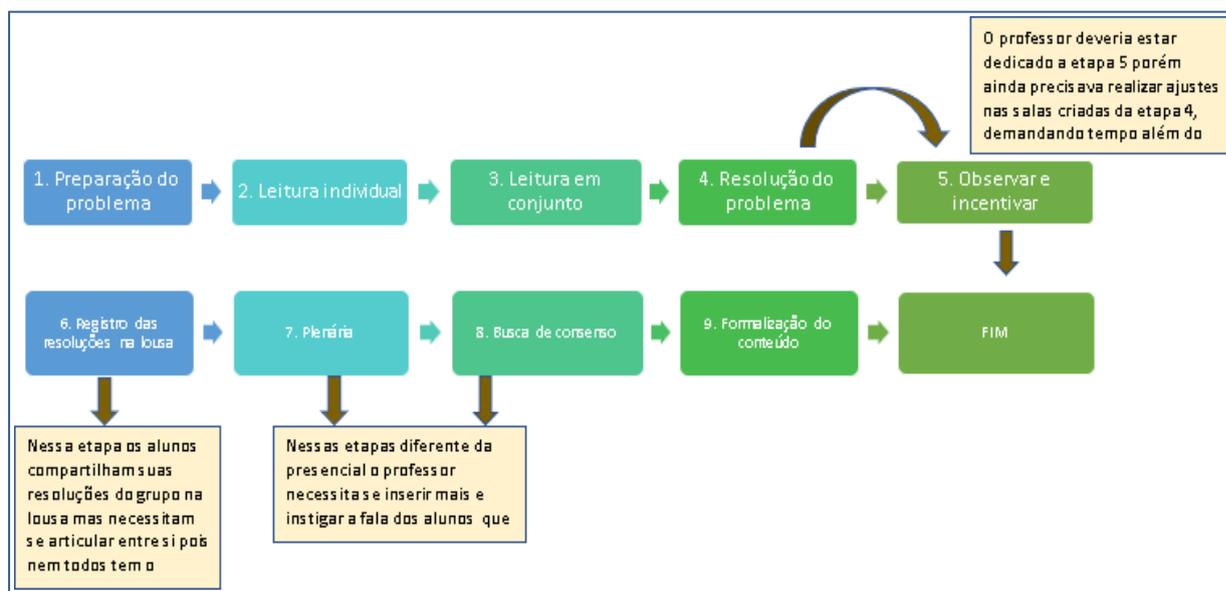
**Figura 19:** Apresentação da plenária no Grupo 4.



**Fonte:** Elaborado pela autora.

Na figura abaixo, apresenta-se um resumo das etapas que foram adaptadas e quais foram planejadas no Capítulo 2 e foram seguidas suas orientações, confirmando o que se tinha previsto. Com um total de quatro etapas, realizou-se alguma observação de modificação ou desvio em relação a aplicação presencial.

**Figura 20:** Esquema das fases e aplicações da Metodologia.



Fonte: Elaborado pela autora.

Portanto, quando realizamos uma visão ampla de todas as etapas de aplicação, podemos afirmar que apenas duas de fato foram decisivas por suas modificações, para continuarem com a contribuição de aprendizagem quando aplicadas em ambiente virtual. As etapas de considerar o *chat* na plenária, para não excluir nenhum aluno da chance de participação e a maior intervenção do professor nas etapas de plenária, buscaram por consenso, pois, assim como afirmam Dutra e Viana (2013), o professor se porta como orientador da aprendizagem e mediador desse processo, realizando exatamente o que foi vivenciado nessa pesquisa.

### 5.7 Acompanhamento dos estudantes nas atividades

Foi possível verificar o progresso dos alunos durante as realizações das atividades, a evolução dos mesmos durante o desenvolvimento da segunda em comparação com a primeira destoou tanto no nível de conhecimento quanto na desenvoltura da metodologia, tudo isso por meio da observação participante citada no início da pesquisa onde foram anotados inclusive o desenvolvimento dos alunos em relação a utilização como objeto de estudo e ambiente em relação a interação com os colegas quando solicitados eram capazes de realizar arguições e ainda discutir de uma maneira saudável com os outros.

