



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS

FACULDADE DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



PAULO ROBERTO OLIVEIRA MARTINS

**Controle por Escalonamento de Ganhos *Fuzzy* PDC-FOPID:
Implementação em CLP aplicada em um Sistema de Rastreamento
de Nível**

Manaus-AM

2023

PAULO ROBERTO OLIVEIRA MARTINS

**Controle por Escalonamento de Ganhos *Fuzzy* PDC-FOPID:
Implementação em CLP aplicada em um Sistema de Rastreamento
de Nível**

Dissertação apresentada à Universidade Federal do Amazonas, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Florindo Antonio de Carvalho Ayres
Júnior

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Eduardo Sales e Silva

Manaus-AM

2023

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

M386c Martins, Paulo Roberto Oliveira
Controle por escalonamento de ganhos fuzzy PDC-FOPID:
implementação em CLP aplicada em um sistema de rastreamento
de nível / Paulo Roberto Oliveira Martins . 2023
107 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Florindo Antonio de Carvalho Ayres Júnior
Coorientador: Luiz Eduardo Sales e Silva
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade
Federal do Amazonas.

1. Controlador FOPID. 2. Alocação de polos de ordem fracionária.
3. Controle fuzzy PDC. 4. Controlador Lógico Programável. 5.
Controle de Nível. I. Ayres Júnior, Florindo Antonio de Carvalho. II.
Universidade Federal do Amazonas III. Título



Poder Executivo
Ministério da Educação
Universidade Federal do Amazonas
Faculdade de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

PAULO ROBERTO OLIVEIRA MARTINS

**CONTROLE POR ESCALONAMENTO DE GANHOS FUZZY PDC-
FOPID: IMPLEMENTAÇÃO EM CLP APLICADA EM UM SISTEMA DE
RASTREAMENTO DE NÍVEL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração Controle e Automação de Sistemas.

Aprovada em 26 de dezembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente



FLORINDO ANTONIO DE CARVALHO AYRES JUN
Data: 06/02/2024 10:52:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Florindo Antonio de Carvalho Ayres Júnior
Presidente
Universidade Federal do Amazonas

Documento assinado digitalmente



MARCELO KAMINSKI LENZI
Data: 02/02/2024 18:41:00-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi, Membro
Universidade Federal do Paraná

Documento assinado digitalmente



GUSTAVO CUNHA DA SILVA NETO
Data: 06/02/2024 10:08:26-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gustavo Cunha da Silva Neto, Membro
Universidade Federal do Amazonas



PPGEE
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica - UFAM

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Av. General Rodrigo Octávio Jordão Ramos, nº 3.000 - Campus
Universitário, Setor Norte - Coroado, Pavilhão do CETELI.

Fone/Fax (92) 99271-8954 Ramal:2607. E-mail: ppgee@ufam.edu.br

À minha amada esposa, Sara Martins.

dedico.

RESUMO

MARTINS, Paulo R. O. **Controle por Escalonamento de Ganhos *Fuzzy* PDC-FOPID: Implementação em CLP aplicada em um Sistema de Rastreamento de Nível. 2023. 107f.** Qualificação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus-AM, 2023.

A melhoria contínua do controle de sistemas tem levado ao desenvolvimento de novos controladores. Dentre esses avanços os do tipo FOPID (*fractional order* PID), por serem uma extensão dos PIDs, têm sido bastante promissores para o aprimoramento nas malhas de controle da indústria, acumulando vantagens de maior robustez e maior quantidade de critérios de projetos atendidos. Entretanto, uma das dificuldades de se transitar do estado da arte para a industrialização de tais controladores diz respeito a sua implementação em dispositivos industriais. Visando atender essa questão, neste trabalho, são descritas as etapas de projeto de controladores, simulação, implementação baseada em controlador lógico programável (CLP) e testes experimentais em uma bancada de controle de nível. A planta de trabalho foi modelada como um processo de primeira ordem com tempo morto (FOPDT) em torno de cada ponto de operação e apresentava saturação de potência da bomba centrífuga. Ao total foram projetados controladores por Alocação de Polos de Ordem Fracionária (FOPP), por Margem de Ganho e Margem de Fase (MGMF) e, para fins de comparação, por alocação de polos de ordem inteira (IOPP). Cada controlador foi discretizado e implementado na estrutura RST com ação *anti-windup*. Além disso, uma associação dos controladores com lógica *fuzzy* por Controle Paralelo Distribuído (PDC) foi adotada a fim de se melhorar o desempenho para diferentes pontos de operação. Para testes de rastreamento foram realizados múltiplos degraus sequenciais, de subida e descida, abrangendo toda a região de operação. Para a avaliação dos controladores foram utilizadas métricas baseadas no erro e no esforço de controle. A ação *anti-windup* garantiu que não houvesse sobresinal excessivo ou resposta oscilatória. A associação do PDC se demonstrou eficaz para os controladores IOPP, e foi observada uma ligeira melhora em alguns índices de erro para o controlador MGMF. Não houve melhora significativa de desempenho no controlador PDC-FOPP. No geral, todos os controladores de ordem fracionária se mostraram superiores aos controladores de ordem inteira.

Palavras-chave: FOPID, FOPP, Controle *Fuzzy* PDC, Controlador Lógico Programável, Implementação Digital, Controle de Nível.

ABSTRACT

MARTINS, Paulo R. O. **Gain Scheduling Fuzzy PDC-FOPID Control: PLC Implementation applied in a Level Tracking System.** 2023. 107f. Graduate thesis (Postgraduation Program in Electrical Engineering) - Federal University of Amazonas, Manaus-AM, 2023.

A continuous improvement of control systems is leading to the development of new controllers. Among these advances, those of the FOPID (*fractional order* PID) type, once they are an extension of PIDs, have been very promising for improving industry control loops, accumulating advantages of greater robustness and a greater number of project criteria that can be achieved. However, one of the difficulties in transitioning from the state-of-the-art to the state-of-the-use of such controllers concerns their implementation in industrial devices. Aiming to address this issue, this work describes the stages of controller design, simulation, implementation based on a programmable logic controller (PLC) and experimental tests on a level control bench. The work plant was modeled as a first-order plus dead time (FOPDT) around each operating point and present centrifugal pump power saturation. In total, controllers were designed by Fractional Order Pole Placement (FOPP), by Gain Margin and Phase Margin (GMPM) and, for comparison purposes, by Integer Order Pole Placement (IOPP). Each controller was discretized and implemented in the RST structure with anti-windup action. Furthermore, an association of controllers with fuzzy logic by Parallel Distributed Control (PDC) was adopted to improve performance for different operating points. For tracking tests, multiple sequential steps, ascending and descending, were carried out, covering the entire operating region. To evaluate the controllers, metrics based on error and control effort were used. The anti-windup action ensured that there was no excessive overshoot or oscillatory response. The PDC association proved to be effective for the IOPP controllers, and a slight improvement was observed in some error indexes for the GMPM controller. There was no significant performance improvement in the PDC-FOPP controller. Overall, all fractional order controllers proved to be superior to integer order controllers.

Keywords: fractional order PID, Fractional Order Pole Placement, Fuzzy PDC controller, Programmable Logic Controller, Digital Implementation, Level Control.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Linha do Tempo sobre Implementações de Controladores FOPIDs em CLPs.	25
Figura 2	Diagrama esquemático do modelo da planta de teste.	28
Figura 3	Comparação do Modelo Identificado com a Resposta Experimental da Planta.	32
Figura 4	Áreas sombreadas em cinza são regiões do plano complexo onde as raízes de $A(\sigma)$ pode estar para em que as funções de transferências comensuráveis continuam estáveis, para valores de α :	36
Figura 5	Variação de ordem $\alpha = \frac{1}{\nu}$ e variação de frequência ω_n	38
Figura 6	Curvas de Parametrização.	40
Figura 7	Curvas de Parametrização modificadas.	41
Figura 8	ZOH - <i>Zero Order Hold</i>	44
Figura 9	Estrutura Canônica RST.	46
Figura 10	Estrutura RST com <i>Anti-windup</i>	47
Figura 11	Bancada de Controle de Nível.	54
Figura 12	Diagrama P&ID do Bancada de Controle de Nível.	56
Figura 13	Resposta da planta ao degrau de entrada ($2,5V \rightarrow 2,6V$).	58
Figura 14	Comparação dos ajustes de modelos à resposta da planta a uma entrada degrau.	59
Figura 15	Resposta da planta a entradas sucessivas do tipo degrau.	60
Figura 16	Diagrama de Bode para o Controlador FOPID projetado pelo método MGMF.	62
Figura 17	Diagrama de Bode para a função de transferência combinada da planta com o controlador FOPID MGMF.	63

Figura 18	Resposta ao degrau da malha fechada com uso do controlador FOPID MGMF.	64
Figura 19	Curvas de Parametrização modificadas (Revisitado).	65
Figura 20	Diagrama de Bode para o Controlador FOPID projetado pelo método FOPP.	69
Figura 21	Diagrama de Bode para a função de transferência combinada da planta com o controlador FOPID FOPP.	70
Figura 22	Resposta ao degrau da malha fechada com uso do controlador FOPP.	70
Figura 23	Funções de Pertinência para o PDC-FOPP.	72
Figura 24	Bloco para simulação para a planta do TS-PDC.	72
Figura 25	Bloco para simulação para o controlador do TS-PDC.	73
Figura 26	Bloco das funções de pertinência de cada conjunto fuzzy.	73
Figura 27	Bloco para simulação para a inferência fuzzy do TS-PDC.	74
Figura 28	Bloco completo de simulação para o controlador do TS-PDC.	74
Figura 29	Resposta dinâmica.	79
Figura 30	Comparação do Modelo Identificado com a Resposta Experimental da Planta.	82
Figura 31	Simulação do sistema controlado por um PDC-FOPP.	83
Figura 32	Comparação da resposta da planta sob controle com e sem ação <i>anti-windup</i>	84
Figura 33	Comparação da resposta experimental da planta com diferentes controladores à múltiplos degraus sequenciais	87
Figura 34	Resultado da resposta da planta filtrada.	88
Figura 35	Comparação para seleção do limite percentual para tempo de acomodação.	89
Figura 36	Comparação da Resposta da planta com diferentes controladores a um degrau de 350 mm para 400 mm.	90

Figura 37	Comparação da Resposta da planta com diferentes controladores a um degrau de 550 mm para 600 mm.	92
Figura 38	Comparação da Resposta da planta com diferentes controladores a um degrau de 600 mm para 550 mm.	94
Figura 39	Resposta da planta com controlador FOFP com efeito <i>anti-windup</i> .	96
Figura 40	Resposta da planta com controlador FOFP2 a um distúrbio impulsivo.	97
Figura 41	Resposta da planta com controlador FOFP2 a distúrbios.	98
Figura 42	Resposta da planta com controlador FOFP2 a distúrbios na entrada e na saída da planta.	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros das Funções de Transferências de acordo com o ponto de operação (P.O.).	61
Tabela 2	Valores dos polinômios desejados para o controlador FOPP e IOPP.	66
Tabela 3	Valores dos polinômios desejados de forma expandida para o controlador FOPP e IOPP.	67
Tabela 4	Parâmetros das Funções de Transferências dos Controladores. . .	67
Tabela 5	Parâmetros das Funções de Transferências dos Controladores FOPP aproximado e FOPP reduzido.	68
Tabela 6	Valores dos parâmetros dos controladores digitais.	71
Tabela 7	Métricas baseadas no erro sob controle com e sem <i>anti-windup</i> . . .	85
Tabela 8	Métricas de Esforço de Controle com e sem <i>Anti-windup</i>	85
Tabela 9	Métricas baseadas no erro de 350 mm para 400 mm.	91
Tabela 10	Métricas baseadas no Esforço de Controle de 350 mm para 400 mm.	91
Tabela 11	Métricas baseadas no erro de 550 mm para 600 mm.	92
Tabela 12	Métricas baseadas no Esforço de Controle de 550 mm para 600 mm.	93
Tabela 13	Métricas baseadas no Erro de 600 mm para 550 mm..	94
Tabela 14	Métricas baseadas no Esforço de Controle de 600 mm para 550 mm.	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AW	<i>Anti-windup</i>
CCW	<i>Connected Components Workbench</i>
CFE	<i>Continued Fraction Expansion</i>
CLP	Controlador Lógico Programável
COF	Controlador de Ordem Fracionária
CRONE	<i>Commande Robuste d'Ordre Non Entier</i>
CSTR	<i>Continuous Stirred-Tank Reactor</i>
DCS	<i>Distributed Control System</i>
DEMEC-FT	Departamento de Engenharia Mecânica - FT
FOPDT	<i>First Order Plus Dead Time</i>
FOPID	<i>Fractional Order PID</i>
FOPP	<i>Fractional Order Pole Placement</i>
FPAA	<i>Field Programmable Analog Array</i>
FPGA	<i>Field Programmable Gate Array</i>
FT-UFAM	Faculdade de Tecnologia - UFAM
GMPM	<i>Gain Margin and Phase Margin FOPID</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i> - Algoritmo genético
IAE	<i>Integral of Absolute Error</i>
IAR	Índice de ajuste baseado no NRMSE
IIR	<i>Infinite Impulsive Response</i>
IOPP	<i>Integer Order Pole Placement</i>
ISE	<i>Integral of Square Error</i>
ITACE	<i>Integral of Time and Absolute Control Effort</i>

ITAE	<i>Integral of Time and Absolute Error</i>
LDPID	<i>Long-Memory Discrete PID</i>
LED	<i>Light Emitter Diode</i>
MGMF	Controlador FOPID por Margem de Ganho e Margem de Fase
MRAC	<i>Model Reference Adaptive Control</i>
NRMSE	<i>Normalized Root Mean Square Error</i>
OS %	Overshoot - Pecentual de Ultrapassagem
P&ID	<i>Piping and Instrumentation Diagram</i>
PDC	<i>Parallel Distributed Compensation</i>
PIC	<i>Programmable Interface Controller</i>
PID	Controlador proporcional integral derivativo
PLC	<i>Programmable Logic Controller</i>
PO	Ponto de Operação
PSE	<i>Power Series Expansion</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i> - Otimização por enxame de partículas
PV	<i>Process Variable</i> - Variável de Processo
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RST	<i>Regulating-Sensitivity-Tracking Controller</i>
SC	Sinal de Controle
SCL	<i>Structured Control Language</i>
SISO	<i>Single Input, Single Output</i>
SP	<i>Setpoint</i>
ST	<i>Structured Text</i>
TS-PDC	Takagi-Sugeno PDC
UFAM	Universidade Federal do Amazonas
ZOH	<i>Zero Order Hold</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação e Justificativa	17
1.2	Objetivos	17
1.2.1	Objetivo geral	17
1.2.2	Objetivos específicos	18
1.3	Descrição do trabalho	18
2	REVISÃO DA LITERATURA	20
2.1	Modelagem	20
2.2	Controlador FOPID	21
2.3	Implementação de Controlador Fracionário em CLPs (ou semelhantes)	22
2.4	Implementação <i>Fuzzy</i> em CLP	26
2.5	Controle TS do tipo PDC	26
3	MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO	28
3.1	Modelagem	28
3.2	Identificação de Sistemas	31
3.2.1	Modelo FOPDT	32
4	CONTROLE FRACIONÁRIO	34
4.1	Definições	35
4.2	Sistema de ordem fracionária de três termos	36
4.3	Controlador FOPID	38
4.4	FOPID por Margem de Ganho e Margem de Fase (MGMF)	38

4.5	FOPP	40
4.6	Projeto FOPP modificado	41
4.7	Aproximações para Funções de Transferências Fracionárias	42
4.7.1	Método de Aproximação de Oustaloup	42
4.8	Discretização	43
4.8.1	Método ZOH	44
4.8.2	Método <i>Matched</i>	45
4.9	Estrutura RST	45
4.9.1	<i>Anti-Windup</i>	46
5	CONTROLE FUZZY PDC	48
5.1	Lógica <i>Fuzzy</i>	48
5.2	Conjuntos <i>Fuzzy</i>	49
5.3	Modelo Takagi-Sugeno	50
5.3.1	Sistema <i>Fuzzy</i> TS como Interpolador entre Modelos FOPDT	50
5.4	Controle Takagi-Sugeno PDC	51
6	MATERIAIS E MÉTODOS	53
6.1	Aparato Experimental	53
6.1.1	Bancada de Controle de Nível	53
6.1.2	Bancada de Controle e Automação	55
6.1.3	Sistema de Aquisição de Dados	55
6.1.4	Softwares e Ambientes de Programação	56
6.1.5	Planta de Trabalho	56
6.2	Identificação da Planta	57
6.3	Projeto de Controladores	61
6.3.1	MGMF	61

6.3.2	FOPP	64
6.3.3	Compensador PDC	71
6.4	Implementação FOPP em CLP	75
6.5	Implementação <i>Fuzzy</i> PDC em CLP	76
6.6	Avaliação de Desempenho de Controladores	78
6.6.1	Métricas baseadas no Erro	78
6.6.2	Métricas baseadas no Esforço de Controle	81
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	82
7.1	Modelo Identificado da Planta	82
7.2	Simulações	83
7.2.1	Rastreamento - simulação	83
7.2.2	Ação <i>Anti-windup</i> - simulação	84
7.3	Resultados Experimentais	86
7.3.1	Rastreamento - experimental	86
7.3.2	Rastreamento (350 mm a 400 mm)	89
7.3.3	Rastreamento (550 mm a 600 mm)	91
7.3.4	Rastreamento (600 mm a 550 mm)	93
7.3.5	Ação <i>Anti-windup</i> - experimental	95
7.3.6	Regulação - experimental	96
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	100
8.1	Conclusões	100
8.2	Sugestões para trabalhos futuros	102
	Referências	103

1 INTRODUÇÃO

A indústria necessita cada vez mais de processos eficientes, com economia de insumos e energia, redução de desperdícios, segurança e respeito ambiental. Isso tem impulsionado o avanço na área de controle de sistemas e processos e o surgimento de novos controladores.

Apesar dos avanços na área de controle, a maioria dos controladores utilizados na indústria continuam fazendo uso das leis de controle do tipo PID (proporcional integral derivativo) e suas variações, devido à sua simplicidade e versatilidade, chegando a atingir a marca de 95% das malhas em diversas aplicações (DUBEY; GOUD; SHARMA, 2022; BORASE *et al.*, 2021). No entanto, em vários casos, as malhas de controle tendem a ser mal sintonizadas (HÄGGLUND, 2023). No geral, são utilizadas sintonias por tentativa e erro ou técnicas baseadas em regras de sintonia como as de Ziegler-Nichols, Cohen-Coon Tyreus-Luyben, etc. (NIU; XIAO, 2022; RENGASWAMY; SRINIVASAN; BHATT, 2020).

Dentre os avanços e tendências mais recentes, os controladores FOPID (*fractional order* PID), obtidos a partir da adoção do cálculo de ordem fracionária, têm se mostrado como uma alternativa mais vantajosa em comparação com controladores clássicos (VISIOLI, 2012; BETALA; NANGRANI, 2023). Esses controladores visam associar o desenvolvimento do controlador fracionário e a simplicidade dos controladores PID.

Uma vez que os FOPIDs são uma extensão dos controladores PIDs, uma transição entre esses controladores é vista como um decurso natural com o progresso dos esforços de pesquisa voltados para industrialização (TEPLJAKOV *et al.*, 2021).

Nesse sentido, um desafio tem sido implementar os controladores de ordem fracionária em dispositivos industriais. Para implementações dos controladores FOPID em tempo real, geralmente, adotam-se aproximações de ordem superior sendo a de Ous-

taloup a mais utilizada. Quanto aos dispositivos para implementação, trabalhos têm adotado microcontroladores PICs, como em Caponetto (2010), ou placas programáveis FPGA, como em Tolba *et al.* (2019) ou FPAA, como em Kapoulea *et al.* (2021), ou mesmo DCS, Abdelbaky *et al.* (2020), e CLPs, visto em Możaryn, Petryszyn e Ozana (2021).

Ainda segundo Tepljakov *et al.* (2021), uma das principais áreas de aplicação industrial dos controladores FOPID seria para o controle de processos.

Considera-se processo uma série de operações unitárias para produzir um material em larga escala, seja de modo contínuo ou em batelada, cujas principais variáveis de controle são pressão, temperatura, vazão e nível. Tais processos estão presentes nas indústrias: químicas, petroquímicas, farmacêutica, de geração de energia, de alimentos e bebidas, etc.(NIU; XIAO, 2022; PATRICK; FARDO, 2021).

Diversos processos com controle automático podem ser modelados como um sistema de primeira ordem com atraso de tempo (FOPDT, do inglês *First Order Plus Dead Time*), o que tende a facilitar o projeto e implementação do controle. Porém, pode-se verificar na prática a presença de não linearidades, limitações do atuador (fenômeno de saturação), incerteza nos parâmetros, presença de ruídos e distúrbios. Dependendo do grau dessas não linearidades na planta física, outras técnicas avançadas de controle podem ser requeridas.

Alguns exemplos típicos de não linearidades, em processos de controle de nível, por exemplo, podem estar relacionadas ao ponto de operação ou mesmo a uma assimetria de dinâmica (enchimento ou esvaziamento). Uma das técnicas adotadas nesses casos pode ser a de *gain scheduling* (HÄGGLUND, 2023). Ele consiste em dividir a faixa de operação de um processo não linear em sub-regiões em torno de pontos de operações conhecidos, a partir dos quais são obtidos modelos linearizados. Para cada modelo linearizado um controlador é projetado e um chaveamento entre eles é feito baseado em alguma variável (para controle de nível geralmente a própria variável controlada é utilizada).

Uma versão de *gain scheduling* que realiza essa transição entre controladores de modo mais suave faz uso de controle inteligente por lógica *fuzzy*, mais especificamente a partir do modelo de Takagi-Sugeno (TS) numa configuração de compensador PDC (*Parallel Distributed Compensation*). Uma vantagem em se adotar o controlador PDC em comparação com outras técnicas de *gain scheduling* é observada principal-

mente quando a variável de escalonamento apresenta ruído (WASE *et al.*, 2023). Nela, o modelo global de uma planta com não linearidades passa a ser descrito por uma combinação, a partir de um sistema de inferência *fuzzy*, de diversos modelos locais linearizados em torno de cada ponto ou zona de operação. De modo similar, para cada sub-região um controlador linear local é projetado. No sistema de inferência, as entradas (variáveis de premissas) reconhecem a localização do ponto de operação atual em relação a algumas das zonas de linearização *fuzzy*. A saída do controlador PDC é calculada como uma combinação suave das saídas dos controladores locais (YORDANOVA; GUEORGUIEV; SLAVOV, 2020).

Esses desafios, tanto de implementação quanto de problemas práticos em controle de processos, devem ser resolvidos para a efetiva industrialização dos FOPIDs.

1.1 Motivação e Justificativa

Uma necessidade para se transitar do estado da arte para a industrialização de técnicas mais avançadas de controle em plantas reais, como é o caso dos controladores FOPP, implica na busca de meios para se implementar controladores de ordem fracionária em dispositivos industriais como os CLPs.

Além disso, a validação experimental de tais resultados tem grande mérito para proporcionar casos exemplos da aplicação da tecnologia dos controladores FOPIDs.

Este trabalho foi desenvolvido visando atender esses requisitos validando os resultados propostos aplicando-os no controle de nível de uma bancada com dispositivos industriais, como CLP, inversor de frequência e bomba centrífuga.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Projetar, implementar e comparar controladores de ordem fracionária baseados na estrutura FOPID para o controle de processo de nível de líquido, capazes de funcionar atendendo os critérios de projeto em diferentes pontos de operação, mesmo em face de ruídos na medição e saturação de atuador.

1.2.2 Objetivos específicos

- Identificar funções de transferência que modelem a planta em diferentes pontos de operação.
- Sintonizar dois tipos de controladores de ordem fracionária, utilizando as técnicas de alocação de polos de ordem fracionária (FOPP) e pela técnica de margem de ganho e margem de fase (MGMF), e um tipo de controlador de ordem inteira utilizando a técnica de alocação de polos de ordem inteira (IOPP) em diferentes pontos de operação.
- Projetar um controlador *Fuzzy* Takagi-Sugeno para a estrutura do controlador PDC para cada tipo de controlador sintonizado para que faça a transição suave entre os diferentes pontos de operação.
- Implementar os controladores projetados em CLP.
- Realizar os experimentos comparativos entre os diferentes controladores para diferentes pontos de operações.
- Comparar o desempenho dos controladores com e sem PDC para verificar a influência da estrutura sobre os controladores projetados.

1.3 Descrição do trabalho

O trabalho está estruturado da seguinte maneira: Após o capítulo introdutório 1 para se contextualizar o problema e as técnicas de controle a serem investigadas, no capítulo 2 tem-se uma revisão do estado da arte relacionado a modelagem para controle de nível de tanques, controle de ordem fracionária, controle *fuzzy* e suas respectivas implementações em CLPs. No capítulo 3, são apresentados os tópicos básicos para identificação experimental de modelos FOPDTs. No capítulo 4, tem-se uma revisão bibliográfica abordando os principais tópicos que fundamentam a teoria de controle fracionário a serem utilizados neste trabalho. Segue-se, no capítulo 5, os tópicos relacionados com a lógica *fuzzy* e o compensador paralelo distribuído (PDC). No capítulo 6, são apresentados todo o aparato experimental e a metodologia a ser aplicada desde o projeto, implementação e testes de validação. No capítulo 7 constam os resultados

e as discussões levantadas ao fim dos experimentos. O capítulo 8 finaliza com a conclusão das comparações realizadas, ressaltando-se as vantagens da técnica proposta e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Seguindo a estrutura deste trabalho, a revisão seguirá com as etapas relacionadas com a modelagem de processos de controle de nível. Posteriormente, será tratado o desenvolvimento e uso dos controladores FOPIDs. De modo mais específico serão apresentados os principais trabalhos que fazem a implementação de Controladores Fracionários em dispositivos industriais do tipo CLP, também será abordada a implementação de controle *fuzzy* em tais dispositivos. Por fim, uma breve do uso de compensadores PDC são revisados.

2.1 Modelagem

Olejniak e Awrejcewicz (2022) realizaram uma revisão abrangente desde sistemas de medição, técnicas de modelagem e identificação, principais ambientes de simulação e projeto de controladores, sensores de medição de nível, técnicas de controle e principais experimentos tanto para plantas industriais quanto laboratoriais de sistemas de controle de água.

No geral, a modelagem matemática típica de um sistema com um único tanque tende a ser baseada na equação de conservação de massa (ou de volume), equação da continuidade de Bernoulli, estimativa das vazões de entrada e saída (OLEJNIAK; AWREJCEWICZ, 2022). Ao fim, conclui-se que o modelo, mesmo não linear pode ser aproximado por uma função de transferência do tipo FOPDT. Apesar, da modelagem matemática ser simples, os parâmetros são obtidos de forma mais prática, por exemplo, a partir da resposta ao degrau (HÄGGLUND, 2023).

De fato, assim como muitos outros processos industriais, o sistema de controle de nível de líquidos tende a ser modelado por uma função de transferência do tipo FOPDT, caracterizada por um ganho estacionário, uma constante de tempo, e um tempo morto (BELWAL *et al.*, 2022).

2.2 Controlador FOPID

Os controladores PID são os mais utilizados em toda a indústria. Acredita-se que mais de 90% das malhas de controle utilizem PID (BETALA; NANGRANI, 2023). Uma das razões para a alta aceitação desse tipo de controlador é o fato dele ter uma estrutura simples, que tem se provado apropriada para diversos problemas de controle quanto a regulação e rastreamento e atenuação de distúrbios (MONJE *et al.*, 2009).

Uma extensão dos PIDs clássicos, ao se adotar o uso do cálculo fracionário nas leis de controle, foi proposta pela primeira vez por Podlubny (1994), denominado $PI^\lambda D^\mu$. Nesses controladores, os termos das ações integral e derivativa passam a permitir ordem não inteira representadas por λ e μ , respectivamente. Posteriormente o termo FOPID, advindo de *Fractional Order* PID, passou a denominá-los de modo corrente.

Desde então os controladores FOPID tem despertado grande interesse. Visioli (2012) apontou o uso desse tipo de controlador como uma das tendências ao desenvolvimento dos clássicos PIDs. Por terem mais outros dois parâmetros, se comparado aos de ordem inteira, os controladores FOPID também são capazes de satisfazer mais critérios de projeto e melhor desempenho ao custo de uma maior complexidade para a sintonia (PADULA; VISIOLI *et al.*, 2015).

Quanto à sintonia, os principais métodos são: por regras heurísticas, analítico ou numérico (VALÉRIO; COSTA, 2013). Existem também métodos de *auto-tuning* e *self-tuning* (MONJE *et al.*, 2008). Dentre os critérios de projeto, destacam-se aqueles no domínio do tempo (tempo de acomodação, erro em estado estacionário, sobressinal, ITAE, ISE, etc) ou ainda no domínio da frequência (Margem de Ganho, Margem de Fase) e análises de robustez como rejeição a distúrbios e rejeição a ruídos.

Shah e Agashe (2016) fizeram uma revisão abrangente a respeito dos controladores do tipo FOPID, desde um breve histórico do cálculo fracionário, principais definições, os primeiros trabalhos com ordem não inteira e os trabalhos pioneiros sobre FOPID até tendências de desenvolvimento desse tipo de controlador. São abordados tópicos de síntese, sintonia, estabilidade, variações de estruturas. Mencionam-se também os principais livros relacionados com o tema e a disponibilidade até aquele momento de softwares para controladores PID de ordem fracionária.

Tratando-se da aplicação de controladores FOPID em controle de processos, alguns trabalhos podem ser mencionados, em certos casos inclusive com validação expe-

rimental. Em Monje *et al.* (2010, pp. 125–129) é apresentado o resultado experimental de uma implementação de controlador FOPID sintonizado por otimização para o controle de nível de líquido em uma bancada laboratorial. Marzaki *et al.* (2015) fizeram uma comparação de controladores FOPI com filtros de erro para o controle de temperatura de uma planta de destilação a vapor de pequeno porte incluindo a aplicação em tempo real dos controladores projetados. Uma abordagem utilizando um gabarito de frequência para o *loop shaping* de plantas FOPDT usando controladores FOPI foi proposta por Şenol e Demiroğlu (2019), o trabalho também compara a robustez dos controladores estudados a partir de simulações. George, Kamath e Thirunavukkarasu (2020) apresentaram um controlador FOPID otimizado para o controle de processo de nível de um tanque não linear cônico, alguns algoritmos de otimização são utilizados para a sintonia dos controladores FOPIDs e um controlador IOPID também é sintonizado por Ziegler-Nichols, tanto simulações quanto experimentos em tempo real são apresentados.