Inclusive nas questões nº 3 e nº4 da entrevista *semiestruturada* foi possível desenvolver nas respostas dos alunos o quanto eles próprios foram capazes de reconhecer que conseguem de maneira autônoma identificar as aplicações e resolvê-las mesmo após a disciplina,

reconhecendo que ainda existem limitações mas que são capazes de buscar as soluções e relembrar da trajetória construída durante as aulas:

[...] talvez eu não conseguisse de cabeça agora, mas se fosse pensar um pouco lembraria dos conceitos aprendidos e resolveria os problemas até porque depois tivemos integral... (AL2).

Essas discussões que emergiram nos grupos também foram marcantes aos alunos e refletiram diversas vezes nas respostas tanto nas entrevistas quanto nos questionários, onde era possível verificar que os alunos consideraram fundamentais para sua evolução. Onde a mediação realizada por outros colegas eram a base para internalizar esses conceitos aprendidos ou a partir de conceitos pré existentes ressignificar os mesmos com a nova situação proposta, onde a mediação podia ocorrer com a interação demonstrando diversas formas de representações na hora de resolver o problema apresentado por diversos colegas emergindo as discussões ricas em aprendizado.

Os estudantes foram observados em cada aplicação e inclusive em outras aulas da disciplina de outros conteúdos onde foi observado que seguiram utilizando o *software* e também os debates com os colegas feitos nos grupos, outro fator que mesmo não sendo objeto de estudo acabou se destacando que as atividades aproximaram os alunos uns dos outros o que dificilmente ocorreria visando que a turma seria 100% virtual.

Essas atividades elaboradas ao chegarem ao fim foram analisadas que nenhuma ficou incompleta ou nenhum grupo deixou o entregou incompleta, inclusive que nenhum grupo deixou de participar das etapas. Em consoante a isso podemos afirmar em relação se um objetivo cognitivo foi alcançado se de fato se está chegando a resolução do problema proposto se essas atividades planejadas estão indo de encontro com o realizado em campo e assim estabelecer um sistema de execução de tudo que foi proposto conforme Tovar -Galvez (2008), que cita essas atividades de caráter dinâmico.

Visto toda essa observação foi acompanhado e anotado não apenas resultados e sim os constructos dos estudantes, a capacidade dos mesmos de desenvolver uma solução e de serem capazes de opinarem interagindo com o outro de maneira a fixar suas ideias. O que foi de fato desenvolvido durante a pesquisa.



## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

Nesta pesquisa, buscou-se investigar quais as contribuições do *software GeoGebra* na aprendizagem dos alunos, quando aplicado em ambientes virtuais na turma de Cálculo I na Universidade Federal do Amazonas. Para tanto, foi realizado uma aplicação por meio da Metodologia de Resolução de Problemas de duas atividades, onde os alunos obtiveram a oportunidade de desenvolver a formação dos conceitos e construção do conhecimento acerca de Derivadas através da colaboração, interação com colegas e inserção de ferramentas tecnológicas.

As atividades aplicadas fundamentaram-se no Construtivismo de Vygotsky, no qual o desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem do aluno se formam por meio de relações sociais, ou seja, interação entre os indivíduos e com o meio, bem como a figura do professor como intermediário entre o aluno e o conhecimento.

Nesse contexto, os estudantes foram submetidos a atividades, estimulados a interação, investigação e construção dos conceitos de Derivadas. Diante da metodologia e cada etapa, foram desenvolvendo habilidades, como sua percepção e autocrítica em relação as soluções encontradas sobre os assuntos, questionando-se quando estavam no caminho correto ou não, conforme a abordagem construtivista propõe.

De modo geral, é possível se concluir que o objetivo da pesquisa foi atingido quando se observa a evolução dos alunos a cada etapa, capazes de relacionar os conceitos aprendidos e aplicá-los e, como opinião própria, afirmaram que as atividades contribuíram de forma positiva para a visão dos mesmos conforme proposto inicialmente. Ainda, afirmaram que gostariam de utilizar a metodologia em outras disciplinas.

É possível notar que a metodologia apresentada deixa claro como as demais utilizadas atualmente ainda, em sua maioria, possuem defasagens, quando não envolvem o aluno com atividades que o transforme em construtores do conhecimento. Aulas repetitivas, onde a tecnologia não está inserida a favor do aluno de fato, pode influenciar no desejo deles de continuar no restante do curso.

Nesse cenário, ainda foi possível se inserir uma nova realidade que temos nas universidades e centros de ensino em todo mundo: o ensino virtual. Apesar de existir há vários anos, as pesquisas ainda são em números menores quando comparadas com ensino presencial e, com isso, as possibilidades de aplicação da literatura em campo pelos professores diminuem consideravelmente.

O trabalho contribuiu a favor, unindo esses três pilares na aplicação das atividades: Ensino *on-line*; *GeoGebra*; Resolução de Problemas. Demonstrou-se aos alunos a possibilidade do ensino de Cálculo de uma forma agradável e, principalmente, que seja capaz de visualizar situações do cotidiano e aplicações reais diferentes do ensino tradicional, em que possam ser aprendidos os conceitos de uma forma prazerosa e divertida através do diálogo e interação, mesmo que de forma virtual.

De modo geral, analisando os resultados da pesquisa, pode se concluir que o objetivo principal, o qual visava contribuir com a aprendizagem do conceito de Derivadas, foi atingido. Sendo possível esse fato se concretizar quando observamos todo o processo em si das aplicações e a evolução dos alunos, bem como parte do grupo através do amadurecimento e autopercepção para a resolução das atividades, em cada etapa, mostrando um conhecimento evoluído e capaz de identificar e aplicar os conceitos trabalhados.

A dissertação apresentou uma proposta de aplicação do *GeoGebra*, com mediação para o desenvolvimento da aprendizagem, foi demonstrado eficácia da abordagem com aplicação de maneira remota do tópico de Derivadas, na disciplina de Cálculo I do Ensino Superior. Na abordagem aplicada no ambiente *Moodle*, foram carregadas atividades de apoio e avaliativas, utilizando a metodologia de RP como guia para as etapas.

As aulas remotas de Cálculo têm menos recursos ainda aplicados se compararmos com a forma presencial. Quando aplicados, não seguem passos metodológicos que possibilitem a construção do conhecimento, em que os alunos sejam construtores e protagonistas do processo de aprendizagem, sem proporcionar atividades fundamentais para esse processo como: participação ativa; interação com colegas; a própria experimentação em si.

Assim como sugerido na pesquisa, o professor precisa auxiliar uma classe, como a própria pesquisadora atuou na investigação. Além disso é importante transitar nas salas, sinalizando, caso seja preciso, um apoio, o que ainda não é uma fácil realidade nas salas de aula nos dias atuais.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S.; ONUCHI, L. R. Pesquisa Em Resolução de Problemas: Caminhos, Avanços e Novas Perspectivas. **Bolema**, São Paulo, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.
- ARAÚJO, T. H. L. D. **A Arte de Resolver Problemas**. Tradução de Tradução de HOW TO SOLVE IT. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2019
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2013.
- CARDOSO, D. **Resolução de Problemas e o Software Geogebra no Ensino e Aprendizagem de Otimização de Funções**. 2018, 155f. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Joinville, 2018.
- CAVALCANTI, L.; BRANCO, J. C. S.; SANTOSI, M. Arte de Resolver Problemas. In: **Colóquio Internacional "Educação e Contemporaneidade**, 5, 2011, São Cristóvão, 2011.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução de Magda Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- CARMO, E. S.; Boer, N. **Aprendizagem e Desenvolvimento na perspectiva interacionista de Piaget, Vygotsky e Wallon**. XVI Jornada Nacional de Educação. Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Santa Maria, 2012.
- D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática da Teoria À Prática**. 23. ed. Campinas-SP: Papirus, 2012.
- D'AMBRÓSIO, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação E Pesquisa**, 31(1), 99-120.
- DE VILLIERS, M. Some pitfalls of dynamic geometry software. From Teaching & Learning Mathematics, **Journal of the Association of Mathematics Education**, n. 4, p. 46-52, 2007.
- DE ANDRADE DUTRA, D. ; VENTURA VIANA, M. D. C. **Resolução de problemas em ambientes virtuais de aprendizagem: possibilidade na educação a distância**. **Revista Eletrônica de Educação**, MG, Ouro Preto, v. v. 7, n. n. 2, p. p. 241-262, 2013. ISSN ISSN 1982-7199.
- EDINÉIA ZARPELON et al. **Análise do desempenho de alunos calouros de engenharia na disciplina de cálculo diferencial e integral i: um estudo de caso na utfpr**. Master's thesis, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016
- FEITOSA, M. C. et al. O uso do GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino de funções inversas e logarítmicas. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Gonçalves, v. 6, n. 2, p. 15, 2020.
- FERRI, J.; SCHIMIGUEL, J.; CARNIELO, L. M. Uso do GeoGebra no Ensino da Matemática. **Revista Gestão Universitária**, Cidade, n. v., p., 2013.
- FERRÃO, N.S. **Mapas Conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral**. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013

GARZELLA, F. A.C. A disciplina de Cálculo I: a análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. 2013. 298f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo. 2013.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010

GOMES, D. M.; STAHL, N. S. A Resolução de Problemas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia: uma experiência. **Revista Thema**, Rio Grande do Sul, v. 17, n. 2, p. 294-308, 2020.