Percebe-se que a aplicação dos controladores FOPID tem apresentado um crescente desenvolvimento. No entanto, de acordo com Chevalier *et al.* (2019), apesar da maior flexibilidade que um controlador FOPID possa oferecer, o aumento da complexidade de sintonia para 5 parâmetros tende a dificultar a transição do estado da arte para o estado de uso para esse tipo de controlador. Visando, reduzir essa complexidade os autores propuseram uma estrutura particular para um FOPID, acarretando em um método de sintonia com apenas 3 parâmetros a serem determinado.

Um desafio à parte, tem sido implementar tais controladores em dispositivos industriais e se transitar dos experimentos em laboratórios para aplicações reais em plantas industriais (TEPLJAKOV *et al.*, 2021).

2.3 Implementação de Controlador Fracionário em CLPs (ou semelhantes)

Uma das primeiras menções do uso de CLPs associados a controladores fracionários pode ser vista em Monje *et al.* (2009). Apesar da metodologia proposta para se realizar uma sintonia automática de controladores FOPID com o auxílio do teste relé, a implementação em CLPs não foi de fato realizada. O resultado experimental mostrado foi obtido com resposta em tempo real com o CLP S7-300 com CPU 314C 2-DP da fabricante SIEMENS associado ao Simulink. Neste trabalho, o controlador

FOPID foi aproximado por uma função de transferência com um conjunto de polos e zeros de ordem superior que apresentou um ajuste adequado à resposta em frequência do FOPID. Posteriormente, a função de transferência foi discretizada por Tustin com *pré-warping*, que se trata de um fator multiplicativo que depende da frequência para evitar distorções locais próximo de uma região de interesse. Por fim o experimento foi obtido e apresentou resultado satisfatório. A implementação do controlador FOPID em CLP foi até aquele momento citada como um passo posterior da pesquisa.

Foram Lanusse e Sabatier (2011) os primeiros a descrever a implementação de um controlador de ordem fracionária em CLP, utilizando o controlador CRONE (*Com-mande Robuste d'Ordre Non Entier*) que se baseia em métodos de projeto de controle robusto de ordem não inteira (MONJE *et al.*, 2010). Os autores realizaram a implementação do controlador CRONE, aproximando-o pelo método de Oustaloup, em seguida usaram a discretização pela transformação bilinear de Tustin com *pré-warping* e implementaram o controlador obtido em um CLP, aplicando-o no controle de pressão do ar pressurizado de uma câmara com ar e água (*Festo Compact Workstation*). A modelagem do ZOH (Zero Order Hold) foi considerada, tornando o sistema que foi inicialmente modelado como de 2ª ordem amortecido, a partir dessa consideração, um sistema de fase não mínima. A implementação foi realizada na plataforma Step 7 na linguagem *Ladder* para um CLP Siemens SIMATIC. O controlador foi reescrito com uma expansão em frações parciais. Um bloco de alarme cíclico (OB35) foi utilizado para que o controlador fosse utilizado em tempo discreto com tempo de amostragem fixo.

Merrikh-Bayat, Mirebrahimi e Khalili (2015) propuseram uma definição discreta de controlador fracionário de Longa Memória (LDPID - *Long-Memory Discrete PID*), a partir da qual se faz a sintonia direta por otimização do desempenho à resposta ao degrau. A propriedade de longa memória é alcançada devido à forma que ocorre a aproximação discreta da função de transferência do controlador e pode ter seu valor alterado de acordo com uma quantidade de unidades de memória. Isto implica no modo que a saída em um instante atual do controlador depende dos valores de saídas de instantes anteriores. Também se avaliou a aplicação do LDPID para diversos casos, dentre eles, inclui-se a simulação do controle de um processo com resposta FOPDT.

El-Shafei, El-Hawwary e Emara (2017), fizeram uso da discretização proposta por Merrikh-Bayat, Mirebrahimi e Khalili (2015) com uso de cinco unidades de memória para implementar um controlador FOPID em um Sistema de Controle Distribuído In-

dustrial, a saber, o controle de nível de um tanque de uma bancada LabVolt com o uso de um dispositivo ABB DCS AC 700F2 em código de texto estruturado e diagramas de blocos. Posteriormente, (ABDELBAKY *et al.*, 2020) se utilizou do mesmo aparato e comparou controladores IOPID, FOPID e FOPID otimizados tanto por Exame de Partículas (PSO - *Particle Swarm Optimization*) quanto por Algoritmo Genético (GA - *Genetic Algorithm*).

Oprzedkiewicz, Mitkowski e Gawin (2017) propuseram o uso de aproximações por Expansão em Frações Contínuas (CFE - *Continued Fraction Expansion*) para implementar um operador de ordem fracionária em um CLP. A expansão por CFE que tem a forma de um filtro digital de resposta ao impulso de duração infinita (IIR - *Infinite Impulsive Response*) tende a apresentar convergência mais rápida e fácil implementação por conta da ordem da aproximação mais baixa em comparação com aproximações do tipo PSE, geralmente menor que 5.

Mystkowski e Zolotas (2018) também implementaram um controlador FOPID em um dispositivo industrial (CLP Siemens Simatic S7-300) para o controle do nível de água de uma bancada MPS Compact Workstation da Festo. O projeto do controlador foi realizado no domínio da frequência e diversos modos de discretizações baseados em aproximações por Expansão em Séries de Potências (PSE) tendo como funções geratrizes diferentes ordem de aproximação discreta pelo método de Euler ou de Tustin. A implementação no CLP foi feita com a linguagem SCL (*Structured Control Language*).

Mais recentemente, Możaryn, Petryszyn e Ozana (2021), realizaram o controle de temperatura de uma tubulação com controlador FOPID baseado em CLP. O processo de temperatura foi modelado como FOPDT, posteriormente o controlador FOPID foi sintonizado por um método de otimização. Uma aproximação do tipo CFE foi utilizada para a implementação digital em um CLP S7-1212c da fabricante Siemens. A transcrição do programa para a linguagem de texto estruturado (SCL) foi feita a partir de blocos do *Simulink* com o auxílio do *toolbox PLC Coder*. Por fim, foram comparados os desempenhos do controlador FOPID com um PID tanto para mudanças de referência quanto para a presença de distúrbios.

Figura 1: Linha do Tempo sobre Implementações de Controladores FOPIDs em CLPs.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.4 Implementação *Fuzzy* em CLP

As fabricantes de CLPs líderes de mercado atualmente têm oferecido ferramentas para projeto de controladores *fuzzy*. No entanto, tais ferramentas podem ter um alto custo de aquisição, além das possíveis restrições técnicas à associação do controlador *fuzzy* a outros tipos de lei de controle.

A IEC-61131, norma internacional que busca padronizar a programação para automação industrial, na sua parte 7 trata especificamente da programação de controle *fuzzy*.

Aydogmus (2015) havia proposto um controle de nível em tempo real baseado em *fuzzy* usando CLP. Um modelo de inferência do tipo Mamdani SISO (*single input, single output*) foi adotado, com funções de pertinências triangulares tanto para a entrada quanto para a saída. Neste artigo, um trecho da programação em linguagem *Ladder* é apresentada. Na planta, a variável manipulada correspondia a abertura da válvula de entrada para um fornecimento constante de vazão por parte da bomba. Foram realizados experimentos de rastreamento, alterando-se a referência do nível, inclusive para diferentes condições da planta obtidas a partir da alteração da posição de abertura da válvula de saída do tanque. Um experimento de regulação também foi feito, considerando-se o distúrbio uma mudança abrupta da abertura da válvula de saída durante o experimento.

Pampamallco-Jara e Rojas-Moreno (2022) realizaram a implementação em tempo real de um bloco de controle *fuzzy* para controle tanto de nível quanto de temperatura de um tanque em uma bancada de processos. As variáveis controladas foram consideradas em malhas independentes. Modelos de inferência do tipo Mamdani foram utilizado, considerando-se como entradas o erro e a variação do erro e uma única saída para cada. Foram adotadas funções de pertinência trapezoidais em todos os casos. A implementação se deu em um CLP Siemens S7-1500 a partir da linguagem de texto estruturado.

2.5 Controle TS do tipo PDC

Sadeghi, Safarinejadian e Farughian (2014) apresentaram a implementação de um controlador baseado em modelo *fuzzy* Takagi-Sugeno com o uso de um Compensador

Distribuído Paralelo (PDC) para controle de nível de um tanque. A vazão de entrada do tanque era a variável manipulada a partir da abertura de uma válvula pneumáticamente pilotada e a vazão de saída era dependente da altura do nível. O modelo completo da planta foi simplificado sendo de primeira ordem com atraso de tempo e os parâmetros foram identificados experimentalmente em três pontos de operação diferentes. Três controladores do tipo PI foram sintonizados utilizando-se o método de sintonia de Skogestad e uma lógica *fuzzy* PDC foi aplicada para resultar em um controlador não linear de modo a estabilizar o nível nos diferentes pontos de operação. As funções de pertinência para a lógica *fuzzy* foram do tipo triangular e a saída do controlador foi ponderada a partir do grau de pertinência de cada controlador PI na configuração PDC. O controlador *fuzzy* PDC apresentou melhor desempenho tanto para o teste de rastreamento ao degrau quanto de rejeição à distúrbio.

Yordanova, Slavov e Gueorguiev (2018) realizaram o projeto e implementação industrial de um controle *fuzzy* do tipo PDC para o nível de uma coluna de carbonização na produção de carbonato de sódio. De maneira similar, a planta foi dividida em 3 regiões e modelada como um processo de primeira ordem, diferente para cada região. Também foram projetados controladores PI por um método empírico correspondente a cada região. A partir disso, o controle PDC foi utilizado para ponderar a ação de controle final entre cada controlador PI projetado. O controlador PDC-PI foi implementado em um CLP Honeywell. O desempenho do controlador proposto foi experimentalmente testado e comparado com o controlador PI que era adotado previamente. Foi observada uma melhora de desempenho tanto na precisão da variável controlada, resposta transiente mais rápida com redução de oscilações e menor esforço de controle necessário.

Mais recentemente, Wase *et al.* (2023) propuseram um *gain scheduling fuzzy* de controladores FOPID para o controle de temperatura de reatores de tanque com agitação contínua (CSTR - *Continuous Stirred-Tank Reactor*). O modelo de um CSTR é apresentado, os controladores FOPID locais foram projetados por Algoritmo Genético (GA) com função de custo que pondera a integral do erro absoluto e o sinal de controle no tempo. Esse *gain scheduling* adota a estrutura *fuzzy* TS com funções de pertinências sigmóides nos extremos e uma função *generalized bell* central, para a faixa de operação dividida em três regiões. O controlador proposto foi simulado e comparado com um controlador *gain scheduling* PID e um controlador adaptativo. Os resultados mostram que o esquema proposto é promissor, mas não houve implementação experimental.

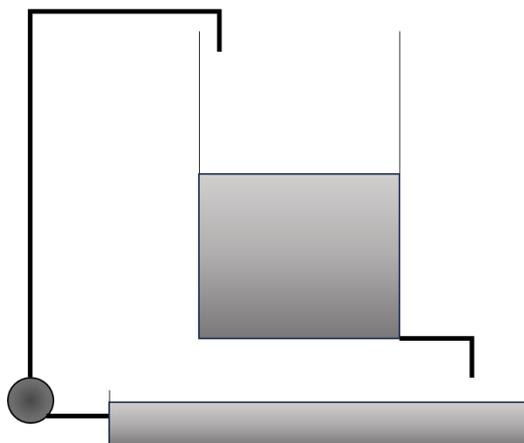
3 MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO

Neste capítulo serão abordados os tópicos essenciais para a modelagem e a identificação da planta teste adotada neste trabalho.

3.1 Modelagem

O modelo matemático adotado neste trabalho diz respeito ao controle de nível de um tanque cilíndrico manipulando-se a vazão de entrada a partir do valor de tensão elétrica de acionamento do conjunto inversor de frequência e bomba centrífuga, a válvula de saída será mantida, inicialmente, a uma abertura constante por simplicidade.

Figura 2: Diagrama esquemático do modelo da planta de teste.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A maneira mais comum de se obter o modelo matemático pela física do problema consiste em se considerar o balanço de massa aplicado ao tanque. Como pode ser visto na equação a seguir:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s, \quad (3.1)$$

em que \dot{m}_e e \dot{m}_s correspondem às vazões mássicas de entrada e saída do tanque, respectivamente.

Caso se considere um fluido de densidade ρ constante, o balanço de massa se reduz a um balanço volumétrico de um fluido incompressível. Dado por:

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho \dot{V}_e - \rho \dot{V}_s, \quad (3.2)$$

onde \dot{V}_e e \dot{V}_s se tratam das vazões volumétricas de entrada e saída.

O modelo analisado diz respeito a um tanque cilíndrico de área de seção transversal invariável, A , para o qual a dinâmica do conjunto inversor de frequência e motobomba é desprezível comparada a dinâmica do tanque.

Além disso, a característica de vazão volumétrica em uma bomba de alimentação tende a ser proporcional a rotação do rotor e conseqüentemente proporcional à tensão elétrica, u , de acionamento do inversor de frequência. Portanto a vazão mássica de entrada $\dot{m}_e = \rho \dot{V}_e = K_e \cdot u$, em que K_e é o coeficiente de vazão de entrada.

Por outro lado, pelo teorema de Torricelli que se trata de uma aplicação do princípio de Bernoulli, a vazão volumétrica de saída é dependente da diferença de pressão, ΔP , sobre a válvula de saída e do percentual de abertura da válvula, a_s , de modo que a vazão mássica da saída é $\dot{m}_s = K_s \cdot a_s \cdot \sqrt{2\rho\Delta P}$, onde K_s é o coeficiente de vazão de saída.

Outrossim, a variação de pressão, ΔP , sobre a válvula de saída pode ser percebida como a diferença entre a pressão a montante, que depende da pressão atmosférica p_a e da coluna d'água, e a jusante, correspondente somente à pressão atmosférica:

$$\Delta P = (p_a + \rho gh) - p_a = \rho gh, \quad (3.3)$$

portanto, $\dot{m}_s = K_s \cdot a_s \cdot \rho \sqrt{2gh}$, em que g diz respeito à aceleração gravitacional e h corresponde ao nível.

Resumindo, sejam as variáveis:

K_e – coeficiente de vazão de entrada

K_s – coeficiente de vazão de saída

A – área da seção transversal cilíndrica do tanque

a_s – abertura da válvula (será mantida constante)

g – aceleração gravitacional

A equação 3.2, pode ser reescrita como:

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho \dot{V}_e - \rho \dot{V}_s, \quad (3.4)$$

$$A \frac{dh}{dt} = \dot{V}_e - \dot{V}_s, \quad (3.5)$$

$$A \frac{dh}{dt} = K_e u - K_s a_s \sqrt{2gh}, \quad (3.6)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{K_e u}{A} - \frac{K_s}{A} a_s \sqrt{2gh}. \quad (3.7)$$

A equação diferencial 3.7 representa um modelo matemático que descreve o nível de um tanque cilíndrico. Esse modelo apresenta uma relação não linear, bastante comum em processos, a partir do termo que depende da raiz quadrada da variável de estado de nível, h (PALM, 2021). Entretanto, para se prosseguir com o projeto de controladores no domínio da frequência, uma das alternativas mais usuais para controladores de ordem fracionária, é preferível reescrever o modelo como uma função de transferência. Para tanto, uma etapa de linearização é necessária. Ela consiste em expandir a equação diferencial, em torno de um ponto de equilíbrio ou operação, como uma série de Taylor e truncá-la apenas até os termos de primeira ordem (OGATA, 2010; NISE, 2020). Esse procedimento será descrito a seguir.

Assumindo o ponto de equilíbrio em que dada uma vazão de entrada de operação, u^* , o nível permanece em uma altura, h_0 , e tomando uma função do tipo:

$$f(u, h) = \frac{dh}{dt} = \frac{K_e u}{A} - \frac{K_s}{A} a_s \sqrt{2gh}. \quad (3.8)$$

Desse modo, pode-se prosseguir com a linearização da equação 3.7 em torno do ponto de operação (u^*, h_0) , com a expansão de série de Taylor truncada:

$$f(u, h) \approx f(u^*, h_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \Delta u \right|_{(u^*, h_0)} + \left. \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h \right|_{(u^*, h_0)}, \quad (3.9)$$

$$\frac{dh}{dt} \approx \frac{K_e u^*}{A} - \frac{K_s}{A} a_s \sqrt{2gh_0} + \frac{K_e}{A} \Delta u - \frac{1}{2} \frac{K_s}{A} a_s \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{h_0}} \Delta h, \quad (3.10)$$

$$\frac{dh}{dt} \approx \left. \frac{dh}{dt} \right|_{(u^*, h_0)} + \frac{K_e}{A} \Delta u - \frac{1}{2} \frac{K_s}{A} a_s \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{h_0}} \Delta h, \quad (3.11)$$

$$\frac{d\Delta h}{dt} \approx \frac{K_e}{A} \Delta u - \frac{1}{2} \frac{K_s}{A} a_s \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{h_0}} \Delta h. \quad (3.12)$$

Substituindo-se $\Delta h(t) = h(t) - h_0 = \bar{h}(t)$ e $\Delta u(t) = u(t) - u^* = \bar{u}(t)$, obtém-se uma forma linearizada da 3.7 incremental semelhante a (PALM, 2021):

$$\frac{d\bar{h}}{dt} \approx \frac{K_e}{A} \bar{u} - \frac{1}{2} \frac{K_s}{A} a_s \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{h_0}} \bar{h}. \quad (3.13)$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace na equação 3.13 e considerando-se condições iniciais nulas:

$$s\bar{H}(s) = \frac{K_e}{A} \bar{U}(s) - \frac{1}{2} \frac{K_s}{A} a_s \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{h_0}} \bar{H}(s). \quad (3.14)$$

A função de Transferência do modelo linearizado é do tipo:

$$\frac{\bar{H}(s)}{\bar{U}(s)} = \frac{\frac{K_e}{A}}{s + \frac{K_s a_s \sqrt{2g}}{2A \sqrt{h_0}}}. \quad (3.15)$$

3.2 Identificação de Sistemas

Apesar de a modelagem de um sistema de controle de nível não ser complexa, os valores dos parâmetros das constantes de vazão de entrada e saída tendem a ser não lineares e variantes de acordo com a condição de fluxo, seja ele laminar ou turbulento. Além disso, deseja-se adotar uma abordagem que seja facilmente replicável em ambiente industrial.

Considerando os avanços na automação de processos e maior facilidade em se fazer aquisição de dados, inclusive em tempo real, utilizar técnicas de identificação de sistemas se mostra como uma alternativa viável e mais prática.

Dentre as estruturas adotadas para se modelar processos, o modelo FOPDT é um dos tipos amplamente utilizados na indústria, e portanto, será adotado neste trabalho.

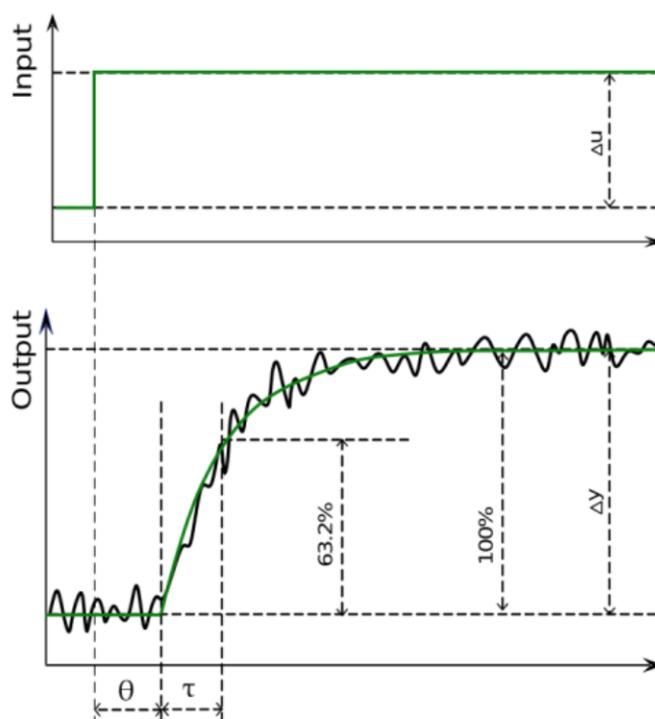
3.2.1 Modelo FOPDT

O modelo FOPDT, do inglês *First Order Plus Dead Time*, isto é, primeira ordem com tempo morto, é um dos modelos amplamente utilizados para se modelar processos industriais de dinâmica lenta (BELWAL *et al.*, 2022). Esse modelo pode ser descrito pela função de transferência da equação 3.16.

$$G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)} = \frac{K e^{-\tau_d s}}{\tau s + 1}. \quad (3.16)$$

Uma forma típica de se obter tal função de transferência consiste em excitar o sistema a partir de um ponto de operação com um sinal de entrada degrau de amplitude suficiente para se obter uma variação na saída, mas sem que o sistema apresente uma excursão excessivamente alta a ponto do sistema saia da região do ponto de operação selecionado (NIU; XIAO, 2022).

Figura 3: Comparação do Modelo Identificado com a Resposta Experimental da Planta.



Fonte: Niu e Xiao (2022).

Uma vez que se realizou o teste de resposta ao degrau. Pode-se obter os parâme-

tros.

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u}. \quad (3.17)$$

Além disso, o valor da constante de tempo τ é obtido ao se considerar que o sistema deve apresentar uma aumento de 63,21% da excursão para um determinado degrau aplicado.

4 CONTROLE FRACIONÁRIO

O controle fracionário diz respeito ao uso da teoria de cálculo fracionário na modelagem e controle de sistemas dinâmicos. Apesar de as primeiras menções a Cálculo integro-diferencial de ordem não inteira remontar a L'Hôpital e Leibniz em 1695, somente nas últimas décadas esse tema ganhou espaço e um crescente interesse entre a comunidade de Modelagem e Controle (SHAH; AGASHE, 2016).

As principais técnicas de aplicações de controle fracionário foram desenvolvidas com maior ênfase desde o início baseadas no domínio da frequência, conforme proposto por Axtell e Bise (1990). A exemplo disso, pode-se citar a generalização do controlador PID, amplamente utilizado na indústria, para ordem fracionária (FOPID ou $PI^\lambda D^\mu$). Métodos de sintonia bem estabelecidos podem ser encontrados em Monje *et al.* (2010) e Valério e Costa (2013).

Um novo método para sintonia de controladores fracionários por alocação de polos (FOPP – *Fractional Order Pole Placement*) baseada em função de transferência comensurável de três termos foi proposta em Ayres Júnior *et al.* (2020). No referido trabalho, controladores são projetados para um conversor Buck tanto pela metodologia proposta quanto por alocação de polos de ordem inteira e sintonia de controlador Fracionário analítica com requisitos de Margem de Ganho e Margem de Fase (MGMF). Os controladores fracionários foram aproximados com a aproximação de Oustaloup e em seguida tiveram suas ordens reduzidas pela redução de Hankel para posterior discretização e implementação realizada com a estrutura de controle digital RST. Após implementação, um conjunto de testes foi realizado para se avaliar e comparar o desempenho dos controladores.

No presente trabalho, uma metodologia semelhante a de Ayres Júnior *et al.* (2020) será adotada para a aplicação em uma planta de Controle de Nível, com o projeto de controladores MGF, FOPP e IOPP.

4.1 Definições

Existem diversas definições para derivadas e integrais fracionárias. Sendo as mais difundidas: Gruenwald-Letnikov, Riemann-Liouville e Caputo. Dentre elas a definição segundo Caputo é preferível nas aplicações de controle.

Definição 1 (Derivada de Caputo). (VALÉRIO; COSTA, 2013) *Seja f uma função contínua no intervalo $[c, t)$ e $\lceil \alpha \rceil$ vezes diferenciável. A derivada fracionária no sentido de Caputo é dada por:*

$${}_c D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \int_c^t \frac{(t-\tau)^{-\alpha-1}}{\Gamma(-\alpha)} f(\tau) d\tau, & \text{se } \alpha \in \mathbb{R}^- \\ f(t), & \text{se } \alpha = 0 \\ {}_c D_t^{\alpha-\lceil \alpha \rceil} \frac{d^{\lceil \alpha \rceil}}{dt^{\lceil \alpha \rceil}} f(t), & \text{se } \alpha \in \mathbb{R}^+ \end{cases}, \quad (4.1)$$

em que c e t indicam os terminais do operador integro-diferencial não local e Γ dada por:

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-y} y^{x-1} dy. \quad (4.2)$$

é chamada de Função Gama.

É possível mostrar que a transformada de Laplace da Eq. 4.1 é dada por (VALÉRIO; COSTA, 2013):

$$\mathcal{L}_c D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} s^\alpha F(s), & \text{se } \alpha \in \mathbb{R}^- \\ F(s), & \text{se } \alpha = 0 \\ s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{\lceil \alpha \rceil - 1} s^{\alpha-k-1} D^k f(0), & \text{se } \alpha \in \mathbb{R}^+ \end{cases}. \quad (4.3)$$

Acredita-se que, pelo o fato de a transformada de Laplace do operador integro-diferencial para $\alpha > 0$, apresentar como condições iniciais apenas derivadas de f de ordem inteira que são mais fáceis de calcular ou medir é um fator para essa definição ser preferível para aplicações de controle (VALÉRIO; COSTA, 2013).

4.2 Sistema de ordem fracionária de três termos

A análise de sistema de ordem fracionária de três termos e algumas propriedades são detalhadas em Merrikh-Bayat e Karimi-Ghartemani (2008). A função de transferência é dada por:

$$H(s) = \frac{\omega_n^{2\alpha}}{s^{2\alpha} + 2\xi\omega_n^\alpha s^\alpha + \omega_n^{2\alpha}}, \quad (4.4)$$

em que ξ é o pseudo coeficiente de amortecimento, ω_n é a frequência natural do sistema fracionário $H(s)$ com ordem fracionária α .

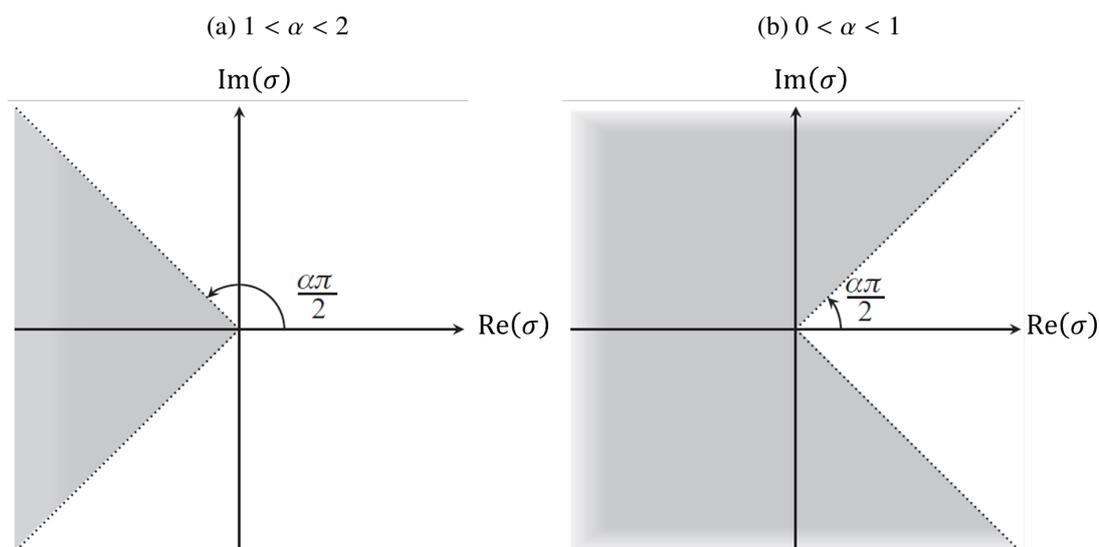
A ordem fracionária do sistema foi escolhida de modo que:

$$\mathcal{Q} = \left\{ \alpha \in \mathbb{Q} \mid \alpha = \frac{1}{\nu}, \nu \in \mathbb{N}^* \right\}. \quad (4.5)$$

Em Merrikh-Bayat e Karimi-Ghartemani (2008) pode-se encontrar que uma condição necessária e suficiente para estabilidade é dada por:

$$\xi > -\cos \frac{\pi}{2\nu}. \quad (4.6)$$

Figura 4: Áreas sombreadas em cinza são regiões do plano complexo onde as raízes de $A(\sigma)$ pode estar para em que as funções de transferências comensuráveis continuam estáveis, para valores de α :



Fonte: Elaborado pelo autor.