GONZAGA, M. F. N. **Um estudo sobre resoluções do problemas e Modelagem Matemática**. 2019, 98 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Unigranrio, Rio de Janeiro, 2019.

JUNIOR, C. L.; ONUCHIC, L. D. L. R. Teaching and Learning Mathematics Through Problem Solving As Sociointeractionist Practice. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 35, p. 955-978, 2015.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, D. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LOPES, V.; SCHERER, S. **Cálculo Diferencial e Integral e o Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação: uma Discussão de Pesquisas nos Últimos Onze Anos**. 2. ed. MS, Brasil: [s.n.], v. 11, 2018.

LOPES, T. BEIRIGO.; GUEDES, L. DOS SANTOS. **O uso do geogebra como ferramenta auxiliar para estudo da reta tangente a um gráfico**. Cited-UFRGS, v. 14, n. 2, 2016.

MATTAR, J. Aprendizagem em ambientes virtuais: teorias, conectivismo e MOOCs. TECCOGS: **Revista Digital de Tecnologias Cognitivas**, São Paulo, n. 7, p. 21-40, 2013.

MOLINARI, J. R. A.; APARECIDA, L. D. S.; RETSLAFF, F. M. D. S. Um relato de experiência no ensino de funções quadráticas com a utilização do software GeoGebra. **REMAT**, Bento Gonçalves, v. 5, n. 2, 2019.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. D. C. Análise Textual Discursiva: Processo Reconstutivo de Múltiplas Faces. **Ciência & Educação**, v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. D. C. **Análise Textual Discursiva**. 2. ed. [S.l.]: Unijuí, 2013.

MORAIS, R. D. S. **O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática: um inventário a partir de documentos dos ICMEs**. 2015, 471 f. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2015.

MOREIRA, A. **Teoria de aprendizagem**. São Paulo: E.D.U., 1999.

OLIVEIRA, A. D.; VIEIRA W.; PIASSON, D. O uso do GeoGebra para o ensino de Cálculo diferencial e integral, um mapeamento de suas publicações. **Revista Thema**, v. 15, n. 2, p. 466-484, 2018.

ONUCHI, L. D. L. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Em Educação Matemática: Concepções E Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-2018.

ONUCHIC, L. R. E. A. Resolução de Problemas na Educação Matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, 2013.

- ONUCHIC, L. R. E. A. **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
- MELO, P. M. C.; JUSTULIN, M. A. Resolução de Problemas: um caminho para o ensino da Matemática. **Ens. Tecnol. R., Londrina**, Londrina, Paraná, v. 3, n. 1, p. 112-128, 2019.
- POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- QUEIROZ, D. T., VALL, J., Alves e Souza, A. M., & Vieira, N. F. C. (2007) **Observação participante na pesquisa qualitativa: conceitos e aplicações na área da saúde**. Revista Enfermagem UERJ, v.15, n.2, p.276-283
- RAMOS, V. V. **Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em Matemática, sobre derivada e suas aplicações**. 200P, 86 f. PUC, São Paulo, 2009.
- REGO, T. C. Uma perspectiva histórico-cultural da educação. 25. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.
- REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. In: MACHADO, Nilson José; CUNHA, Marisa Ortogosa da. (Org.). Linguagem, Conhecimento, Ação: ensaios de epistemologia e didática. São Paulo: Escrituras, 2003, p. 313-336
- RIBEIRO, M. V. **O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da Matemática e da Resolução de Problemas**. 2010, 324 f. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.
- RODRIGUES, L. A.; NEVES, R. S. P. O Cálculo Diferencial e Integral na Universidade de Brasília: estratégia metodológica em estudo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 2, p. 97-111, 3 jun. 2019.
- SAMPIERI, R.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. D. P. B. **Metodologia de pesquisa**. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.
- Sem autor: Estudando Matemática com o Software Geogebra. Softwaresgeogebra, 2022.
- Disponível em: < <https://sites.google.com/site/softwaregeogebra/> >. Acesso em: 02/08/2022.
- SANTOS, R. N. S. D. **Contribuições do Curso de Nivelamento em Matemática na disciplina de Cálculo I**. 2018, 80 f. Universidade Federal do Amazonas. Manaus, 2018.
- SOARES, Luis Havelange. **Tecnologia Computacional no Ensino de Matemática: O uso do GeoGebra no estudo de Funções**. 1º Conferência Latino Americana de GeoGebra; Paraíba, 2012.
- SCHROEDER, L.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: Trafton, P. R.; Shulte, A. P. (orgs.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p.31-42.
- TALL, D.; VINNER, S. **Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity**, *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, vol. 3, n. 12, p. 151-169, 1981
- TOVAR-GÁLVEZ, J. C. **Modelo metacognitivo como integrador de estratégias de enseñanza y estrategias de aprendizaje de las ciencias, y su relación con las competencias**. Revista Iberoamericana de Educación, Madrid, n.º46/7, p.1-9, jul, 2008

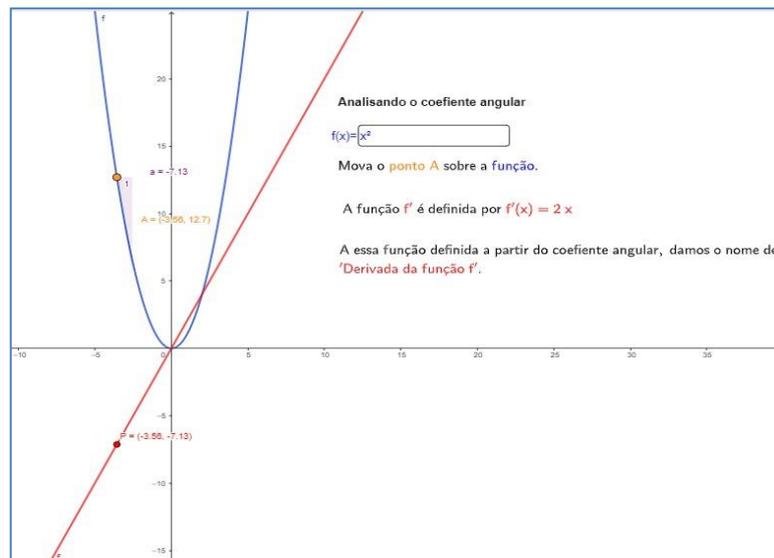
TRNA, J. Motivational simple experiments in science education. In: 11<sup>a</sup> Conferência Científica Internacional - **Conferência Didática 2017**. República Checa. Disponível em: <https://munispace.muni.cz/library/catalog/download/937/2932/656-1?inline=&fakulta=PEDF>.

VYGOTSKY, V. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, v. 7, 2007.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – PROBLEMA “ANALISANDO O COEFICIENTE ANGULAR”

Este Apêndice traz a atividade e as questões referentes para verificar o nível de compreensão do aluno no conteúdo de Coeficiente angular da disciplina de Cálculo I.



Questão 1

Incompleto

Vale 1,00 ponto(s).

**Observação:** Para resolver esta atividade, é necessário a interação com a "atividade interativa: Derivada e reta tangente".

Mova o ponto A com o cursor, de modo que a reta tangente ao gráfico de  $f(x) = x^3 - 3x^2$  seja horizontal. Quantos pontos de  $f$  satisfazem essa condição?

Questão 1

Incompleto

Vale 1,00 ponto(s).

Para quais valores de  $x$  a reta tangente é horizontal ao gráfico da função  $f(x) = x^3 - 3x^2$

Escolha uma opção:

- a. 0 e -2
- b. 0 e 1
- c. 0 e 2
- d. -2 e 2

Questão 1

Incompleto

Vale 1,00 ponto(s).

A equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = x^3 - 3x^2$  no ponto  $(1, -2)$  é:

Escolha uma opção:

- a.  $y = -2x + 1$
- b.  $y = -3x + 1$
- c.  $y = 3x + 1$
- d.  $y = -3x$
- e.  $y = 3x + 1$

Verificar

Questão 1

Incompleto

Vale 1,00 ponto(s).

Mude a função  $f(x)$  para  $\cos(x)$ . Movimente o ponto A e responda: Em quantos pontos do gráfico de  $f$  a reta tangente é horizontal?