A resposta dinâmica ao degrau unitário do sistema de ordem fracionária de três

termos é dada por (MERRIKH-BAYAT; KARIMI-GHARTEMANI, 2008):

$$y(t) = \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} E_{\alpha, \alpha} \left[\left(-\xi \omega_n^\alpha - \omega_n^\alpha \sqrt{\xi^2 - 1} \right) t^\alpha \right] t^{\alpha-1} - \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} E_{\alpha, \alpha} \left[\left(-\xi \omega_n^\alpha + \omega_n^\alpha \sqrt{\xi^2 - 1} \right) t^\alpha \right] t^{\alpha-1} + 1, \quad (4.7)$$

onde $E_{\theta_1, \theta_2}(\cdot)$ é a função de Mittag-Leffler de dois parâmetros:

$$E_{\theta_1, \theta_2}(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{z^j}{\Gamma(\theta_1 j + \theta_2)}, \quad (\theta_1, \theta_2 > 0). \quad (4.8)$$

Uma estimativa razoável do tempo de acomodação correspondente à resposta ao degrau, descrita na equação 4.7, foi apresentada por Merrikh-Bayat e Karimi-Ghartemani (2008) a partir da análise assintótica da resposta do sistema ao impulso e pode ser obtida pela equação 4.9:

$$t_s \approx \left[\frac{2|\xi| \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{v}\right) \Gamma\left(\frac{1+v}{v}\right)}{p\pi\omega_n} \right]^{\frac{v}{v+1}}, \quad (4.9)$$

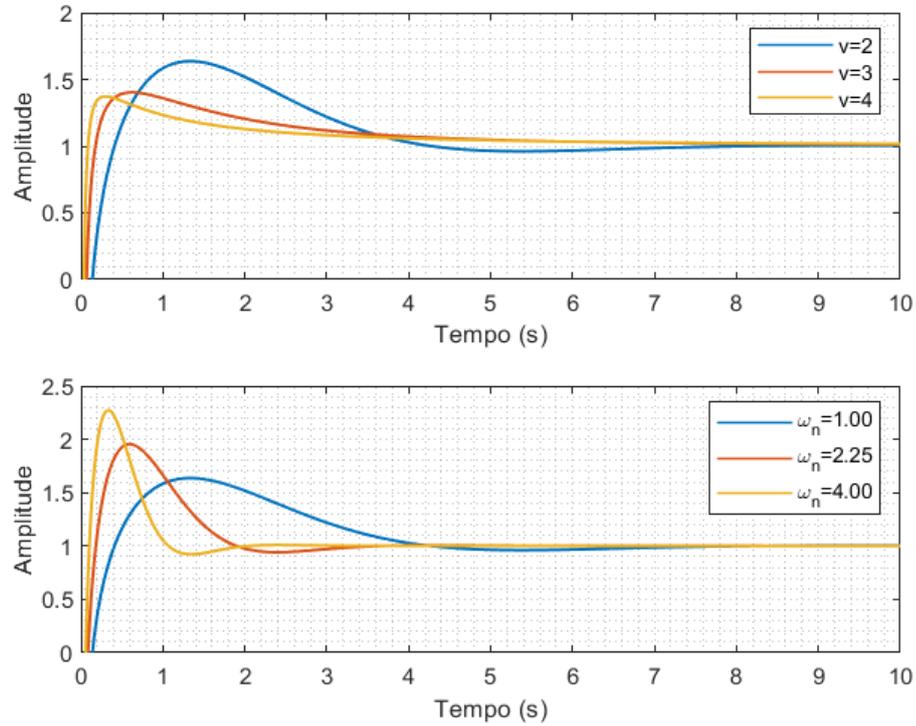
em que p (0,02 ou 0,05) diz respeito ao intervalo em torno do valor final.

A fórmula da equação 4.9 dá uma boa visão do efeito dos parâmetros da função de transferência de três termos na característica da resposta ao degrau. O tempo de acomodação diminui monotonicamente tanto com o aumento de ω_n ou v , desde que para esse último parâmetro $\frac{2|\xi|}{p\pi\omega_n} > 1$ (o que geralmente acontece). Contudo, um alerta é mencionado de que aumentar a velocidade do sistema aumentando-se ω_n exige um custo de maiores *overshoot*.

A título de exemplo, as simulações executadas por Merrikh-Bayat e Karimi-Ghartemani (2008), para respostas ao degrau de um sistema com $v = 2$, $\xi = -0,4$ e $\omega_n = 1$, são reproduzidos na figura 5 para ilustrar o efeito do aumento de v e ω_n , parte superior e parte inferior, respectivamente.

Segundo os autores, aumentar v leva a respostas mais rápidas com *overshoots* menores. No entanto, esta afirmação foi baseada em simulações, sem nenhuma prova formal (MERRIKH-BAYAT; KARIMI-GHARTEMANI, 2008).

Figura 5: Variação de ordem $\alpha = \frac{1}{v}$ e variação de frequência ω_n .



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 Controlador FOPID

O controlador FOPID mantém a vantagem de ser simples devido ao fato de se ter poucos parâmetros a sintonizar, além ser mais flexível que o seu representante de ordem inteira, possibilitando mais especificações de performance. Para tanto, são necessárias no mínimo 5 condições de projeto para a completa sintonia do controlador. O controlador é descrito pela Eq. 4.10:

$$C_{FOPID} = K_P + \frac{K_I}{s^\lambda} + K_D s^\mu. \quad (4.10)$$

4.4 FOPID por Margem de Ganho e Margem de Fase (MGMF)

Seguindo a estratégia adotada em Ayres Júnior *et al.* (2020), o parâmetro $\lambda = 1$ é selecionado para se obter um erro nulo em estado estacionário. Dessa forma, são necessária apenas 4 equações para sintonia, que são encontradas através das especifi-

cações de margem de ganho para uma frequência de cruzamento de fase especificada e de margem de fase para uma frequência de cruzamento de ganho especificada, como pode ser visto nas equações 4.11 - 4.14.

$$K_P + K_D \omega_{gc} \cos \frac{\mu\pi}{2} = \cos \frac{(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|}; \quad (4.11)$$

$$-\frac{K_I}{\omega_{gc}} + K_D \omega_{gc} \operatorname{sen} \frac{\mu\pi}{2} = \operatorname{sen} \frac{(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|}; \quad (4.12)$$

$$K_P + K_D \omega_{pc} \cos \frac{\mu\pi}{2} = \cos \frac{(\pi - \angle G(j\omega_{pc}))}{g_m |G(j\omega_{pc})|}; \quad (4.13)$$

$$-\frac{K_I}{\omega_{pc}} + K_D \omega_{pc} \operatorname{sen} \frac{\mu\pi}{2} = \operatorname{sen} \frac{(\pi - \angle G(j\omega_{pc}))}{g_m |G(j\omega_{pc})|}. \quad (4.14)$$

Através de manipulações algébricas é possível chegar ao conjunto de expressões explícitas para cada um dos parâmetros do controlador, a serem encontrados na ordem apresentada pelas equações a seguir:

$$K_P = \frac{\omega_{pc} \left(\cos \frac{(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|} \right) - \omega_{gc} \left(\cos \frac{(\pi - \angle G(j\omega_{pc}))}{g_m |G(j\omega_{pc})|} \right)}{\omega_{pc} - \omega_{gc}}; \quad (4.15)$$

$$K_I = \frac{-\omega_{pc} \left(\operatorname{sen} \frac{(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|} \right) + \omega_{gc} \left(\operatorname{sen} \frac{(\pi - \angle G(j\omega_{pc}))}{g_m |G(j\omega_{pc})|} \right)}{\frac{\omega_{pc}}{\omega_{gc}} - \frac{\omega_{gc}}{\omega_{pc}}}; \quad (4.16)$$

$$\mu = \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{\operatorname{sen} \frac{(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|} + \frac{K_I}{\omega_{gc}}}{\cos \frac{(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|} - K_P} \right); \quad (4.17)$$

$$K_D = \left[\frac{2}{|G(j\omega_{gc})|} \left(\frac{K_I}{\omega_{gc}} \operatorname{sen}(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc})) - K_P \cos(-\pi + \phi_m - \angle G(j\omega_{gc})) \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + K_P^2 + \frac{K_I^2}{\omega_{gc}^2} + \frac{1}{|G(j\omega_{gc})|^2} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\omega_{gc}}. \quad (4.18)$$

Após a obtenção do FOPID por MGMF foi realizada a aproximação de Oustaloup e acrescentou-se um polo para tornar a função de transferência própria. Posterior-

mente, em Ayres Júnior *et al.* (2020), foi feita a redução de ordem para que a função de transferência fosse de segunda ordem e foi realizada a discretização para adequar à estrutura RST, que será explicada em detalhes na seção 4.9.

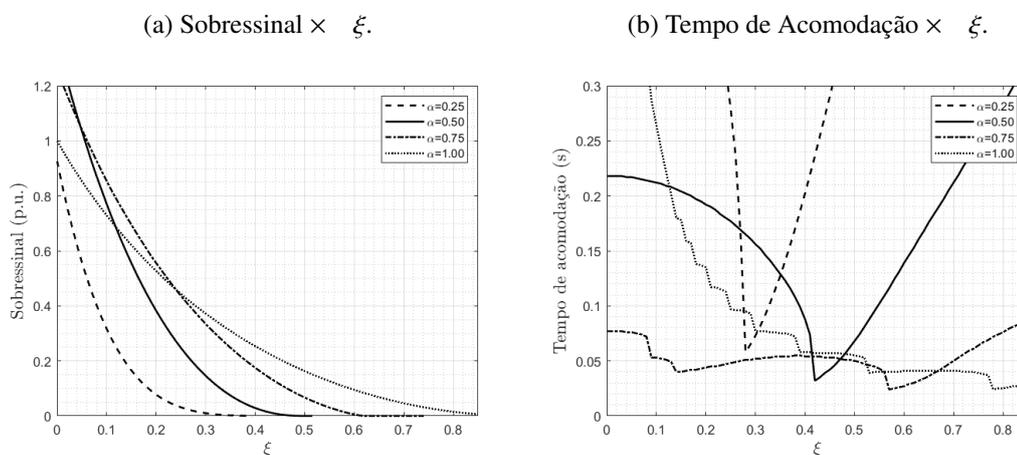
4.5 FOPP

A Alocação de Polos de Ordem Fracionária proposta por Ayres Júnior *et al.* (2020) consiste em uma generalização do método de Alocação de Polos de Ordem Inteira baseada na resposta dinâmica de segunda ordem.

De modo semelhante, utiliza-se como dinâmica desejada a resposta de um sistema de ordem fracionária de três termos, o que seria um equivalente ao sistema de segunda ordem para o caso de ordem inteira.

A partir da resposta ao degrau de um sistema fracionário de três termos são obtidas as curvas, figura 6, de máximo sobressinal por ξ e tempo de acomodação por ξ , fixando-se uma frequência ω_n e ordem fracionária α .

Figura 6: Curvas de Parametrização.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir de valores desejados de máximo sobressinal e tempo de acomodação, seleciona-se o valor de ξ adequado.

O controlador fracionário proposto em (AYRES JÚNIOR *et al.*, 2020) é baseado em uma função de transferência comensurável com pelo menos um integrador puro, para garantir erro nulo em regime estacionário (MONJE *et al.*, 2010). Desse modo o controlador assume a forma:

$$C_{FOPP}(s) = \frac{(c_{m\alpha}s^{m\alpha} + c_{(m-1)\alpha}s^{(m-1)\alpha} + \dots + c_0)}{s(s + d_{n\alpha}s^{n\alpha} + d_{(n-1)\alpha}s^{(n-1)\alpha} + \dots + d_0)}. \quad (4.19)$$

em que $m, n \in \mathbb{N}^*$ e α é chamada de ordem comensurável, devendo atender as mesmas restrições de um sistema de ordem fracionária de três termos.

O polinômio desejado juntamente com os polinômios auxiliares é descrito por:

$$P(s) = P_d(s) \times P_{aux}(s) = (s^{2\alpha} + 2\xi\omega_n^\alpha s^\alpha + \omega_n^{2\alpha})(s^\beta + f_0)(s + f_1)(s + f_2), \quad (4.20)$$

onde $\beta = 2 - 2\alpha$.

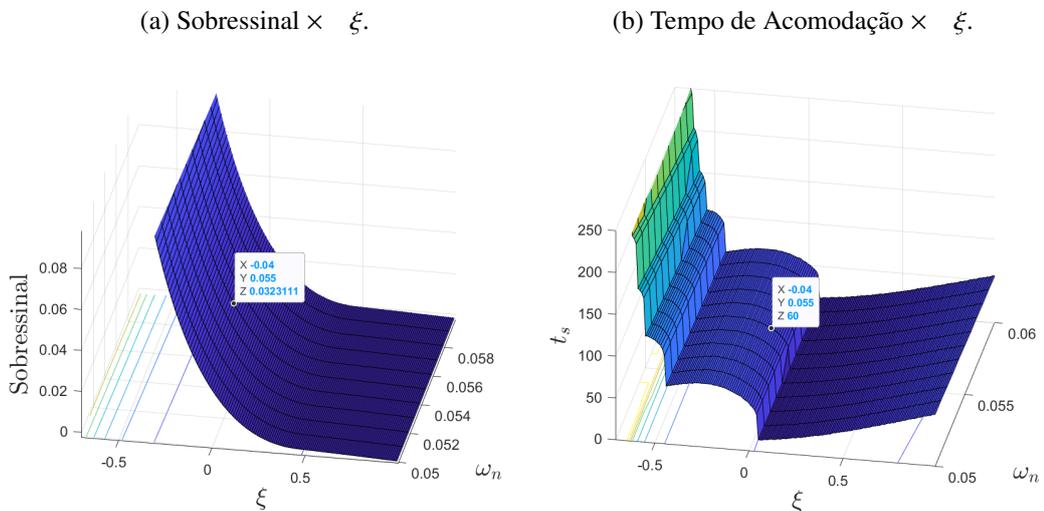
Os coeficientes do controlador são encontrados a partir da solução da equação Diofantina (de ordem α fracionária comensurável).

Uma vez encontrado o controlador fracionário, faz-se uma aproximação por Oustaloup e posteriormente uma redução de ordem de Hankel para segunda ordem. O controlador é então discretizado para a forma discreta RST.

4.6 Projeto FOPP modificado

Uma alteração possível para o projeto de controladores FOPP é considerar as variações de ω_n , além das variações de ξ . De modo que se manteriam as seleções de tempo de acomodação e máximo sobressinal.

Figura 7: Curvas de Parametrização modificadas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.7 Aproximações para Funções de Transferências Fracionárias

Uma das maiores dificuldades associadas com o uso e implementação de controladores de ordem fracionária (COF) diz respeito ao problema em se representar os operadores de integral ou derivada fracionária que naturalmente têm propriedades de longa memória e podem resultar em uma complexidade computacional infinita (BIRS *et al.*, 2022).

O uso de aproximações de ordem inteira são uma alternativa prática para lidar com esse problema, sendo a aproximação de Oustaloup um dos métodos mais difundidos, apresentando rápida convergência e requerendo um modelo de ordem relativamente baixa para obter um desempenho satisfatório em uma dada faixa de frequências (STANISŁAWSKI; RYDEL; LI, 2022).

4.7.1 Método de Aproximação de Oustaloup

Uma das aproximações mais bem estabelecidas é a aproximação de Oustaloup, que aproxima o controlador por um filtro de ordem superior com polos e zeros dentro de uma faixa de frequências $[\omega_l, \omega_h]$. Para $\alpha > 0$, em que α é um fator fracionário, N é o número de polos e zeros, $\omega_{z,n}$ é a n -ésima frequência do zero aproximado e $\omega_{p,n}$ é a n -ésima frequência do polo aproximado.

$$s^\alpha \approx k \prod_{n=1}^N \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z,n}}}{1 + \frac{s}{\omega_{p,n}}}, \quad (4.21)$$

em que:

$$\alpha' = \left(\frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{\alpha}{N}}, \quad (4.22)$$

$$\eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{1-\alpha}{N}}, \quad (4.23)$$

$$\omega_{z,1} = \omega_l \sqrt{\eta}, \quad (4.24)$$

$$\omega_{p,m} = \omega_{z,(m)} \alpha', \quad \text{para } m = 1, \dots, N \quad \text{e} \quad (4.25)$$

$$\omega_{z,n} = \omega_{p,(n-1)} \eta, \quad \text{para } n = 2, \dots, N. \quad (4.26)$$

A aproximação apresentada na equação 4.21 resulta em um bom ajuste para uma

faixa de frequências específica definida pelo intervalo entre ω_l e ω_h , onde o ganho k é ajustado para resultar em um ganho unitário na frequência de 1 rad/s (VALÉRIO; COSTA, 2013; FAIEGHI; NEMATI, 2011).

No entanto, Ayres Júnior *et al.* (2020) reforça que a escolha da banda de frequência e o desempenho da aproximação tem uma relação de compromisso, uma vez que aproximações para bandas de frequências grandes podem tornar o modelo aproximado frágil, isto é, para pequenas variações nos parâmetros dos coeficientes o controlador pode se tornar instável.

Deniz *et al.* (2020) reforçam essa ideia ao investigar a preservação da estabilidade, e análise do ajuste das respostas no tempo e na frequência para quatro diferentes métodos de aproximação para implementação de funções de transferência de ordem fracionária. Os autores consideram que há preservação de estabilidade caso haja uma boa correspondência quanto a estabilidade da função de transferência de ordem fracionária original e o modelo aproximado de ordem inteira. Caso contrário, embora o projeto teórico sugira um sistema de controle ideal e estável, a realização prática desse projeto pode ser instável (DENIZ *et al.*, 2020).

Além disso, embora a aproximação de Oustaloup apresente convergência razoável para poucos elementos para um operador s^α , ao aplicá-la para a função de transferência do controlador completa, por exemplo, pode-se obter uma função de transferência aproximada de ordem bastante elevada o que dificulta a interpretação de cada parâmetro e pode levar a uma maior tendência à fragilidade. Para atender a essa questão, comumente se faz uso de algum algoritmo de redução de ordem de modelo a fim de se obter uma função de transferência reduzida (MONJE *et al.*, 2010; XUE, 2017).

4.8 Discretização

Uma vez que o controlador foi projetado, faz-se necessário discretizá-lo para prosseguir com a implementação. Existem vários métodos que podem ser aplicados para se discretizar uma função de transferência contínua. Neste trabalho serão utilizados dois métodos, a saber, o método do segurador de ordem zero (do inglês *zero order hold* - ZOH) tipicamente adotado para simular o comportamento de reconstrução do sinal advindo do controlador e que irá para a planta e o método de mapeamento exato de polos e zeros também conhecido como método *matched*, utilizado para a discretização

do controlador contínuo.

4.8.1 Método ZOH

O método de discretização ZOH é tipicamente utilizado ao se modelar o comportamento de reconstrução de um sinal discreto para contínuo. Esse é um modelo matemático da reconstrução de sinal prático realizado pelos conversores Digital-Analógicos (D/A) convencionais. A reconstrução é feita ao se manter pelo intervalo correspondente ao período de amostragem cada amostra do sinal em um valor constante entre dois instantes de amostragem.

O ZOH reconstrói um sinal em tempo contínuo a partir de uma sequência de amostras $x[n]$, assumindo-se um intervalo de amostragem T_s , conforme a equação 4.27:

$$x_{ZOH}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot \text{rect}\left(\frac{t - T/2 - nT}{T}\right), \quad (4.27)$$

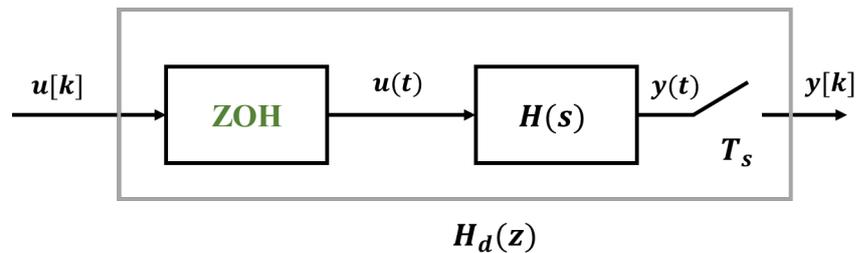
em que $\text{rect}(\cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é função retangular:

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } |t| > \frac{1}{2} \\ 1, & \text{se } |t| \leq \frac{1}{2} \end{cases}. \quad (4.28)$$

Pode-se considerar que a função de transferência contínua desse amostrador ZOH se trata de um degrau subtraído de um degrau atrasado por um tempo de amostragem. Portanto, a equação 4.29, descreve a função de transferência do amostrador:

$$H_{ZOH}(s) = \mathcal{L}\{h_{ZOH}(t)\} = \frac{1 - e^{-sT_s}}{sT_s}. \quad (4.29)$$

Figura 8: ZOH - Zero Order Hold.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A resposta da planta $G(s)$ juntamente com o bloco ZOH é descrita como:

$$G_{ZOH}(s) = G(s) \left[\frac{1}{s} - \frac{e^{-sT_s}}{s} \right]. \quad (4.30)$$

Aplicando-se a transformada Z na equação 4.30, tem-se:

$$G(z) = \mathcal{Z} \left\{ (1 - e^{-sT_s}) \cdot \frac{G(s)}{s} \right\}. \quad (4.31)$$

Como e^{-sT_s} é um termo da equação considerado um atraso de um período a Eq. 4.30 pode ser reescrita como:

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \cdot \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}. \quad (4.32)$$

4.8.2 Método *Matched*

O método *matched* se trata de uma transformação de uma representação contínua para uma representação discreta de forma exata.

Os polos e zeros são relacionados pela transformação:

$$z_i = e^{s_i T_s}, \quad (4.33)$$

onde:

z_i – é o i -ésimo polo ou zero do sistema de tempo discreto;

s_i – é o i -ésimo polo ou zero do sistema de tempo contínuo;

T_s – é o período de amostragem.

4.9 Estrutura RST

A estrutura de controlador digital RST com dois graus de liberdade, representada na figura 9 e cuja lei de controle está descrita na 4.34, caracteriza-se por apresentar dois filtros digitais R e S projetados para se atender um desempenho de regulação desejado e um terceiro filtro digital T projetado posteriormente para se alcançar um desempenho de rastreamento desejado (LANDAU, 1998; LANDAU; ZITO, 2006).

$$S(q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})y(t) + T(q^{-1})r(t), \quad (4.34)$$

onde $u(t)$ é o sinal de controle da planta, $y(t)$ é a saída da planta e $r(t)$ é o sinal de referência, e o operador de atraso é dado por q^{-1} de modo que $q^{-1}y(t) = y(t-1)$.

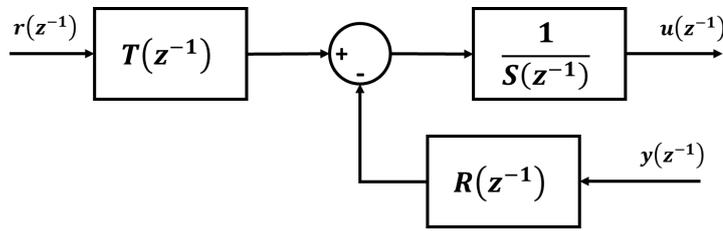
Os polinômios R, S e T são definidos pelos polinômios:

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1} + r_2q^{-2} + \dots + r_n r z^{-nr}; \quad (4.35)$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2} + \dots + s_n s z^{-ns}; \quad (4.36)$$

$$T(q^{-1}) = R(1). \quad (4.37)$$

Figura 9: Estrutura Canônica RST.



Fonte: Elaborado pelo autor.

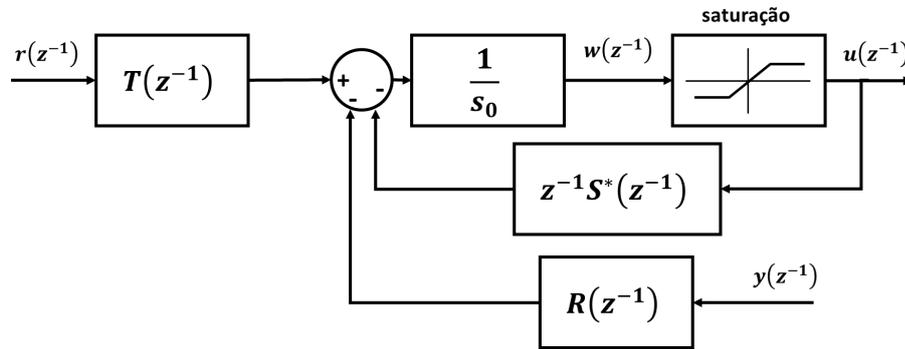
Essa mesma estrutura foi utilizada em Ayres Júnior *et al.* (2020) para implementação do controlador FOPP na versão digital.

4.9.1 *Anti-Windup*

Devido ao fato de o controlador possuir ação integral presente no projeto, um problema prático comum seria a saturação de atuadores principalmente devido à ação integral. Para evitar esse efeito adverso, uma alteração na estrutura RST canônica será adotada seguindo a mesma estratégia proposta em Landau *et al.* (2011). A estrutura RST com *Anti-windup* está representada na figura 10.

A adaptação consiste em incluir um bloco de saturação que emule a saturação do atuador e realimentar o sinal de controle efetivo filtrando-o com um polinômio $S^*(q^{-1})$, em que:

$$S(q^{-1}) = s_0 - q^{-1}S^*(q^{-1}). \quad (4.38)$$

Figura 10: Estrutura RST com *Anti-windup*.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A equação que descreve a lei de controle passa a ser portanto:

$$w(t) = \frac{T(q^{-1})r(t) - R(q^{-1})y(t) - S^*(q^{-1})u(t-1)}{s_0}. \quad (4.39)$$

Na equação 4.39, $w(t)$ representa o sinal de controle calculado que passa pela não-linearidade de saturação e $u(t-1)$ representa o valor em um instante anterior do sinal de controle efetivo de entrada da planta.

A não-linearidade de saturação é dada por:

$$u(t) = \begin{cases} u_{sup}(t), & \text{se } w(t) \geq u_{sup}(t) \\ w(t), & \text{se } u_{inf}(t) \leq w(t) \leq u_{sup}(t) \\ u_{inf}(t), & \text{se } w(t) \leq u_{inf}(t). \end{cases} \quad (4.40)$$

5 CONTROLE *FUZZY* PDC

A maioria dos processos industriais a serem controlados, na prática, podem apresentar algum tipo de não linearidade. Por outro lado, os métodos de controle lineares assumem ser válida a consideração de pequenas variações em torno do ponto de operação de um modelo linear, obtido a partir da linearização do sistema não linear (MEHRAN, 2008).

Caso seja requerida uma ampla faixa de operação, um controlador linear pode se tornar instável, e apresentar deterioração de desempenho. Uma outra questão a se levantar se trata do problema de controle na presença de incertezas nos parâmetros do modelo.

Uma forma de se lidar com esse problema seria compor um modelo a partir de submodelos mais simples, que sejam responsáveis por representar a dinâmica do sistema nos seus respectivos subdomínios. Os modelos *fuzzy* Takagi-Sugeno (TS) realizam exatamente isso.

Uma vez obtido esse modelo *fuzzy* TS para a planta, uma técnica conhecida como *parallel distributed control* (PDC) pode ser aplicada, mais detalhes serão tratados na seção 5.4.

5.1 Lógica *Fuzzy*

A teoria de conjuntos *fuzzy* foi proposta inicialmente quando se buscava um conceito para formular classificadores de padrões, principalmente, para problemas que admitissem imprecisões advindas da ausência de critérios rígidos para classificação e que se assemelha-se mais a forma de raciocínio humano (ZADEH, 1965).

O conceito de conjuntos *fuzzy* foi introduzido por Zadeh (1965), em que tais conjuntos foram descritos como uma classe de objetos com um grau de pertinência contí-

nuo variando de zero a um. Neste trabalho seminal foram definidos os conjuntos *fuzzy*, operações matemáticas para este tipo de conjunto e diversas propriedades, além de um indicativo com possíveis aplicações mas sem maior profundidade.

Atualmente, a aplicação da lógica *fuzzy* em sistemas de controle já é bastante estabelecida, sendo os controladores *fuzzy* de maior destaque aqueles baseados nos modelos Mamdani e Takagi-Sugeno (LILLY, 2011). Além disso, a associação de controladores *fuzzy* a outros controladores têm sido uma prática comum para se alcançar melhores desempenhos.

5.2 Conjuntos *Fuzzy*

Na lógica convencional ou booleana, um objeto pode pertencer ou não a um conjunto. Essa pertinência bivalente é geralmente chamada de *crisp*. Por outro lado, um conjunto *fuzzy* é uma coleção de objeto podendo apresentar diferentes graus de pertinência a esse dado conjunto.

Um conjunto *fuzzy* pode ser caracterizado pelos objetos pertencentes a ele, bem como o grau de pertinência no conjunto. Uma pertinência total seria expressa pelo grau 1, uma exclusão absoluta seria especificada por um grau 0 e um grau de pertinência seria representada por um valor entre 0 e 1. A coleção dos números no qual uma variável é definida chama-se universo do discurso de uma variável.

De modo formal, considerando uma variável com universo de discurso $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$, seja x um número real ($x \in \mathcal{X}$). Seja denotado por M um conjunto fuzzy definido em \mathcal{X} . Uma função de pertinência $\mu^M(x)$ associado com M é uma função que realiza o mapeamento de \mathcal{X} no intervalo $[0, 1]$ e atribui o grau de pertinência de \mathcal{X} é M . Diz-se que um conjunto *fuzzy* M é caracterizado por μ^M . Então o conjunto *fuzzy* M é definido como:

$$M = \{(x, \mu^M(x)) : x \in \mathcal{X}\} \quad (5.1)$$

Esse é um par de elemento de \mathcal{X} com seu valor de pertinência associado.

5.3 Modelo Takagi-Sugeno

Takagi e Sugeno (1985) propuseram uma ferramenta matemática para se construir modelos *fuzzy* nos quais as premissas para uma dada implicação são descrições de um subespaço *fuzzy* de entradas e os consequentes são uma relação ou modelo linear entre entrada-saída.

O modelo de Takagi-Sugeno também conhecido como TSK (Takagi-Sugeno-Kang) consiste em particionar o espaço de entradas com partições *fuzzy* e para cada partição uma relação de entrada-saída é formada. A saída da inferência *fuzzy* é dada pela agregação dos valores inferidos a partir daquelas implicações obtidas para uma entrada aplicada (TAKAGI; SUGENO, 1985).

O modelo de inferência TSK apresenta a vantagem de conseguir modelar um sistema não linear a partir de modelos lineares próximos de condições de operação conhecidas e conectar tais modelos de maneira suave.

Em Takagi e Sugeno (1985), além da proposta desse modelo de inferência, são apresentadas uma metodologia de identificação *fuzzy*, bem como uma forma de controle também baseada nesse modelo de inferência.

5.3.1 Sistema *Fuzzy* TS como Interpolador entre Modelos FOPDT

Um sistema *fuzzy* Takagi-Sugeno pode ser utilizado como um interpolador entre modelos FOPDT. Esse método pode ser utilizado para se criar uma representação de sistema dinâmicos não lineares e variantes no tempo.