Resposta:

Verificar

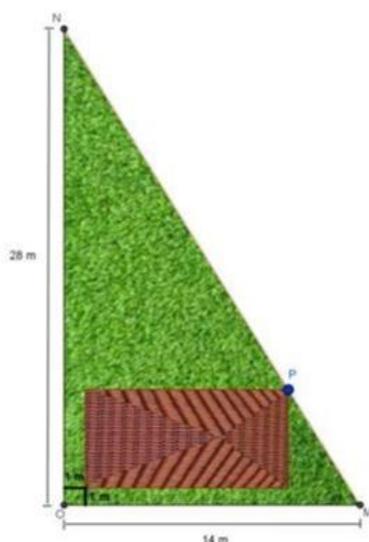
## APÊNDICE B – PROBLEMA ‘ÁREA DA CASA’

Atividade Avaliativa de Cálculo: Leia o problema “Área Máxima” e Realize os Cálculos ou desenhos que possam auxiliar na resolução, o trabalho será realizado entre os grupos organizados em sala de aula. Leia atentamente os tópicos a seguir antes de realizar a resolução:

- Qualquer tipo de rascunho pode fazer na própria folha e caso mude de estratégia de resolução apenas sinalize escrevendo que aquela tentativa não é mais válida.
- Utilize o aplicativo “Área máxima da casa\_1º Problema” para visualizar e mover o ponto “P” para auxiliar na resolução e entendimento do problema.
- Após o envio das questões resolvidas será liberado o aplicativo “Resolução da área máxima de uma casa 2º” para você confirmar e verificar suas respostas.
- Caso um grupo tenha mais de uma resolução podem colocar as duas formas e apenas sinalizar na folha.

Problema – Área máxima da casa José ganhou como herança um terreno triangular, conforme Figura 1, e deseja construir uma casa retangular com a maior área possível. Entretanto, ele precisa respeitar algumas restrições impostas pelo Plano Diretor de sua cidade para a construção. Algumas das restrições são que o canto indicado pelo ponto P fique sobre a lateral MN do terreno e seja um dos cantos da casa, e que as laterais da casa, paralelas aos lados OM e ON do terreno, devem ficar a 1m de distância desses lados.

Fig 1 – Construção de uma casa em um terreno triangular



1°) Qual o valor da área máxima da casa nessa situação? (Realize os Cálculos e verifique no aplicativo)

2°) Existe uma função que representa a medida 'base' da casa? E alguma que represente a 'altura'? Quais? (não esqueça de considerar as restrições).

3°) É possível descrever uma função que represente a área da casa? Se sim, qual?

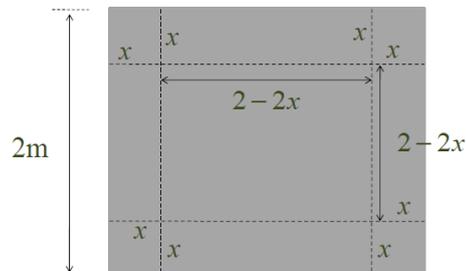
4°) O que está limitando a medida altura da casa?

5°) Existe alguma dependência entre as medidas da casa?

**APÊNDICE C – PROBLEMA ‘VOLUME DA CAIXA’**

Este Apêndice traz a atividade e as questões a serem desenvolvidas referentes para verificar o nível de compreensão do aluno no conteúdo de Máximos e Mínimos e sobre a primeira e a segunda derivada. Além de propor nas suas conjecturas que os mesmos interajam com os colegas para resoluções diversificadas.

Deve-se construir uma caixa de base quadrada, com uma folha de cartolina quadrada de 2m de lado, retirando-se um quadrado de cada canto da cartolina e dobrando-se perpendicularmente os lados resultantes. Determine o tamanho do lado do quadrado que permite construir uma caixa de volume Máximo. Obs: Desprezar a espessura da cartolina



## APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO 1

A finalidade desse questionário é verificar a opinião dos alunos sobre a utilização das práticas com o software *GeoGebra* e a metodologia de Resolução de Problemas em conjunto com o contexto.