Considere uma sistema *fuzzy* T-S com R regras da forma: R_i :

Se $y(k)$ é P_1^K e $y(k-1)$ é P_2^L e ... e $y(k-n+1)$ é P_n^M então

$$G^i(s) = \frac{K^i e^{-\tau_d^i s}}{\tau^i s + 1} \quad (5.2)$$

onde $y(k), \dots, y(k-n+1)$ são as saídas presente e passadas da planta. Esse sistema *fuzzy* produz uma saída dada por:

$$y(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^R \mu_i(y(k), \dots, y(k-n+1)) y^i(k+1)}{\sum_{i=1}^R \mu_i(y(k), \dots, y(k-n+1))} \quad (5.3)$$

onde $\mu_i(y(k), \dots, y(k-n+1))$ são os valores de pertinência das premissas da regra i

e $y^j(k+1)$ corresponde a saída teórica de cada modelo $G^i(s)$, dado uma entrada conhecida. Portanto, a saída produzida pelo sistema *fuzzy* T-S é:

$$y(k+1) = y_1(k+1)\xi_1(k) + y_2(k+1)\xi_2(k) + \dots + y_R(k+1)\xi_R(k), \quad (5.4)$$

onde ξ_j é a função de base *fuzzy* dada por:

$$\xi_j(k) = \frac{\mu_j(k)}{\sum_{i=1}^R \mu_i(k)}, \quad j = 1, \dots, R \quad (5.5)$$

5.4 Controle Takagi-Sugeno PDC

Se uma planta for modelada a partir de um modelo *fuzzy* TSK que faça a interpolação entre sistemas dinâmicos lineares, criando-se um sistema *fuzzy* de plantas, uma abordagem para estabilizar esse sistema é chamada de *parallel distributed compensator* (PDC). A ideia básica da técnica PDC consiste em criar um controlador *fuzzy* a partir de regras com premissas idênticas àsquelas do sistema *fuzzy* de plantas. Os consequentes do controlador por sua vez, passam a ser uma lei de controle linear projetadas para cada um dos sistemas lineares correspondentes aos consequentes do sistema *fuzzy* de plantas. A lei de controle final é portanto uma média ponderada das leis de controle individuais.

Um controlador do tipo PDC pode ser projetado para forçar com que a saída de um sistema não linear modelado como um sistema *fuzzy* TSK siga um sinal de referência desejado. O projeto do controlador pode seguir alguma técnica previamente adotada pelo projetista para as plantas lineares individuais. Na estratégia de rastreamento paralela distribuída, aplica-se o mesmo procedimento de projeto para cada uma das plantas consequentes para o sistema de planta *fuzzy*.

Seja a base de regras do sistema *fuzzy* de plantas de R regras na forma:

Considere um sistema *fuzzy* T-S com R regras da forma: R_i :

Se $y(k)$ é P_1^K e $y(k-1)$ é P_2^L e ... e $y(k-n+1)$ é P_n^M então

$$G^i(s) = \frac{K^i e^{-\tau_d^i s}}{\tau^i s + 1} \quad (5.6)$$

onde $y(k), \dots, y(k-n+1)$ são as saídas presente e passadas da planta. O controlador de rastreamento paralelo distribuído para o sistema é um outro sistema *fuzzy* também

com R regras da forma:

R_i :

Se $y(k)$ é P_1^K e $y(k-1)$ é P_2^L e ... e $y(k-n+1)$ é P_n^M então

$$w^i(k) = \frac{T(q^{-1})r(k) - R(q^{-1})y(k) - S^*(q^{-1})u(k-1)}{s_0} \quad (5.7)$$

A lei de controle resultante é

$$w(k) = \sum_{i=1}^R w^i(k) \xi_i(k) \quad (5.8)$$

onde $\xi_i(k), i = 1, \dots, R$ são definidos pela função de base *fuzzy*, apresentada na equação 5.5.

6 MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo trata do aparato experimental, da descrição dos experimentos realizados e da metodologia para as etapas de: modelagem e identificação, sintonia de controladores, simulações e implementação experimental.

6.1 Aparato Experimental

O aparato experimental abrange todos os componentes de uma bancada de controle de nível, bem como o sistema de aquisição de dados utilizado.

6.1.1 Bancada de Controle de Nível

Os experimentos foram realizados em uma bancada de controle de nível construída pelo Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC-FT) para fins de ensino e pesquisa, localizada no Laboratório de Sistemas Mecânicos e Controle da Faculdade de Tecnologia da Universidade Federal do Amazonas (FT-UFAM).

A bancada, apresentada na figura 11, consiste de um tanque principal, cujo nível será controlado, da fabricante Alpina com capacidade total de 300 litros, dois reservatórios auxiliares (caixas d'água Fortlev) de capacidade de 310 litros, cada uma, tubos e conexões rosqueáveis de $1\frac{1}{2}$ polegadas, registros tipo Esfera VS com diâmetro nominal de 60 mm e uma bomba centrífuga DANCOR modelo CAM-W10 de 2CV de potência, operando em modo de rede trifásica de 220V.

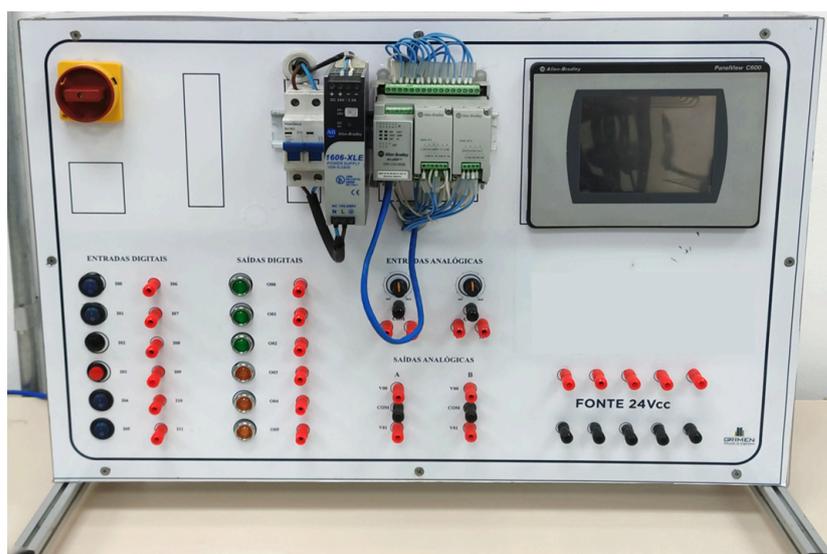
A bomba é acionada por um inversor de frequência WEG CFW08 (CFW080040S2024PSZ) versão 3.95 configurado no modo de controle escalar e com fonte de referência de frequência por potenciômetro eletrônico (com variação de 0 a 10V). Na prática, uma saída analógica do CLP foi conectada para a função de referência de frequência. Para fins de se evitar sobretensão do inversor um limite máximo de

Figura 11: Bancada de Controle de Nível.

(a) Parte Interna



(b) Parte Externa



Fonte: Elaborado pelo autor.

referência foi adotado para 5V.

A instrumentação da bancada limita-se a um transmissor de nível ultrassônico modelo The Probe Siemens, padronizado para saída em corrente de 4 a 20mA, calibrado para operar dentro da região de seção circular invariável do tanque principal, ou seja, o fundo cônico do tanque se encontra fora do alcance do sensor. Além disso, um rotâmetro Salcas está conectado após a saída da bomba para indicar visualmente a vazão volumétrica.

Os dispositivos para controle propriamente dito advém da integração de uma Bancada de Controle e Automação disponível no Laboratório de Sistemas Mecânicos e Controle ao sistema elétrico e hidráulico da Bancada de Controle de Nível.

6.1.2 Bancada de Controle e Automação

A Bancada de Controle e Automação é composta por uma fonte de alimentação chaveada Allen-Bradley 1606-XLE80E com saída em 24V DC e um CLP Rockwell Micro 820 2080-LC20-20QBB firmware de versão 12, com o adicional de dois plugins, a saber, um deles com duas entradas analógicas 2080-IF02 configurado no modo de leitura de corrente elétrica e o outro deles com duas saídas analógicas 2080-OF2 configurado para modo de tensão elétrica. Também se inclui uma IHM Allen Bradley PanelView Plus 600, porém, este componente não foi utilizado neste trabalho.

Além dos componentes principais, a Bancada de Controle e Automação também possui botões e luzes LED, ligados às entradas e saídas digitais do CLP, respectivamente, bem como bornes "fêmeas" para *plugs*.

6.1.3 Sistema de Aquisição de Dados

Os dados de cada experimento serão registrados por um sistema de aquisição de dados da fabricante Lynx, modelo de gabinete ADS 2002 SF 2034, controlador de aquisição AC2122-VB e módulo condicionador AI2161-VB. O condicionador possui 16 canais de entradas analógicas, dos quais apenas 3 foram utilizados.

Para efeitos de redundância, os dados experimentais também foram adquiridos de modo independente a partir da função *tendência* disponível no ambiente de programação do CLP, sendo necessário se manter a conexão do CLP com o computador no modo "ONLINE" para gravação dos dados.

6.1.4 Softwares e Ambientes de Programação

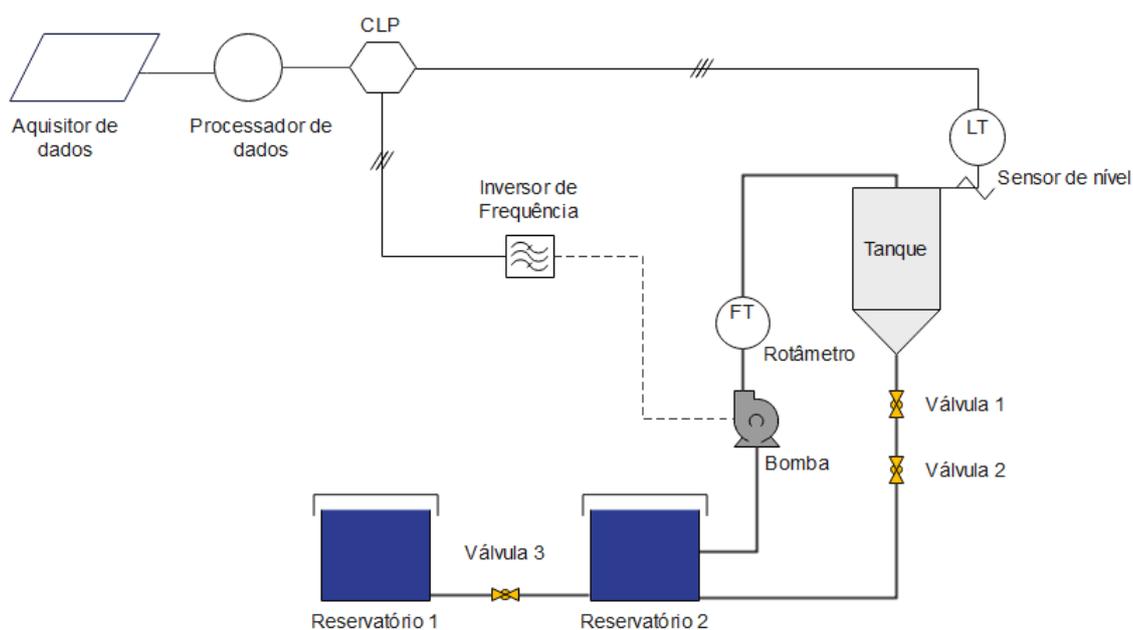
Para fins de simulação, foram utilizados o MATLAB R2022b (9.13.0.2049777) e o Simulink (versão 10.6). Os toolboxes FOMCON (versão 1.50.4) e ninteger (versão 2.3 - setembro de 2005) serviram de auxílio para uso de funções de controle fracionário.

A programação do CLP foi realizada na plataforma Connected Components Workbench (CCW) edição Standard na versão 21.01, que se trata de um software para programação, simulação, configuração e visualização para CLPs disponibilizado pela própria fabricante do dispositivo utilizado neste trabalho.

6.1.5 Planta de Trabalho

O diagrama esquemático da planta utilizada neste trabalho está mostrado na figura 12. A caixa de água, localizada na parte inferior funciona como reservatório, do qual a bomba retira água e preenche o tanque principal. A vazão de saída, dependente do nível do tanque, pode ter seu coeficiente de fluxo relativo alterado pela abertura da válvula 2. Neste trabalho, todas as válvulas foram mantidas em posições de abertura fixas.

Figura 12: Diagrama P&ID do Bancada de Controle de Nível.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 11a mostra o tanque de 1280 mm de altura utilizado no sistema, cuja região de trabalho considerada foi somente a parte cilíndrica, desprezando a região cônica, devido a suas pequenas dimensões quando comparadas a região cilíndrica e pela limitação do alcance do sensor de nível. Com isso, o controle será realizado para os valores de nível a partir de 250 mm em diante.

Além disso, como mencionado anteriormente, o sinal de controle será limitado (de 0 a 5V). Com isso, cria-se uma saturação de sinal para o controlador, a qual deve ser levada em consideração no projeto, assim como a adição de um sistema *anti-windup* que diminua o erro de acumulação causado pelo termo integral (LANDAU *et al.*, 2011).

6.2 Identificação da Planta

Uma necessidade primária para se obter um controlador baseado em modelo consiste justamente em se obter um modelo que represente de forma razoável a dinâmica do sistema em análise. Uma das técnicas para se obter um modelo paramétrico do sistema diz respeito a se adotar alguma técnica de identificação de sistemas, dentre as quais, a identificação a partir da resposta ao degrau é uma das mais simples e em muitos casos práticos também se mostra suficiente. Esse procedimento de identificação é ilustrado a partir da figura 13.

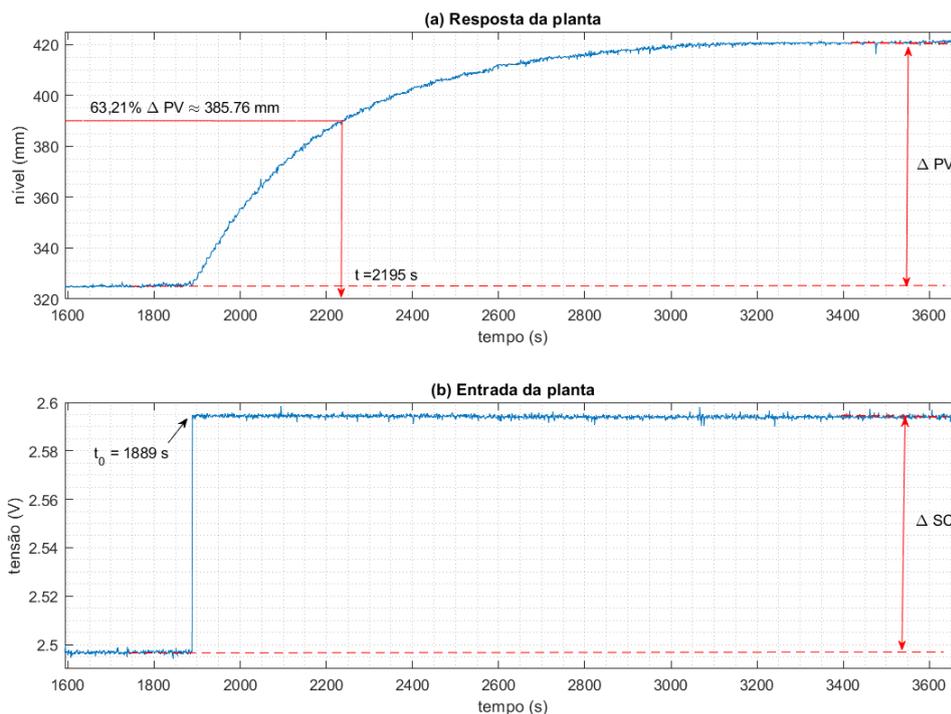
O valor de ganho K foi obtido a partir da razão entre a variação do sinal de saída (PV) pela variação do sinal de entrada (SC).

$$K = \frac{\Delta PV}{\Delta SC} \approx \frac{420,87 - 325,45}{2,6 - 2,5} = 954,15 \quad (6.1)$$

A constante de tempo foi encontrada ao se verificar a variação de tempo desde o início da variação da resposta até que se atingisse um valor de 63,21% da excursão (ΔPV), para o exemplo da figura 13 o valor obtido foi de $\tau \approx 2195 - 1889 = 306$ s.

Além disso, o tempo correspondente ao atraso de transporte foi obtido ao se comparar o tempo de aplicação do degrau de entrada e o início da resposta do sistema, o valor adotado para a figura 13 foi de $\tau_d = 2$ s. No entanto, como os dados de medição contém ruído, uma boa estimativa visual torna-se dificultada.

Figura 13: Resposta da planta ao degrau de entrada (2,5V → 2,6V).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o procedimento inicial de identificação, um refinamento foi realizado para adequar ganho, uma vez que o modelo obtido estava estabilizando em um valor abaixo do valor esperado. O modelo obtido foi:

$$G_1 = \frac{978,15e^{-2s}}{306s + 1} \quad (6.2)$$

Apesar do tempo morto ser relativamente baixo se comparado à constante de tempo do sistema é válido manter esse termo no modelo uma vez que a implementação digital intrinsecamente acrescenta atrasos.

Para fins de comparação o *toolbox System Identification* do *MATLAB* também foi utilizado na configuração de estimação de modelo de processo e obteve-se o modelo representado pela equação.

$$G_2 = \frac{989,22e^{-2s}}{315,06s + 1} \quad (6.3)$$

Os resultados estão foram comparados e estão apresentados na figura 14, denominados modelo 1 e modelo 2, respectivamente. Para ambos os modelos, calcularam-se os valores de índice de ajuste aos dados experimentais.

Definição 2 (Índice de ajuste baseado na raiz do erro quadrático médio normalizado -

IAR). (SILVA NETO, 2020) A raiz do erro quadrático médio normalizado (NRMSE) é definida por:

$$NRMSE = \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \quad (6.4)$$

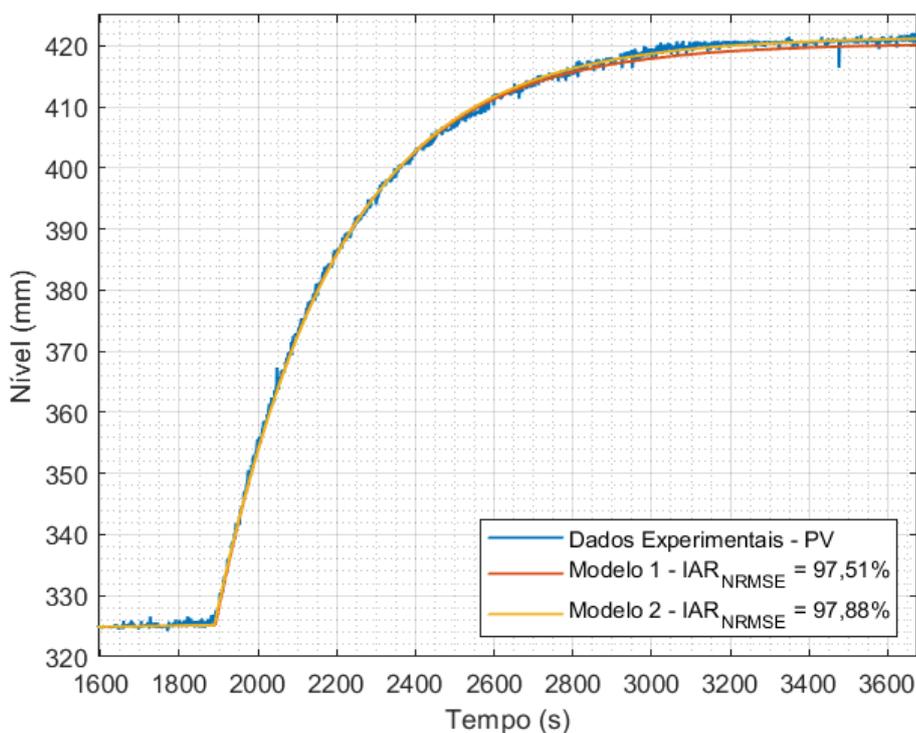
em que y representa o vetor de medidas, \bar{y} corresponde ao vetor que tem todas as suas coordenadas iguais ao valor médio de y e \hat{y} representa o vetor de saída estimado pelo modelo. Já o índice IAR é dado por:

$$IAR = 1 - NRMSE = 1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \quad (6.5)$$

Comumente a norma utilizada é a euclidiana. Também é comum utilizar o valor de IAR em porcentagem, em que 100% corresponde a um ajuste perfeito.

A figura 14, mostra os dados experimentais e as saídas estimadas pelos modelos G_1 e G_2 . Considerando que tanto o modelo obtido pela metodologia proposta quanto o modelo obtido pelo *toolbox* foram bastante semelhantes, será mantido este último modelo.

Figura 14: Comparação dos ajustes de modelos à resposta da planta a uma entrada degrau.

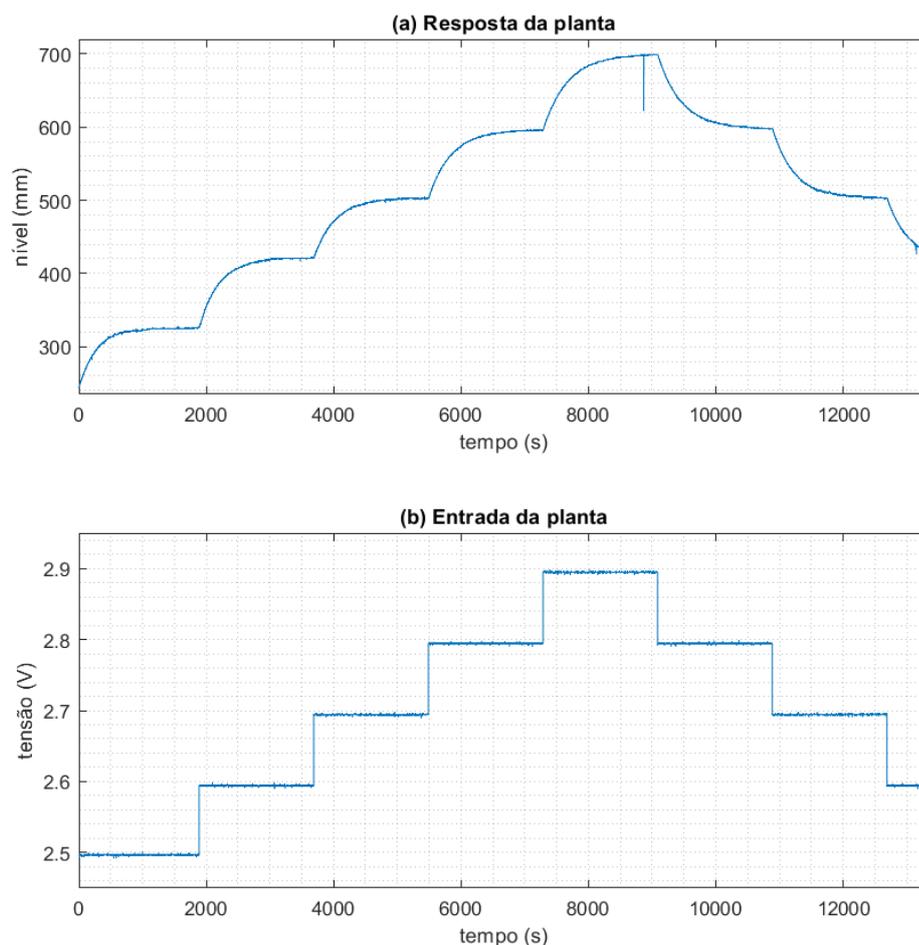


Fonte: Elaborado pelo autor.

A fim de se obter uma melhor aproximação para diferentes pontos de operação o procedimento foi repetido para quatro regiões. Foram realizados testes do tipo degrau com variações de entrada na ordem de 0,1 V, o que resultou em uma variação de saída na faixa de 80 mm a 100 mm. Esse teste de degraus sucessivos está apresentado na figura 15. A tabela 1 apresenta de forma compacta os parâmetros de ganho e constante de tempo para os diferentes pontos de operação, em todos os casos o atraso de transporte de tempo foi aproximado por $\tau_d = 2$ s.

Foram realizados tanto testes de subida quanto de descida, mas em uma primeira análise, apenas as funções de transferências referentes ao comportamento da subida foram levados em conta para fins de projetos de controladores.

Figura 15: Resposta da planta a entradas sucessivas do tipo degrau.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 1: Parâmetros das Funções de Transferências de acordo com o ponto de operação (P.O.).

P.O. (mm)	K (mm/V)	$\tau(s)$
325,78	989,22	315
420,96	817,06	323
502,26	1024,34	352
595,34	1005,24	366

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.3 Projeto de Controladores

Uma vez que se tenha um modelo da planta de trabalho, pode-se prosseguir com a etapa de projeto dos controladores. Nesta seção, será descrita a metodologia desde a seleção de critérios ou parâmetros de projeto, obtenção dos controladores tanto de ordem inteira quanto de ordem fracionária, aproximações de ordem inteira para essa última classe seguida de redução de ordem, e posterior discretização e readequação na configuração discreta RST.

6.3.1 MGMF

Dado que se tem a função de transferência da planta, como visto na equação 6.6, foram selecionados por tentativa e erro os pares de valores de margem de fase a uma frequência de cruzamento de ganho, $MF = 65^\circ$ a $\omega_{cg} = 0,2$ rad/s, e de margem de ganho a uma frequência de cruzamento de fase, $MG = 20$ dB a $\omega_{cf} = 15$ rad/s.

$$G(s) = \frac{989,22}{315,06s + 1} e^{-2s} \quad (6.6)$$

A partir desses valores, utilizam-se as equações analíticas 4.15 a 4.18 para se obter os parâmetros do controlador FOPID por MGMF:

$$C_{MGMF}(s) = 0,0604 + \frac{0,0037}{s} + 0,0137s^{0,6934}. \quad (6.7)$$

Uma aproximação de Oustaloup (*type* = 'oust') para o controlador MGMF foi aplicada com $N = 2$ termos para cada fator s^α e em seguida se procedeu para a redução de ordem para uma função de transferência de segunda ordem (*red* = 2). Para

tal aproximação seguida de redução de ordem de modelo, utilizou-se a função $Gc = \text{oustapid}(Kp, Ki, lam, Kd, mu, wb, wh, N, type, red)$.

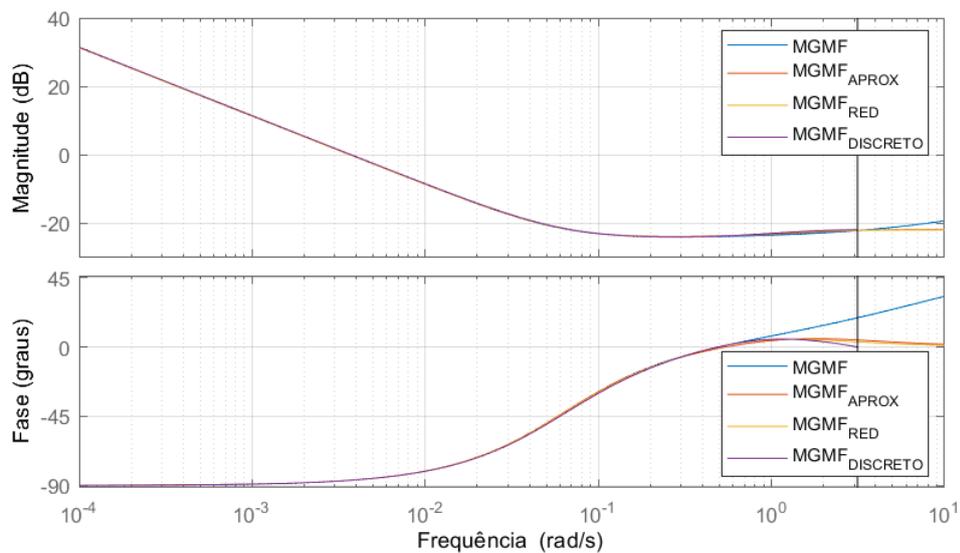
Conforme discutido na seção 4.7 a aproximação de Oustaloup pode resultar em um modelo de ordem elevada. Por exemplo, ao se utilizar um valor de $N = 2$ termos para cada fator s^α , a função de transferência obtida sem qualquer redução era de sexta ordem. Por isso, uma redução de ordem de modelo também foi adotada a fim de que o controlador resultante fosse de segunda ordem.

Pode-se mencionar alguns trabalhos recentes que têm investigado ou propõem métodos de redução de ordem como em Birs *et al.* (2022), Stanisławski, Rydel e Li (2022) e Duddeti (2023). No entanto, neste trabalho será adotado o algoritmo que também é aplicado no *toolbox* FOMCON, a saber, uma redução de ordem balanceada truncada, a partir da função *balred* do MATLAB.

A etapa seguinte consiste em discretizar o controlador reduzido para implementá-lo. Foi adotado o método de discretização de Tustin com ajuste de frequência *prewarp* com um período de amostragem de $T_s = 1$ s.

$$C_{MGMF}(z) = \frac{0,07592z^2 - 0,1046z + 0,03128}{z^2 - 1,312z + 0,3123} \quad (6.8)$$

Figura 16: Diagrama de Bode para o Controlador FOPID projetado pelo método MGMF.



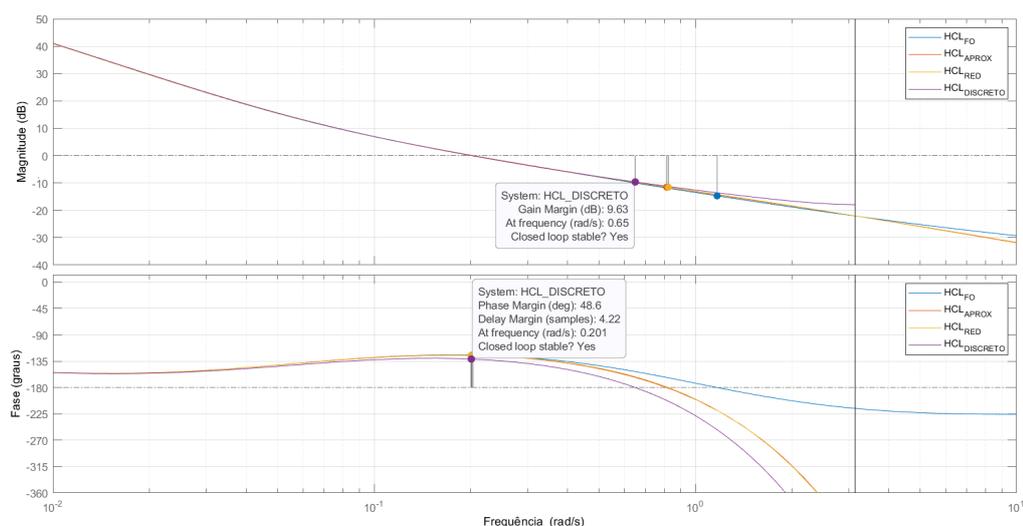
Fonte: Elaborado pelo autor.