1. Você tem dificuldades em acesso as aulas on-line? Quais dificuldades?
2. Você assiste as aulas on-line, gravadas ou ambas?
3. Você participou das atividades em grupos?
4. Você tira dúvidas com os colegas, monitores ou com o professor? Com que frequência?
5. Você costuma ajudar os colegas quando eles estão com alguma dúvida?
6. De 1 a 5, sendo 1 não ajudei e 5 ajudei muito, indique o quanto você ajudou os outros alunos na atividade em grupo.
7. De 1 a 5, sendo 1 não fui ajudado e 5 fui muito ajudado, indique o quanto você foi ajudado na atividade em grupo.
8. O *GeoGebra* contribuiu para o desenvolvimento das atividades propostas. (1) Discordo totalmente, (2) Discordo, (3) Nem concordo, nem discordo, (4) Concordo e (5) Concordo totalmente
9. De que forma o *GeoGebra* contribuiu para a compreensão do conteúdo? Você utilizaria o *GeoGebra* novamente?
10. O aluno apresentou dificuldades em utilizar o *GeoGebra* durante as aplicações das atividades no Portal. (1) Discordo totalmente, (2) Discordo, (3) Nem concordo, nem discordo, (4) Concordo e (5) Concordo totalmente
11. Você acha que as atividades em grupos ajudam no entendimento dos conteúdos das aulas? Por quê?
12. O que você achou do seu grupo? Faça um breve relato. (Colaboração, participação e interação)
13. Quais foram suas dificuldades no decorrer do desenvolvimento das atividades? Qual etapa você mais gostou?
14. Na escala de 1 a 5 (onde 1 significa: contribuiu nada e 5 significa: contribuiu excepcionalmente) indique quanto foi a contribuição através da metodologia de RP para a sua aprendizagem?
15. Faça um breve relato sobre a metodologia usada (atividade em grupo).

## APÊNDICE E – ROTEIRO DA ENTREVISTA ESTRUTURADA

1. Antes das atividades práticas utilizando os applets do *GeoGebra* no *Moodle* você já tinha compreendido o conceito de derivada?
2. Qual a definição de “Derivada” após as aplicações e atividades na sua concepção?
3. Em situações anteriores das atividades você era capaz de identificar aplicações de Derivadas no seu cotidiano?
4. Depois das aplicações consegue associar? Se sim quais?
5. O *GeoGebra* auxiliou no desenvolvimento sua aprendizagem? Se sim como?
6. Na sua percepção as atividades em grupos contribuíram para esse processo de aprendizagem? Se sim porque?
7. Através das atividades com a metodologia de RP você se sentiu mais motivado a estudar Cálculo?
8. Você sentiu dificuldades na realização das atividades? Tanto na modalidade virtual quanto na aprendizagem conceitual? Se sim, quais?
9. Você sentiu que resolver por “etapas” utilizando o *GeoGebra* nesse processo facilitou sua aprendizagem?
10. Na sua opinião o *GeoGebra* facilitou em maior escala qual parte de suas atividades? cite exemplos.

## APÊNDICE F – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



**Poder Executivo**  
**Ministério da Educação**  
**Universidade Federal do Amazonas**  
**Instituto de Ciências Exatas**  
**Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática**



### Consentimento de Participação na Pesquisa

Você está sendo convidado(a) a participar do projeto **Modelagem de Dados como Ferramenta para o Desenvolvimento Cognitivo na Aprendizagem em um Ambiente Virtual**, cujo pesquisadora responsável é Karla Monique Cruz Bernardino mestranda do curso de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM, de matrícula institucional 2200356, orientada pelo professor Disney Douglas da Silva, da Universidade Federal do Amazonas – UFAM. O objetivo **geral** desta pesquisa é Investigar as contribuições do Geogebra para o desenvolvimento cognitivo da aprendizagem em um ambiente virtual visando melhor compreensão de derivadas na disciplina de Cálculo I através da Metodologia de Resolução de Problemas.

Os objetivos **específicos** são: são: 1- Identificar a percepção cognitiva dos alunos acerca do entendimento de Derivadas através da Metodologia de Resolução de Problemas; 2- Estabelecer contribuições/adaptação da aplicação da Metodologia de Resolução de Problemas em um ambiente de aulas virtuais; 3- Determinar as contribuições da utilização do *Geogebra* na aprendizagem de Derivadas na disciplina de Cálculo I em ambientes virtuais. Você está sendo convidado por que se enquadra nos parâmetros determinados para a pesquisa, que são: Estar cursando a disciplina de Cálculo e matriculado na disciplina de Engenharia de Software da Ufam.

Você tem de plena liberdade de recusar participação ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que ele(a) recebe na Universidade Federal do Amazonas.