É necessário se comparar o comportamento em frequência dos controladores para se verificar se os passos de aproximação e redução de ordem estão adequados dentro da faixa de frequências de interesse. A figura 16 apresenta os diagramas de Bode das funções de transferências dos controladores FOPID MGMF de ordem fracionária, aproximado, reduzido e discreto, respectivamente.

Com o controlador discretizado, os polinômios R, S e T são obtidos e reorganizados na estrutura RST adaptada com *anti-windup*. Portanto, tem-se $R(z^{-1}) = 0,07592 - 0,1046z^{-1} + 0,03128z^{-2}$, $S(z^{-1}) = 1 - 1,312z^{-1} + 0,3123z^{-2}$ e $T(z^{-1}) = T(1) = 0,0026$.

Uma comparação entre os diagramas de bode para os ramos diretos da planta com os controladores FOPID MGMF nas formas de ordem fracionária, aproximação inteira, redução de modelo aproximado, e discreto, estão presentes na figura 17.

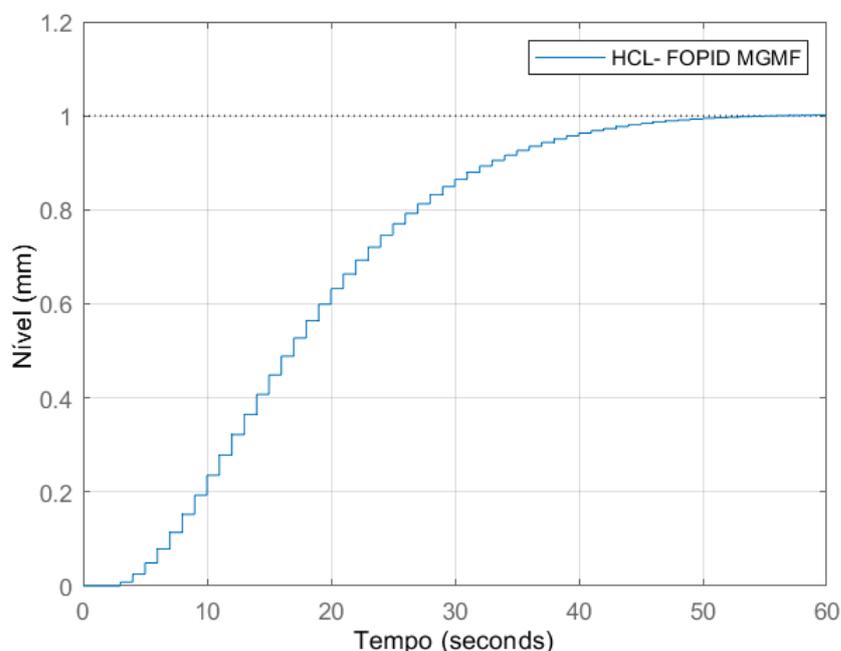
Figura 17: Diagrama de Bode para a função de transferência combinada da planta com o controlador FOPID MGMF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Percebe-se que há uma maior diferença nos diagramas de fase, o que interfere diretamente na frequência de cruzamento de fase e na margem de ganho final. Os diagramas para o controlador com aproximação inteira e o modelo com redução de ordem são praticamente coincidentes entre si, porém ambos já apresentam redução da margem de ganho, enquanto o controlador discreto é o que mais sofre o efeito de redução de margem de ganho. Mesmo assim, as margens finais nessa configuração foram $MG = 9,63$ dB, à uma frequência de $\omega_{cf} = 0,65$ rad/s, $MF = 48,6^\circ$, à uma frequência de $\omega_{cg} = 0,201$ rad/s.

Figura 18: Resposta ao degrau da malha fechada com uso do controlador FOPID MGMF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, na figura 18, tem-se a representação da resposta da malha fechada a uma entrada degrau com o uso do controlador FOPID MGMF, que apresenta um tempo de acomodação de aproximadamente 43,8 s, sem sobressinal aparente.

6.3.2 FOPP

O projeto do controlador FOPP também foi realizado utilizando o modelo da planta em função de transferência dado pela equação 6.6.

Vale destacar que em Ayres Júnior *et al.* (2020), foi proposto o controlador FOPP sem se levar em conta atrasos da planta, isto posto, no presente trabalho foi realizada uma aproximação de Padé para o termo de atraso de tempo para se aproximar das condições propostas para o projeto deste controlador. A função de transferência aproximada é da forma:

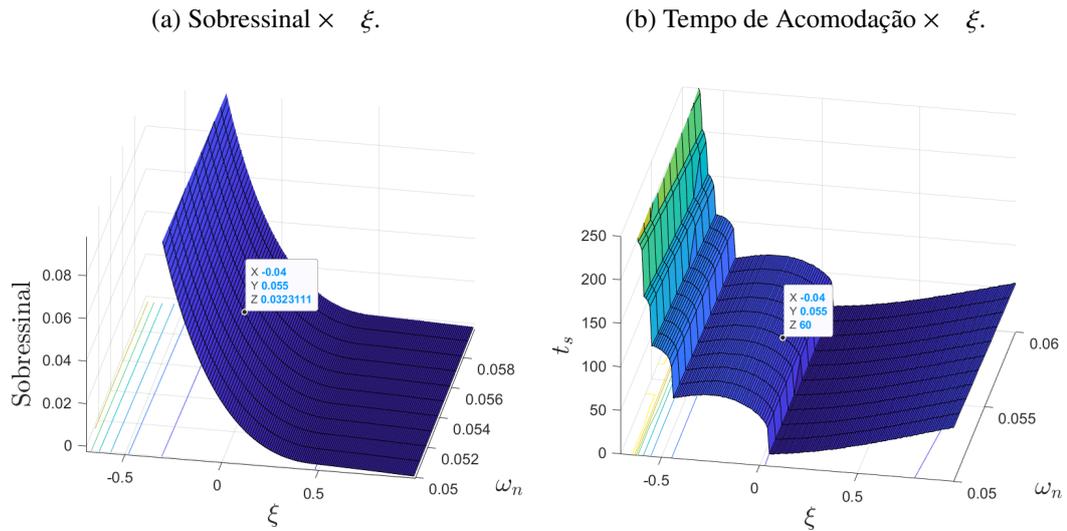
$$G_{lin}(s) = \frac{-989,22s + 989,22}{315,06s^2 + 316,06s + 1} = \frac{b_1s + b_0}{s^2 + a_1s + a_0}. \quad (6.9)$$

O projeto do controlador FOPP é baseado na função de transferência comensurável

de três termos, de modo que uma dinâmica desejada deve ser atendida, levando-se em conta tempo de acomodação e máximo sobressinal como critérios de projeto.

Neste trabalho, as curvas de parametrização modificadas para projeto de controlador FOPP, conforme vistas na figura 19, foram geradas com base na resposta à entrada degrau de um sistema com função de transferência de três termos comensurável.

Figura 19: Curvas de Parametrização modificadas (Revisitado).



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir das superfícies de projeto, com $\alpha = 0,5$, foram selecionados os valores de frequência natural de $\omega_n = 0,055 rad/s$ e fator de amortecimento de $\xi = -0,04$, para se atingir um tempo de acomodação de $t_s \approx 60 s$ e uma ultrapassagem percentual de $\%UP < 5\%$. Vale notar que a escolha de um pseudo-fator de amortecimento entre $-\cos(\frac{\pi}{2\nu}) < \xi < 0$ resulta em polos em uma região expandida de estabilidade exclusiva de controladores fracionários. O polinômio desejado tem a seguinte característica:

$$P_d(s) = s^1 + 2\xi\omega_n^{0,5}s^{0,5} + \omega_n^1 \quad (6.10)$$

A ordem do controlador foi selecionada de modo a ter um integrador inteiro e a mesma ordem da planta após a aproximação linear. A estrutura do controlador, portanto, deve ter a forma:

$$C_{FOPP}(s) = \frac{(c_{2,5}s^{2,5} + c_2s^2 + c_{1,5}s^{1,5} + c_1s^1 + c_{0,5}s^{0,5} + c_0)}{s(s + d_{0,5}s^{0,5} + d_0)} \quad (6.11)$$

Para tanto, faz-se necessário adotar um conjunto de polinômios auxiliares e garan-

tir a ordem adequada da equação Diofantina. O polinômio desejado juntamente com os polinômios auxiliares é descrito por:

$$P(s) = P_d(s) \times P_{aux}(s) = (s^1 + 2\xi\omega_n^{0,5}s^{0,5} + \omega_n^1)(s^1 + f_0)(s + f_1)(s + f_2) \quad (6.12)$$

em que $\beta = 2 - 2\alpha = 2 - 2 \cdot 0,5 = 1$.

Desse modo, a equação expandida do polinômio desejado pode ser dada por:

$$P(s) = s^4 + p_{3,5}s^{3,5} + p_3s^3 + p_{2,5}s^{2,5} + p_2s^2 + p_{1,5}s^{1,5} + p_1s^1 + p_{0,5}s^{0,5} + p_0 \quad (6.13)$$

Os polos auxiliares foram selecionados de modo que atendessem ao critério de $f_{aux} \approx 5 \cdot \omega_n$. Os valores dos coeficientes do polinômio desejado e polos auxiliares encontram-se na tabela 2 e de forma expandida na tabela 3.

Vale ressaltar que os valores obtidos nas simulações do MATLAB foram salvos no modo *format long* e replicados de modo integral para a implementação do programa em CLP, que suporta variáveis do tipo *float* (LREAL) de até 64 bits. Isso pode ser visto, por exemplo, nas linhas 22-26 do código 1.

Destaca-se que ainda nas simulações houve diferença perceptível nas respostas dinâmicas dos controladores caso se reduzissem o número de 4 para 3 casas decimais após a vírgula. Portanto, pelos menos 4 casas decimais foram mantidas para fins de reprodutibilidade dos resultados.

Tabela 2: Valores dos polinômios desejados para o controlador FOPP e IOPP.

Parâmetros	Uni.	FOPP	IOPP
a_{1d}	–	$-1,8762 \cdot 10^{-2}$	$8,1928 \cdot 10^{-2}$
a_{0d}	–	$5,5 \cdot 10^{-2}$	$3,0250 \cdot 10^{-3}$
f_0	rad/s	$2,7775 \cdot 10^{-1}$	$5,3333 \cdot 10^{-1}$
f_1	rad/s	$2,8050 \cdot 10^{-1}$	$5,6000 \cdot 10^{-1}$
f_2	rad/s	$2,8325 \cdot 10^{-1}$	–

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 3: Valores dos polinômios desejados de forma expandida para o controlador FOPP e IOPP.

Coefficientes	FOPP	IOPP
$p_{3,5}$	$-1,8762 \cdot 10^{-2}$	–
p_3	$8,9650 \cdot 10^{-1}$	1,1753
$p_{2,5}$	$-1,5788 \cdot 10^{-2}$	–
p_2	$2,8232 \cdot 10^{-1}$	$3,9127 \cdot 10^{-1}$
$p_{1,5}$	$-4,4284 \cdot 10^{-3}$	–
p_1	$3,5050 \cdot 10^{-2}$	$2,7777 \cdot 10^{-2}$
$p_{0,5}$	$-4,1403 \cdot 10^{-4}$	–
p_0	$1,2137 \cdot 10^{-3}$	$9,0347 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 4: Parâmetros das Funções de Transferências dos Controladores.

Parâmetros	FOPP	IOPP
$c_{2,5}$	$-2,7773 \cdot 10^{-4}$	–
c_2	$6,7109 \cdot 10^{-2}$	$3,8669 \cdot 10^{-2}$
$c_{1,5}$	$-1,5224 \cdot 10^{-3}$	–
c_1	$1,1444 \cdot 10^{-2}$	$8,8377 \cdot 10^{-3}$
$c_{0,5}$	$-1,3186 \cdot 10^{-4}$	–
c_0	$3,8656 \cdot 10^{-4}$	$2,8775 \cdot 10^{-7}$
$d_{0,5}$	$-1,9634 \cdot 10^{-2}$	–
d_0	$1,0404 \cdot 10^{-1}$	$2,9350 \cdot 10^{-1}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Resolvendo-se a equação Diofantina, obtem-se o controlador na forma da equação 6.11. Os valores dos parâmetros da função de transferência do controlador se encontram na tabela 4.

O controlador fracionário obtido foi aproximado para um controlador inteiro de ordem superior utilizando-se a função $Cfa = \text{oustapp}(Cfo, wn/4, wn*4, 0.5, 'oust')$:

$$C_{FOPP_{APROX}}(s) = \frac{e_{10}s^{10} + e_9s^9 + \dots + e_2s^2 + e_1s^1 + e_0}{s(s^9 + d_8s^8 + \dots + d_2s^2 + d_1s + d_0)}. \quad (6.14)$$

Tabela 5: Parâmetros das Funções de Transferências dos Controladores FOPP aproximado e FOPP reduzido.

Parâmetros	Não reduzido	Reduzido
e_{10}	$6,6979 \cdot 10^{-2}$	—
e_9	$6,2841 \cdot 10^{-2}$	—
e_8	$2,5565 \cdot 10^{-2}$	—
e_7	$5,9140 \cdot 10^{-3}$	—
e_6	$8,5803 \cdot 10^{-4}$	—
e_5	$8,1329 \cdot 10^{-5}$	—
e_4	$5,0946 \cdot 10^{-6}$	—
e_3	$2,0857 \cdot 10^{-7}$	—
e_2	$5,3586 \cdot 10^{-9}$	$6,6979 \cdot 10^{-2}$
e_1	$7,8347 \cdot 10^{-11}$	$1,4284 \cdot 10^{-2}$
e_0	$4,9718 \cdot 10^{-13}$	$5,3015 \cdot 10^{-4}$
d_8	$8,7264 \cdot 10^{-1}$	—
d_7	$3,2573 \cdot 10^{-1}$	—
d_6	$6,7901 \cdot 10^{-2}$	—
d_5	$8,6644 \cdot 10^{-3}$	—
d_4	$6,9847 \cdot 10^{-4}$	—
d_3	$3,5477 \cdot 10^{-5}$	—
d_2	$1,0961 \cdot 10^{-6}$	—
d_1	$1,8763 \cdot 10^{-8}$	—
d_0	$1,3630 \cdot 10^{-10}$	$1,4533 \cdot 10^{-1}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

De forma análoga ao que foi realizado para o controlador MGF, o controlador FOPP também foi reduzido. O método de redução adotado foi o de Hankel para um modelo de segunda ordem, com a função $hankelmr(Cfa,2)$. O controlador reduzido é dado por:

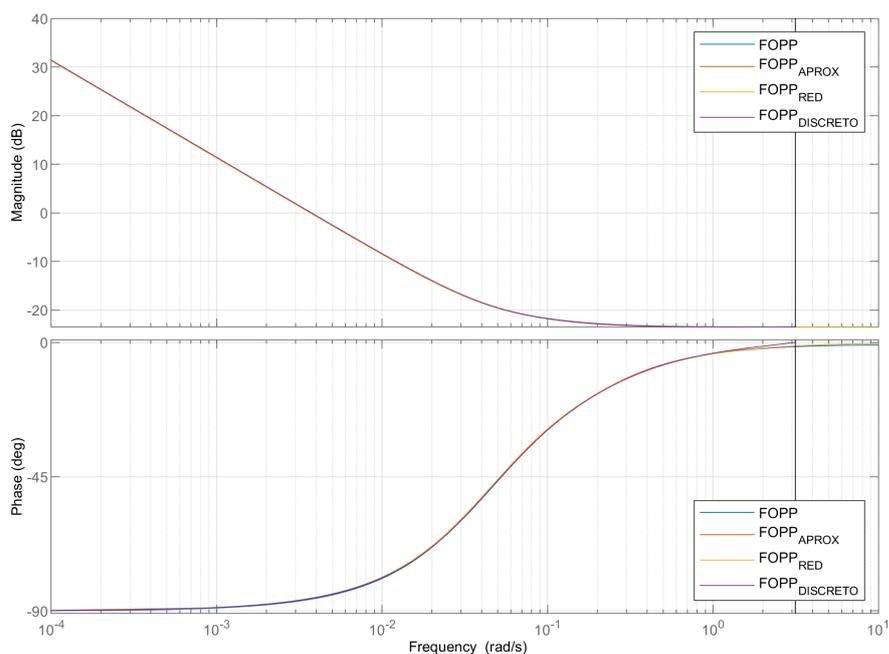
$$C_{FOPPRED}(s) = \frac{6,69 \cdot 10^{-2}s^2 + 1,43 \cdot 10^{-2}s^1 + 5,30 \cdot 10^{-4}}{s^2 + 1,45 \cdot 10^{-1}s} \quad (6.15)$$

Os parâmetros antes e depois da aplicação da redução de modelo encontram-se condensados na tabela 5.

Por fim, o controlador reduzido também foi discretizado, se utilizando o método de Tustin com ajuste de frequência $prewarp$ com um período de amostragem de $T_s = 1$ s. Os valores finais dos parâmetros do controlador para a implementação RST são mostrados na tabela 6.

Para garantir que as etapas de aproximação e redução foram bem sucedidas, faz-se necessário comparar o comportamento em frequência dos controladores dentro da faixa de frequências de interesse. A figura 20 apresenta os diagramas de Bode das funções de transferências dos controladores FOPP de ordem fracionária, aproximado, reduzido e discreto, respectivamente. Praticamente não houve distorções.

Figura 20: Diagrama de Bode para o Controlador FOPID projetado pelo método FOPP.

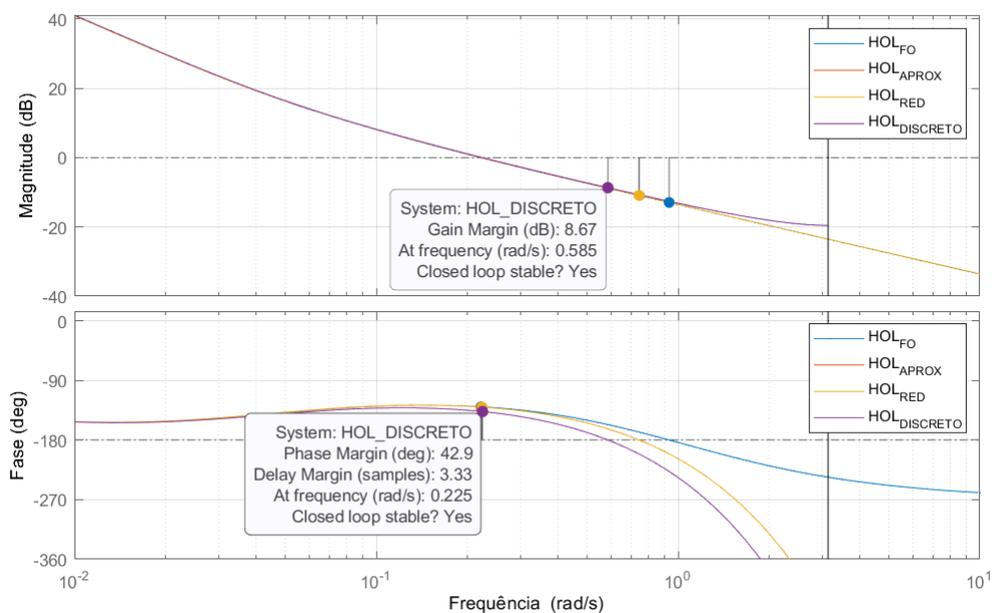


Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando que o controlador FOPP é projetado com base em critérios de tempo e o controlador MGMP é projetado com critérios na frequência, é interessante apresentar os valores das margens do controlador FOPP. As margens finais nessa configuração, conforme a figura 21, foram $MG = 8,67$ dB, à uma frequência de $\omega_{cf} = 0,585$ rad/s, $MF = 42,9^\circ$, à uma frequência de $\omega_{cg} = 0,225$ rad/s.

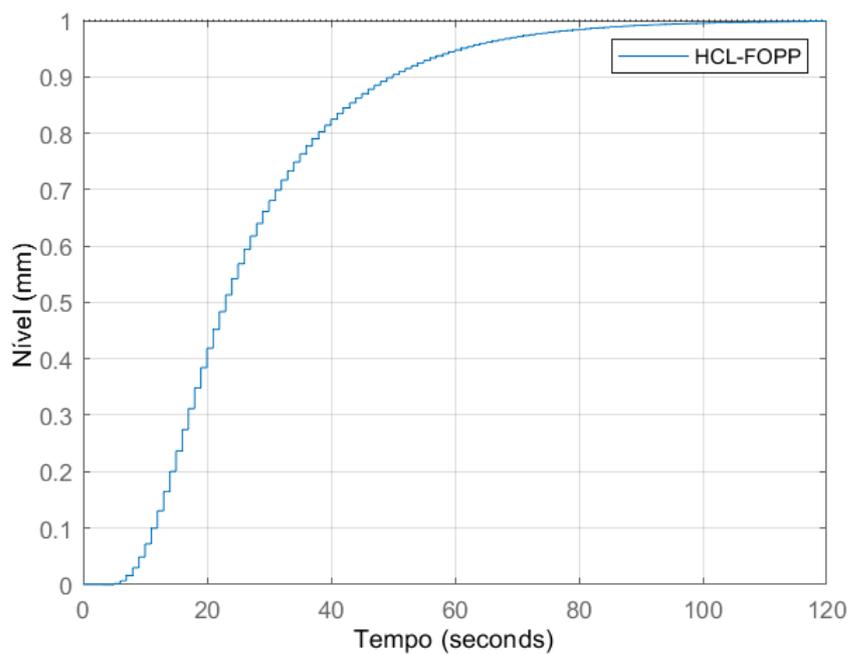
Na figura 22, também é apresentada a simulação da resposta ao degrau para o controlador FOPP. O tempo de acomodação foi de aproximadamente 76 s, sem sobressinal aparente.

Figura 21: Diagrama de Bode para a função de transferência combinada da planta com o controlador FOPID FOPP.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 22: Resposta ao degrau da malha fechada com uso do controlador FOPP.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Um controlador IOPP também foi projetado de maneira semelhante ao FOPP, exceto pelo fato de ser de ordem inteira. Os valores de projeto foram um percentual de ultrapassagem $OS\% = 3\%$ e $\omega_n = 0,055\text{rad/s}$.

Os valores dos parâmetros dos controladores (FOPP, IOPP, MGMF) nas versões discretizadas estão resumidos na tabela 6.

Tabela 6: Valores dos parâmetros dos controladores digitais.

Parâmetros	FOPP	IOPP	MGMF
r_2	$6,9271 \cdot 10^{-2}$	$3,7509 \cdot 10^{-2}$	$7,5920 \cdot 10^{-2}$
r_1	$-1,2445 \cdot 10^{-1}$	$-6,7105 \cdot 10^{-2}$	$-1,0463 \cdot 10^{-1}$
r_0	$5,5690 \cdot 10^{-2}$	$2,9845 \cdot 10^{-2}$	$3,1284 \cdot 10^{-2}$
s_1	-1,8618	-1,7457	-1,3123
s_0	$8,6182 \cdot 10^{-1}$	$7,4565 \cdot 10^{-1}$	$3,1226 \cdot 10^{-1}$
T	$5,1484 \cdot 10^{-4}$	$2,4937 \cdot 10^{-4}$	$2,5737 \cdot 10^{-3}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.3.3 Compensador PDC

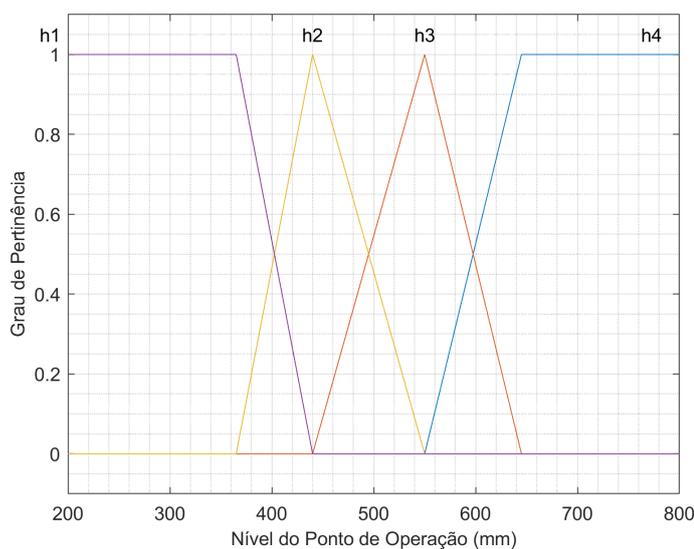
Uma vez que a planta de trabalho foi dividida em diferentes Pontos de Operação, é possível, se utilizar da técnica do compensador paralelo distribuído (PDC) para se projetar um controlador para cada ponto de operação e tornar a transição entre as saídas dos controladores uma função mais suave com tal técnica.

Essa abordagem será replicada para os controladores FOPP, IOPP e MGMF para se avaliar a melhora de desempenho dos respectivos controladores em face desta alteração.

Considerando que foram identificados quatro funções de transferências da planta em diferentes pontos de operação para o comportamento de subida, cujos valores constam na tabela 1, foram criados também quatro conjuntos *fuzzy* com funções de pertinência nas formas trapezoidais em Z ou S e triangulares, conforme pode ser visualizado na figura 23. O suporte dos conjuntos apresentam valores bem próximos pois cada degrau incremental de entrada de 0,1 V resultou em uma excursão entre 80 a 100 mm na saída. Próximo ao PO considera-se que a planta mantém um comportamento linear, para variações incrementais, por isso a pertinência máxima foi selecionada sobre o ponto de operação e reduz-se a medida que o nível se distancia dessa região, exceto

nos extremos operacionais. Nestes casos, um único controlador permanece mantido em ação, representados pelas funções de pertinências trapezoidais. De maneira prática, tais casos extremos já estão próximos do limite da faixa útil levada em consideração.

Figura 23: Funções de Pertinência para o PDC-FOPP.

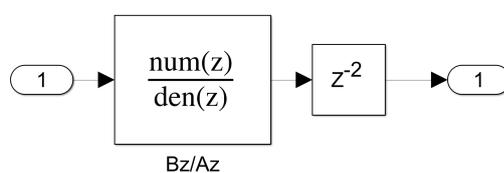


Fonte: Elaborado pelo autor.

Os controladores associados com a estrutura PDC foram previamente simulados para posterior implementação. Nesta seção serão descritos, em linhas gerais, os blocos utilizados no MATLAB/Simulink. O esquema adotado neste trabalho para a montagem dos blocos se assemelha aquele visto em Yordanova, Slavov e Gueorguiev (2018).

Na figura 24, temos um bloco típico de um modelo de função de transferência discreta com o operador de atraso de transporte de modo explícito. Blocos semelhantes a esses foram utilizados para se fazer a ponderação por lógica *fuzzy* das funções de transferências em paralelo de acordo com o grau de pertinência em relação ao nível de líquido observado, isto é, a variável controlada foi também utilizada com referência para a ponderação.

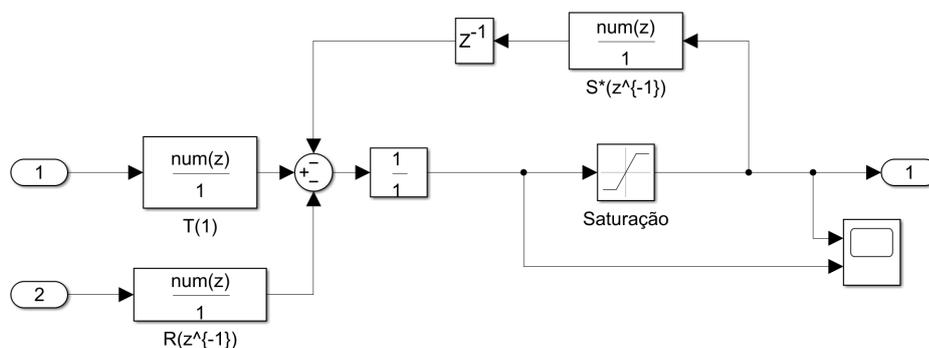
Figura 24: Bloco para simulação para a planta do TS-PDC.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Cada controlador projetado foi disposto no formato discreto RST com dois graus de liberdade e com estrutura *anti-windup*. Na figura 25, tem-se a representação dos blocos utilizados para a simulação dos controladores.

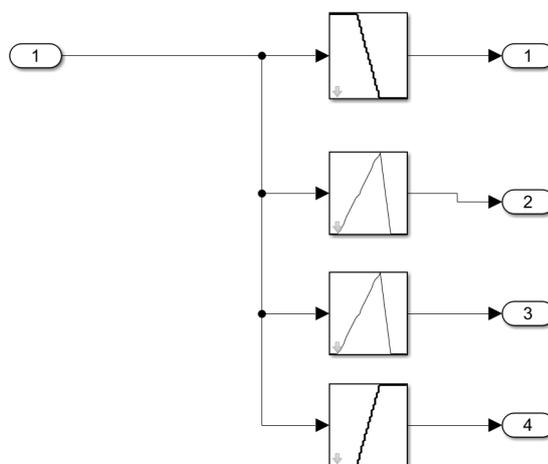
Figura 25: Bloco para simulação para o controlador do TS-PDC.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a associação dos controladores com a lógica fuzzy a partir do modelo de Takagi-Sugeno e Compensador Paralelo Distribuído (PDC), um conjunto de blocos de funções de pertinência foi adicionado à simulação (nas formas S,Z e triangular), tal como se pode ver na figura 26. O bloco necessita de uma entrada, a saber nível em operação, e disponibiliza quatro saídas que correspondem a pertinência de cada modelo de acordo com o ponto de operação no momento da identificação. Neste bloco as funções implementadas são as mesmas da figura 23.

Figura 26: Bloco das funções de pertinência de cada conjunto fuzzy.