Caso aceite participar, a sua participação consiste em responder algumas perguntas em entrevista, essas perguntas que serão feitas são referentes as aulas e relacionadas e sobre a aplicação de atividades e sua visão delas. A entrevista ocorrerá via meet aplicativo do Google. No decorrer da pesquisa você realizará atividades participativas nas aulas no ambiente Moodle de Ensino, participará de roda de conversa referente a aprendizagem via *meet* também. Essas

atividades não irão interferir e nem prejudicar as suas notas escolares. Ao final do trabalho você responderá a um questionário avaliando a metodologia de ensino empregada em sala de aula e a atividade aplicada.

Desde já solicito autorização para registro de imagem e som, porém ao analisar tais documentações será retirado seu nome e ocultado sua imagem.

Destaco que toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Nesta pesquisa você ou seu responsável não terão nenhuma despesa e também não receberão nenhuma remuneração. Ademais, os riscos à sua participação durante a coleta de dados desta pesquisa, pode ser que se sinta constrangido(a) ao não saber responder a algum questionamento ou possa sentir-se lesado(a) caso a entrevista esteja tomando muito de seu tempo, podendo também correr o risco de perceber que sua privacidade está sendo invadida diante de algum questionamento que julgue desconfortável. Como em qualquer pesquisa que envolve seres humanos, há ainda o risco de que dados confidenciais sejam divulgados.

Os riscos podem também estar relacionados à dinâmica das escolas, a mínima mudança, pode comprometer o andamento do cronograma de execução das ações de aplicação dos instrumentos. Há ainda que considerar os efeitos da pandemia nos participantes, que pela ocasião pode comprometer o alcance dos objetivos propostos. Porém destaca-se que neste âmbito serão tomadas as medidas necessárias e recomendadas pelas Organizações de Saúde em período de pandemia, seguindo o protocolo estabelecido de distanciamento entre os sujeitos, uso de máscaras e demais materiais como álcool em gel, exigência de cartão de vacinação, dentre outras medidas; para minimizar os efeitos da pandemia nos participantes, porém pela programação todas as atividades serão de forma remota que não terá contato presencial realizado zerando essas possibilidades.

Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, assim como também ficarão à disposição dos seus responsáveis, mas sua identidade ou qualquer informação relacionada à sua privacidade não será divulgada, em que se tomarão providências necessárias para manter o sigilo.

Também são esperados os seguintes benefícios com esta pesquisa: as atividades com o Software tornam as aulas mais atrativas ao mesmo tempo divertindo os jovens e realizando a possibilidade de interação entre si, eles também motivam e facilitam o aprendizado e aumentam a capacidade de retenção do que foi ensinado, exercitando as funções mentais e intelectuais do aluno.

Se julgar necessário, você dispõe de tempo para que possa refletir sobre a sua participação, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida.

Garantimos a manutenção do sigilo e da privacidade da sua participação e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica. Ressalta-se que lhe é garantido o ressarcimento das despesas que lhe sobrevierem, bem como o direito a indenização e cobertura material para reparação a dano que possivelmente venha a ser causado através da pesquisa.

O Sr. pode entrar em contato com a pesquisadora responsável Karla Monique Cruz Bernardino a qualquer tempo para informação e-mail [Karlamonique19@gmail.com](mailto:Karlamonique19@gmail.com) sua orientanda que acompanha na pesquisa realizada.

O Sr. também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM) - Sala 07, Rua Teresina, 495 – Adrianópolis – Manaus – AM, Fone: (92) 3305-1181 Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

Este documento (TCLE) será elaborado em duas VIAS, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pelo Sr. e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

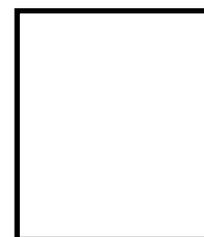
#### CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Declaro que concordo que meu(minha) filho(a) \_\_\_\_\_ (nome completo do menor de 18 anos) participe desta pesquisa

Manaus, \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Participante

\_\_\_\_\_  
Assinatura do Pesquisador Responsável



## **ANEXO A – CONTEÚDO APLICADO NAS ATIVIDADES**

Este anexo remete ao conteúdo trabalhado nas atividades e no desenvolvimento dos alunos baseados nos objetivos do Plano de ensino apresentado na disciplina de CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I onde foi ministrado o curso e que foi direcionado conforme o PPC.

- Derivadas: Interpretação Geométrica e definição, taxa de variação, derivada de ordem superior e notações.
- Máximos e mínimos locais, Teorema do valor extremo, Teorema de Fermat, método do intervalo fechado.
- Teste da derivada 1a, Teste da derivada 2a e construção de gráficos.
- Uso das derivadas para esboço de gráfico de funções.