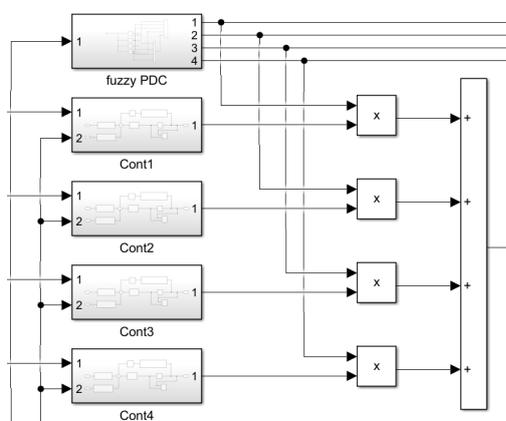
Fonte: Elaborado pelo autor.

Um ponderador é obtido ao se considerar as funções de base fuzzy, os conjuntos

fuzzy correspondentes a cada ponto de operação foram escolhidos de modo que até dois deles apresentem graus de pertinência não nulos e os valores de pertinência são complementares, isto é, sempre a soma de todas as pertinências dos quatro conjuntos corresponde a unidade. A figura 27, ilustra os blocos e operações utilizadas para se configurar esse ponderador para simulação.

Para o modelo da planta fuzzy, que corresponde a associação das quatro plantas referentes a cada ponto de operação, o mesmo ponderador foi utilizado.

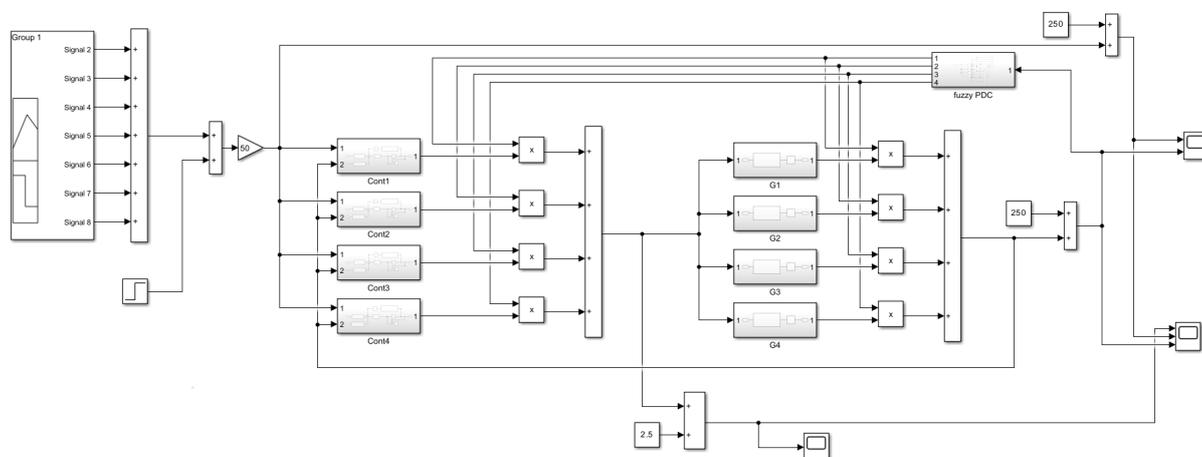
Figura 27: Bloco para simulação para a inferência fuzzy do TS-PDC.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 28, apresenta um espelho da tela do modelo no Simulink utilizado para simular nosso sistema sob a ação dos controladores associados à estrutura PDC.

Figura 28: Bloco completo de simulação para o controlador do TS-PDC.



Fonte: Elaborado pelo autor.

6.4 Implementação FOPP em CLP

Para a implementação do controlador digital FOPP, uma das linguagens mais adequadas seria o texto estruturado (ST - structured text). A vantagem dessa linguagem se dá pela possibilidade de se utilizar estruturas de equações em linhas de códigos condensadas.

No código 1, um bloco de função definido pelo usuário, são empregadas as operações de interrupção cíclica para o passo de amostragem e retenção a partir da função interna de temporizador. Em seguida, as pilhas FIFO (First In First Out) são usadas para a gravação de memória e posterior recuperação das informações do sinal de controle (Variável Manipulada) e saída da planta (Variável Controlada). Os coeficientes calculados pela sintonia FOPP são declarados e utilizados posteriormente na equação da lei de controle. Por fim, o emulador da não-linearidade de saturação é utilizado para limitar o valor de sinal de controle efetivamente aplicado na planta.

Código 1: Código FOPP

```

1 // AMOSTRADOR S&H
2 MaxTime := T#1s;
3 exe := _IO_EM_DI_00;
4 inton := not(H) & exe;
5 TON_1(inton, MaxTime);
6 B := TON_1.Q;
7 H := B;
8
9 // PILHA DE MEMORIA PARA A VARIÁVEL CONTROLADA
10 FFL_1((B and not(full_y)), y_k, y, fifocon_1);
11 full_y := FFL_1.Full;
12
13 FFU_1(full_y, dest_1, 0, y, fifocon_1);
14
15 // PILHA DE MEMORIA PARA A VARIÁVEL MANIPULADA
16 FFL_2((B and not(full_2)), u_k, u, fifocon_2);
17 full_2 := FFL_2.Full;
18
19 FFU_2(full_2, dest_2, 0, u, fifocon_2);
20
21 // COEFICIENTES DO CONTROLADOR FOPP DIGITAL

```

```

22 r01 := 0.056324118630397;
23 r11 := -0.047808344576560;
24 T1 := r01+r11;
25 s11 := -0.718418595203113;
26 s21 := -0.281581404796888;
27
28 // LEI DE CONTROLE FOPP COM ANTI-WINDUP
29 out := r_k*T1 - y[2]*r01 - y[1]*r11 - u[2]*s11 - u[1]*s21;
30
31
32 // EMULADOR DE SATURACAO DENTRO DA FAIXA DE 0V A 5V
33 IF out ≤ 5.0 and out ≥ 0.0 THEN
34 u_k := out;
35 ELSIF out > 5.0 THEN
36 u_k := 5.0;
37 ELSIF out < 0.0 THEN
38 u_k := 0.0;
39 END_IF;

```

6.5 Implementação *Fuzzy* PDC em CLP

Para a implementação do controlador *fuzzy* PDC em CLP, uma das linguagens mais adequadas seria o texto estruturado (ST - structured text). A vantagem dessa linguagem se dá pela possibilidade de se utilizar estruturas lógicas condicionais, semelhantes aquelas necessárias para relacionar premissas e os respectivos consequentes.

O universo do discurso pode ser dividido de modo que cada subconjunto *fuzzy* apresente função de pertinência contínua dentro de cada intervalo da subdivisão. Posteriormente, as regras são escritas considerando-se as funções de transferência que aproximam o comportamento do sistema dinâmico por um modelo linear correspondente a cada um dos subconjuntos *fuzzy* e os respectivos consequentes, isto é, o sinal de controle de cada um dos controladores (sejam eles FOPP, PID MGMF, IOPID) projetados para cada planta linear individual.

A partir do valor da variável controlada, calculam-se as pertinências e verificam-se quais regras serão ativadas. Com os valores de pertinência adequados, calcula-se o valor da função de base *fuzzy* a fim de se obter o valor interpolado do sinal de controle final.

Para fins práticos, o valor de sinal de controle final foi limitado entre o intervalo de 0 a 5V, de modo que não houve sobretensão do inversor de frequência.

Código 2: Código Fuzzy TSK-PDC

```

1 // ENTRADA FUZZY POR PONTO DE OPERACAO DE ALTURA Y
2 IF y_k < 365.0 THEN
3 MU_H1 := 1.0; MU_H2 := 0.0; MU_H3 := 0.0; MU_H4 := 0.0;
4 ELSIF (y_k ≥ 365.0) & (y_k < 460.0) THEN
5 MU_H1 := 1.0 - 1.0/95.0*(y_k - 365.0); MU_H2 := 1.0/95.0*(y_k ...
   - 365.0); MU_H3 := 0.0; MU_H4 := 0.0;
6 ELSIF (y_k ≥ 460.0) & (y_k < 550.0) THEN
7 MU_H1 := 0.0; MU_H2 := 1.0 - 1.0/90.0*(y_k - 460.0); MU_H3 := ...
   1.0/90.0*(y_k - 460.0); MU_H4 := 0.0;
8 ELSIF (y_k ≥ 550.0) & (y_k < 645.0) THEN
9 MU_H1 := 0.0; MU_H2 := 0.0; MU_H3 := 1.0 - 1.0/95.0*(y_k - ...
   550.0); MU_H4 := 1.0/95.0*(y_k - 550.0);
10 ELSIF y_k ≥ 645.0 THEN
11 MU_H1 := 0.0; MU_H2 := 0.0; MU_H3 := 0.0; MU_H4 := 1.0;
12 END_IF;
13
14 // FUNCAO DE BASE FUZZY
15 EXX := MU_H1 + MU_H2 + MU_H3 + MU_H4;
16 EX1 := MU_H1/EXX;
17 EX2 := MU_H2/EXX;
18 EX3 := MU_H3/EXX;
19 EX4 := MU_H4/EXX;
20
21 // CONTROLADORES POR REGIAO
22 r01 := 0.056324118630397;
23 r11 := -0.047808344576560;
24 T1 := r01+r11;
25 s11 := -0.718418595203113;
26 s21 := -0.281581404796888;
27 out1 := r_k*T1 - y[2]*r01 - y[1]*r11 - u[2]*s11 - u[1]*s21;
28
29 r02 := 0.084462056298295;
30 r12 := -0.072825198471244;
31 T2 := r02+r12;
32 s12 := -0.720645785796242;
33 s22 := -0.279354214203758;

```

```

34 out2 := r_k*T2 -y[2]*r02 - y[1]*r12 - u[2]*s12 - u[1]*s22;
35
36 r03 := 0.070267671202105;
37 r13 := -0.060576716688578;
38 T3 := r03+r13;
39 s13 := -0.720882850520217;
40 s23 := -0.279117149479783;
41 out3 := r_k*T3 - y[2]*r03 - y[1]*r13 - u[2]*s13 - u[1]*s23;
42
43 r04 := 0.062266816621094;
44 r14 := -0.053675051689264;
45 T4 := r04+r14;
46 s14 := -0.720999313664731;
47 s24 := -0.279000686335269;
48 out4 := r_k*T4 - y[2]*r04 - y[1]*r14 - u[2]*s14 - u[1]*s24;
49
50 // SAIDA DO CONTROLADOR TS PDC
51 out := out1*EX1 + out2*EX2 + out3*EX3 + out4*EX4;

```

6.6 Avaliação de Desempenho de Controladores

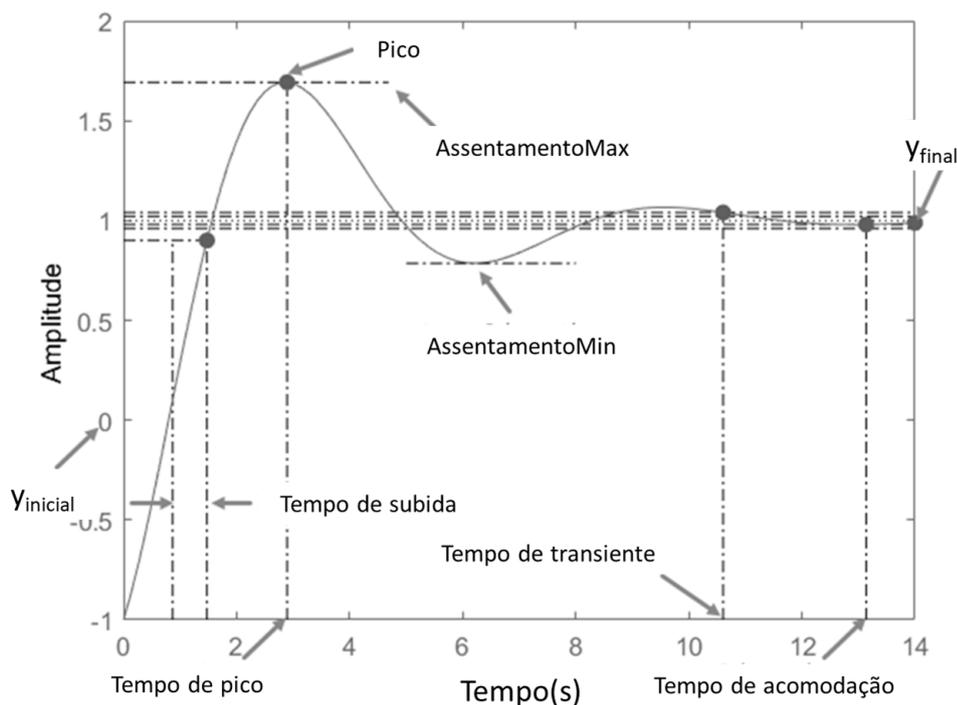
Nesta seção serão definidas as métricas a serem utilizadas para a avaliação de desempenho dos controladores projetados.

As métricas utilizadas para se comparar a resposta dinâmica do sistema controlado estão divididas em dois grupos. O primeiro grupo se trata de métrica baseadas no erro composto por: tempo de acomodação (t_s), percentual de ultrapassagem (OS% ou US%), tempo de pico, ITAE, IAE e ISE. O segundo grupo de métricas diz respeito ao esforço de controle composto por ITACE e RMS.

6.6.1 Métricas baseadas no Erro

As métricas baseadas no erro podem ser melhor compreendidas com o auxílio da figura 29. na qual estão indicados os principais termos utilizados nas definições de cada métrica.

Figura 29: Resposta dinâmica.



Fonte: MathWorks (2023).

Definição 3 (Tempo de Acomodação - t_s). *O tempo necessário para as oscilações amortecidas transitórias alcancem e permaneçam dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ ou $\pm 5\%$ da diferença entre o valor final e o valor inicial:*

$$|y(t) - y_{final}| \leq 0.05 \times |y_{final} - y_{inicial}|. \quad (6.16)$$

Vale ressaltar que, embora o conceito de tempo de acomodação seja uma métrica usual, alguns autores omitem o termo de valor inicial por considerá-lo nulo em teste degrau unitário (OGATA, 2010; NISE, 2020). No entanto, neste trabalho pretende-se adotar um teste de múltiplos degraus sequenciais para validar experimentalmente a capacidade de rastreamento dos controladores projetados. Portanto, uma definição que leve em conta apenas a excursão da saída, pela diferença entre valor inicial e final, se mostra mais indicada (MOKHATAB; POE, 2012).

Definição 4 (Overshoot - OS%). *O valor pelo qual a forma de onda ultrapassa o valor em regime permanente, ou valor final, no instante de pico, expresso como uma porcentagem do valor em regime permanente.*

$$OS\% = 100 \times \max \left(\frac{y(t) - y_{final}}{y_{final} - y_{inicial}} \right) \quad (6.17)$$

Definição 5 (Tempo de pico - t_p). *tempo requerido para alcançar o primeiro pico, ou o máximo.*

Quanto ao erro, $e(t)$, propriamente dito, considera-se como a diferença entre a entrada de referência $r(t)$ e a saída de variável controlada $y(t)$:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (6.18)$$

Definição 6 (Erro em estado estacionário - E_{ss}). *Erro em estado estacionário é a diferença entre a entrada e a saída que perdura após a regime transiente.*

$$E_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad (6.19)$$

Dentre as métricas baseadas no sinal do erro, os métodos integrais tendem a ser uma melhor indicação do desempenho de controladores uma vez que todo o comportamento dinâmico da resposta. As mais utilizadas serão definidas a seguir.

Definição 7 (Integral of Square Error - ISE). *é a integral do erro quadrático, no tempo.*

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (6.20)$$

$$ISE = \sum_{i=1}^N e^2(i) \Delta t \quad (6.21)$$

Definição 8 (Integral of Absolute Error - IAE). *é a integral do valor absoluto do erro no tempo.*

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (6.22)$$

$$IAE = \sum_{i=1}^N |e(i)| \Delta T_s \quad (6.23)$$

Definição 9 (Integral of Time and Absolute Error - ITAE). *Corresponde à Integral do erro absoluto ponderado no tempo.*

$$ITAE = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt \quad (6.24)$$

$$ITAE = \sum_{i=1}^N (i \cdot T_s) \cdot |e(i)| \Delta T_s \quad (6.25)$$

O índice IAE garante que tanto erros positivos quanto negativos serão levados em consideração. Enquanto isso, o índice ISE penaliza com maior ênfase erros maiores e

o índice ITAE, por ser ponderado no tempo, tende a penalizar erros que perduram no tempo.

6.6.2 Métricas baseadas no Esforço de Controle

Uma outra análise comparativa de controladores possível diz respeito ao Esforço de Controle, $u(t)$, efetivamente demandado para atingir um determinado desempenho.

Definição 10 (Integral of Time and Absolute Control Effort - ITACE). *é a integral do sinal de controle ponderado no tempo.*

$$ITACE = \int_0^{\infty} t \cdot |u(t)| dt \quad (6.26)$$

$$ITACE = \sum_{i=1}^N (i \cdot T_s) \cdot |u(i)| \Delta T_s \quad (6.27)$$

Definição 11 (Root Mean Square- SC_{RMS}). *é a raiz quadrada da média dos quadrados do sinal de controle.*

$$SC_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(i)^2} \quad (6.28)$$

Dentre esses índices o SC_{RMS} tende a indicar um valor médio, enquanto o ITACE pondera o sinal de controle no tempo.

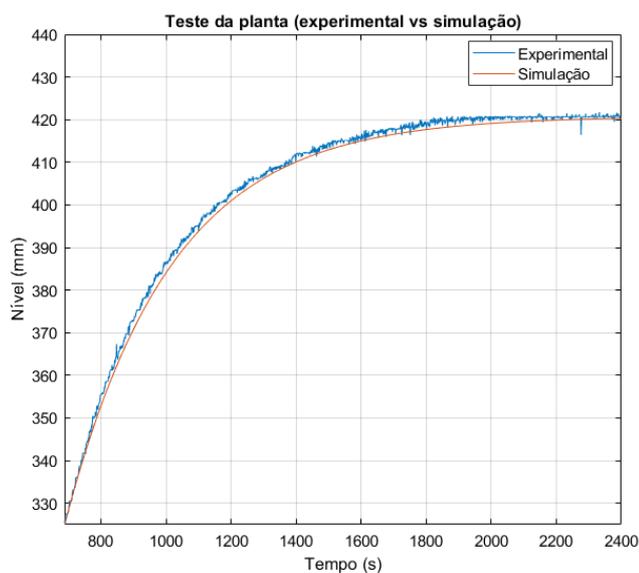
7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção serão apresentados os principais resultados obtidos a partir da implementação dos controladores propostos, bem como serão avaliados seus respectivos desempenhos.

7.1 Modelo Identificado da Planta

Uma vez que foi necessário obter um modelo da planta de trabalho para, posteriormente, realizar-se o projeto dos controladores, apresenta-se na figura 30 um comparativo entre o modelo identificado com a resposta experimental da planta. O modelo ajustado alcançou um índice IAR de 97,51%. Resultados semelhantes foram obtidos para os demais pontos de operação, cujos parâmetros das funções de transferência foram mostrados na tabela 1.

Figura 30: Comparação do Modelo Identificado com a Resposta Experimental da Planta.



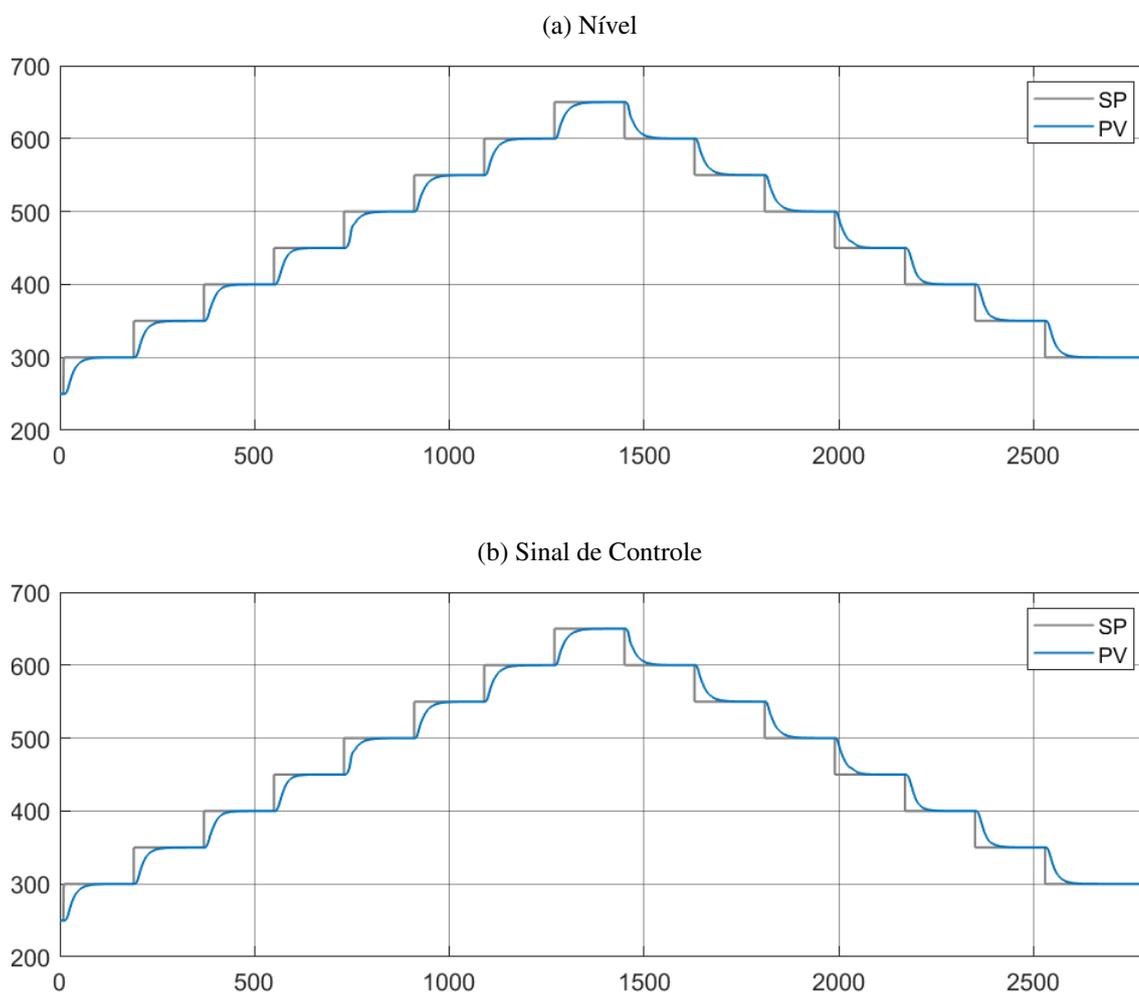
Fonte: Elaborado pelo autor.

7.2 Simulações

7.2.1 Rastreamento - simulação

Na figura 31, são apresentados os valores de referência e nível e sinal de controle. Trata-se do resultado de uma simulação de um teste de múltiplos degraus com variações de 50 mm entre si, desde de 300 mm a 700 mm tanto de subida quanto de descida. Um degrau inicial de 250 mm para 300 mm foi aplicado, porém no experimento essa etapa pode apresentar maiores distorções devido a condição de inicialização da bancada.

Figura 31: Simulação do sistema controlado por um PDC-FOPP.



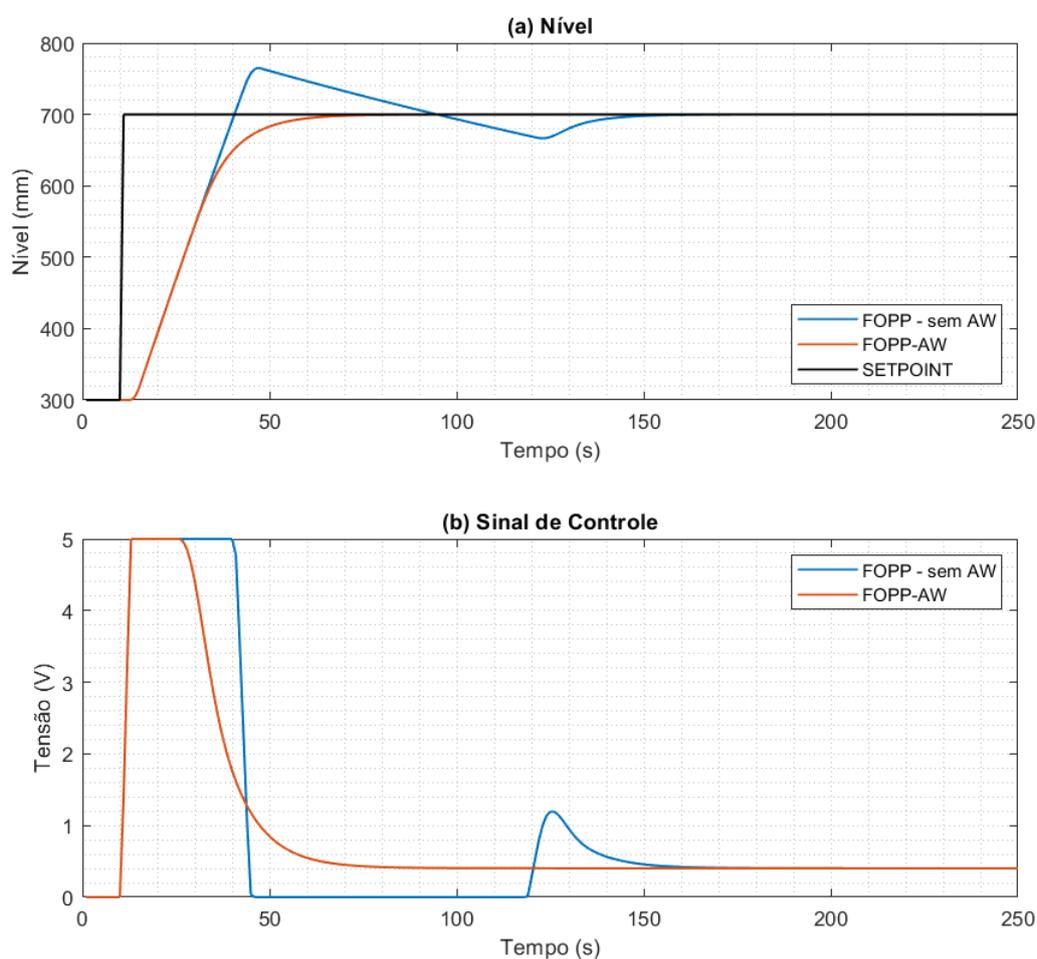
Fonte: Elaborado pelo autor.

7.2.2 Ação *Anti-windup* - simulação

Todos os controladores projetados foram discretizados e implementados em uma estrutura RST com *Anti-windup*, conforme a figura 10, cuja lei de controle é dada pela equação 4.39.

Para se verificar a efetividade desta alteração os controladores foram previamente simulados. A figura 32 exemplifica um comparativo entre a o nível sob a ação de dois controladores, um com *anti-windup* (FOPP-AW) e outro sem (FOPP-sem AW).

Figura 32: Comparação da resposta da planta sob controle com e sem ação *anti-windup*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando o sinal de controle entra em saturação e a lei de controle permanece sendo a forma clássica, tal como na equação 4.34, o sinal de controle permanece dependendo dos valores teóricos de sinais de controle calculados em instantes anteriores, mesmo

quando os valores calculados ultrapassam os limites de saturação. Por conta disso, como se pode notar no resultado da simulação, na figura 32, o sistema permanece tendo o nível muito mais aumentado, mesmo após passar pelo valor de referência. Em decorrência disso a integral do erro também permanece com valores diferentes de zero e deve ser compensada por uma ação contrária, gerando a oscilação típica vista na figura 32.

A lei adaptada, na equação 4.39, leva em conta os valores efetivos de sinal de controle enviados à planta, em instantes anteriores, para se calcular o sinal no instante atual. Desse modo, o sinal de controle é corrigido, e permanece na região de saturação apenas o tempo suficiente para se aproveitar a capacidade máxima do atuador, sem gerar oscilações indesejadas em torno da referência.

Tabela 7: Métricas baseadas no erro sob controle com e sem *anti-windup*.

Nível	Métricas baseadas no Erro					
	ts	UP	tp	ITAE	IAE	ISE
(mm)	(s)	(%)	(s)	(mm·s ²)	(mm·s)	(mm ² ·s)
FOPP - sem AW	138	16,31%	47	3,48 · 10 ⁵	9,30 · 10 ³	2,05 · 10 ⁶
FOPP	57	-	-	1,65 · 10 ⁵	7,26 · 10 ³	1,98 · 10 ⁶

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na tabela 7 constam as métricas baseadas no erro, tanto para um controlador com *anti-windup* quanto para um controlador sem essa ação. Enquanto o sistema acomoda em um tempo t_s de 57 s para o caso em que o *anti-windup* está presente, sem tal ação o sistema acomoda em um tempo além do dobro de tempo, com t_s de 138 s. Além disso, todas as métricas integrais de erro (ISE, IAE e ITAE) são maiores para este último caso. Também se observa um sobressinal de mais de 16% em decorrência do fenômeno de *windup*, o que tende a ser eliminado com o controlador FOPP (com AW) sem qualquer sobressinal apreciável.

Tabela 8: Métricas de Esforço de Controle com e sem *Anti-windup*.

Nível	Esforço de Controle	
	ITACE	RMS
300 → 700 (mm)	(V·s ²)	(V)
FOPP - sem AW	1,5501 · 10 ⁴	1,7742
FOPP	1,5958 · 10 ⁴	1,5311

Fonte: Elaborado pelo autor.

A tabela 8, traz um comparativo das métricas baseadas no esforço de controle. Percebe-se que o valor do ITACE com a ação *anti-windup* foi ligeiramente maior, indicando um maior dispêndio de energia. Isso também pode ser visto na figura 32 (b). Essa é uma contrapartida para se alcançar uma resposta do sistema mais suave e com menor regime transiente.

Nesta subseção, a terminação (-AW) e (-sem AW) foi mantida de modo explícito. No entanto, como todas as implementações para os experimentos já incluem a lei de controle com *anti-windup*, essa terminação será omitida.

7.3 Resultados Experimentais

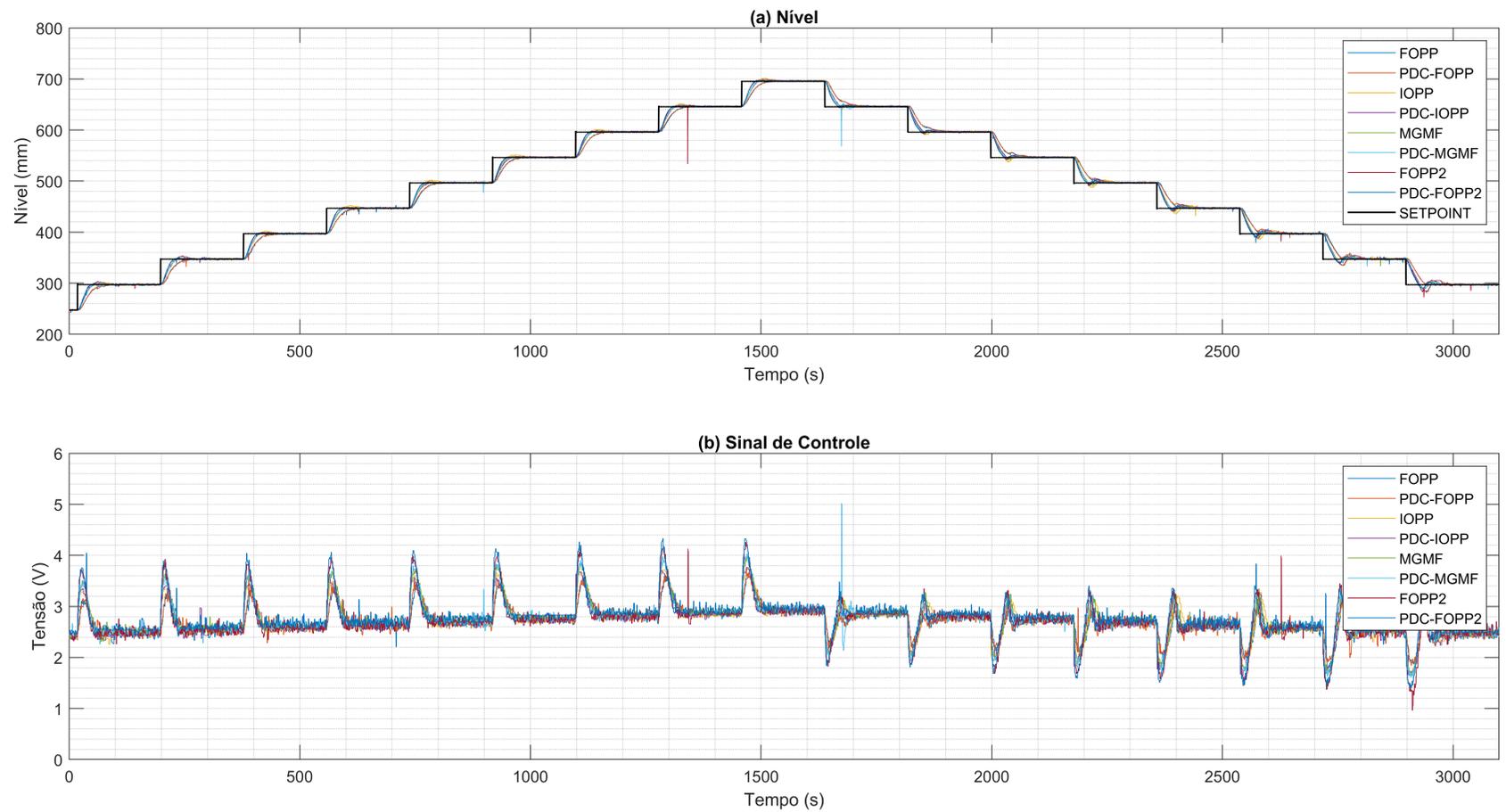
7.3.1 Rastreamento - experimental

Todos os controladores foram submetidos a um teste de múltiplos degraus sequenciais desde 300 mm a 700 mm com degraus individuais de 50mm e duração de 180s. Esta duração de cada degrau foi selecionada de modo que todos os controladores alcançassem o regime estacionário. A escolha desse teste, cujos resultados gráficos encontram-se na figura 33, tem o objetivo de avaliar o desempenho dos controladores em diferentes pontos de operação para se verificar a efetividade do uso da técnica *fuzzy* PDC associada aos controladores FOPP, IOPP e MGME.

As métricas utilizadas para se comparar a resposta dinâmica do sistema controlado estão divididas em dois grupos. O primeiro grupo se trata de métrica baseadas no erro composto por: tempo de acomodação (t_s), percentual de ultrapassagem (OS% ou US%), tempo de pico, ITAE, IAE e ITACE. O segundo grupo de métricas diz respeito ao esforço de controle composto por ITACE e RMS.

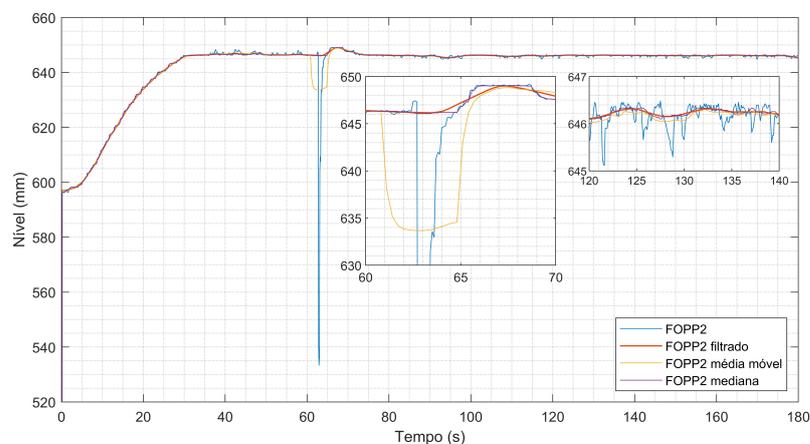
Nas figuras 36 , 37 e 38 se tem um detalhamento da figura 33, para as regiões de 350 mm a 400 mm, de 550 mm a 600 mm e de 600 mm a 550 mm, respectivamente. Esses destaques foram selecionados para se comparar o desempenho dos controladores projetados em diferentes pontos de operação, inclusive em regiões em que haverá uma ação paralela de mais de um controlador devido a abordagem PDC. Também será comparado o desempenho dos controladores para uma variação de descida da referência, mesmo que os controladores tenham sido projetados com base nas funções de transferências de subida.

Figura 33: Comparação da resposta experimental da planta com diferentes controladores à múltiplos degraus sequenciais .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 34: Resultado da resposta da planta filtrada.

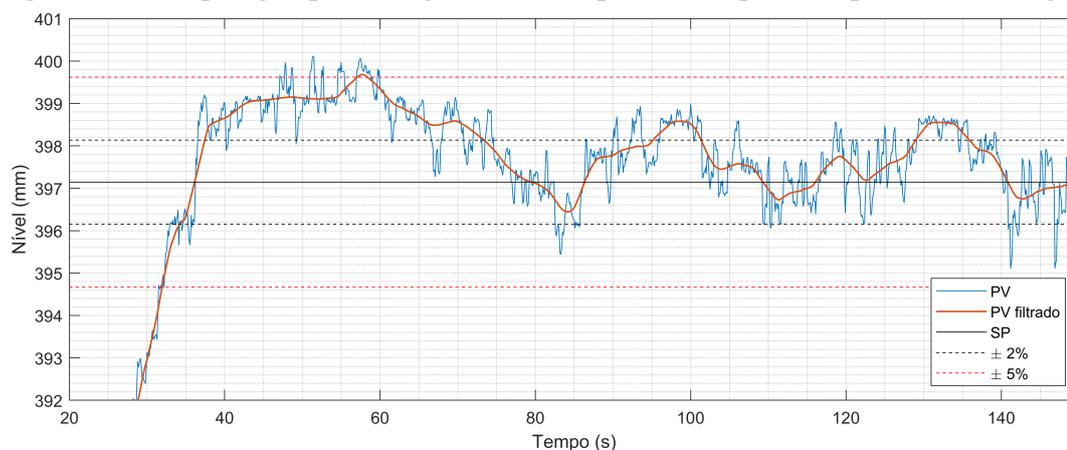


Fonte: Elaborado pelo autor.

O sinal referente a variável controlada (PV) foi tratado com um filtro de mediana, para eliminar erros de ruídos impulsivos (*spikes*), seguido de um filtro de média móvel, para suavizar erros de ruídos aleatórios de alta frequência e baixa amplitude. A figura 34 exemplifica uma comparação entre os sinais originais e filtrados. Para fins de ilustração, o sinal filtrado apenas com média móvel também é apresentado, e se nota que ruídos impulsivos não são eliminados apenas com esse tipo de filtro. Por outro lado, percebe-se a supressão dos ruídos impulsivo e aleatório ao se utilizar o filtro de mediana como um tratamento prévio. Essas são técnicas típicas para filtragem de sinais principalmente sonoros (1D) ou de imagem (2D) (SHEDBALKAR; PRABHUSHETTY; INCHALC, 2021). A partir dos sinais filtrados foram obtidas as métricas baseadas no erro.

Os valores experimentais apresentados nesta seção foram obtidos a partir do sistema de aquisição de dados descrito na subseção 6.1.3. No entanto, comparando-se tais valores com aqueles obtidos diretamente pelo CLP, foi percebida um erro de *offset* médio nas medições de *Setpoint* (SP) e nível (PV) de -3,61 mm e -2,92 mm, respectivamente. Isso implica em uma diferença média de 0,69 mm de erro em estado estacionário que deve ser corrigida no cálculo dessa métrica. Não houve erro apreciável na medição do sinal de controle (SC). Mesmo assim os dados daqueles foram preferíveis em relação a esses, pois, em alguns dos testes realizados houve perda de conexão com o CLP e conseqüentemente perda de parte dos dados.

Figura 35: Comparação para seleção do limite percentual para tempo de acomodação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Vale ressaltar que, para o cálculo dos valores de tempo de acomodação, de acordo com a definição 3, foi escolhido o percentual de 5% indicado em Mokhatab e Poe (2012). A razão para isso é devida ao ruído ser acentuado no teste experimental, mesmo após a filtragem mencionada, e em alguns casos o próprio comportamento devido ao controlador adotado acarretar numa maior variância da saída. Isso é exemplificado na figura 35, na qual a saída sob o controle IOPP ainda apresenta oscilações ligeiramente maiores que os limites de 2%, embora o regime transiente já tenha finalizado.

7.3.2 Rastreamento (350 mm a 400 mm)

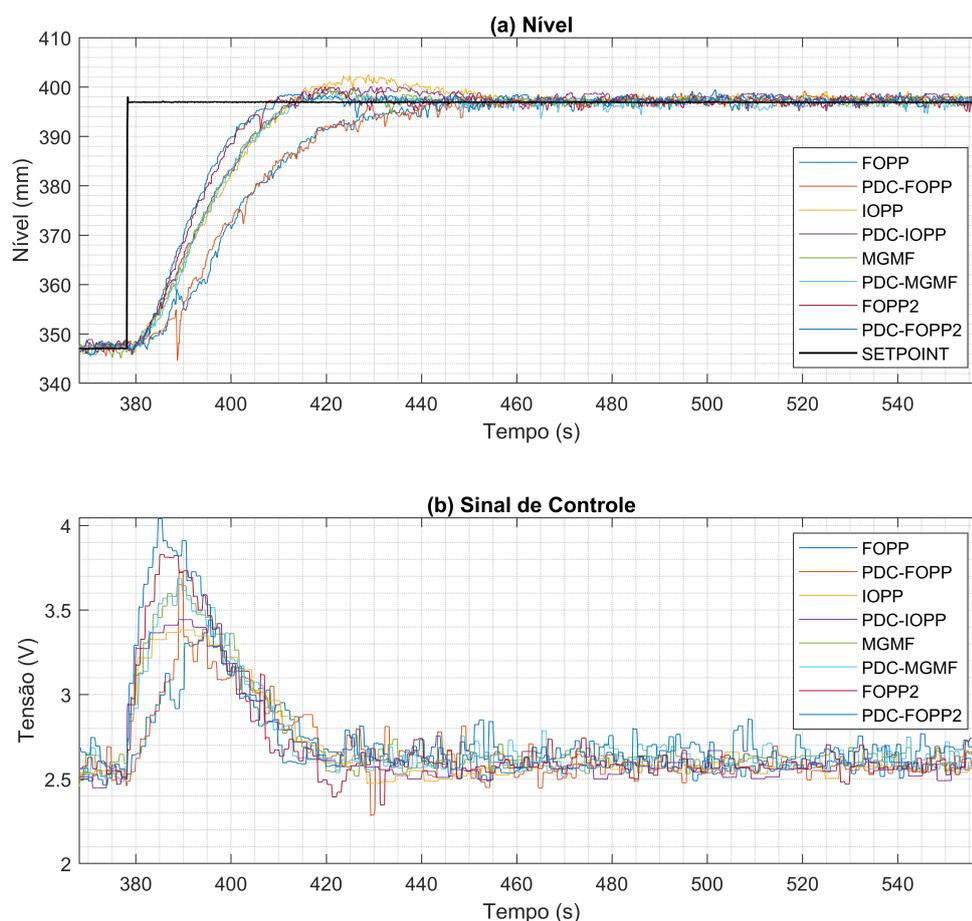
Para a primeira região destacada, vista na figura 36, comparando em pares cada tipo de controlador (FOPP, IOPP e MGMF) com suas respectivas versões associadas com PDC é possível afirmar que as alterações foram praticamente imperceptíveis nos controladores fracionários. Inclusive, a partir da tabela 9, percebe-se que o controlador MGMF apresentou melhores resultados, exceto pelo tempo de acomodação. Por outro lado, para os controladores de ordem inteira IOPP/PDC-IOPP houve uma ligeira melhora em quase todas as métricas.

A baixa influência da associação PDC nessa região, pelo menos em parte, pode ser justificada ao se levar em conta de que os controladores, sejam com ou sem PDC, foram projetados para este ponto de operação.

Um esclarecimento deve ser feito: um outro controlador, denominado FOPP2, foi projetado seguindo a mesma metodologia da subseção 6.3.2 com a mudança apenas

do valor de frequência $\omega_n = 0,11 \text{ rad/s}$ adotado. De modo análogo, um controlador PDC-FOPP2 também foi obtido. Isso foi feito, para tentar se aproximar os tempos de acomodação de acomodação dos controladores fracionários.

Figura 36: Comparação da Resposta da planta com diferentes controladores a um degrau de 350 mm para 400 mm.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse último par de controladores (FOPP2 e PDC-FOPP2) foram os que tiveram melhores desempenhos em relação a todos os demais, e a associação com PDC também apresentou ligeira redução das métricas de erro se comparadas com o FOPP2 comum.

Quanto ao sinal de controle dispendido, percebe-se que o controlador FOPP2 exigiu um menor esforço se comparado ao MGMF, ao passo que a maioria das métricas de erro foram reduzidas. Já o controlador PDC-FOPP2, apesar das melhores métricas baseadas no erro, em contrapartida apresentou os maiores valores de ITACE e RMS.

Tabela 9: Métricas baseadas no erro de 350 mm para 400 mm.

Nível 350 → 400 (mm)	Métricas baseadas no Erro						
	ts (s)	UP (%)	tp (s)	Ess (mm)	ITAE (mm·s ²)	IAE (mm·s)	ISE (mm ² ·s)
MGMF	44,6	5,43	43,2	0,50	$2,03 \cdot 10^4$	$9,18 \cdot 10^2$	$2,75 \cdot 10^4$
PDC MGMF	31,4	-	-	0,94	$2,23 \cdot 10^4$	$9,35 \cdot 10^2$	$2,78 \cdot 10^4$
FOPP	62,8	-	-	0,82	$2,97 \cdot 10^4$	$1,29 \cdot 10^3$	$4,13 \cdot 10^4$
PDC FOPP	61,5	-	-	0,77	$3,01 \cdot 10^4$	$1,29 \cdot 10^3$	$4,07 \cdot 10^4$
IOPP	62,7	8,47	49,1	0,84	$2,63 \cdot 10^4$	$1,03 \cdot 10^3$	$2,85 \cdot 10^4$
PDC IOPP	58,4	5,13	57,7	0,70	$2,37 \cdot 10^4$	$9,59 \cdot 10^2$	$2,74 \cdot 10^4$
FOPP2	45,1	6,39	42,6	0,65	$1,99 \cdot 10^4$	$8,30 \cdot 10^2$	$2,41 \cdot 10^4$
PDC FOPP2	27,9	-	-	0,85	$1,98 \cdot 10^4$	$8,09 \cdot 10^2$	$2,36 \cdot 10^4$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 10: Métricas baseadas no Esforço de Controle de 350 mm para 400 mm.

Nível 350 → 400 (mm)	Esforço de Controle	
	ITACE (V·s ²)	RMS (V)
MGMF	$4,2829 \cdot 10^4$	2,7573
PDC MGMF	$4,2628 \cdot 10^4$	2,7442
FOPP	$4,2260 \cdot 10^4$	2,6896
PDC FOPP	$4,2175 \cdot 10^4$	2,6883
IOPP	$4,2043 \cdot 10^4$	2,7033
PDC IOPP	$4,1953 \cdot 10^4$	2,6999
FOPP2	$4,2227 \cdot 10^4$	2,7338
PDC FOPP2	$4,3402 \cdot 10^4$	2,8066

Fonte: Elaborado pelo autor.

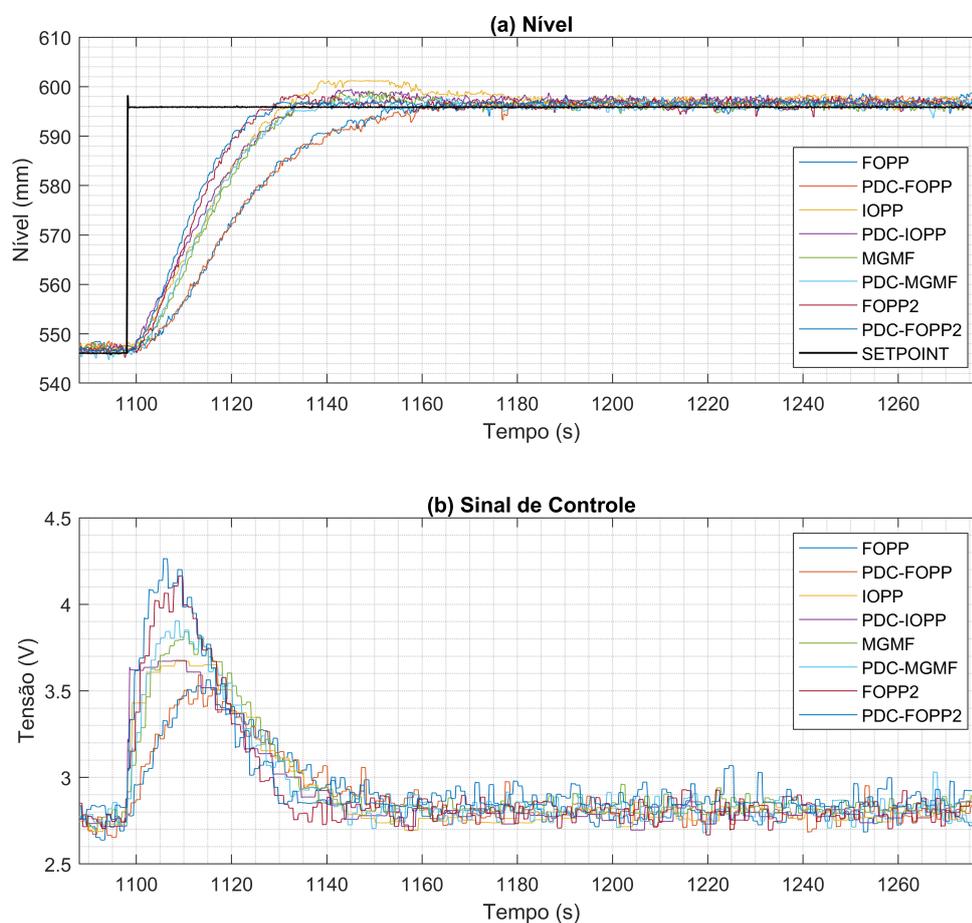
7.3.3 Rastreamento (550 mm a 600 mm)

Para a segunda região em destaque, de 550 mm para 600 mm, os controladores sem a associação PDC já estão fora do ponto de operação para o qual foram projetados.

Evidencia-se uma maior melhora de desempenho do controlador PDC-IOPP em relação ao IOPP em praticamente todas as métricas da tabela 11, inclusive com menor esforço de controle. Uma melhora também se torna mais aparente para o controlador PDC-MGMF se comparado ao MGMF com base nas métricas integrais.

Os melhores controladores nessa região foram o FOPP2 e o PDC-FOPP2, embora a associação PDC não tenha se mostrado vantajosa em todas as métricas baseadas no erro mesmo que tenha dispendido maior esforço de controle.

Figura 37: Comparação da Resposta da planta com diferentes controladores a um degrau de 550 mm para 600 mm.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 11: Métricas baseadas no erro de 550 mm para 600 mm.

Nível 550 → 600 (mm)	Métricas baseadas no Erro						
	ts (s)	UP (%)	tp (s)	Ess (mm)	ITAE (mm·s ²)	IAE (mm·s)	ISE (mm ² ·s)
MGMF	32,6	-	-	1,06	$3,13 \cdot 10^4$	$1,04 \cdot 10^3$	$2,82 \cdot 10^4$
PDC MGMF	32,9	-	-	1,65	$2,81 \cdot 10^4$	$9,64 \cdot 10^2$	$2,70 \cdot 10^4$
FOPP	55	-	-	1,95	$3,57 \cdot 10^4$	$1,29 \cdot 10^3$	$3,90 \cdot 10^4$
PDC FOPP	60,4	-	-	1,25	$3,48 \cdot 10^4$	$1,30 \cdot 10^3$	$3,93 \cdot 10^4$
IOPP	61,8	9,15	50,7	1,35	$3,48 \cdot 10^4$	$1,07 \cdot 10^3$	$2,70 \cdot 10^4$
PDC IOPP	33,8	-	-	0,98	$3,05 \cdot 10^4$	$9,77 \cdot 10^2$	$2,47 \cdot 10^4$
FOPP2	26,7	-	-	1,08	$2,50 \cdot 10^4$	$8,60 \cdot 10^2$	$2,34 \cdot 10^4$
PDC FOPP2	27,4	-	-	1,33	$2,70 \cdot 10^4$	$8,35 \cdot 10^2$	$2,16 \cdot 10^4$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 12: Métricas baseadas no Esforço de Controle de 550 mm para 600 mm.

Nível 550 → 600 (mm)	Esforço de Controle	
	ITACE (V·s ²)	RMS (V)
MGMF	$4,6276 \cdot 10^4$	2,9733
PDC MGMF	$4,5957 \cdot 10^4$	2,9571
FOPP	$4,5703 \cdot 10^4$	2,9130
PDC FOPP	$4,5744 \cdot 10^4$	2,9128
IOPP	$4,5535 \cdot 10^4$	2,9301
PDC IOPP	$4,5540 \cdot 10^4$	2,9269
FOPP2	$4,5892 \cdot 10^4$	2,9623
PDC FOPP2	$4,6864 \cdot 10^4$	3,0215

Fonte: Elaborado pelo autor.

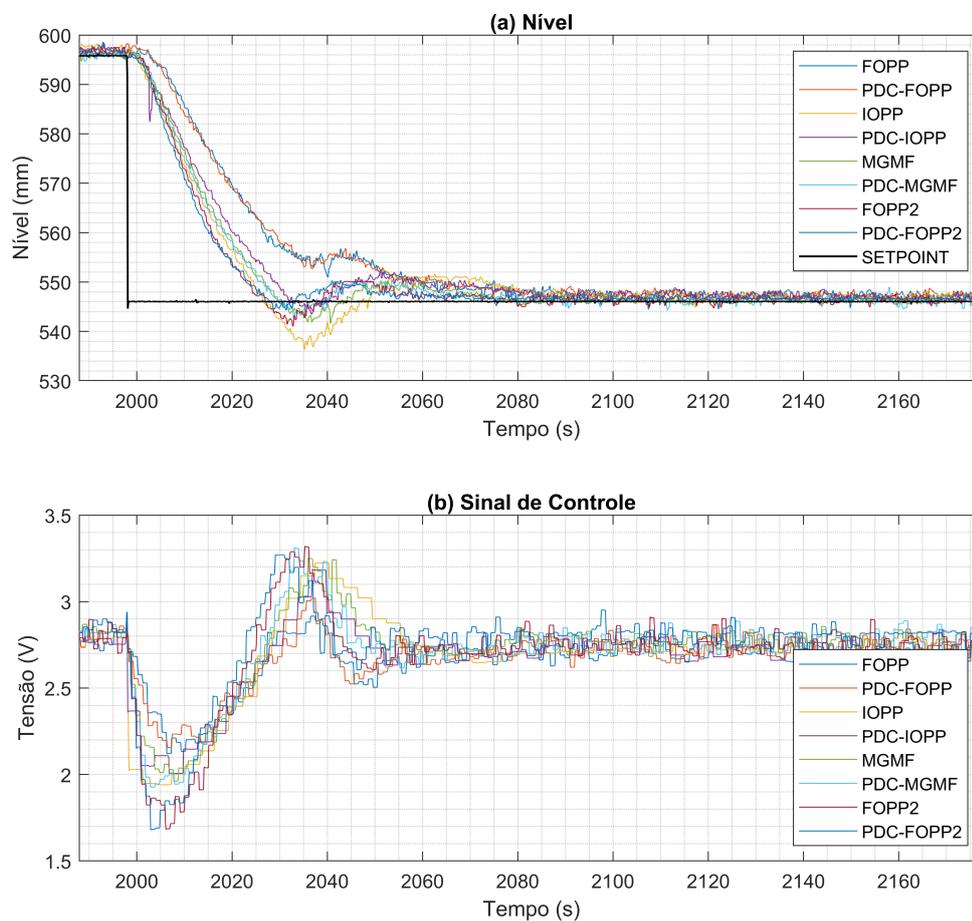
7.3.4 Rastreamento (600 mm a 550 mm)

Na figura 38, tem-se o detalhamento de um dos degraus de descida, de 600 mm para 550 mm. A dinâmica de enchimento a partir do controle de rotação da bomba de alimentação e de esvaziamento por gravidade resultam em dinâmica diferentes para os casos de subida e descida. Os controladores apresentados foram todos projetados com base nas funções de transferência identificadas para degrau de subida. Mesmo assim, é válido se realizar tal comparação, exatamente para que se investigue quais dos controladores projetados ainda se mantém com uma dinâmica próxima daquilo que foi desejado e se mantém robustos a tais variações.

Devido a assimetria da dinâmica do processo de nível (enchimento/esvaziamento), um comportamento mais oscilatório é observado. Para todos os controladores, comparando-se os valores da tabela 13, uma maior lentidão para acomodar foi observada e em alguns casos (FOPP2, MGMF, IOPP) também foi percebido maior *undershoot*. Mesmo assim, mais uma vez se evidenciam os controladores FOPP2 e PDC-FOPP2. A associação PDC se mostra vantajosa para todos os controladores, nesta região.

De forma consistente, um esforço de controle maior é demandado pelos controladores fracionários como uma compensação para melhores desempenhos. Em ordem decrescente de ITACE, a partir da tabela 14, tem-se o PDC-FOPP2, o MGMF, o PDC-MGMF e o FOPP2. Um destaque é válido nessa lista, o controlador FOPP2 foi o segundo melhor em relação as métricas baseadas no erro, e mesmo assim exigiu menor esforço de controle.

Figura 38: Comparação da Resposta da planta com diferentes controladores a um degrau de 600 mm para 550 mm.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 13: Métricas baseadas no Erro de 600 mm para 550 mm..

Nível 600 → 550 (mm)	Métricas baseadas no Erro						
	ts (s)	UP (%)	tp (s)	Ess (mm)	ITAE (mm·s ²)	IAE (mm·s)	ISE (mm ² ·s)
MGMF	63,3	6,61	39,1	1,12	$3,04 \cdot 10^4$	$1,04 \cdot 10^3$	$2,88 \cdot 10^4$
PDC MGMF	61,5	-	-	1,11	$3,04 \cdot 10^4$	$1,03 \cdot 10^3$	$2,82 \cdot 10^4$
FOPP	68,7	-	-	1,11	$4,52 \cdot 10^4$	$1,48 \cdot 10^3$	$4,25 \cdot 10^4$
PDC FOPP	67,8	-	-	1,13	$4,41 \cdot 10^4$	$1,47 \cdot 10^3$	$4,21 \cdot 10^4$
IOPP	78,3	17,32	38,1	1,26	$3,44 \cdot 10^4$	$1,06 \cdot 10^3$	$2,60 \cdot 10^4$
PDC IOPP	74,7	-	-	0,79	$3,31 \cdot 10^4$	$1,10 \cdot 10^3$	$2,95 \cdot 10^4$
FOPP2	53,9	7,72	34,4	0,97	$2,73 \cdot 10^4$	$9,32 \cdot 10^2$	$2,55 \cdot 10^4$
PDC FOPP2	49,8	-	-	1,15	$2,69 \cdot 10^4$	$8,99 \cdot 10^2$	$2,39 \cdot 10^4$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 14: Métricas baseadas no Esforço de Controle de 600 mm para 550 mm.

Nível 600 → 550 (mm)	Esforço de Controle	
	ITACE (V·s ²)	RMS (V)
MGMF	4,4854 · 10 ⁴	2,7227
PDC MGMF	4,4662 · 10 ⁴	2,7094
FOPP	4,3995 · 10 ⁴	2,6697
PDC FOPP	4,4068 · 10 ⁴	2,6725
IOPP	4,4266 · 10 ⁴	2,6884
PDC IOPP	4,4186 · 10 ⁴	2,6806
FOPP2	4,4623 · 10 ⁴	2,7044
PDC FOPP2	4,5396 · 10 ⁴	2,7469

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.3.5 Ação *Anti-windup* - experimental

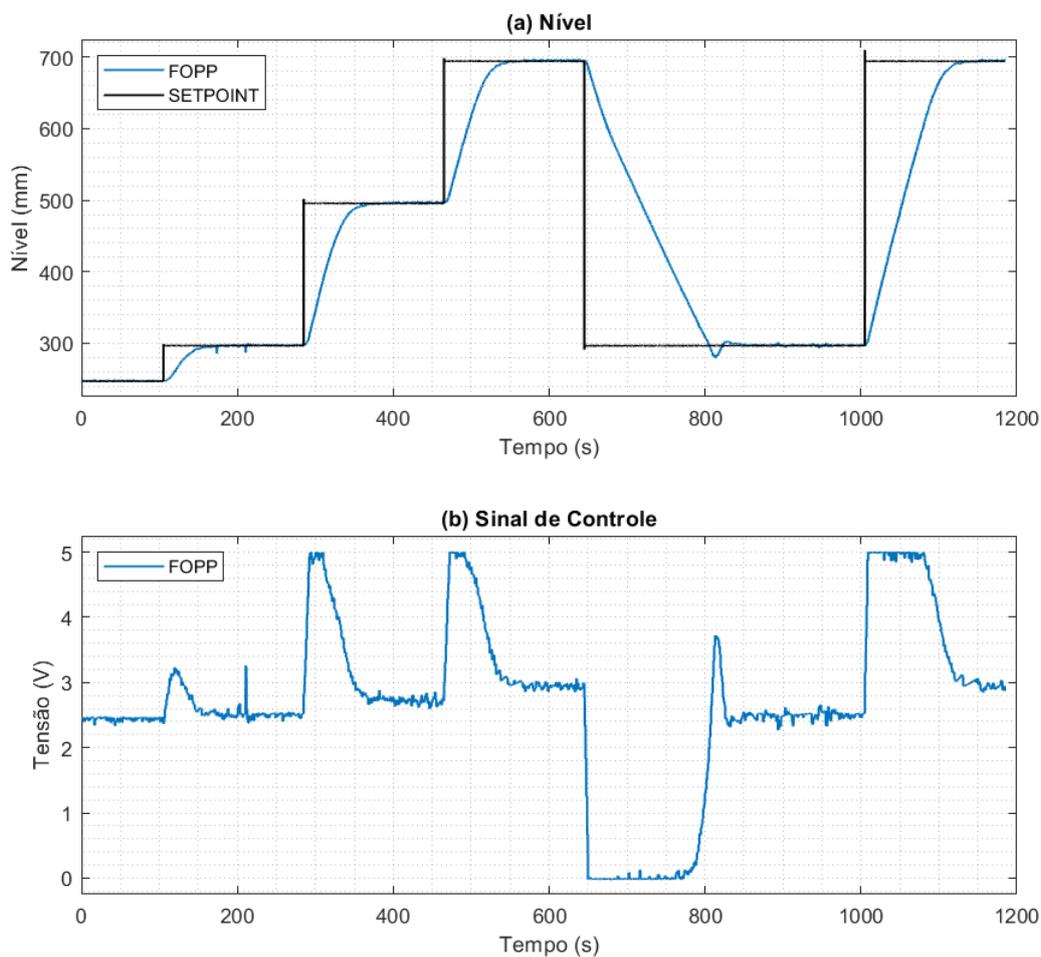
A planta adotada neste trabalho possui um limitador para o sinal de controle dentro de uma faixa de 0V a 5V, portanto, caso o esforço de controle teórico ultrapassasse esses limites uma saturação seria observada. Para controladores com ação integral, uma vez que os atuadores atingem a região de saturação, percebe-se um fenômeno de *windup*. Visando reduzir esse efeito, a estrutura *anti-windup* da figura 10 foi adotada e a lei de controle da equação 4.39 foi implementada no CLP.

A figura 39 apresenta um experimento realizado para se demonstrar efetivamente o efeito de se adotar a estrutura *anti-windup*.

Neste experimento, o nível estava inicialmente controlado na região de 250 mm. Um degrau de 50 mm foi aplicado na referência em aproximadamente 100 s, o comportamento foi semelhante ao já explicado nos testes de rastreamento. Deste ponto em diante, as demais variações de referência foram de 200 mm, em intervalos de 3 minutos, até se atingir o nível de 700 mm. Nesses dois degraus já foi possível observar a saturação do sinal de controle em 5V, e mesmo assim o sistema respondeu sem apresentar sobressinal.

Posteriormente, uma variação de referência de descida para 300 mm foi aplicada, assim observou-se que o controlador atingiu o limite inferior de 0V. Por fim, um novo degrau foi aplicado para a de 700 mm, e novamente o sinal de controle atingiu o limite superior de 5V. A resposta do sistema se manteve com o comportamento sem sobressinal.

Figura 39: Resposta da planta com controlador FOPP com efeito *anti-windup*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

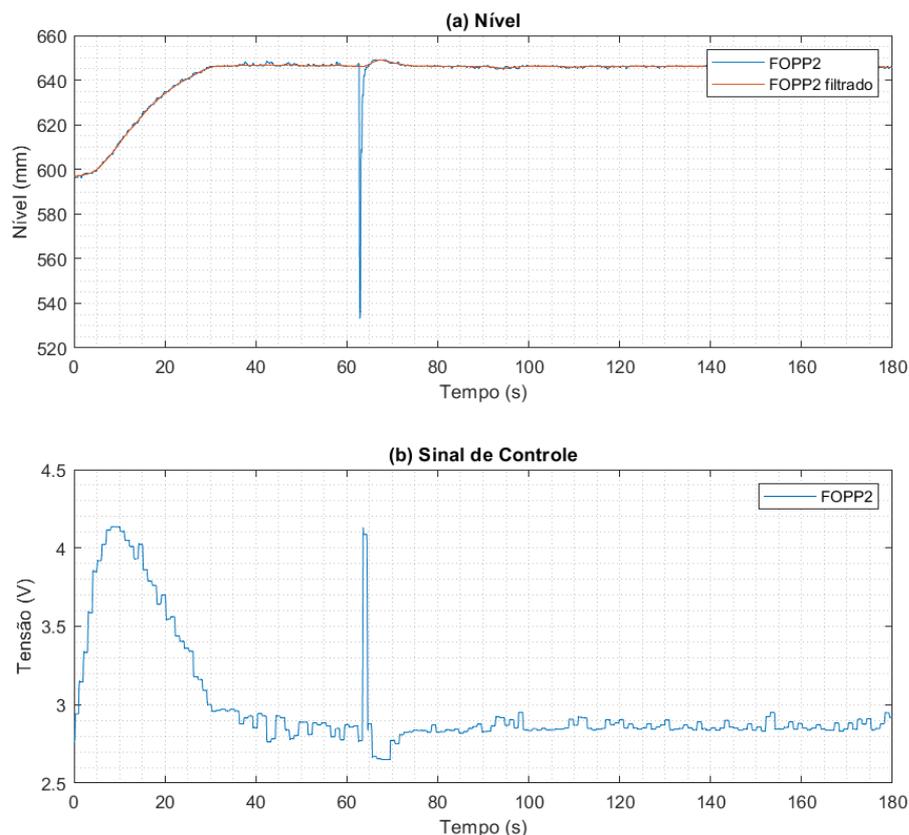
7.3.6 Regulação - experimental

Durante os experimentos na Bancada de Controle de Nível, foi observado um aparecimento de alguns ruídos de medição impulsivos de caráter aleatório.

Nesta subseção, um dos exemplos com impulso de maior intensidade foi selecionado para se verificar a capacidade de regulação dos controladores.

Na figura 40, um ruído de medição impulsivo ocorre aos 62,7 s após o início da alteração de referência. Esse impulso ocasiona uma alteração do nível de 647,31 mm para 533,36 mm em pouco menos de 0,2 s. O sinal de controle que estava em aproximadamente 2,77 V atinge 4,13 V aos 63,6 s do experimento, com duração de apenas 1 s. Logo após isso, o sistema procura regular o valor de nível desejado.

Figura 40: Resposta da planta com controlador FOPP2 a um distúrbio impulsivo.

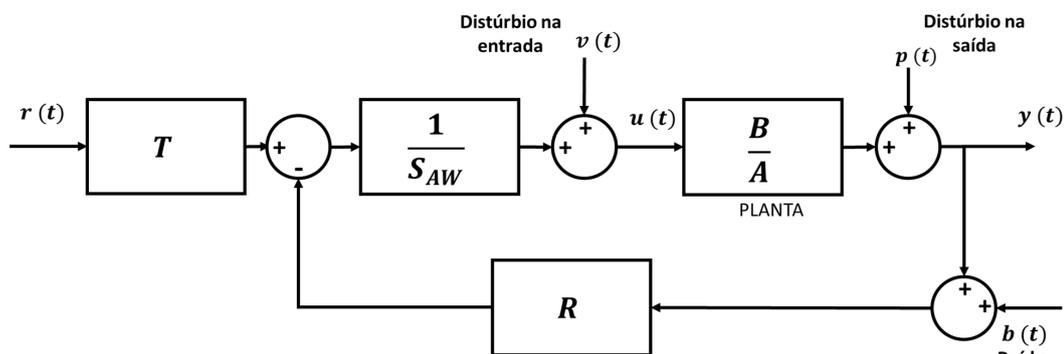


O ruído impulsivo resultou em um sobressinal de 6,96 % após 4,7 s do início da ocorrência e retorna para a condição de acomodação (<5%) em 7,2 s. Portanto, o controlador foi capaz de regular o sistema novamente ao valor de nível desejado.

Um outro experimento foi projetado para se avaliar distúrbios na entrada e na saída da planta, especificamente do tipo degrau, a fim de se avaliar a robustez do controlador proposto. Na figura 41, tem-se um esquema de como tais distúrbios foram aplicados no sistema e posteriormente implementados no CLP. Destaca-se que S_{AW} está indicando de forma resumida a estrutura anti-*windup* detalhada na figura 10.

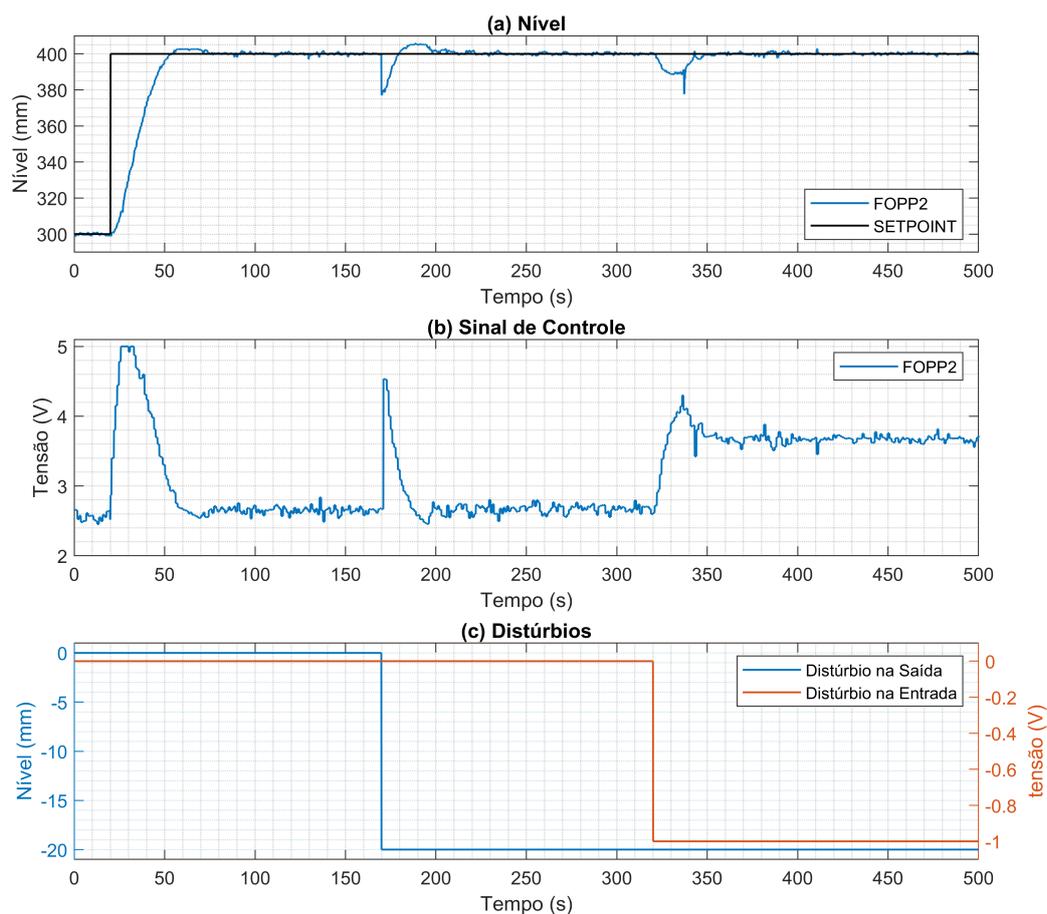
Uma interpretação para distúrbios do tipo degrau na saída da planta pode ser entendida como resultado de uma recalibração do sensor de nível e uma possível correção de erro de *offset* de medição. Por outro lado, um distúrbio na entrada da planta pode ser entendido como uma alteração no atuador, por exemplo, ligar ou desligar uma outra bomba hidráulica auxiliar.

Figura 41: Resposta da planta com controlador FOPP2 a distúrbios.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 42: Resposta da planta com controlador FOPP2 a distúrbios na entrada e na saída da planta.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O resultado do teste de regulação propriamente dito está apresentado na figura 42. O sistema, que estava inicialmente controlado em 300 mm, teve a referência alterada

para 400 mm após 20 s. Depois de 150 s dessa mudança, tempo suficiente para que o sistema estabilizasse na nova referência, um distúrbio degrau na saída do sistema de - 20 mm de amplitude no sinal de medição foi aplicado. Posteriormente, com um intervalo de tempo também de 150 s, um outro distúrbio, desta vez, na entrada do sistema foi aplicado com amplitude de -1 V.

Uma vez aplicado o distúrbio na saída do sistema, há uma mudança instantânea no valor da variável controlada e o sistema de controle age de modo a corrigir o erro de *offset* apresentando um sobressinal de 5,58 % após 22,3 s. O sistema acomoda em 25,4 s da aplicação do distúrbio.

Posteriormente, com a aplicação do distúrbio na entrada do sistema, podendo ser interpretado como uma redução de potência do atuador, há uma variação do nível atingindo-se um mínimo percentual de -10,91 % após 10,7 s e retorna a região de acomodação em 20,5 s.

Percebe-se que o controlador proposto foi capaz de regular o sistema mesmo em face dos distúrbios aplicados.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

8.1 Conclusões

A melhoria contínua do controle de processos tem levado a comunidade de controle a buscar soluções mais eficientes com o desenvolvimento de novos controladores. Dentre esses avanços o controlador de ordem fracionária do tipo FOPID tem sido um dos candidatos mais promissores para o aprimoramento nas malhas de controle mais utilizados na indústria exatamente por ser uma extensão dos clássicos PIDs, acumulando vantagens de maior robustez e maior quantidade de critérios de projetos atendidos.

Aproximadamente 30 anos desde a proposição do controlador $PI^\lambda D^\mu$ por Igor Podlubny, um desafio a ser vencido é de se transitar do estado da arte para a industrialização de tais controladores. Visando atender esse problema, algumas implementações podem ser verificadas na literatura, sendo as mais pertinentes delas as que fazem o uso de PLC por serem dispositivos tipicamente industriais.

Além disso, uma preocupação a parte diz respeito a se obter uma metodologia clara e objetiva desde o projeto do controlador até sua implementação propriamente dita em malhas de controle de planta reais.

Este trabalho buscou atender a essas problemáticas ao fazer uso de técnicas avançadas para o projeto de controladores de ordem fracionária, mantendo a simplicidade metodológica e implementando os controladores projetados em uma planta didática com dispositivos industriais (CLP, Inversor de Frequência, Bomba Centrífuga, etc.).

Neste trabalho foram projetados ao total 6 tipos de controladores, sendo 4 deles com o uso de Controladores de Ordem Fracionária. São os controladores: FOPP (e

FOPP2), PDC-FOPP, IOPP, PDC-IOPP, MGMF, PDC-MGMF.

Os controladores propostos foram simulados e implementados para testes experimentais em uma bancada didática com dispositivos industriais para o controle de nível de água, um caso particular de processos típicos com dinâmica FOPDT. A partir dos testes experimentais os controladores tiveram seus desempenhos comparados para se avaliar quais deles obtiveram melhores resultados.

O teste experimental de rastreamento executado se trata de uma sequência de múltiplos degraus desde 300 mm a 700 mm com degraus individuais de 50 mm, cada. A sequência seguiu uma ordem tanto de subida quanto de descida. Esse teste foi adotado, pois a bancada apresenta ligeiras variações em seus parâmetros a depender do ponto de operação em análise. Portanto, trata-se de uma avaliação da robustez de tais controladores a incertezas nos parâmetros em relação ao modelo da planta selecionado para projeto.

Na implementação dos controladores, uma estrutura digital RST com efeito anti-*windup* foi adotada. No experimento realizado foi possível comprovar a eficácia de tal estrutura uma vez que não houve oscilações ou sobressinal elevados característicos do efeito *windup*.

Devido a presença de ruídos impulsivos, uma análise da capacidade de regulação do controlador FOPP2 também foi avaliada. No experimento observado, o controlador foi capaz de responder rapidamente a *spikes*.

Por fim, uma avaliação da regulação para distúrbio do tipo degrau tanto na entrada quanto na saída da planta foram aplicados. Esse tipo de distúrbio na saída pode ser interpretado como uma possível recalibração do instrumento de medição, enquanto um distúrbio na entrada pode ser considerado como uma adição ou remoção de bombeamento auxiliar de alimentação. Em ambos os casos, o controlador do tipo FOPP foi capaz de retornar para a referência regulando o sistema.

Todos os controladores apresentaram desempenhos bem próximos daqueles projetados e obtidos a partir das simulações realizadas. Com maior destaque para os controladores FOPP2, PDC-MGMF e MGMF.

O controlador PDC-FOPP2, inclusive projetado dentro da região de estabilidade expandida fracionária, foi o que apresentou os melhores resultados com rápida acomodação e baixos índices de erro. Um pouco abaixo na classificação, pode-se mencionar

o controlador FOPP2, o PDC-MGMF e logo em seguida o controlador MGMF.

Para este último par de controladores (MGMF e PDC-MGMF) foi possível observar uma ligeira melhora de desempenho devido a associação do compensador PDC, quando os experimentos foram executados fora da região de projeto do MGMF. Uma melhora mais significativa foi observada ao se comparar os pares IOPP e PDC-IOPP e FOPP2 e PDC-FOPP2, sendo esses últimos os controladores com melhores desempenhos considerando-se as métricas baseadas no erro.

Por fim, conclui-se que o objetivo de se realizar o projeto e a implementação de controladores de ordem fracionária para o controle do processo de nível foi atingido com sucesso. A estrutura discreta RST com anti-*windup* garantiu um bom desempenho, mesmo em face a saturação do controlador. Além disso, a associação dos controladores com o compensador PDC mostrou-se vantajosa resultando na maior parte dos testes em controladores melhores.

8.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com o objetivo de dar continuidade à pesquisa, abordando aspectos não estudados no presente trabalho ou de melhorar as formulações apresentadas, faz-se a seguir algumas sugestões e considerações para trabalhos futuros:

- a) Aumentar as variações paramétricas da planta de trabalho e reprojeter os controladores associados ao PDC para se investigar se haverá melhora de desempenho significativa;
- b) Realizar uma avaliação de robustez por incerteza paramétrica e comparar com controladores projetados para tais variações.
- c) Incluir um processo de identificação automática para ser realizada em tempo real;
- d) Desenvolver e implementar um controlador fracionário adaptativo MRAC (*Model Reference Adaptive Control*).

REFERÊNCIAS

ABDELBAKY, M. A. *et al.* Implementation of fractional-order pid controller using industrial dcs with experimental validation. In: IEEE. **2020 IEEE 4th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)**. [S.l.], 2020. p. 4407–4413.

AXTELL, M.; BISE, M. E. Fractional calculus application in control systems. In: IEEE. **IEEE Conference on Aerospace and Electronics**. [S.l.], 1990. p. 563–566.

AYDOGMUS, Z. A real-time robust fuzzy-based level control using programmable logic controller. **Elektronika ir elektrotechnika**, v. 21, n. 1, p. 13–17, 2015.

AYRES JÚNIOR, F. A. d. C. *et al.* Fractional order pole placement for a buck converter based on commensurable transfer function. **ISA transactions**, Elsevier, v. 107, p. 370–384, 2020.

BELWAL, N. *et al.* Modeling and control of fopdt modeled processes—a review. **Cyber Technologies and Emerging Sciences: ICCTES 2021**, Springer, p. 255–260, 2022.

BETALA, R.; NANGRANI, S. Comparison of performance of fractional order pid controller with conventional controller for industrial applications. In: IEEE. **2023 IEEE International Conference on Integrated Circuits and Communication Systems (ICICACS)**. [S.l.], 2023. p. 1–6.

BIRS, I. R. *et al.* A low-order approximation method for fractional order pid controllers. In: IEEE. **2022 IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC)**. [S.l.], 2022. p. 6556–6561.

BORASE, R. P. *et al.* A review of pid control, tuning methods and applications. **International Journal of Dynamics and Control**, Springer, v. 9, p. 818–827, 2021.

CAPONETTO, R. **Fractional order systems: modeling and control applications**. [S.l.]: World Scientific, 2010. v. 72.

CHEVALIER, A. *et al.* Fractional-order pid design: Towards transition from state-of-art to state-of-use. **ISA transactions**, Elsevier, v. 84, p. 178–186, 2019.

DENIZ, F. N. *et al.* Revisiting four approximation methods for fractional order transfer function implementations: Stability preservation, time and frequency response matching analyses. **Annual Reviews in Control**, Elsevier, v. 49, p. 239–257, 2020.

DUBEY, V.; GOUD, H.; SHARMA, P. C. Role of pid control techniques in process control system: a review. **Data Engineering for Smart Systems: Proceedings of SSIC 2021**, Springer, p. 659–670, 2022.

DUDETI, B. B. Approximation of fractional-order systems using balanced truncation with assured steady-state gain. **Circuits, Systems, and Signal Processing**, Springer, p. 1–31, 2023.

EL-SHAFEI, M. A.; EL-HAWWARY, M. I.; EMARA, H. M. Implementation of fractional-order pid controller in an industrial distributed control system. In: IEEE. **2017 14th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)**. [S.l.], 2017. p. 713–718.

FAIEGHI, M. R.; NEMATI, A. On fractional-order pid design. In: **Applications of MATLAB in Science and Engineering**. [S.l.]: IntechOpen, 2011.

GEORGE, M. A.; KAMATH, D. V.; THIRUNAVUKKARASU, I. An optimized fractional-order pid (fopid) controller for a non-linear conical tank level process. In: IEEE. **2020 IEEE Applied Signal Processing Conference (ASPCON)**. [S.l.], 2020. p. 134–138.

HÄGGLUND, T. **Process control in practice**. [S.l.]: Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2023.

KAPOULEA, S. *et al.* Realizations of fractional-order pid loop-shaping controller for mechatronic applications. **Integration**, Elsevier, v. 80, p. 5–12, 2021.

LANDAU, I. The rst digital controller design and applications. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 6, n. 2, p. 155–165, 1998.

LANDAU, I. D. *et al.* **Adaptive control: algorithms, analysis and applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011.

LANDAU, I. D.; ZITO, G. **Digital control systems: design, identification and implementation**. [S.l.]: Springer, 2006. v. 130.

LANUSSE, P.; SABATIER, J. Plc implementation of a crone controller. **fractional calculus and Applied analysis**, Springer, v. 14, p. 505–522, 2011.

LILLY, J. H. **Fuzzy control and identification**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.

MARZAKI, M. H. *et al.* Performance of fopi with error filter based on controllers performance criterion (ise, iae and itae). In: IEEE. **2015 10th Asian control conference (ASCC)**. [S.l.], 2015. p. 1–6.

MATHWORKS. **stepinfo: Rise time, settling time, and other step-response characteristics**. Natick, Massachusetts, United States: The MathWorks Inc., 2023. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/ident/ref/dynamicsystem.stepinfo.html>>.

MEHRAN, K. Takagi-sugeno fuzzy modeling for process control. **Industrial Automation, Robotics and Artificial Intelligence (EEE8005)**, Citeseer, v. 262, p. 1–31, 2008.

MERRIKH-BAYAT, F.; KARIMI-GHARTEMANI, M. Some properties of three-term fractional order system. **Fract Calc Appl Anal**, v. 11, n. 3, p. 317–328, 2008.

MERRIKH-BAYAT, F.; MIREBRAHIMI, N.; KHALILI, M. R. Discrete-time fractional-order pid controller: Definition, tuning, digital realization and some applications. **International journal of control, automation and systems**, Springer, v. 13, p. 81–90, 2015.

MOKHATAB, S.; POE, W. A. Chapter 14-process control fundamentals. **Handbook of Natural Gas Transmission and Processing, 2nd ed.** Waltham, MA: Gulf Professional Publishing, p. 473–509, 2012.

MONJE, C. A. *et al.* **Fractional-order systems and controls: fundamentals and applications.** [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010.

MONJE, C. A. *et al.* Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications. **Control engineering practice**, Elsevier, v. 16, n. 7, p. 798–812, 2008.

MONJE, C. A. *et al.* Auto-tuning of fractional order pi- d- controllers using a plc. In: IEEE. **2009 IEEE Conference on Emerging Technologies & Factory Automation.** [S.l.], 2009. p. 1–7.

MOŻARYN, J.; PETRYSZYN, J.; OZANA, S. Plc based fractional-order pid temperature control in pipeline: design procedure and experimental evaluation. **Meccanica**, Springer, v. 56, p. 855–871, 2021.

MYSTKOWSKI, A.; ZOLOTAS, A. Plc-based discrete fractional-order control design for an industrial-oriented water tank volume system with input delay. **Fractional Calculus and Applied Analysis**, Springer, v. 21, p. 1005–1026, 2018.

NISE, N. S. **Control systems engineering.** [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.

NIU, S. S.; XIAO, D. **Process Control: Engineering Analyses and Best Practices.** [S.l.]: Springer Nature, 2022.

OGATA, K. **Modern Control Engineering.** [S.l.]: Prentice Hall, 2010.

OLEJNIK, P.; AWREJCEWICZ, J. Intelligent mechatronics in the measurement, identification, and control of water level systems: A review and experiment. **Machines**, MDPI, v. 10, n. 10, p. 960, 2022.

OPRZEDKIEWCZ, K.; MITKOWSKI, W.; GAWIN, E. **The PLC implementation of fractional-order operator using CFE approximation.** [S.l.]: Springer, 2017.

PADULA, F.; VISIOLI, A. *et al.* **Advances in robust fractional control.** [S.l.]: Springer, 2015.

PALM, W. **System Dynamics.** [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2021.

PAMPAMALLCO-JARA, J.; ROJAS-MORENO, A. Real-time implementation of fuzzy control blocks for process control. In: IEEE. **2022 IEEE XXIX International Conference on Electronics, Electrical Engineering and Computing (INTERCON).** [S.l.], 2022. p. 1–4.

PATRICK, D. R.; FARDO, S. W. **Industrial process control systems**. [S.l.]: CRC Press, 2021.

PODLUBNY, I. Fractional-order systems and fractional-order controllers. **Inst. Exp. Phys., Slovak Acad. Sci.**, 1994.

RENGASWAMY, R.; SRINIVASAN, B.; BHATT, N. P. **Process control fundamentals: analysis, design, assessment, and diagnosis**. [S.l.]: CRC Press, 2020.

SADEGHI, M. S.; SAFARINEJADIAN, B.; FARUGHIAN, A. Parallel distributed compensator design of tank level control based on fuzzy takagi–sugeno model. **Applied soft computing**, Elsevier, v. 21, p. 280–285, 2014.

ŞENOL, B.; DEMİROĞLU, U. Frequency frame approach on loop shaping of first order plus time delay systems using fractional order pi controller. **ISA transactions**, Elsevier, v. 86, p. 192–200, 2019.

SHAH, P.; AGASHE, S. Review of fractional pid controller. **Mechatronics**, Elsevier, v. 38, p. 29–41, 2016.

SHEDBALKAR, J.; PRABHUSHETTY, K.; INCHALC, A. A comparative analysis of filters for noise reduction and smoothening of brain mri images. In: **IEEE. 2021 6th International Conference for Convergence in Technology (I2CT)**. [S.l.], 2021. p. 1–6.

SILVA NETO, G. C. **Projeto de um sensor virtual baseado em modelos ARMAX e filtro de Kalman para previsão das emissões de O₂/CO₂ aa partir de imagens de chamas em um forno industrial**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2020.

STANISŁAWSKI, R.; RYDEL, M.; LI, Z. A new reduced-order implementation of discrete-time fractional-order pid controller. **IEEE Access**, IEEE, v. 10, p. 17417–17429, 2022.

TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE transactions on systems, man, and cybernetics**, IEEE, n. 1, p. 116–132, 1985.

TEPLJAKOV, A. *et al.* Towards industrialization of fopid controllers: A survey on milestones of fractional-order control and pathways for future developments. **IEEE Access**, IEEE, v. 9, p. 21016–21042, 2021.

TOLBA, M. F. *et al.* Fractional order integrator/differentiator: Fpga implementation and fopid controller application. **AEU-International Journal of Electronics and Communications**, Elsevier, v. 98, p. 220–229, 2019.

VALÉRIO, D.; COSTA, J. S. D. **An introduction to fractional control**. [S.l.]: IET, 2013. v. 91.

VISIOLI, A. Research trends for pid controllers. **Acta Polytechnica**, v. 52, n. 5, 2012.

WASE, M. G. *et al.* Fuzzy gain scheduling of the fractional-order pid controller for a continuous stirred-tank reactor process. **Processes**, MDPI, v. 11, n. 12, p. 3275, 2023.

XUE, D. **Fractional-order control systems: fundamentals and numerical implementations**. [S.l.]: Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2017. v. 1.

YORDANOVA, S.; GUEORGUIEV, B.; SLAVOV, M. Design and industrial implementation of fuzzy logic control of level in soda production. **Engineering Science and Technology, an International Journal**, Elsevier, v. 23, n. 3, p. 691–699, 2020.

YORDANOVA, S.; SLAVOV, M.; GUEORGUIEV, B. Parallel distributed compensation for improvement of level control in carbonization column for soda production. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 71, p. 53–60, 2018.

ZADEH, L. Fuzzy sets. **Inform Control**, Elsevier, v. 8, p. 338–353, 1965.